

利用试探粒子检验极端 Dilaton 黑洞下的弱宇宙监督假设

唐浩^{1,2*}

(1. 渭南师范学院 物理与电气工程学院, 陕西 渭南 714099;

2. 西京学院 电子信息学院, 陕西 西安 710123)

摘要: Penrose 提出的弱宇宙监督假设仍未被完全证明。本文采用了 Wald 提出的假想实验对极端 Dilaton 黑洞进行了检验。当黑洞吸收了具有特定质量和电荷量的试探粒子后有可能导致视界被破坏并出现裸奇点, 因此类粒子的存在与否可用于检验弱宇宙监督假设。计算结果表明, 对于极端 Dilaton 黑洞不存在合适的试探粒子, 从而支持了弱宇宙监督假设。

关键词: 事件视界; 弱宇宙监督假设; 奇点; 黑洞

中图分类号: O412.1

文献标志码: A

文章编号: 0253-2395(2024)01-0166-05

Testing Weak Cosmic Censorship Conjectures Under Extreme Dilaton Black Hole with Test Particles

TANG Hao^{1,2*}

(1. School of Physics and Electrical Engineering, Weinan Normal University, Weinan 714099, China;

2. School of Electronic Information, Xijing University, Xi'an 710123, China)

Abstract: Penrose's weak cosmic censorship conjectures is still not fully proven. In this paper, the Gedanken experiment proposed by Wald is used to test the extreme Dilaton black holes. When the black hole absorbs a test particle with proper mass and charge, the event horizon may be destroyed and expose the naked singularities. Therefore, the existence of such test particles can be used to test the weak cosmic censorship conjectures. The results show that there are no proper test particles for extreme Dilaton black holes, which supports the weak cosmic censorship conjectures.

Key words: event horizon; weak cosmic censorship conjectures; singularities; black hole

0 引言

黑洞是宇宙中一种非常特殊的天体, 黑洞在理论上是一个无穷小的点, 这个点称为奇点。一般所述的黑洞的大小以黑洞事件视界半径来刻画。事件视界包裹着奇点, 将黑洞内外划分为不同的时空。我们作为观察者, 位于黑洞视界之外, 是无法直接观测到奇点的。理论上, 当穿过事件视界之后, 时空度规中的时间项和空间项会出现正负号互换, 即时间项变为空间项, 空间项变为时间项, 其内部不存在经典的因果性^[1-2]。如果事件视界消失, 奇点便会裸露出来, 形成裸奇点, 从而导致物理上的因果律失效。因此, Penrose 提出了弱宇宙监督假设, 即宇宙中不存在裸奇点^[2-3]。尽管

收稿日期: 2022-09-07; 接受日期: 2023-03-08

基金项目: 陕西省科技厅自然科学基金基础研究计划一般项目(2019JQ-919); 陕西省教育厅专项科研项目(20JK0635); 渭南师范学院人才项目(201120039)

* 通信作者: 唐浩(1986-), 男, 陕西渭南人, 博士, 讲师, 研究方向为理论物理。E-mail: taho@vip.163.com

引文格式: 唐浩. 利用试探粒子检验极端 Dilaton 黑洞下的弱宇宙监督假设[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2024, 47(1): 166-170. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2023046

在实验观测上至今还没有发现裸奇点,但理论上该假说还未被严格证明。因此,深入研究弱宇宙监督假设及背后的物理机制成为了一个重要研究方向。

人们对弱宇宙监督假设在不同黑洞下的情况进行了研究。每一种黑洞代表着不同的时空度规,比如 Kerr-Sen 黑洞^[4]、Kerr-Newman 黑洞^[5]、Peldan 静电解黑洞^[6]、BTZ 黑洞^[7]等^[8-12]。上述黑洞的研究结果均表明存在出现裸奇点的可能性,这是对弱宇宙监督假设的挑战。但也有一些工作支持了弱宇宙监督假设,如 RN-AdS 黑洞^[13]或高维的 Myers-Perry 黑洞等^[14-17]。不同文献结论的不一致表明,针对弱宇宙监督假设还需要做更多研究。上述所提文献研究均着眼于经典广义相对论下的不同黑洞,针对低能有效场论结论下的黑洞的弱宇宙监督假设研究还较少,其中的 Dilaton 黑洞具有较大研究价值,对 Dilaton 黑洞进行讨论除了可以丰富弱宇宙监督假设的结论,也有助于补充 Kaluza-Klein 理论或量子引力论的结论。在下一小节中,本文将引入假想的试探粒子,通过计算所需能量条件来判断是否存在合适的试探粒子,从而检验弱宇宙监督假设,研究也有助于进一步增加对 Dilaton 黑洞的认识。

1 Dilaton 黑洞的时空分量

在球坐标下 Dilaton 黑洞的度规为^[18-19]

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{R^2} dt^2 + \frac{R^2}{\Delta} dr^2 + R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (1)$$

其中

$$\Delta = (r - r_+)(r - r_-), R = r \left(1 - \frac{r_-}{r}\right)^{\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2}}. \quad (2)$$

这里的参数 α 代表 Dilaton 场与电磁场的耦合强度, r 代表考察点到奇点的半径, r_- 和 r_+ 分别是 Dilaton 黑洞的内视界和事件视界,其具体表达式为

$$r_- = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} \left[M - \sqrt{M^2 - (1 - \alpha^2)Q^2} \right], r_+ = M + \sqrt{M^2 - (1 - \alpha^2)Q^2}. \quad (3)$$

其中 M 是黑洞质量, Q 是黑洞电荷量。从式(1)中可以得到以下度规分量

$$g_{00} = -\frac{\Delta}{R^2}, g_{11} = \frac{R^2}{\Delta}, g_{22} = R^2, g_{33} = R^2 \sin^2 \theta, \\ g_{01} = g_{10} = g_{03} = g_{30} = 0. \quad (4)$$

另外,其电磁四矢为^[18]

$$A_t = -\frac{Q}{r}, A_\phi = 0. \quad (5)$$

2 研究方法

现在考虑这样一种情况,即在黑洞事件视界之外朝黑洞扔进去一个试探粒子,该试探粒子被黑洞吸收后,如果可以导致其事件视界消失,则奇点就会暴露出来,形成裸奇点。因此,可以尝试寻找这样的试探粒子,如果可以找到这样的粒子,那么黑洞就可能存在裸奇点,如果这样的粒子不可能存在,则可间接证明该黑洞不可能存在裸奇点,并可支持弱宇宙监督假设。由于 Dilaton 黑洞的事件视界解中包含了质量和电荷量,因此需要试探粒子也具有一定的质量和电荷量,以便被黑洞吸收后能增大黑洞的质量和电荷量,观察其是否可使事件视界消失,出现裸奇点。

现在假设存在某个试探粒子,其具有质量 m 和电荷量 q ,且质量和电荷量相对于黑洞而言足够小,即不会影响黑洞的背景时空。现在让该粒子从无穷远处向黑洞做自由落体运动,并忽略掉自相互作用等影响。为了方便讨论,这里采用自然单位制,取 $c = G = 1$,则有 $E = m$,即数值上能量可看作等于质量。对于这样的一个试探粒子,其从无穷远处朝黑洞自由下落时的总能量将由下

式给出^[8, 10, 20-21]

$$E = \frac{-g_{03}L - qA_t g_{33} + qA_\phi g_{03}}{g_{33}} \pm \frac{1}{g_{33}} \sqrt{(g_{03}^2 - g_{33}g_{00}) \left[L^2 - 2qLA_\phi + q^2 A_\phi^2 + m^2 g_{33} (1 + g_{11} \dot{r}^2 + g_{22} \dot{\theta}^2) \right]}. \quad (6)$$

如果考虑粒子的 $\dot{\theta} = 0$, 将(4)、(5)式带入(6)式, 则当粒子运动到事件视界上时, 其能量为

$$E = \frac{qQ}{r} + \frac{m^2(r-r_-)(r-r_+)}{\sqrt{m^2 r^2 (r-r_-) \left(r - \frac{r_-}{r} \right)^{\frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2}} (r-r_+)}} \geq \frac{qQ}{r}, \quad (7)$$

因此, 该试探粒子的最小能量 E_{\min} 为

$$E_{\min} = \frac{qQ}{r}. \quad (8)$$

这便是试探粒子所应具备的最小能量。由于 Dilaton 黑洞与粒子之间不仅存在着引力, 也存在着电磁力, 因此只有粒子能量大于该最小能量, 粒子才有被黑洞吸收的可能性。对于极端黑洞来说, 其内视界和外视界互相重合, 即 $r_- = r_+$, 内外视界更有可能因受到扰动而导致内视界半径变得大于外视界半径, 从而导致没有了黑洞解, 因而可认为事件视界消失, 裸奇点出现。因此, 这里对极端黑洞进行讨论是更为容易的。

对于极端黑洞, 有

$$M_{\text{ex}} \equiv M = \frac{Q_{\text{ex}}}{\sqrt{1+\alpha^2}}, \quad (9)$$

其中 M_{ex} 和 Q_{ex} 分别表示极端黑洞的质量和电荷量。此时黑洞内外视界重合, 记

$$r_{\text{ex}} \equiv r_+ = r_- = Q_{\text{ex}} \sqrt{1+\alpha^2}. \quad (10)$$

根据(8)式可知, 此时试探粒子所需的最小能量为

$$E_{\min-\text{ex}} = \frac{qQ_{\text{ex}}}{r_{\text{ex}}} = \frac{q}{\sqrt{1+\alpha^2}}, \quad (11)$$

这里 α 的选择可以是任意的, 对于 α 来说, 至少要保证根号里面的结果为正值, 容易看出, 对于任意的 α 取值, 都可以满足上述要求。

一旦试探粒子落入黑洞, 黑洞的质量和电荷量均将增大, 其质量将变为 $M_{\text{ex}} + E$, 电荷量将变为 $Q_{\text{ex}} + q$ 。为了使黑洞视界消失, 即不再存在黑洞解, 就需要满足以下关系式

$$(M_{\text{ex}} + E)^2 < (1 - \alpha^2)(Q_{\text{ex}} + q)^2. \quad (12)$$

于是, 根据上式的要求, 试探粒子的能量需满足以下条件

$$E < -M_{\text{ex}} + \sqrt{q^2 + \alpha^2 q^2 + 2qQ_{\text{ex}} + 2\alpha^2 qQ_{\text{ex}} + Q_{\text{ex}}^2 + \alpha^2 Q_{\text{ex}}^2}. \quad (13)$$

根据以上要求, 粒子的能量上限为

$$E_{\max-\text{ex}} = -M_{\text{ex}} + \sqrt{q^2 + \alpha^2 q^2 + 2qQ_{\text{ex}} + 2\alpha^2 qQ_{\text{ex}} + Q_{\text{ex}}^2 + \alpha^2 Q_{\text{ex}}^2} = -M_{\text{ex}} + \sqrt{(1 - \alpha^2)(Q_{\text{ex}} + q)^2} = -\frac{Q_{\text{ex}}}{\sqrt{1+\alpha^2}} + \sqrt{(1 - \alpha^2)(Q_{\text{ex}} + q)^2}, \quad (14)$$

结合(11)和(14), 试探粒子的能量需要位于以下能量区间内

$$\frac{q}{\sqrt{1+\alpha^2}} < q < -\frac{Q_{\text{ex}}}{\sqrt{1+\alpha^2}} + \sqrt{(1 - \alpha^2)(Q_{\text{ex}} + q)^2}. \quad (15)$$

为了在数值上寻找对试探粒子的要求, 这里选择 $Q_{\text{ex}} = 1, \alpha = 0.5$ 为例。此时满足 $E_{\max-\text{ex}} > E_{\min-\text{ex}}$ 的 q 的解是 $q < -1$ 。由于 q 必须和黑洞电荷量 Q_{ex} 是同种电荷, 因此 q 必须大于零。由此

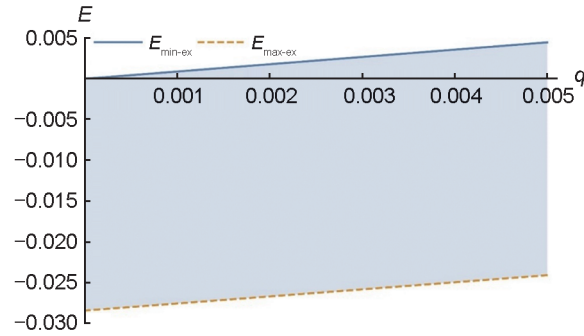


图1 试探粒子所允许的能量下限 $E_{\min-ex}$ (实线)与能量上限 $E_{\max-ex}$ (虚线)均随着 q 的增大而增大,且 q 取任意值时总有

$$E_{\min-ex} > E_{\max-ex}$$

Fig. 1 The allowed lower energy bound $E_{\min-ex}$ (solid line) and upper energy boundary $E_{\max-ex}$ (dash line) of the test particle are both increase with q , and there is always $E_{\min-ex} > E_{\max-ex}$ when q takes any value

可知不存在合适的 q 。图1是 $E_{\min-ex}$ 、 $E_{\max-ex}$ 与 q 的函数图象,由于 $q \ll Q_{ex}$,图1只给出了 q 在 0 到 0.005 之间的图像。由图可知 $E_{\min-ex}$ 总是大于 $E_{\max-ex}$,能量下限比能量上限还要高,甚至 $E_{\max-ex}$ 是负值。显然不存在合适的能量区间,因而使得极端黑洞的视界消失的试探粒子也是不存在的。既然不存在这样的试探粒子,那么粒子朝黑洞下落时遇到的有效势能也不需要额外检验了。这一结果表明,由于无法找到可以导致极端黑洞视界消失的试探粒子,则可以间接说明极端 Dilaton 黑洞下的弱宇宙监督假设是成立的,其不会因外部的影响导致裸奇点的出现。这一结果支持了弱宇宙监督假设的正确性。

3 结论

通过以上计算可以看到,对低能有效场论结论下的极端 Dilaton 黑洞而言,通过引入试探粒子去破坏黑洞视界的方法在这里是失效的。由于不存在能够破坏黑洞的试探粒子的能量区间,所以在忽略了自引力效应等情况下,极端 Dilaton 黑洞下的弱宇宙监督假设是成立的,奇点可以被事件视界包裹在内。当然,这里的模型也较为理想化,如果考虑自引力效应等其他影响,也许弱宇宙监督假设依然会受到挑战。另外,如果考虑其他形式的扰动,也许也会产生不一样的结果。另外,还可以进一步考虑对近极端 Dilaton 黑洞下的弱宇宙监督假设问题进行探讨,这将在以后的研究工作中进行探索。

参考文献:

- [1] PENROSE R. "Golden Oldie": Gravitational Collapse: The Role of General Relativity[J]. *Gen Relativ Gravit*, 2002, **34**(7):1141-1165. DOI:10.1023/A:1016578408204.
- [2] PENROSE R. Gravitational Collapse and Space-time Singularities[J]. *Phys Rev Lett*, 1965, **14**(3): 57-59. DOI: 10.1103/physrevlett.14.57.
- [3] HAWKING S W, PENROSE R. The Singularities of Gravitational Collapse and Cosmology[J]. *Proc R Soc Lond A*, 1970, **314**(1519): 529-548. DOI: 10.1098/rspa.1970.0021.
- [4] SIAHAAN H M. Destroying Kerr-sen Black Holes[J]. *Phys Rev D*, 2016, **93**(6): 064028. DOI: 10.1103/physrevd.93.064028.
- [5] GAO S J, ZHANG Y. Destroying Extremal Kerr-Newman Black Holes with Test Particles[J]. *Phys Rev D*, 2013, **87**(4): 044028. DOI: 10.1103/physrevd.87.044028.
- [6] TANG H, SONG Y, YUE R H, *et al.* Destroying a Peldan Electrostatic Solution Black Hole[J]. *Chin Phys Lett*, 2017, **34**(4): 16-19. DOI: 10.1088/0256-307X/34/4/040401.
- [7] CHEN D Y. Weak Cosmic Censorship Conjecture in BTZ Black Holes with Scalar Fields[J]. *Chin Phys C*, 2020, **44**(1): 015101. DOI: 10.1088/1674-1137/44/1/015101.
- [8] JACOBSON T, SOTIRIOU T P. Overspinning a Black Hole with a Test Body[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **103**(14): 141101. DOI: 10.1103/physrevlett.103.141101.
- [9] FENG W B, YANG S J, TAN Q, *et al.* Overcharging a Reissner-Nordström Taub-NUT Regular Black Hole[J].

- Sci China Phys Mech Astron*, 2021, **64**(6): 260411. DOI: 10.1007/s11433-020-1659-0.
- [10] WU B, LIU W Y, TANG H, *et al.* Destroying Charged Black Holes in Higher Dimensions with Test Particles[J]. *Int J Mod Phys A*, 2017, **32**(21): 1750125. DOI: 10.1142/s0217751x17501251.
- [11] HUBENY V E. Overcharging a Black Hole and Cosmic Censorship[J]. *Phys Rev D*, 1999, **59**(6): 064013. DOI: 10.1103/physrevd.59.064013.
- [12] SORCE J, WALD R M. Gedanken Experiments to Destroy a Black Hole. II. Kerr-Newman Black Holes Cannot be Overcharged or Overspun[J]. *Phys Rev D*, 2017, **96**(10): 104014. DOI: 10.1103/physrevd.96.104014.
- [13] HUANG Y M, TIAN Y, WU X N, *et al.* The Topological RN-ads Black Holes Cannot be Overcharged by the New Version of Gedanken Experiment[J]. *Phys Lett B*, 2022, **829**: 137031. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137031.
- [14] SHAYMATOV S, DADHICH N, AHMEDOV B. Six-dimensional Myers-perry Rotating Black Hole Cannot be Overspun[J]. *Phys Rev D*, 2020, **101**(4): 044028. DOI: 10.1103/physrevd.101.044028.
- [15] NATÁRIO J, QUEIMADA L, VICENTE R. Test Fields Cannot Destroy Extremal Black Holes[J]. *Class Quantum Grav*, 2016, **33**(17): 175002. DOI: 10.1088/0264-9381/33/17/175002.
- [16] SANG A F, JIANG J. Gedanken Experiments at High-order Approximation: Kerr Black Hole Cannot be Overspun[J]. *J High Energ Phys*, 2021, **2021**(9): 95. DOI: 10.1007/JHEP09(2021)095.
- [17] YANG S J, ZHANG Y P, WEI S W, *et al.* Destroying the Event Horizon of a Nonsingular Rotating Quantum-corrected Black Hole[J]. *J High Energ Phys*, 2022, **2022**(4): 66. DOI: 10.1007/JHEP04(2022)066.
- [18] GIBBONS G W. Black Holes and Membranes in Higher-dimensional Theories with Dilaton Fields[J]. *Nucl Phys B*, 1988, **298**(4): 741-775. DOI: 10.1016/0550-3213(88)90006-5.
- [19] GARFINKLE D, HOROWITZ G T, STROMINGER A. Charged Black Holes in String Theory[J]. *Phys Rev D Part Fields*, 1991, **43**(10): 3140-3143. DOI: 10.1103/physrevd.43.3140.
- [20] WALD R M. Gravitational Collapse and Cosmic Censorship[M]//Black Holes, Gravitational Radiation and the Universe. Dordrecht: Springer Netherlands, 1999: 69-86. DOI: 10.1007/978-94-017-0934-7_5.
- [21] WALD R. Gedanken Experiments to Destroy a Black Hole[J]. *Ann Phys*, 1974, **82**(2): 548-556. DOI: 10.1016/0003-4916(74)90125-0.