

铁磁共振下均匀磁化强度的惯性动力学

屈川¹, 南雪萌¹, 李再东^{1,2*}

(1. 天津理工大学 理学院 天津市量子光学与智能光子学重点实验室, 天津 300384;

2. 山西大学 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006)

摘要: 本文通过惯性 Landau-Lifshitz-Gilbert 方程研究了铁磁体中的磁化强度动力学。在相同的初值条件, 通过施加两种不同的电流, 对方程进行了理论分析和数值模拟。结果表明: 当给定两种不同电流时, 极角、极角速度、方向角和方向角速度振动的总体趋势都随着时间逐渐趋于平稳, 并没有因外加电流不同而受到影响。此外, 施加沿 z 轴方向的电流时, 发现在长时间尺度上由惯性项所引起的各个磁化分量的进动振荡几乎是一条直线。最后, 使用外加正弦含时电流, 发现除正常的进动共振峰外, 还存在惯性效应导致的章动共振峰。

关键词: 磁化强度动力学; 惯性 Landau-Lifshitz-Gilbert 方程; 章动

中图分类号: O441.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-2395(2024)01-0171-08

Inertial Dynamics of Uniform Magnetization in Ferromagnetic Resonance

QU Chuan¹, NAN Xuemeng¹, LI Zaidong^{1,2*}

(1. Tianjin Key Laboratory of Quantum Optics and Intelligent Photonics, School of Sciences, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China;

2. State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: In this paper, the dynamics of magnetization in ferromagnets is studied by using the inertial Landau-Lifshitz-Gilbert equation. Under the same initial conditions, the equation is analyzed theoretically and simulated numerically by applying two different currents. The results show that when two different currents are given, the overall trend of pole angle, pole angular velocity, direction angle and direction angular velocity vibration tends to be stable with time, and is not affected by different applied currents. In addition, when the current along the z-axis is applied, it is found that the precession oscillation of each magnetization component caused by the inertia term is almost a straight line on a long time scale. Finally, using the applied sinusoidal time-dependent current, it is found that besides the normal precession resonance peak, there is also nutation resonance peak caused by inertial effect.

Key words: magnetization dynamics; inertial Landau-Lifshitz-Gilbert equation; nutation

0 引言

自旋动力学在电子技术应用中起着至关重要的作用, 它是电磁学中新兴领域的热点问题之一^[1-5], 激发了人们对电子设备高效、高速的

需求。因此, 在过去 30 年中对纳秒级的磁化强度动力学进行了广泛而深入的研究基础上, 对快速, 甚至超快自旋动力学的驱动技术比以往任何时候都更加迫切^[6-10]。传统的 Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程描述了磁化强度的围

收稿日期: 2022-10-17; 接受日期: 2023-03-08

基金项目: 量子光学与光量子器件国家重点实验室开放课题(KF202203)

作者简介: 屈川(1996-), 女, 四川广安人, 硕士研究生, 研究方向为自旋电子学。E-mail: 1617149655@qq.com

* 通信作者: 李再东(LI Zaidong), E-mail: lizd@email.tjut.edu.cn

引文格式: 屈川, 南雪萌, 李再东. 铁磁共振下均匀磁化强度的惯性动力学[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2024, 47(1): 171-178. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2023047

绕有效场的进动和通过黏性阻尼项的能量耗散^[11]。然而,在超快时间尺度上LLG方程已被发现不足。由于技术上的不足,对其研究进程前期比较缓慢。随着近期光学探测在超快时间尺度上技术的飞速发展^[12],这不仅为在超快时间尺度上研究超快磁化强度的动力学提供了良好的支持^[13],而且还能为未来基于自旋的存储技术奠定了基础^[14-17]。因此,将LLG方程扩展到的描述超快磁化强度动力学中的惯性区是必要的^[18-19]。

Döring 提出了静态畴壁移动速度存在“惯性质量”的概念性想法后^[20],磁化强度的惯性效应研究取得很大的进展:Deleeuw 和 Robertson 在约瑟夫森结中的单原子磁矩轨道上发现章动^[21],并表明在磁性隧道结中,插入的局部自旋可以通过短偏置电压脉冲进行控制^[22-23];Ciomei 等^[24]在扩展LLG方程中导出了一个项,在忽略了样品内的磁交换相互作用情况下,通过将惯性矩张量包含在磁化强度动力学运动方程中来解决“惯性磁质量”这一说法,认为惯性矩张量与吉尔伯特阻尼 α 一样,也应该被考虑在内磁化强度动力学方程中,被用来作为理论研究中的材料特定参数,并在最后得出结论,章动的寿命为皮秒;此外,Böttcher 等对其提出的宏观模型进行了进一步的数值分析,并且Olive 和 Kikuchi 等对其也进行了分析^[25-26]。在过去10年中,Li 等对惯性矩进行了实验研究,他们在室温附近用高频区(约200 GHz)的铁磁共振测量了Ni₇₉Fe₂₁和Co薄膜的惯性矩,在这些高频下,观察到铁磁共振得到额外加强^[27]。这些研究结果表明,若在皮秒尺度上扩展LLG方程,则会出现一个新的附加项,它会导致磁化强度的章动。

本文在此基础上,探究铁磁共振频谱中会出现的第二个共振,即章动共振峰^[28-33]。以惯性LLG方程为模型,在给定初值的条件下,使用Ordinary differential equations 45(ode45)方法对方程进行数值模拟,给出极角 θ 、极角速度 θ' 、方向角 ϕ 和方向角速度 ϕ' 等随时间的变化关系。结果表明:给定电流后,频谱中将会出现第二个共振,即章动共振,其结果可用来与实验光谱学进行比较^[34-35]。此外,还给出在特征

时间尺度 τ 上由惯性项所引起的各个磁化强度分量的章动振荡图及围绕固定外加电流的进动振荡图;通过施加正弦含时电流得到振荡场角频率 ω 随横向磁化率 χ_{\perp} 的共振曲线图。

1 惯性Landau-Lifshitz-Gilbert方程

考虑磁惯性情况下,在亚皮秒或飞秒尺度上会出现的磁化强度的章动,目前可以用惯性LLG方程^[11,36-40]来描述。在自旋极化电流驱动下,该方程形式为:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma\mathbf{M} \times \left[\mathbf{H}^{\text{eff}} - \eta \left(\frac{d\mathbf{M}}{dt} + \tau \frac{d^2\mathbf{M}}{dt^2} \right) \right] + \gamma b_1 \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{s}), \quad (1)$$

其中 γ 为旋磁比, \mathbf{H}^{eff} 是有效场, η 为吉尔伯特阻尼系数,无量纲的阻尼为 $\alpha = \gamma\eta M_s$,均匀磁化强度 $\mathbf{M} = M_s \mathbf{e}_r$ (M_s 为饱和磁化强度, \mathbf{e}_r 是径向单位矢量), $b_1 = \gamma\hbar I / \mu_0 e V \cdot g(\mathbf{P}, \mathbf{m} \cdot \mathbf{s})$,在这个式子中, \hbar 、 μ_0 、 e 、 V 和 I 分别表示普朗克常数、真空中磁性磁导率、电子电荷、磁性纳米结构的体积和恒定的电流振幅, \mathbf{s} 为电流极化方向。函数 $g(\mathbf{P}, \mathbf{m} \cdot \mathbf{s})$ 的取值根据不同的理论电流的极化程度 \mathbf{P} 和 \mathbf{m} 与 \mathbf{s} 之间的相对角度提供不同的表达式^[41],到目前为止许多实验研究^[42-43]使用的是Slonczewski的结果,本文也采用这个形式,即 $g(\mathbf{P}, \mathbf{m} \cdot \mathbf{s}) = 4P^2 / \left[(1+P)^3 (3 + \mathbf{m} \cdot \mathbf{s}) - 16P^2 \right]$ 。方程(1)中, τ 为特征时间,它的估计范围为飞秒级或以下^[44]。在没有自旋极化电流驱动且不考虑惯性效应时,即 $\tau = 0$,方程(1)可以退化为传统的LLG方程。

在球坐标中可用 (θ, ϕ) 描述磁化强度位置, θ 表示倾向角, ϕ 表示方位角,三个方向的单位矢量为 $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$,相互之间满足右手螺旋关系,电流极化方向的三个矢量为 $(\mathbf{s}_r, \mathbf{s}_\theta, \mathbf{s}_\phi)$,为了在后面的数值模拟中更方便,定义无量纲时间 $t' = t_1 / \tau$,其中 t_1 为有量纲时间,因此磁化强度动力学方程(1)可写成

$$\begin{aligned} (\theta' \mathbf{e}_\theta + \phi' \sin\theta \mathbf{e}_\phi) = & -\tau \gamma b_1 (\mathbf{s}_\phi \mathbf{e}_\phi + \mathbf{s}_\theta \mathbf{e}_\theta) - \\ & \gamma \eta M_s (\theta' \mathbf{e}_\phi - \phi' \sin\theta \mathbf{e}_\theta) - \end{aligned}$$

$$\gamma\eta M_s [(\theta'' - \phi'^2 \sin\theta \cos\theta) \mathbf{e}_\phi - (\phi'' \sin\theta + 2\theta' \phi' \cos\theta) \mathbf{e}_\theta], \quad (2)$$

其中 θ' 、 θ'' 分别为 θ 对无量纲时间 t' 的一阶导数、二阶导数, ϕ' 、 ϕ'' 分别为 ϕ 对 t' 的一阶导数、二阶导数。

2 电流驱动的进动和章动

首先,考虑外加电流形式为 $\mathbf{s} = s(\cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\phi)$, 需要注意的是,所加电流需要满足条件, $s_r^2 + s_\theta^2 + s_\phi^2 = 1$, 为了便于研究,取 $s = 1$ 。通过整理计算,方程(2)可以写为

$$\theta'' = -\theta' - \tilde{\tau}_1 \phi' \sin\theta + \phi'^2 \sin\theta \cos\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_2 \sin\theta, \quad (3a)$$

$$\phi'' \sin\theta = \tilde{\tau}_1 \theta' - \phi' \sin\theta - 2\theta' \phi' \cos\theta, \quad (3b)$$

上式有 $\tau_1 = \alpha\tau$, $\tilde{\tau}_1 = \tau/\tau_1 = 1/\alpha$, $\omega_2 = \gamma b_1 s$, $\tilde{\omega}_2 = \omega_2 \tau = \gamma \tau b_1 s$, $\tilde{\omega} = \omega \tau$ 。在接下来的研究中,选择参数 $\gamma = 10^{11} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$, $\tau = 2 \times 10^{-10} \text{ s}$, $\alpha = 0.1$, 基于此,可得 $\tilde{\tau}_1 = 10$, $\tilde{\omega}_2 = 1 \times 10^{-3}$ ($s = 1$), $b_1 = 0.002628$ 。使用 ode45 算法对方程(3a)和(3b)进行数值模拟,可以分别绘制出如图1所示的 θ' 、 θ 、 ϕ' 和 ϕ 随时间 t (此时的时间 t 代表无量纲化后的时间 t') 的变化图。从图1可以看出,在阻尼作用下, θ 随时间增长其振荡趋势逐

渐趋于平稳,最后稳定在 $1.7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 左右。 θ' 随时间变化振荡逐渐减小,最后于 $0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 附近振荡。 ϕ 随时间变化总体呈现下降趋势。 ϕ' 的振荡在时间影响下总体呈现下降趋势,且其振荡趋势随着时间变化逐渐减小,直到最后处于稳定的状态。

此外,给定初始条件: $\theta_0 = 60^\circ$, $\phi_0 = 0^\circ$, $\dot{\theta}_0 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $\dot{\phi}_0 = -2\sqrt{3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 通过数值模拟,绘制出了如图2所示的磁化强度分量的时间演化图,其中磁化分量的时间演化分别为: $M_x/M_s = \sin\theta \cos\phi$ (黑线), $M_y/M_s = \sin\theta \sin\phi$ (红线) 和 $M_z/M_s = \cos\theta$ (绿线)。图2(a)显示的是在短时间动力学尺度上 ($t < 10\tau$) 由惯性项所引起的章动振荡,表现在特征时间尺度 τ 上磁化分量的瞬态振荡,磁化强度各分量的总体趋势都是随时间的增长先是平稳,然后由于惯性项的主导而导致章动振荡,最后由于方程(3a)中的阻尼项 $-\theta'$ 的存在使得振荡逐渐减小,最后再次趋于平稳状态。图2(b)显示的是在长时间动力学尺度上 ($t \gg \tau$) 围绕固定外加驱动电流周围的各分量的进动振荡,最后在阻尼项 $-\theta'$ 的作用下,振荡随着时间增长逐渐平稳, M_x 、 M_y 随时间的增长围绕 M_z 的方向进动,最后

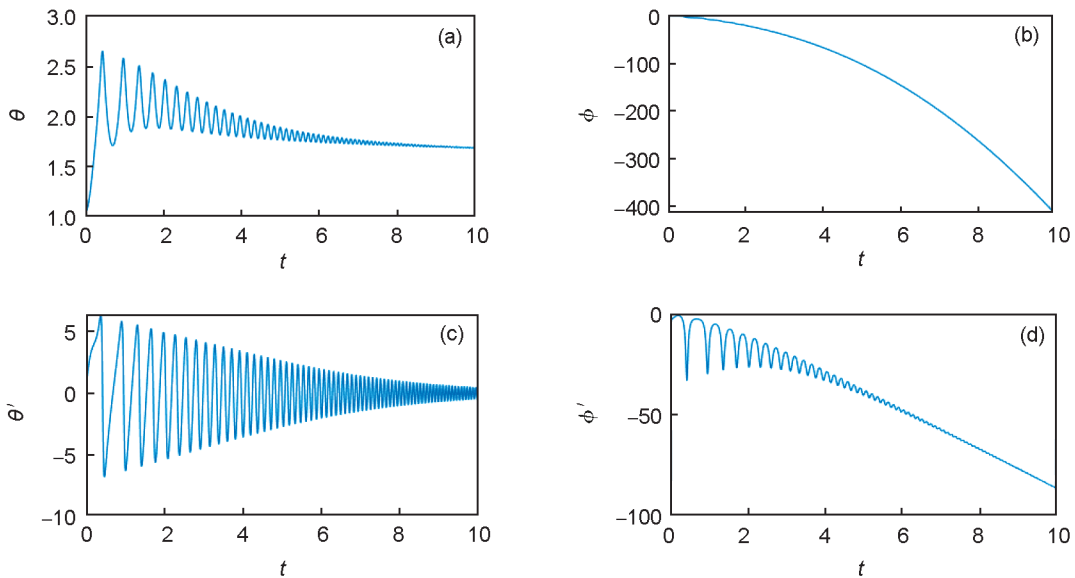


图1 外加电流 $\mathbf{s} = s(\cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\phi)$ 下,球坐标中描述磁化强度位置的两个角度及它们的一阶导数随时间变化的振荡图

(a) 倾向角 θ 的振荡图; (b) 方向角 ϕ 的振荡图; (c) 倾向角速度 θ' 的振荡图; (d) 方向角速度 ϕ' 的振荡图

Fig. 1 With the current $\mathbf{s} = s(\cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\phi)$, the oscillation diagram of the two angles describing the position of magnetization in spherical coordinates and their first derivative with time: (a) Oscillation diagram of inclination angle θ ; (b) Oscillation diagram of bearing angle ϕ ; (c) Oscillation diagram of inclination angular velocity θ' ; (d) Oscillation diagram of angular velocity ϕ'

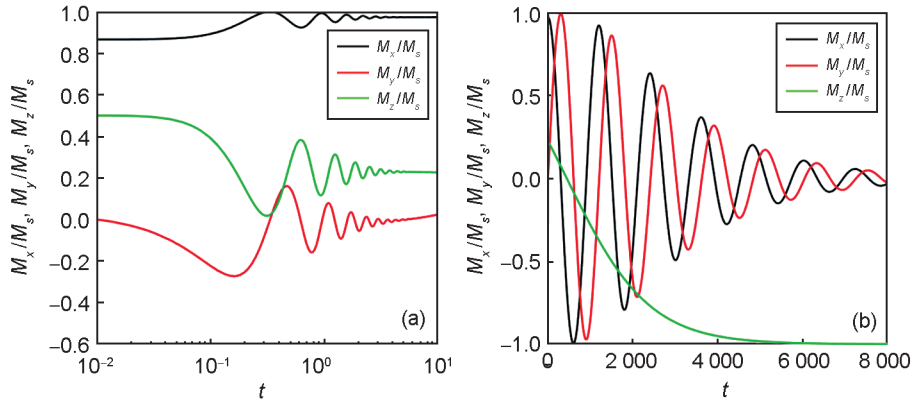


图2 磁化强度分量时间演化图

(a)短时间尺度上由惯性项所引起的章动振荡;(b)长时间尺度上磁化强度围绕固定外加电流周围的进动振荡(外加电流 $s = s(\cos\theta e_r - \sin\theta e_\phi)$)

Fig. 2 Time evolution diagram of magnetization component

(a) On a short time scale, nutation oscillation caused by inertial term; (b) On a long time scale, the precession oscillation of magnetization around a fixed applied current (Impressed current $s = s(\cos\theta e_r - \sin\theta e_\phi)$)

M_z 在 6 000 s 后始终维持在 -1 位置。总之, 无论是章动振荡, 还是进动振荡, 都会随着时间增长逐渐平稳, 与图 1 所示的结果相符合。

接下来, 考虑在 z 轴方向施加电流, 即 $s = s(\cos\theta e_r - \sin\theta e_\theta)$ 。经过一系列同样的计算、则方程(2)同样可变为:

$$\theta'' = -\theta' - \tilde{\tau}_1 \phi' \sin\theta + \phi'^2 \sin\theta \cos\theta, \quad (4a)$$

$$\phi'' \sin\theta = \tilde{\tau}_1 \theta' - \phi' \sin\theta - 2\theta' \phi' \cos\theta - \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_2 \sin\theta. \quad (4b)$$

同样地, 使用 ode45 算法对方程(4a)和(4b)进行数值模拟。分别绘制出如图 3 所示的 θ' 、 θ 、 ϕ' 和 ϕ 随时间 t (此时的时间 t 代表无量纲化后的时间 t') 的变化图。从图 3 可以看出它们随时间变化的趋势与图 1 相同, 并没有受到改变外加电流方向的影响, 且都有 θ' 、 θ 随时间的增长其振荡趋势逐渐趋于平稳, ϕ' 、 ϕ 随时间的增长总体呈现下降趋势, ϕ' 随时间的变化振荡也逐渐趋于平稳的规律。

除此之外, 考虑沿 z 轴方向施加电流后, 使用同样初始条件, 模拟出如图 4 所示的磁化强度分量的时间演化图。图 4(a) 显示了短时间动力学尺度上, 即 $t < 10\tau$, 惯性项所引起的在特征时间尺度 τ 上各个磁化强度分量章动振荡, 从图 4(a) 中可以看出各磁化强度分量随时间的变化总体呈现先平稳再在惯性项的作用下进行章动振荡, 最后由于阻尼 $-\theta'$ 的作用振荡再次趋于平稳。图 4(b) 显示了长时间动力学

尺度上, 即 $t \gg \tau$, 围绕固定外加电流周围的进动振荡。由于外加驱动项的存在较小, 因此磁化强度分量进行进动振荡几乎是一条直线状态, 其总体趋于平稳的状态。因此, 我们发现, 与图 2 相比, 沿 z 轴方向施加电流后的进动振荡效果不明显。

3 自旋交变电流驱动下磁化强度的章动共振

本节中, 考虑外加电流 $s = s(\cos\theta e_r - \sin\theta e_\phi)$, 沿 x 轴方向添加具有较小的正弦电流 (随时间变化) $s_\perp = s_\perp \cos\omega t \hat{x}$, 则总电流为 $s = s + s_\perp$ 。代入动力学方程(2), 可变为

$$\theta'' = -\theta' - \tilde{\tau}_1 \phi' \sin\theta + \phi'^2 \sin\theta \cos\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_2 \sin\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_3 \sin\phi \cos\omega t', \quad (5a)$$

$$\phi'' \sin\theta = \tilde{\tau}_1 \theta' - \phi' \sin\theta - 2\theta' \phi' \cos\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_3 \cos\theta \cos\phi \cos\omega t', \quad (5b)$$

其中 $\tilde{\omega}_3 = \omega_3 \tau = \gamma \tau b_1 s_\perp M_s$ 。对于振荡场频率 ω 的固定值以及振荡场振幅 s_\perp , 计算横向磁化强度 M_\perp 平均值 $\langle M_\perp \rangle$ (时间平均), 横向磁化强度表示为 $M_\perp(t) = \sqrt{M_x^2(t) + M_y^2(t)}$ 。本文在定义了横向磁化强度平均值的条件下, 分析磁化强度分量振荡的动力学机制。对于固定的 ω 值, 可以通过改变振荡场振幅值 s_\perp , 从而计算出对应的横向磁化强度。本文选择八个振荡场振幅值 $s_\perp = 10^{-2}, 3.5 \times 10^{-2}, 10^{-3}, 3.5 \times 10^{-3}, 10^{-4}, 3.5 \times 10^{-4}, 10^{-5}, 3.5 \times 10^{-5}$, 而后绘制 $\langle M_\perp \rangle$ 关于

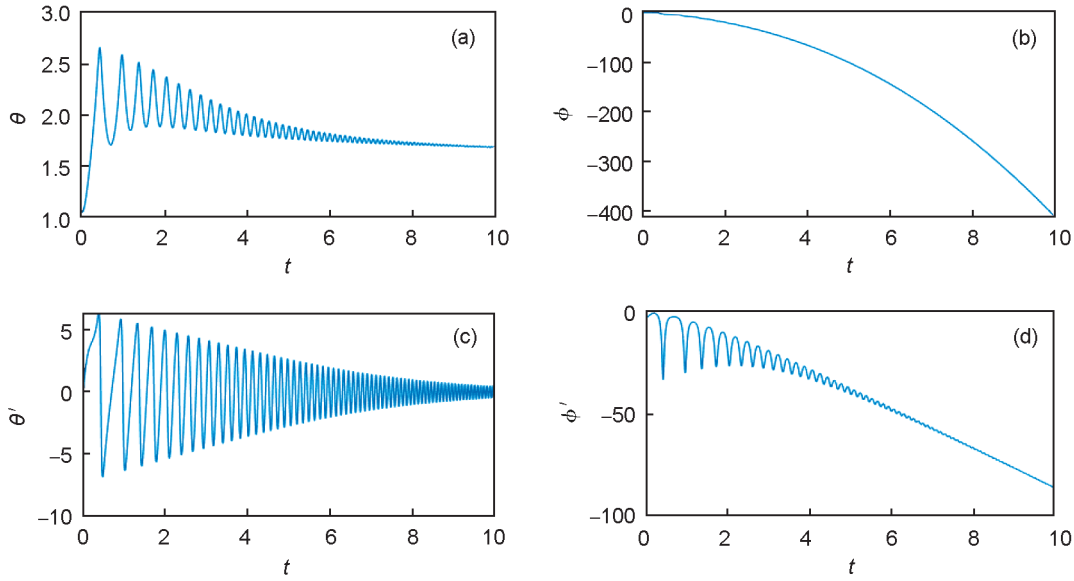


图3 沿z轴方向外加电流下,球坐标中描述磁化强度位置的两个角度及它们的一阶导数随时间变化的振荡图
(a)倾向角 θ 的振荡图;(b)方向角 ϕ 的振荡图;(c)倾向角速度 θ' 的振荡图;(d)方向角速度 ϕ' 的振荡图

Fig. 3 With the current along the z-axis, the oscillation diagram of the two angles describing the position of magnetization in spherical coordinates and their first derivative with time

(a) Oscillation diagram of inclination angle θ ; (b) Oscillation diagram of bearing angle ϕ ; (c) Oscillation diagram of inclination angular velocity θ' ; (d) Oscillation diagram of angular velocity ϕ'

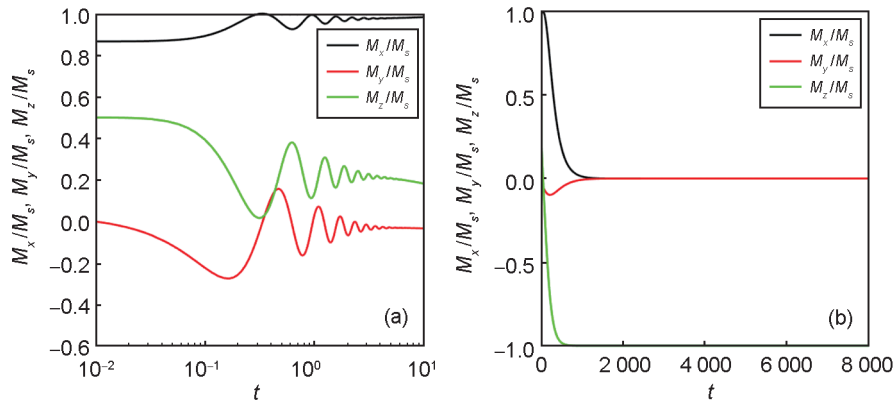


图4 沿z轴方向外加电流后磁化强度分量的时间演化图

(a)短时间尺度上由惯性项所引起的章动振荡;(b)长时间尺度上磁化强度围绕固定外加电流周围的进动振荡

Fig. 4 Time evolution diagram of magnetization component after applied current along z-axis direction

(a) On a short time scale, nutation oscillation caused by inertial term; (b) On a long time scale the precession oscillation of magnetization around a fixed applied current

s_{\perp} 的相图,如图5所示的插图,从插图可以看出响应是线性的,即满足公式 $\langle M_{\perp} \rangle = \chi_{\perp} s_{\perp}$ 。提取其中的横向磁化率 χ_{\perp} 进行线性拟合,并且对每个振荡场角频率 ω 重复相同的程序,横向磁化率的共振曲线如图5所示。从图5可以明显观察到两个峰值:第一个峰值是由于通常的铁磁共振引起的,位于 $\omega = 0.795 \times 10^{11}$, $\chi_{\perp} = 9.924$ 处,第二个峰值是由惯性章动引起的,位

于 $\omega = 1.275 \times 10^{11}$, $\chi_{\perp} = 6.034$ 处。通常的进动共振峰与进动速度相关,章动峰值与惯性项的章动动力学相关,并且在发生共振时,振荡场脉动与进动和章动重合。

另外,考虑沿z方向固定外加电流 $s = s\hat{z}$ 后,在x轴方向施加具有较小的正弦电流(随时间变化) $s_{\perp} = s_{\perp} \cos \omega t \hat{x}$,总电流为 $s = s + s_{\perp}$ 。代入动力学方程(2),最后可变为

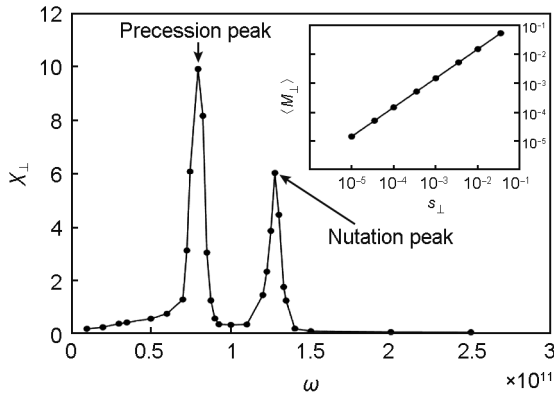


图5 惯性 LLG 方程下横向磁化率 χ_{\perp} 相对于振荡场角频率 ω 的两个共振峰:在较低频率上的铁磁共振和在较高角频率上的章动共振
(其中插图:横向磁化率 χ_{\perp} 的计算,给定 $\omega = 1.2 \times 10^{11} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$,满足公式 $\langle M_{\perp} \rangle = \chi_{\perp} s_{\perp}$)

Fig. 5 The two resonance curve of angular frequency ω of oscillating field versus transverse susceptibility χ_{\perp} obtained by inertial LLG equation: ferromagnetic resonance at lower frequency and nutation resonance at higher angular frequency
(Inset: the susceptibility χ_{\perp} with $\omega = 1.2 \times 10^{11} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, and $\langle M_{\perp} \rangle = \chi_{\perp} s_{\perp}$)

$$\theta'' = -\theta' - \tilde{\tau}_1 \phi' \sin\theta + \phi'^2 \sin\theta \cos\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_3 \sin\phi \cos\omega t', \tag{6a}$$

$$\phi'' \sin\theta = \tilde{\tau}_1 \theta' - \phi' \sin\theta - 2\theta' \phi' \cos\theta - \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_2 \sin\theta + \tilde{\tau}_1 \tilde{\omega}_3 \cos\theta \cos\phi \cos\omega t'. \tag{6b}$$

在这样的条件下,重新计算横向磁化强度 M_{\perp} 的平均值 $\langle M_{\perp} \rangle$ (时间平均),并提取相应的横向磁化率 χ_{\perp} 进行线性拟合,并且对每个振荡场角频率 ω 重复相同的程序,结果如图6所示。与图5不同,发现此时只出现一个章动共振峰,位于 $\omega = 0.785 \times 10^{11}$, $\chi_{\perp} = 5.804$ 处,并且为了更清楚地看出峰值的特性,绘制了插图所示的虚线框中的放大图。

4 结论

在考虑章动情况下,本文主要研究了铁磁共振频谱中出现的章动共振。从惯性 LLG 方程出发,当给定两种不同形式的外加电流时,可以发现章动共振将会在频谱中出现。在给定初值下使用 ode45 对其进行数值模拟,发现不同的外加电流并不影响 θ' 、 θ 、 ϕ' 、 ϕ 随时间 t 的变化,都有趋于平稳的趋势。在长时间尺度上,各磁化强度分量的振荡趋势、章动效应发生在

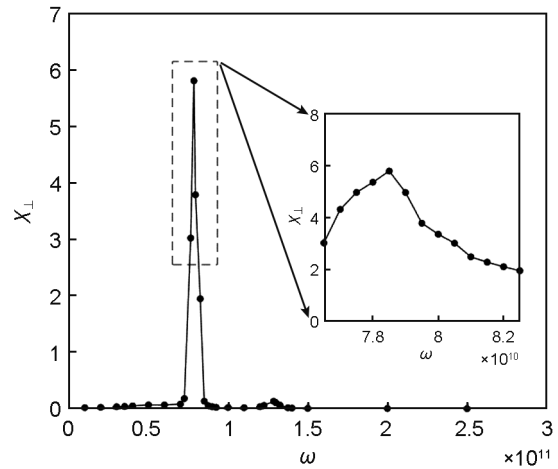


图6 惯性 LLG 方程下横向磁化率 χ_{\perp} 相对于振荡场角频率 ω 的一个共振峰:在较高频率上的章动共振
插图表示虚线框中的放大图

Fig. 6 The one resonance curve of angular frequency ω of oscillating field versus transverse susceptibility χ_{\perp} obtained by inertial LLG equation: nutation resonance at higher angular frequency
Inset: Nutation resonance at higher angular frequencies

飞秒时间尺度上,并叠加在进动轨迹上。最后,本文使用外加正弦含时电流研究动力学问题,发现在两种不同形式的外加电流下,都会发生章动共振,即振荡场脉冲与章动脉冲重合。通常在共振实验中,横向磁化率是作为对垂直于静场的小交流场的响应而测量的,可用红外波长对其中惯性峰值进行光谱测量,这些结果对于理解考虑惯性项后铁磁共振峰和章动峰有一定的意义。在未来研究中,着重考虑不同材料导致的特征时间 τ 值,其对章动共振的影响,以及铁磁共振中章动共振的其他待发掘新特征以及潜在应用。

参考文献:

- [1] MAKHFUDZ I, OLIVE E, NICOLIS S. Nutation Wave as a Platform for Ultrafast Spin Dynamics in Ferromagnets[J]. *Appl Phys Lett*, 2020, **117**(13): 132403. DOI: 10.1063/5.0013062.
- [2] FERT A. Nobel Lecture: Origin, Development, and Future of Spintronics[J]. *Rev Mod Phys*, 2008, **80**: 1517-1530. DOI: 10.1103/REVMODPHYS.80.1517.
- [3] TITOV S V, COFFEY W T, KALMYKOV Y P, et al. Deterministic Inertial Dynamics of the Magnetization of Nanoscale Ferromagnets[J]. *Phys Rev B*, 2021, **103**(21): 214444. DOI: 10.1103/PhysRevB.103.214444.
- [4] KOVALEV A A, BAUER G E W, BRATAAS A. Current-

- Driven Ferromagnetic Resonance, Mechanical Torques, and Rotary Motion in Magnetic Nanostructures[J]. *Phys Rev B*, 2007, **75**(1): 014430. DOI: 10.1103/PhysRevB.75.014430.
- [5] LI J X, WILSON C B, CHENG R, *et al.* Spin Current from Sub-terahertz-generated Antiferromagnetic Magnons[J]. *Nature*, 2020, **578**(7793): 70–74. DOI: 10.1038/s41586-020-1950-4.
- [6] BEAUREPAIRE E, MERLE J, DAUNOIS A, *et al.* Ultrafast Spin Dynamics in Ferromagnetic Nickel[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **76**(22): 4250–4253. DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.4250.
- [7] GERRITS T, VAN DEN BERG H A M, HOHLFELD J, *et al.* Ultrafast Precessional Magnetization Reversal by Picosecond Magnetic Field Pulse Shaping[J]. *Nature*, 2002, **418**(6897): 509–512. DOI: 10.1038/nature00905.
- [8] KIRILYUK A, KIMEL A V, RASING T. Ultrafast Optical Manipulation of Magnetic Order[J]. *Rev Mod Phys*, 2010, **82**(3): 2731–2784. DOI: 10.1103/revmodphys.82.2731.
- [9] TITOV S V, COFFEY W T, KALMYKOV Y P, *et al.* Inertial Magnetization Dynamics of Ferromagnetic Nanoparticles Including Thermal Agitation[J]. *Phys Rev B*, 2021, **103**(14): 144433. DOI: 10.1103/physrevb.103.144433.
- [10] NEERAJ K, PANCALDI M, SCALERA V, *et al.* Magnetization Switching in the Inertial Regime[J]. *Phys Rev B*, 2022, **105**(5): 054415. DOI: 10.1103/PhysRevB.105.054415.
- [11] MONDAL R, KAMRA A. Spin Pumping at Terahertz Nutation Resonances[J]. *Phys Rev B*, 2021, **104**(21): 214426. DOI: 10.1103/PhysRevB.104.214426.
- [12] SCHLICKEISER F, ATXITIA U, WIENHOLDT S, *et al.* Temperature Dependence of the Frequencies and Effective Damping Parameters of Ferrimagnetic Resonance[J]. *Phys Rev B*, 2012, **86**(21): 6536–6541. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.214416.
- [13] FÄHNLE M, STEIAUF D, ILLG C. Generalized Gilbert Equation Including Inertial Damping: Derivation from an Extended Breathing Fermi Surface Model[J]. *Phys Rev B*, 2011, **84**(17): 172403. DOI: 10.1103/physrevb.84.172403.
- [14] MONDAL R, GROBENBACH S, RÓSZAL, *et al.* Nutation in Antiferromagnetic Resonance [J]. *Phys Rev B*, 2021, **103**(10): 104404. DOI: 10.1103/PhysRevB.103.104404.
- [15] STANCIU C D, TSUKAMOTO A, KIMEL A V, *et al.* Subpicosecond Magnetization Reversal across Ferrimagnetic Compensation Points[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, **99**(21): 217204. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.217204.
- [16] VAHAPLAR K, KALASHNIKOVA A M, KIMEL A V, *et al.* Ultrafast Path for Optical Magnetization Reversal via a Strongly Nonequilibrium State[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **103**(11): 117201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.117201.
- [17] RADU I, VAHAPLAR K, STAMM C, *et al.* Transient Ferromagnetic-like State Mediating Ultrafast Reversal of Antiferromagnetically Coupled Spins[J]. *Nature*, 2011, **472**(7342): 205–208. DOI: 10.1038/nature09901.
- [18] MONDAL R, BERRITTA M, NANDY A K, *et al.* Relativistic Theory of Magnetic Inertia in Ultrafast Spin Dynamics[J]. *Phys Rev B*, 2017, **96**(2): 024425. DOI: 10.1103/PhysRevB.96.024425.
- [19] BÖTTCHER D, HENK J. Significance of Nutation in Magnetization Dynamics of Nanostructures[J]. *Phys Rev B*, 2012, **86**(2): 020404. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.020404.
- [20] DÖRING W. Über Die Trägheit Der Wände Zwischen Weißschen Bezirken[J]. *Zeitschrift für Naturforschung*, 1948, **3**(7): 373–379. DOI: 10.1515/zna-1948-0701.
- [21] DELEEUW F H, ROBERTSON J M. Observation and Analysis of Magnetic Domain Wall Oscillation in Ga: YIG Films[J]. *J Appl Phys*, 1975, **46**(7): 3182–3188. DOI: 10.1063/1.321969.
- [22] FRANSSON J. Detection of Spin Reversal and Nutations through Current Measurements[J]. *Nanotechnology*, 2008, **19**(28): 285714. DOI: 10.1088/0957-4484/19/28/285714.
- [23] FRANSSON J, ZHU J X. Spin Dynamics in a Tunnel Junction Between Ferromagnets[J]. *New J Phys*, 2008, **10**(1): 013017. DOI: 10.1088/1367-2630/10/1/013017.
- [24] CIORNEI M C, RUBÍ J M, WEGROWE J E. Magnetization Dynamics in the Inertial Regime: Nutation Predicted at Short Time Scales[J]. *Phys Rev B*, 2011, **83**(2): 020410. DOI: 10.1103/physrevb.83.020410.
- [25] OLIVE E, LANSAC Y, MEYER M, *et al.* Deviation from the Landau-Lifshitz-gilbert Equation in the Inertial Regime of the Magnetization[J]. *J Appl Phys*, 2015, **117**(21): 213904. DOI: 10.1063/1.4921908.
- [26] KIKUCHI T, TATARA G. Spin Dynamics with Inertia in Metallic Ferromagnets[J]. *Phys Rev B*, 2015, **92**(18): 184410. DOI: 10.1103/physrevb.92.184410.
- [27] LI Y, BARRA A L, AUFFRET S, *et al.* Inertial Terms to Magnetization Dynamics in Ferromagnetic Thin Films[J]. *Phys Rev B*, 2015, **92**(14): 140413. DOI: 10.1103/physrevb.92.140413.
- [28] LIU L Q, MORIYAMA T, RALPH D C, *et al.* Spin-torque Ferromagnetic Resonance Induced by the Spin Hall Effect [J]. *Phys Rev Lett*, 2011, **106**(3): 036601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.036601.
- [29] SANKEY J C, BRAGANCA P M, GARCIA A F, *et al.* Spin-transfer-driven Ferromagnetic Resonance of Individual Nanomagnets[J]. *Phys Rev Lett*, 2006, **96**(22):

227601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.227601.
- [30] BOSE T, TRIMPER S. Nonlocal Feedback in Ferromagnetic Resonance[J]. *Phys Rev B*, 2012, **85**(21): 214412. DOI: 10.1103/physrevb.85.214412.
- [31] KUPFERSCHMIDT J N, ADAM S, BROUWER P W. Theory of the Spin-torque-driven Ferromagnetic Resonance in a Ferromagnet/Normal-metal/Ferromagnet Structure[J]. *Phys Rev B*, 2006, **74**(13): 134416. DOI: 10.1103/physrevb.74.134416.
- [32] LI Y, NALETOV V V, KLEIN O, *et al.* Nutation Spectroscopy of a Nanomagnet Driven Into Deeply Nonlinear Ferromagnetic Resonance[J]. *Phys Rev X*, 2019, **9**(4): 041036. DOI: 10.1103/PhysRevX.9.041036.
- [33] KHALEDIALIDUSTI R, KHAZAEI M, WANG V, *et al.* Exploring Structural, Electronic, and Mechanical Properties of 2D Hexagonal MBenes[J]. *J Phys Condens Matter*, 2021, **33**(15): 155503. DOI: 10.1088/1361-648X/abbb0e.
- [34] UNIKANDANUNNI V, MEDAPALLI R, ASA M, *et al.* Inertial Spin Dynamics in Epitaxial Cobalt Films[J]. *Phys Rev Lett*, 2022, **129**(33): 237201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.237201.
- [35] OLIVE E, LANSAC Y, WEGROWE J E. Beyond Ferromagnetic Resonance: The Inertial Regime of the Magnetization[J]. *Appl Phys Lett*, 2012, **100**(19): 192407. DOI: 10.1063/1.4712056.
- [36] GIORDANO S, DÉJARDIN P M. Derivation of Magnetic Inertial Effects From the Classical Mechanics of a Circular Current Loop[J]. *Phys Rew B*, 2020, **102**(21): 214406. DOI: 10.1103/PhysRevB.102.214406.
- [37] MONDAL R, OPPENEER P M. Influence of Intersublattice Coupling on the Terahertz Nutation Spin Dynamics in Antiferromagnets[J]. *Phys Rev B*, 2021, **104**(10): 104405. DOI: 10.1103/PhysRevB.104.104405.
- [38] CHERKASSKII M, FARLE M, SEMISALOVA A. Nutation Resonance in Ferromagnets[J]. *Phys Rev B*, 2020, **102**(18): 184432. DOI: 10.1103/physrevb.102.184432.
- [39] BRATAAS A. Current Fluctuations Driven by Ferromagnetic and Antiferromagnetic Resonance[J]. *Phys Rev B*, 2020, **102**(5): 054440. DOI: 10.1103/PhysRevB.102.054440.
- [40] TITOV S V, DOWLING W J, KALMYKOV Y P, *et al.* Nutation Spin Waves in Ferromagnets[J]. *Phys Rev B*, 2022, **105**(21): 214414. DOI: 10.1103/PhysRevB.105.214414.
- [41] WANG X R, SUN Z Z. Theoretical Limit in the Magnetization Reversal of Stoner Particles[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, **98**(7): 077201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.077201.
- [42] WEGROWE J E, CIORNEI M C. Magnetization Dynamics, Gyromagnetic Relation, and Inertial Effects[J]. *Am J Phys*, 2012, **80**(7): 607–611. DOI: 10.1119/1.4709188.
- [43] BASTARDIS R, VERNAY F, KACHKACHI H. Magnetization Nutation Induced by Surface Effects in Nanomagnets[J]. *Phys Rev B*, 2018, **98**(16): 165444. DOI: 10.1103/PhysRevB.98.165444.
- [44] GARANIN D A, KACHKACHI H. Magnetization Reversal *via* Internal Spin Waves in Magnetic Nanoparticles [J]. *Phys Rev B*, 2009, **80**(1): 014420. DOI: 10.1103/PhysRevB.80.014420.