

## 赝自旋1/2玻色气体中的相分离

高炳杰<sup>1</sup>, 贺丽<sup>2\*</sup>

(1. 山西大学 理论物理研究所, 山西 太原 030006;  
2. 山西大学 物理电子工程学院, 山西 太原 030006)

**摘要:** 内态间的量子相干性对于旋量多体系统的宏观物性具有重要影响。本文运用平均场方法研究了赝自旋1/2玻色气体在Rabi耦合强度趋于零情形的基态相图。当同自旋原子具有非对称的排斥相互作用时,体系会在适当的失谐参数下发生两种自旋极化相反的饱和铁磁凝聚体的相分离。根据热力学相平衡条件,确定了相分离态的密度范围。在转变区间,压强随体积的变化曲线呈现出类似于经典气液相变的平台特征。在顺磁相与相分离态的边界,等温压缩率趋于发散。我们讨论了这种相分离与非相干玻色混合气体中不混溶现象的区别。本文得到的结果为进一步研究旋量凝聚体在有限Rabi耦合强度下的基态性质提供了基础。

**关键词:** 玻色-爱因斯坦凝聚体; 旋量玻色气体; 相分离; 相变

中图分类号: O51 文献标志码: A 文章编号: 0253-2395(2024)05-1015-06

## Phase Separation in a Pseudospin-half Bose Gas

GAO Bingjie<sup>1</sup>, HE Li<sup>2\*</sup>

(1. Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;  
2. College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** The quantum coherence between the internal states has a significant impact on physical properties of a spinor many-body system. Using the mean-field theory, this work studies the ground state phase diagram of a pseudospin-half Bose gas with vanishing small Rabi coupling strength. When the intra-spin repulsive interactions are in an asymmetric form, the phase separation of two saturated ferromagnetic condensate with opposite spin-polarization occurs under the appropriate detuning parameters. The density interval for the phase-separated state is determined from the thermodynamic balance conditions. In the transition region, the pressure-volume curve shows a characteristic plateau, similar to a classic liquid-gas transition. At the phase boundary between the paramagnetic state and phase-separated state, the isothermal compressibility diverges. The contrast of such phase-separation with the immiscible phenomenon in the incoherent Bose mixture is discussed. The results obtained in this paper provide a basis for the further study of the ground state properties of a spinor condensate with finite Rabi coupling strength.

**Key words:** Bose-Einstein condensate; spinor Bose gas; phase separation; phase transition

### 0 引言

近年来,冷原子多分量玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)的平衡态与动力学性质受到了广泛的关

注<sup>[1-4]</sup>。根据组分间相干性的不同,多分量BEC又可以分为无耦合的混合凝聚体和旋量凝聚体两大类。对于非相干的二元玻色混合气体,平均场理论预言,当不同组分原子间的排斥相互作用强

收稿日期:2023-03-09;接受日期:2023-04-28

基金项目:国家自然科学基金(12104275;12174230)

作者简介:高炳杰(1996-),男,山西太原人,硕士研究生,研究方向为冷原子物理。E-mail:gbjdyx@163.com

\* 通信作者:贺丽(HE Li),E-mail:heli@sxu.edu.cn

引文格式:高炳杰,贺丽.赝自旋1/2玻色气体中的相分离[J].山西大学学报(自然科学版),2024,47(5):1015-1020.

DOI:10.13451/j.sxu.ns.2023089

于同组分原子间的排斥作用时,基态会发生不混溶的相分离<sup>[5]</sup>。实验上,通过Feshbach共振技术调节原子间的散射长度,在<sup>23</sup>Na-<sup>87</sup>Rb<sup>[6]</sup>、<sup>39</sup>K-<sup>87</sup>Rb<sup>[7]</sup>、<sup>41</sup>K-<sup>87</sup>Rb<sup>[8]</sup>、<sup>85</sup>Rb-<sup>87</sup>Rb<sup>[9]</sup>等体系中都观测到了混溶态到不混溶态的转变。最近的理论工作指出,计及超平均场的量子涨落效应后,体系还可能出现新奇的部分混溶现象<sup>[10]</sup>。

旋量凝聚体的一种最简单的实例是占据两个相邻超精细能级的赝自旋1/2玻色气体。通过施加外场耦合,原子可以在两个内态间实现可控的自旋翻转,从而导致更加丰富的物理现象,比如,相干Rabi振荡<sup>[11-12]</sup>、相互作用调控<sup>[13-15]</sup>、磁畴动力学<sup>[16]</sup>、超平均场效应<sup>[17]</sup>、铁磁相变<sup>[18]</sup>、气液共存<sup>[19]</sup>等。这些问题引起了实验和理论研究的极大兴趣。

混合凝聚体与旋量凝聚体的一个重要区别在于,前者中各组分的原子数是分别守恒的,而后者由于允许内态间的跃迁,只有总原子数保持恒定。如果内态间的耦合较强,这种差别是显而易见的。但在耦合很弱的情况下,旋量相干性的物理效应则往往被忽视。目前,旋量BEC的基态性质和相变特征尚不清楚,本文运用平均场方法研究了赝自旋1/2玻色气体在相干耦合强度趋于零情形的基态相图。结果表明,当同自旋原子间具有非对称的排斥相互作用时,体系在适当的失谐和密度参数下,会发生两种自旋极化相反的饱和铁磁凝聚体的相分离。通过分析物态方程和压缩率的变化,我们刻画了基态的相变特征,讨论了这种相分离与非相干二元体系中不混溶现象的区别,并强调了组分间的相干性对于宏观物性的重要影响。

## 1 模型与平均场理论

考虑原子间为短程相互作用的赝自旋1/2玻色气体,体系的哈密顿量写为

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d\mathbf{r} \left[ \hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger} \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} - \frac{\Delta}{2} \right) \hat{\psi}_{\uparrow} + \right. \\ & \left. \hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger} \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{\Delta}{2} \right) \hat{\psi}_{\downarrow} + \frac{\Omega}{2} (\hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\downarrow} + \hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\uparrow}) \right] + \\ & \int d\mathbf{r} \left[ \frac{1}{2} g_{\uparrow\uparrow} \hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\uparrow} \hat{\psi}_{\uparrow} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} g_{\downarrow\downarrow} \hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\downarrow} \hat{\psi}_{\downarrow} + g_{\uparrow\downarrow} \hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger} \hat{\psi}_{\downarrow} \hat{\psi}_{\uparrow} \right], \quad (1) \end{aligned}$$

其中 $\hat{\psi}_{\uparrow}$ 和 $\hat{\psi}_{\downarrow}$ 分别为自旋向上和向下分量的场

算符, $m$ 为原子质量, $\Omega$ 为自旋态间的Rabi耦合强度, $\Delta$ 为失谐量(无Rabi耦合时 $\Delta/2$ 相当于纵向的塞曼场), $g_{\uparrow\uparrow}$ 和 $g_{\downarrow\downarrow}$ 为同自旋原子之间的相互作用强度, $g_{\uparrow\downarrow}$ 为相反自旋原子间的相互作用强度,这里设定相互作用势均为排斥势。

本文将重点研究Rabi耦合强度 $\Omega \rightarrow 0$ 的情形。实验上,这种情形可以通过以下方式实现:先在 $\Omega$ 为有限大小的条件下制备出体系的平衡态,然后绝热地将Rabi耦合强度逐渐调至零。我们假定在此过程中,两自旋分量始终保持相干性,使得终态的原子仍可在超精细能级间自由翻转。这种旋量属性在非相干混合气体中是不被允许的。

后文将指出,该体系仅当同自旋原子间具有非对称相互作用时(即 $g_{\uparrow\uparrow} \neq g_{\downarrow\downarrow}$ )才会发生两种饱和铁磁BEC的相分离。不失一般性,我们不妨设 $g_{\uparrow\uparrow} > g_{\downarrow\downarrow}$ 。将下面所得结果的旋量指标互换,并取 $\Delta \rightarrow -\Delta$ ,即可描述 $g_{\uparrow\uparrow} < g_{\downarrow\downarrow}$ 的情形。

我们运用平均场理论考察体系的基态。在均匀情形下,凝聚体波函数写为

$$\varphi_{\uparrow} = \sqrt{n_{\uparrow}} e^{i\theta_{\uparrow}}, \varphi_{\downarrow} = \sqrt{n_{\downarrow}} e^{i\theta_{\downarrow}}, \quad (2)$$

其中 $n_{\uparrow}$ 和 $n_{\downarrow}$ 分别为自旋向上和向下分量的原子密度,二者之和为总原子密度 $n$ 。相位 $\theta_{\uparrow}$ 和 $\theta_{\downarrow}$ 的取值在我们考察的情况下( $\Omega \rightarrow 0$ )并没有实质性影响,凝聚体在单位体积内的能量为

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta}{2} (n_{\downarrow} - n_{\uparrow}) + \frac{1}{2} g_{\uparrow\uparrow} n_{\uparrow}^2 + \frac{1}{2} g_{\downarrow\downarrow} n_{\downarrow}^2 + g_{\uparrow\downarrow} n_{\uparrow} n_{\downarrow}. \quad (3)$$

引入归一化的磁化强度 $M = (n_{\uparrow} - n_{\downarrow})/n$ ,上式又可改写成

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & -\frac{\Delta}{2} nM + \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow} + 2g_{\uparrow\downarrow}}{8} n^2 + \\ & \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow} - 2g_{\uparrow\downarrow}}{8} n^2 M^2 + \frac{g_{\uparrow\uparrow} - g_{\downarrow\downarrow}}{4} n^2 M. \quad (4) \end{aligned}$$

对于给定的原子密度 $n$ ,磁化强度 $M$ 的取值应使能量密度 $\mathcal{E}$ 尽可能地小,从而确定体系的基态。

## 2 基态相图与物态方程

### 2.1 磁性模型

如果将能量密度 $\mathcal{E}$ 看作磁化强度 $M$ 的单变量函数,则平均每个原子的能量 $\epsilon = \mathcal{E}/n$ 可以形式上用下面的半经典磁性模型表达<sup>[20]</sup>

$$\epsilon(M) = \epsilon_0 - B_z M + \frac{1}{2} \alpha M^2, \quad (5)$$

其中  $\epsilon_0$  是与磁化强度  $M$  无关的能量,  $B_z$  为塞曼场,  $\alpha$  为描述磁化相互作用的唯象参数。

对于(5)式描述的磁性系统, 在  $\alpha > 0$  的条件下会出现三种基态: 当  $B_z > \alpha$  时, 基态为  $M=1$  的饱和铁磁相; 当  $B_z < -\alpha$  时, 基态为  $M=-1$  的饱和铁磁相; 在  $-\alpha < B_z < \alpha$  区间, 基态为顺磁相。顺磁相的磁化强度满足极值条件  $\frac{d\epsilon}{dM} = 0$ , 由此可以明确解出  $M = \frac{B_z}{\alpha}$ 。通过调节  $B_z$  和  $\alpha$ , 可以实现顺磁相与饱和铁磁相间的转变, 磁化强度在转变点连续变化。这种转变在  $B_z$  和  $\alpha$  均为零时终止, 该参数点即为磁化相变的临界点, 其临界特征为顺磁相的磁化率在临界点处发散。

在  $\alpha < 0$  的条件下, 体系的基态则只可能是饱和铁磁相, 当  $B_z > 0$  时基态的磁化强度  $M=1$ , 当  $B_z < 0$  时  $M=-1$ 。在两相的分界处, 磁化强度发生跳变。

## 2.2 顺磁—铁磁相变的力学特征

对于我们考察的旋量 BEC, 取有效塞曼场  $B_z = \frac{\Delta}{2} - \frac{g_{\uparrow\uparrow} - g_{\downarrow\downarrow}}{4}n$  和有效磁化作用参数  $\alpha = \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow} - 2g_{\uparrow\downarrow}}{4}n$ , 体系的能量函数即可形式上映射为上述磁性模型。但这里的不同之处在于,  $B_z$  和  $\alpha$  都与原子密度  $n$  有关, 这导致基态相变会展现出与纯磁性模型不同的新特征。

首先, 顺磁相只有在  $g_{\uparrow\downarrow} < g$  时才能稳定存在, 它与饱和铁磁相之间的转变伴随着压缩率的阶跃变化。这里  $g \equiv \sqrt{g_{\uparrow\uparrow}g_{\downarrow\downarrow}}$  定义为同自旋原子相互作用强度的几何平均值。

根据基态能量的极值条件, 可以得到顺磁相的磁化强度

$$M = \frac{2\Delta - (g_{\uparrow\uparrow} - g_{\downarrow\downarrow})n}{(g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow} - 2g_{\uparrow\downarrow})n}, \quad (6)$$

当失谐  $\Delta$  满足

$$\Delta = (g_{\uparrow\uparrow} - g_{\downarrow\downarrow})n, \quad (7)$$

顺磁相转变为  $M=1$  的饱和铁磁相。当失谐  $\Delta$  满足

$$\Delta = (g_{\downarrow\downarrow} - g_{\uparrow\uparrow})n, \quad (8)$$

顺磁相转变为  $M=-1$  的饱和铁磁相。(7)式和(8)式概括了  $g_{\uparrow\downarrow} < g$  时三个 BEC 相之间的相边界。

由热力学关系, 可以求得体系的压强  $P = n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial n} - \mathcal{E}$  和等温压缩率  $\kappa = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial P}$ 。对于顺磁相,

$$\kappa = \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow} - 2g_{\uparrow\downarrow}}{(g^2 - g_{\uparrow\downarrow}^2)n^2}. \quad (9)$$

对于  $M=1$  和  $M=-1$  的饱和铁磁相, 压缩率分别为  $\kappa = \frac{1}{g_{\uparrow\uparrow}n^2}$  和  $\kappa = \frac{1}{g_{\downarrow\downarrow}n^2}$ 。容易验证, 在  $g_{\uparrow\downarrow} < g$  条件下, 顺磁相的压缩率比两种饱和铁磁相的压缩率都要大。因此, 在顺磁—饱和铁磁相边界,  $\kappa$  会出现如图 1 所示的跳变。这种相变的力学特征在纯磁性模型中是没有的, 它源于凝聚体的相互作用能对密度的非线性依赖关系。

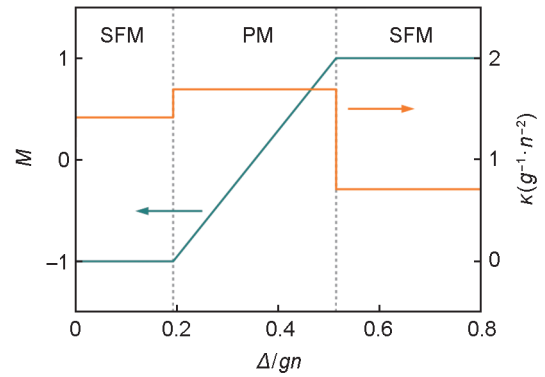


图1  $g_{\uparrow\downarrow} = 0.9g$  时的磁化强度  $M$  和压缩率  $\kappa$  随  $\Delta/gn$  的变化  
注: 竖直线位置对应于饱和铁磁相 (SFM) 与顺磁相 (PM) 之间的转变。在本文所有的数值计算中, 同自旋相互作用参数都取为  $g_{\uparrow\uparrow} = 2g_{\downarrow\downarrow}$ 。

Fig. 1 Magnetization  $M$  and compressibility  $\kappa$  as functions of  $\Delta/gn$  for  $g_{\uparrow\downarrow} = 0.9g$

Note: Dotted lines indicate the transitions between the saturated ferromagnetic phases (SFM) and the paramagnetic phase (PM).

For all the numerical calculations of this work, the intra-spin interaction parameters are set as  $g_{\uparrow\uparrow} = 2g_{\downarrow\downarrow}$ .

对于非对称的自旋相互作用 (即  $g_{\uparrow\uparrow} \neq g_{\downarrow\downarrow}$ ), 当  $g_{\uparrow\downarrow} \rightarrow g$  时, 顺磁相的压缩率趋于发散, 这表示体系达到了力学稳定性的边缘。

## 2.3 相分离

当  $g_{\uparrow\downarrow}$  继续增大, 进入  $g < g_{\uparrow\downarrow} < \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow}}{2}$  范围时, 尽管顺磁相的能量在一定失谐范围内仍然是  $\mathcal{E}(M)$  函数的最小值, 但(9)式给出的压缩率是小于零的, 说明均匀的凝聚体是不稳定的, 会发生旋节分解。需要强调的是, 在我们的体系中, 原子间的相互作用都是排斥性的, 力学失稳的物理根源是失谐场和非对称相互作用

用竞争导致的自旋扭转 (spin twist), 这与通常由吸引相互作用引发的塌缩是不同的。

图2左图显示了在给定失谐和相互作用参数下饱和铁磁相与顺磁相的  $P$ - $v$  曲线, 其中  $v = n^{-1}$  为平均每个原子占据的体积。类似于范德瓦尔斯的气液相变模型, 这里的  $P$ - $v$  曲线也呈现出先下降-后上升-再下降的非单调变化。因此, 在中间一段密度范围内, 体系真正的基态应当是两种自旋极化相反的饱和铁磁 BEC 的相分离态。相分离态的平衡压强 (图中水平粗线所示) 可以用麦克斯韦等面积法则确定<sup>[21-22]</sup>。

设相分离态中  $M=1$  的凝聚体密度为  $n_s^+$ ,  $M=-1$  的凝聚体密度为  $n_s^-$ , 它们满足热力学平衡条件

$$P(n_s^+) = P(n_s^-), \quad \mu(n_s^+) = \mu(n_s^-), \quad (10)$$

其中压强  $P$  和化学势  $\mu$  可以根据 (4) 式表达为密度  $n$  的函数, 由此解得

$$n_s^+ = \frac{\Delta}{g_{\uparrow\uparrow} - g}, \quad n_s^- = \frac{\Delta}{g - g_{\downarrow\downarrow}}. \quad (11)$$

这两个密度值给出了相分离区间的密度上界和下界。由于顺磁相在此区间会发生力学失稳, 所以磁性模型预言的量子临界点实际上是无法实现的。

当  $g_{\uparrow\downarrow}$  进一步增大至  $g_{\uparrow\downarrow} > \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow}}{2}$  范围时, 能量函数  $\mathcal{E}(M)$  的最小值只可能出现在  $M=1$  或  $-1$  处。图2右图显示了在给定失谐和相互作用参数下两种饱和铁磁相的  $P$ - $v$  曲线, 两段曲线的压强取值有交叠部分, 这意味着基态仍会发生两种饱和铁磁 BEC 的相分离。由于两段均匀相的  $P$ - $v$  曲线不相连通, 通常的麦克斯韦等面积法则在这里并不适用。我们可以通过相平衡条件 (10) 式确定相分离的密度范围, 所得结果与 (11) 式相同。

在相分离区间, 均匀的饱和磁化相可在适当条件下作为亚稳态存在, 其能量虽然比相分离态更高, 但仍然是  $\mathcal{E}(M)$  函数的局域极小值。对于  $M=1$  的饱和铁磁相, 亚稳条件可以明确地写为  $\Delta + (g_{\uparrow\downarrow} - g_{\uparrow\uparrow})n > 0$ , 它划定的亚稳边界实际上就对应于 (7) 式在  $g_{\uparrow\downarrow} > g$  一侧的延长线。类似地, 对于  $M=-1$  的饱和铁磁相, 我们可以得到亚稳条件为  $\Delta + (g_{\downarrow\downarrow} - g_{\uparrow\uparrow})n < 0$ , 它划定的亚稳边界对应于 (8) 式给出的延长线。

### 2.4 基态相图

综合以上结果, 我们得到图3所示的基态相图。当  $g_{\uparrow\downarrow} < g$  时, 顺磁相和饱和铁磁相都是

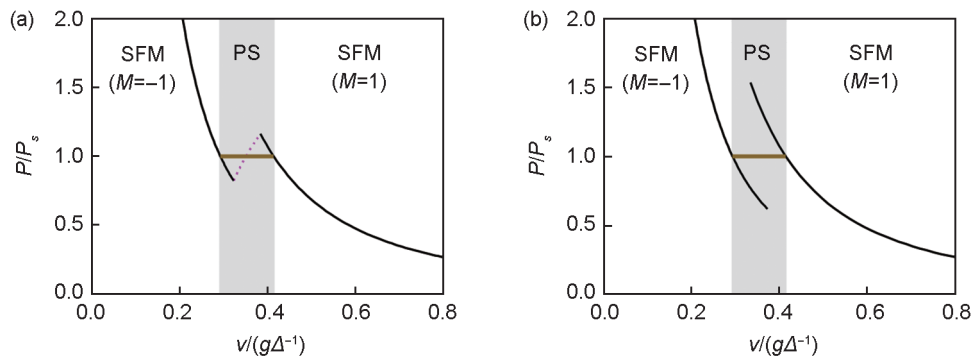


图2  $g_{\uparrow\downarrow} = 1.03g$ (a)和 $g_{\uparrow\downarrow} = 1.08g$ (b)时的  $P$ - $v$  曲线

注: 其中特征性的水平平台 (粗线) 对应于两种自旋极化相反的饱和铁磁 BEC 的相分离态 (PS)。在相分离出现的阴影区间, 均匀的饱和铁磁相 (黑色实线所示) 是亚稳的, 顺磁相 (左图粉色点线所示) 会发生力学失稳。图中  $P$  以分离相的平衡气压  $P_s =$

$$\frac{\Delta^2}{2(\sqrt{g_{\uparrow\uparrow}} - \sqrt{g_{\downarrow\downarrow}})^2}$$

为单位。

Fig. 2  $P$ - $v$  curves for  $g_{\uparrow\downarrow} = 1.03g$  (a) and  $g_{\uparrow\downarrow} = 1.08g$  (b)

Note: The featured horizontal plateaus (bold lines) correspond to the phase separation (PS) of two saturated-ferromagnetic BEC with opposite spin-polarization. In the shadowed region, where the phase separation occurs, the uniform saturated ferromagnetic phases (indicated by black solid lines) are metastable, and the paramagnetic phase (indicated by pink dotted line in the left panel) suffers the mechanical instability. For both plots,  $P$  is measured in unit of the pressure of the phase-separated state  $P_s = \frac{\Delta^2}{2(\sqrt{g_{\uparrow\uparrow}} - \sqrt{g_{\downarrow\downarrow}})^2}$ .

力学稳定的, 它们之间的两条相边界分别由(7)式和(8)式给出; 当  $g_{\uparrow\downarrow} > g$  时, 除两种均匀的饱和铁磁相以外, 还会出现二者的相分离态, 相分离的密度区间由(11)式确定。磁性模型预言的临界点就落在这个区间内, 因此磁化率发散的量子临界现象实际上是观测不到的。图3还标出了饱和铁磁相作为亚稳态存在的边界(虚线)。当  $g_{\uparrow\downarrow} > \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow}}{2}$  时, 亚稳相区可以覆盖整个相分离区域, 甚至延伸至相分离区域以外; 当  $g < g_{\uparrow\downarrow} < \frac{g_{\uparrow\uparrow} + g_{\downarrow\downarrow}}{2}$  时, 亚稳相区则只能覆盖相分离区域的一部分, 而另一部分则对应于均匀相无法保持稳定的旋节区间。

值得指出的是, 上述相分离图象只适用于同自旋原子间具有非对称相互作用的情形。当  $g_{\uparrow\uparrow} = g_{\downarrow\downarrow}$  时, (9)式给出的压缩率  $\kappa = \frac{2}{(g + g_{\uparrow\downarrow})n^2}$  恒为正数, 说明顺磁相不会出现力学失稳。在这种情况下, 顺磁-铁磁相变的量子临界点仍然是可以实现的。

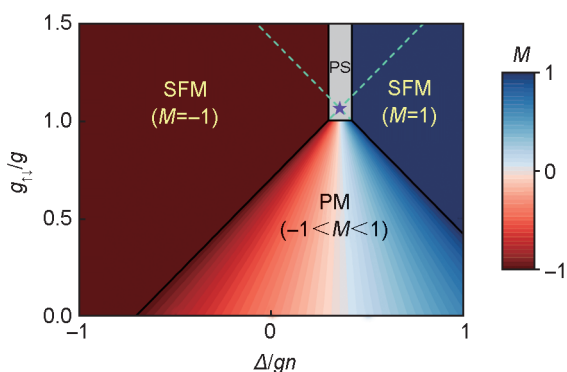


图3 基态相图

注: 深红色和深蓝色区域分别表示  $M = -1$  和  $M = 1$  的饱和铁磁相(SFM)。颜色渐变区域为顺磁相(PM), 色阶对应于磁化强度的变化。灰色区域表示两种饱和铁磁 BEC 的相分离态(PS)。磁性模型给出的量子临界点(用  $\star$  表示)就落在此区间内。虚线是亚稳相存在的边界。

Fig. 3 Ground state phase diagram

Note: Dark red and dark blue regions represent the saturated ferromagnetic phases (SFM) of  $M = -1$  and  $M = 1$ , respectively. Gradient-colored region represents the paramagnetic phase (PM). Color bar indicates the value of magnetization  $M$ . Gray area represents the phase-separated state (PS) of two kinds of saturated ferromagnetic condensate. The quantum critical point of the magnetic model (denoted by  $\star$ ) lies inside this region. Dashed lines indicate the boundaries for the metastable phases.

### 3 与非相干混合凝聚体的比较

本文讨论的相分离态与非相干玻色混合气体中的不混溶态具有相同的构型, 但在后者的情形下, 组分间的内态转化是被严格禁止的, 因此这两种相分离也存在如下重要区别:

首先, 在非相干玻色混合气体中, 混溶条件仅由相互作用参数决定<sup>[5]</sup>, 与体系的密度或体积无关。而对于我们考虑的赝自旋体系,  $P$ - $v$  曲线在相分离区间呈现类似于气液相变的平台特征, 这意味着均匀态与相分离态间的转变可以通过体积的膨胀和压缩来实现。

其次, 在非相干混合体系中, 均匀相的旋节分解源于组分间的扩散不稳定性, 当发生混溶-不混溶相变时, 压缩率并无奇异性的表现。而在赝自旋体系中, 顺磁相的旋节分解源于力学不稳定性, 在顺磁相和相分离态的交界处, 体系的压缩率会出现发散。

最后, 在非相干混合体系中, 无论同种原子间的相互作用是否相等, 不混溶态都可以在给定的组分配比下稳定存在。而对于旋量凝聚体, 相分离态只有在  $g_{\uparrow\uparrow} \neq g_{\downarrow\downarrow}$  时才能保持稳定。当  $g_{\uparrow\uparrow} = g_{\downarrow\downarrow}$  时, 任意小的失谐涨落即会导致全部原子极化到同一自旋方向上, 从而破坏相分离结构。

### 4 结论

综上所述, 本文运用平均场方法研究了赝自旋 1/2 玻色气体在 Rabi 耦合强度趋于零时的基态相图。我们考察了原子间相互作用对于顺磁-铁磁相变的影响, 指出当同自旋原子间具有非对称相互作用时, 体系会在适当的失谐和密度参数下发生两种自旋极化相反的饱和铁磁 BEC 的相分离。通过计算压缩率和  $P$ - $v$  曲线, 我们刻画了基态的相变特征, 这些特征是不能用纯磁性模型描述的。本文的结果有助于进一步研究有限 Rabi 耦合强度下旋量凝聚体的基态性质。

致谢: 感谢山西大学理论物理研究所余增强教授对此项工作的指导意见。

### 参考文献:

- [1] KAWAGUCHI Y, UEDA M. Spinor Bose-Einstein Condensates[J]. *Phys Rep*, 2012, **520**(5): 253-381. DOI:

- 10.1016/j.physrep.2012.07.005.
- [2] STAMPER-KURN D M, UEDA M. Spinor Bose Gases: Symmetries, Magnetism, and Quantum Dynamics[J]. *Rev Mod Phys*, 2013, **85**(3): 1191–1244. DOI: 10.1103/RevModPhys.85.1191.
- [3] PITAEVSKIĬ L P, STRINGARI S. Bose-Einstein Condensation and Superfluidity[M]. Oxford: Oxford University Press, 2016: 401–427.
- [4] RECATI A, STRINGARI S. Coherently Coupled Mixtures of Ultracold Atomic Gases[J]. *Annu Rev Condens Matter Phys*, 2022, **13**: 407–432. DOI: 10.1146/annurev-conmatphys-031820-121316.
- [5] PETHICK C J, SMITH H. Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases[M]. New York: Cambridge University Press, 2008: 350–352.
- [6] WANG F D, LI X K, XIONG D Z, *et al.* A Double Species  $^{23}\text{Na}$  and  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein Condensate with Tunable Miscibility *via* an Interspecies Feshbach Resonance [J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2016, **49**(1): 015302. DOI: 10.1088/0953-4075/49/1/015302.
- [7] WACKER L, JØRGENSEN N B, BIRKMOSE D, *et al.* Tunable Dual-species Bose-Einstein Condensates of  $^{39}\text{K}$  and  $^{87}\text{Rb}$ [J]. *Phys Rev A*, 2015, **92**(5): 053602. DOI: 10.1103/PhysRevA.92.053602.
- [8] BURCHIANTI A, D'ERRICO C, PREVEDELLI M, *et al.* A Dual-species Bose-Einstein Condensate with Attractive Interspecies Interactions[J]. *Condens Matter*, 2020, **5**(1): 21. DOI: 10.3390/condmat5010021.
- [9] PAPP S B, PINO J M, WIEMAN C E. Tunable Miscibility in a Dual-species Bose-Einstein Condensate[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **101**(4): 040402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.040402.
- [10] NAIDON P, PETROV D S. Mixed Bubbles in Bose-bose Mixtures[J]. *Phys Rev Lett*, 2021, **126**(11): 115301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.115301.
- [11] MATTHEWS M R, ANDERSON B P, HALJAN P C, *et al.* Watching a Superfluid Untwist Itself: Recurrence of Rabi Oscillations in a Bose-Einstein Condensate[J]. *Phys Rev Lett*, 1999, **83**(17): 3358–3361. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.3358.
- [12] WILLIAMS J, WALSER R, COOPER J, *et al.* Excitation of a Dipole Topological State in a Strongly Coupled Two-component Bose-Einstein Condensate[J]. *Phys Rev A*, 2000, **61**(3): 033612. DOI: 10.1103/PhysRevA.61.033612.
- [13] HANNA T M, TIESINGA E, JULIENNE P S. Creation and Manipulation of Feshbach Resonances with Radio-frequency Radiation[J]. *New J Phys*, 2010, **12**(8): 083031. DOI: 10.1088/1367-2630/12/8/083031.
- [14] PETROV D S. Three-body Interacting Bosons in Free Space[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, **112**(10): 103201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.103201.
- [15] SANZ J, FRÖLIAN A, CHISHOLM C S, *et al.* Interaction Control and Bright Solitons in Coherently Coupled Bose-Einstein Condensates[J]. *Phys Rev Lett*, 2022, **128**(1): 013201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.128.013201.
- [16] FAROLFI A, ZENESINI A, TRYPOGEOGOS D, *et al.* Quantum-torque-induced Breaking of Magnetic Interfaces in Ultracold Gases[J]. *Nat Phys*, 2021, **17**(12): 1359–1363. DOI: 10.1038/s41567-021-01369-y.
- [17] LAVOINE L, HAMMOND A, RECATI A, *et al.* Beyond-mean-field Effects in Rabi-coupled Two-component Bose-Einstein Condensate[J]. *Phys Rev Lett*, 2021, **127**(20): 203402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.203402.
- [18] COMINOTTI R, BERTI A, DULIN C, *et al.* Revealing the Ferromagnetic Phase Transition in an Extended Two-component Atomic Superfluid[EB/OL]. arXiv Preprint: 2209.13235, 2022. <https://arxiv.org/abs/2209.13235>.
- [19] GU Q, CUI X L. Liquid-gas Transition and Coexistence in Ground-state Bosons with Spin Twist[J]. *Phys Rev A*, 2023, **107**(3): L031303. DOI: 10.1103/PhysRevA.107.1031303.
- [20] ABERT C. Micromagnetics and Spintronics: Models and Numerical Methods[J]. *Eur Phys J B*, 2019, **92**(6): 120. DOI: 10.1140/epjb/e2019-90599-6.
- [21] 朗道, 栗弗席兹. 统计物理学[M]. 束仁贵, 束莼, 郑伟谋, 译. 北京: 高等教育出版社, 2011: 221–230. LANDAU L D, LIFSHITZ E M. Statistic Physics[M]. SHU R G, SHU C, ZHENG W M, Transl. Beijing: Higher Education Press, 2011: 221–230.
- [22] 帕斯里亚, 比尔. 统计力学[M]. 方锦清, 戴越, 译. 北京: 高等教育出版社, 2017: 385–388. PATHRIA R K, BEALE P. Statistical Physics[M]. FANF J Q, DAI Y, Transl. Beijing: Higher Education Press, 2017: 385–388.