

# 跑动耦合常数下夸克物质的压缩系数

杨丽<sup>1</sup>, 李名璋<sup>1</sup>, 陈亚慧<sup>2\*</sup>

(1. 晋中学院 物理与电子工程系, 山西 晋中 030619;

2. 陆军军医大学 基础医学院 物理学教研室, 四川 重庆 400038)

**摘要:** 本文主要研究磁场和温度依赖的跑动耦合常数在两味Nambu-Jona-Lasinio(NJL)模型中, 强磁场下夸克物质的压缩系数。研究表明: 垂直于磁场方向的压缩系数和平行于磁场方向的压缩系数随化学势变化的不连续性都可以暗示手征一阶相变, 跑动耦合常数会影响夸克物质手征一阶相变发生的位置。在手征对称恢复相, 垂直于磁场方向的压缩系数随温度的升高而减小, 平行于磁场方向的压缩系数随温度几乎保持不变。当磁感应强度 $B < 10^{15}$  T时, 垂直于磁场方向的压缩系数和平行于磁场方向的压缩系数几乎相等且不随磁场变化; 磁场足够强时, 垂直于磁场方向的压缩系数随磁场的增强急剧增大, 而平行于磁场方向的压缩系数则平缓减小。

**关键词:** 夸克物质; NJL模型; 量子色动力学; 强磁场

中图分类号: O413

文献标志码: A

文章编号: 0253-2395(2024)06-1221-07

## Compressibility of Quark Matter with Running Coupling

YANG Li<sup>1</sup>, LI Mingzhang<sup>1</sup>, CHEN Yahui<sup>2\*</sup>

(1. Department of Physics and Electronic Engineering, Jinzhong University, Jinzhong 030619, China;

2. Department of Physics, College of Basic Medical Sciences, Army Medical University, Chongqing 400038, China)

**Abstract:** The compressibility of quark matter in a strong magnetic field is investigated in two flavour Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model with a magnetic-field- and the temperature-dependent running coupling. The results show that the discontinuities of the perpendicular/parallel compressibility with the chemical potential can indicate the chiral first order phase transition. The running coupling will influence the location of the chiral first order phase transition. In chiral symmetry restored phase, the perpendicular compressibility decreases with the temperature increasing, while the parallel compressibility keeps almost constant with increasing temperature. When the magnetic induction is less than  $10^{15}$  T, the parallel compressibility and perpendicular compressibility are almost equal and does not change with the magnetic field; however, the magnetic field is strong enough, as the magnetic field increase, and the perpendicular compressibility increases while the parallel compressibility decreases gently.

**Key words:** quark matter; NJL model; quantum chromodynamics; strong magnetic field

## 0 引言

夸克物质的研究对于理解早期宇宙大爆炸产生的夸克胶子等离子体、致密星内部可能的结构以及实验上高温高密极端条件下的强子相

变过程等一系列自然物理形态具有重要意义。最近, 夸克物质相图的研究已被推广到强磁场<sup>[1-4]</sup>。无论是自然界还是实验室都存在着很强的磁场。例如, 脉冲星表面存在高达 $10^8$  T的强磁场; 一些磁星的磁感应强度更强可以达到

收稿日期: 2023-05-11; 接受日期: 2023-10-12

基金项目: 国家自然科学基金(11947040); 山西省高等学校教学改革创新项目(J20221070); 晋中学院博士基金资助项目(jzxybsjxm2019011)

作者简介: 杨丽(1989-), 女, 山西山阴人, 博士, 副教授, 研究方向为粒子物理与原子核物理。E-mail: yangli@jzxy.edu.cn

\* 通信作者: 陈亚慧(CHEN Yahui), E-mail: cyh@tmmu.edu.cn

引文格式: 杨丽, 李名璋, 陈亚慧. 跑动耦合常数下夸克物质的压缩系数[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2024, 47(6): 1221-1227. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2023161

$10^{12}$  T<sup>[5]</sup>。实验上非中心重离子碰撞过程中也会产生很强的磁场, Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) 实现的非中心 Au-Au 对撞实验可产生约  $10^{14} \sim 10^{15}$  T 的强磁场; 而且 Large Hadron Collider (LHC) 实现的非中心 Pb-Pb 碰撞过程中产生的磁感应强度高达  $10^{16}$  T<sup>[6-10]</sup>。虽然这些磁场在高能量环境中是短暂性存在, 但是在理解致密星的状态方程、手征磁效应以及电荷共轭宇称 (Charge Conjugation-parity, CP) 破坏可能信号的过程中起着非常重要的作用<sup>[11-16]</sup>。另外, 磁场存在时会出现 QCD (quantum chromodynamics) 物质的温度——磁场相图<sup>[17]</sup>。强磁场会使得 QCD 物质的相区域发生变化<sup>[18]</sup>。强磁场对耦合常数也有着重要的影响, Ferreira 小组在前人的启发下提出了磁场或磁场和温度依赖的跑动耦合常数<sup>[19]</sup>。研究表明跑动耦合常数会影响夸克物质的性质, 如减小夸克动力学质量<sup>[20]</sup>、在 Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL) 模型中实现反磁催化效应<sup>[21]</sup>。

描绘致密星的状态方程已从场理论的方法求得<sup>[22]</sup>。状态方程证明了夸克星和中子星的束缚方式不同, 分别是强相互作用自束缚和引力束缚<sup>[23-24]</sup>。压缩系数是状态方程的一个重要物理量, 它能够反映出星物质的相对硬度。压缩系数的相关研究主要集中在核物质和零磁场下的夸克物质<sup>[25-29]</sup>。文献[30]研究了旋转黑洞的压缩系数, 发现极端条件下绝热压缩系数达到最大但仍比冷中子星的小, 且在非旋转黑洞中绝热压缩系数会消失。人们已经研究了零磁场下 NJL 模型和 PNJL 模型中夸克物质的压缩系数<sup>[31]</sup>。结果表明, 对于强子相, NJL 模型中的压缩系数大于 PNJL 模型中的压缩系数; 对于部分子相, 结果与之相反。因此, 与 NJL 模型相比, 用 PNJL 模型来描述中子星其中心比壳更软。NJL 模型中夸克物质的压缩系数在手征对称破缺相被加强, 且在三相临界点处发散<sup>[32]</sup>。之前我们的工作也研究过 NJL 中强磁场下夸克物质的压缩系数<sup>[33]</sup>。通过研究压缩系数可以进一步深入理解磁场对状态方程的影响。目前, 对于强磁场下夸克物质压缩系数的研究工作很匮乏, 跑动耦合常数下夸克物质压缩系数的研究对于理解磁场对状态方程的影响至关重要。

本文主要利用磁场和温度依赖的跑动耦合

常数对夸克物质的动力学质量和压缩系数进行了详细的研究, 计算得到了夸克动力学质量、压缩系数在不同情形下的变化图, 并与固定耦合常数下的压缩系数进行比较, 发现了跑动耦合常数下压缩系数的一些性质, 这将为星物质硬度的研究提供理论依据, 同时为强磁场中 QCD 物质性质的研究提供重要的理论启示。

## 1 SU(2) NJL 模型中磁化夸克物质的热力学

强磁场下, 两味 NJL 模型的拉氏密度为

$$L = \bar{\psi}(i\mathcal{D} - m)\psi + G[(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2], \quad (1)$$

这里  $\psi$  表示味道电荷双重态 (u, d 夸克), 协变导数  $D_\mu = \partial_\mu - iQeA_\mu$  表示夸克与电磁场的耦合 (暗含了味自由度和色自由度的求和), 味空间夸克电荷矩阵  $Q = \text{diag}(q_u, q_d) = \text{diag}(2/3, -1/3)$ ,  $\tau$  为同位旋泡利矩阵。在平均场近似下<sup>[34-35]</sup>, 夸克动力学质量与凝聚的关系如下

$$M_i = m_i - 2G\langle\bar{\psi}\psi\rangle, \quad (2)$$

夸克流质量  $m_u = m_d = m$ ,  $G$  为耦合常数, 夸克凝聚包含 u, d 两味的凝聚, 即  $\langle\bar{\psi}\psi\rangle = \sum_{i=u,d}\phi_i$ 。式(2)表明夸克动力学质量依赖于两者的凝聚, 因此, 对于 u, d 夸克具有相同的动力学质量, 即  $M_u = M_d = M$ 。每一味夸克凝聚包括三部分

$$\phi_i = \phi_i^{\text{vac}} + \phi_i^{\text{mag}} + \phi_i^{\text{med}}, \quad (3)$$

其中  $\phi_i^{\text{vac}}$  表示真空对夸克凝聚的贡献、 $\phi_i^{\text{mag}}$  表示磁场对夸克凝聚的贡献、 $\phi_i^{\text{med}}$  表示介质对夸克凝聚的贡献, 每一部分可具体表示为<sup>[19, 36-37]</sup>:

$$\phi_i^{\text{vac}} = -\frac{MN_c}{2\pi^2} \left[ \Lambda \sqrt{\Lambda^2 + M^2} - M^2 \ln \left( \frac{\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + M^2}}{M} \right) \right], \quad (4)$$

$$\phi_i^{\text{mag}} = -\frac{M|q_i|eBN_c}{2\pi^2} \left\{ \ln[\Gamma(x_i)] - \frac{1}{2} \ln(2\pi) + x_i - \frac{1}{2} (2x_i - 1) \ln(x_i) \right\}, \quad (5)$$

$$\phi_i^{\text{med}} = \sum_{k_i=0} a_{k_i} \frac{M|q_i|eBN_c}{4\pi^2} \int_{E_i^*}^{\text{dp}} (f_i^+ + f_i^-), \quad (6)$$

其中  $N_c = 3$  表示三个色自由度 (red、green、

blue),  $\Lambda$  为三维动量截断因子,  $|q_i| = 2/3, 1/3$  表示以基本电荷为单位的 u, d 夸克电荷量,  $a_{k_i} = 2 - \delta_{k_0}$  和  $k_i$  分别表示简并度和朗道量子数。无量纲量  $x_i$  被定义为  $x_i = M^2/(2|q_i|eB)$ 。费米分布函数为

$$f_i^\pm = \frac{1}{1 + \exp[(E_i^* \mp \mu_i)/T]} \quad (7)$$

有效量  $E_i^* = \sqrt{p^2 + s_i^2}$  通过  $s_i = \sqrt{M^2 + 2k_i|q_i|eB}$  敏感地依赖于磁感应强度,  $T$  为系统温度。同位旋对称时化学势满足  $\mu_u = \mu_d = \mu$ 。由于因子  $|q_i|eB$  和维度的降低 ( $D - 2$ ) 使得夸克凝聚被明显加强<sup>[38-39]</sup>。

平均场近似下, 总热力学势密度为

$$\Omega = \frac{(M - m)^2}{4G} + \sum_{i=u,d} \Omega_i, \quad (8)$$

其中第一部分表示相互作用, 第二部分中  $\Omega_i = \Omega_i^{\text{vac}} + \Omega_i^{\text{mag}} + \Omega_i^{\text{med}}$ 。真空对热力学势的贡献为

$$\Omega_i^{\text{vac}} = \frac{N_c}{8\pi^2} \left[ M^4 \ln \left( \frac{\Lambda + \epsilon_\Lambda}{M} \right) - \epsilon_\Lambda \Lambda (\Lambda^2 + \epsilon_\Lambda^2) \right], \quad (9)$$

上式中  $\epsilon_\Lambda = \sqrt{\Lambda^2 + M^2}$ 。热力学势的真空贡献部分  $\Omega_i^{\text{vac}}$  是红外发散的, 这里采用三维动量截断将发散消除。磁场和介质对热力学势的贡献分别为

$$\Omega_i^{\text{mag}} = -\frac{N_c (|q_i|eB)^2}{2\pi^2} \left[ \zeta'(-1, x_i) - \frac{1}{2} (x_i^2 - x_i) \ln(x_i) + \frac{x_i^2}{4} \right], \quad (10)$$

$$\Omega_i^{\text{med}} = -T \sum_{k=0} a_{k_i} \frac{|q_i|eBN_c}{4\pi^2} \int dp \left\{ \ln \left[ 1 + \exp \left( -\frac{E_i^* - \mu_i}{T} \right) \right] + \ln \left[ 1 + \exp \left( -\frac{E_i^* + \mu_i}{T} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

其中  $\zeta(x, a) = \sum_{n=0}^{\infty} (1/(n+a)^x)$  为赫尔维茨 zeta 函数。通过热力学势密度式(9)可以得到夸克数密度  $n_i$ , 即

$$n_i(\mu, B) = \sum_{k=0} a_{k_i} \frac{|q_i|eBN_c}{4\pi^2} \int dp (f_i^+ - f_i^-). \quad (12)$$

众所周知, 强磁场对夸克物质的热力学性质有重要作用。尤为重要是旋转对称性破缺引起各向异性结构, 即产生了平行于磁场方向的压强 ( $P^\parallel$ ) 和垂直于磁场方向的压强 ( $P^\perp$ )<sup>[40-42]</sup>,

$$P^\parallel = -\Omega - \frac{B^2}{2}, \quad (13)$$

$$P^\perp = -\Omega - \mathcal{M}B + \frac{B^2}{2}, \quad (14)$$

其中磁化强度  $\mathcal{M} = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial B}\right)_\mu$ 。因此, 压强的各

向异性将影响压缩系数的确定。热力学中等温压缩系数的定义为

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T, \quad (15)$$

用来度量系统体积随压强增加而减少了多少, 数值越小表示物质越硬。夸克物质的压缩系数通过热力学势来反映对相变敏感的序参量波动。平行于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^\parallel$ ) 可以简化为<sup>[32]</sup>

$$\kappa^\parallel = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial n_q} \right) \left( \frac{\partial n_q}{\partial P^\parallel} \right)_T = \frac{1}{n_q^2} \left( \frac{\partial n_q}{\partial \mu_q} \right)_T, \quad (16)$$

$n_q$  表示夸克数密度,  $\mu_q = \frac{\mu_u + \mu_d}{2}$  表示夸克化学势。垂直于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^\perp$ ) 为:

$$\kappa^\perp = \frac{1}{n_q} \left( \frac{\partial n_q}{\partial P^\perp} \right)_T. \quad (17)$$

压缩系数能够表明由于旋转对称破缺引起的各向异性结构。垂直于磁场方向的压缩系数在强磁场中将依赖于磁化强度  $\mathcal{M}$ 。

一般情况下, 相互作用耦合常数通过求解重整化群方程得到, 或者由依赖于环境变量的有效势唯象地表示出来。而强磁场下相互作用常数表现出明显的减小行为<sup>[43]</sup>。对于足够强磁场 ( $eB \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$ ), QCD 耦合常数  $\alpha_s$  与磁感应强度  $B$  的关系式已给出<sup>[37-38]</sup>。Farias 等在 2014 年提出了两味 NJL 模型中磁场和温度依赖的跑动耦合常数, 其形式如下<sup>[44]</sup>

$$G'(eB, T) = \frac{G}{1 + \alpha \ln(1 + \beta |eB| / \Lambda_{\text{QCD}}^2)} \left( 1 - \gamma \frac{|eB|}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \frac{T}{\Lambda_{\text{QCD}}} \right), \quad (18)$$

其中  $\Lambda_{\text{QCD}} = 200 \text{ MeV}$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 0.000327$ ,  $\gamma = 0.0175$ 。跑动耦合常数能够很好地解释最近格点 QCD 预言的反磁催化现象, 即强磁场下手征对称恢复相变平滑过渡区对应的赝临界温度  $T_{\text{pc}}$  随磁场的增强而减小。

## 2 数值结果和讨论

本文中采用到的参数分别为： $m_u = m_d = 5.5 \text{ MeV}$ ,  $\Lambda = 650 \text{ MeV}$ ,  $G = 5.022 \text{ GeV}^{-2}$ 。通过求解能隙方程可以得到夸克动力学质量。外磁场引起的各向异性结构对压缩系数有着十分重要的影响。

在跑动耦合常数下,当磁感应强度  $B = 5 \times 10^{15} \text{ T}$  和温度  $T = 100 \text{ MeV}$  时,夸克动力学质量和压缩系数随化学势的变化如图 1 所示。右图中虚线表示平行于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\parallel}$ ),实线表示垂直于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\perp}$ )。从右图可以看出,手征对称破缺相的压缩系数比手征对称恢复相的大,即化学势的增加会使得夸克物质变硬。压缩系数在减小的过程中会出现一个尖峰,并且平行于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\parallel}$ ) 和垂直于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\perp}$ ) 的峰值出现在同一位置,这说明平行于磁场方向的压缩系数和垂直于磁场方向的压缩系数的峰值都可以暗示手征一阶相变的发生。峰值对应的横坐标指明了手征一阶相变对应的临界化学势  $\mu_c = 264 \text{ MeV}$ ,这与左图夸克动力学质量急剧下降对应的化学势相同。

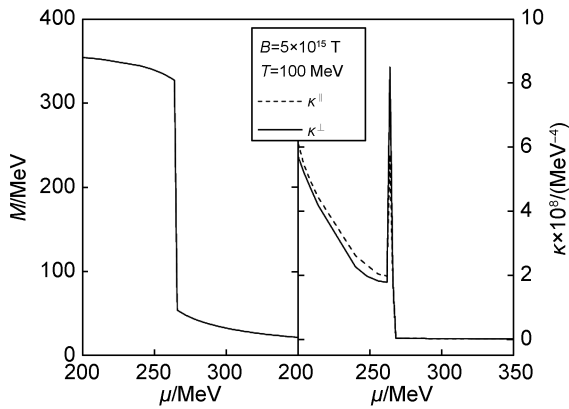


图 1 在跑动耦合常数、固定磁场和温度下夸克动力学质量和压缩系数随化学势的变化关系

Fig. 1 The dynamical mass of quark and compressibility vary with the chemical potential at the fixed magnetic field and temperature for the running coupling

为了深入研究磁场和温度依赖的跑动耦合常数对夸克物质压缩系数的影响,图 2 给出了固定耦合常数 ( $G$ ) 下夸克动力学质量和压缩系数随化学势的变化。同样地,图 2 中左图夸克动力学质量急剧下降对应的化学势与右图压缩系数峰值对应的化学势相同,暗示了手征一阶

相变对应的临界化学势  $\mu_c = 287 \text{ MeV}$ 。图 1 和图 2 对比发现,磁场和温度依赖的跑动耦合常数使得夸克物质发生手征一阶相变的位置左移,即一阶相变相应的临界化学势减小。而且在手征对称破缺相,跑动耦合常数下的压缩系数数值比固定耦合常数下的大,即跑动耦合常数下的夸克物质较软一些。

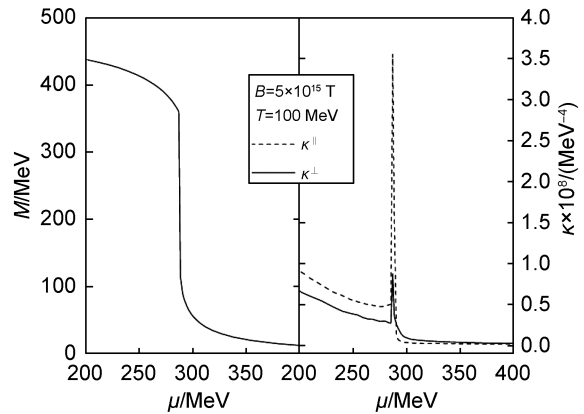


图 2 在固定耦合常数、固定磁场和温度下夸克动力学质量和压缩系数随化学势的变化

Fig. 2 The dynamical mass of quark and compressibility vary with the chemical potential at the fixed magnetic field and temperature for the fixed coupling

平行于磁场方向的压缩系数随温度整体呈减小趋势,但在手征对称恢复相其基本保持不变<sup>[34]</sup>。为进一步了解手征对称恢复相中压缩系数随温度的变化情况,图 3 给出了固定磁感应强度  $B = 1 \times 10^{16} \text{ T}$  和固定化学势  $\mu = 450 \text{ MeV}$  时平行于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\parallel}$ ) 和垂直于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\perp}$ ) 作为温度的函数变化关系。垂直于磁场方向的压缩系数在低温区随温度急剧减小,高温区趋势减缓;而平行于磁场方向的压缩系数在整个温度区域基本保持不变。图 3 显示,温度较低时垂直于磁场方向的压缩系数比平行于磁场方向的压缩系数大,而在较高温区差异逐渐变得不明显。平行于磁场方向的压缩系数随着磁场的变化与夸克物质所处的相区域有关<sup>[33]</sup>。为了进一步研究磁场对压缩系数的影响,图 4 主要给出夸克物质压缩系数在手征对称恢复相随磁场的变化。

在固定化学势  $\mu = 500 \text{ MeV}$  和不同温度  $T = 30 \text{ MeV}$ ,  $50 \text{ MeV}$  时,平行于磁场方向的压缩系数 ( $\kappa^{\parallel}$ ) 和垂直于磁场方向的压缩系数

( $\kappa^\perp$ )随磁场的变化如图4所示。实线和虚线分别表示温度  $T=30$  MeV 和  $T=50$  MeV 时压缩系数的变化行为。结果表明,磁感应强度小于  $1 \times 10^{15}$  T 时,垂直于磁场方向的压缩系数和平行于磁场方向的压缩系数几乎相等且不随磁感应强度的改变而改变。随着磁场的增强,压缩系数曲线开始分离。当磁感应强度大于  $9 \times 10^{15}$  T 时,垂直于磁场方向的压缩系数随磁感应强度的增强迅速增大,而平行于磁场方向的压缩系数则平缓减小。从图像上还发现,垂直于磁场方向的压缩系数值大于平行于磁场方向的压缩系数值,并且这两个方向上压缩系数差值的绝对值随磁场的增强而最大。与图3结果一致,压缩系数随温度的升高而减小,并且垂直于磁场方向的压缩系数比平行于磁场方向的压缩系数减小得更加显著。为了进一步搞清楚平行于磁场方向的压缩系数和垂直于磁场方向的压缩系数随磁场变化行为不同的原因,图5给出了夸克数密度以及相关量随磁场的变化。

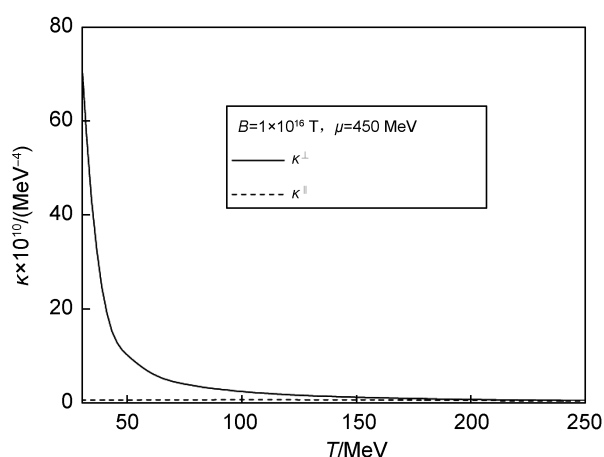


图3 当磁感应强度  $B=1 \times 10^{16}$  T 和化学势  $\mu=450$  MeV 时压缩系数随温度的变化关系

Fig. 3 The compressibility versus the temperature for the magnetic induction  $B=1 \times 10^{16}$  T and the chemical potential  $\mu=450$  MeV

图5中(a)、(b)、(c)分别给出手征恢复相中夸克数密度  $n_q$ 、夸克数密度对化学势的一阶导数  $\partial n_q / \partial \mu_q$  和夸克数密度对垂直于磁场方向压强的一阶导数  $\partial n_q / \partial P^\perp$  随磁感应强度的变化关系。 $\partial n_q / \partial \mu_q$  也被称作夸克数极化率(Quark Number Susceptibility, QNS),其变化曲线的峰值可以暗示相变的发生<sup>[45]</sup>。为了坐标轴标记方便,(a)图和(b)图纵坐标分别除以因子  $10^6$  和  $10^4$ 。数值结果

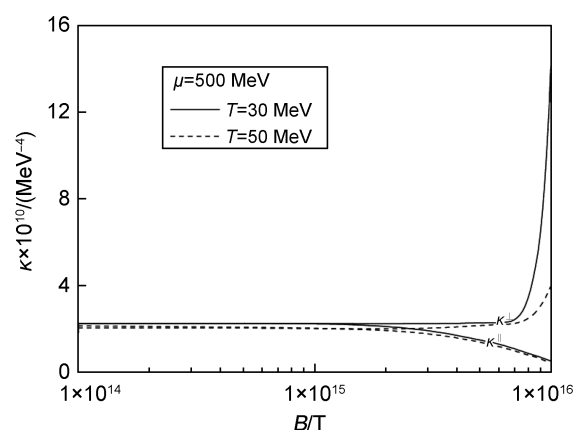


图4 化学势  $\mu=500$  MeV 和温度  $T=30$  MeV, 50 MeV 时压缩系数随磁场强度的变化关系

Fig. 4 The compressibility versus the magnetic field for the chemical potential  $\mu=500$  MeV and the temperature  $T=30$  MeV, 50 MeV

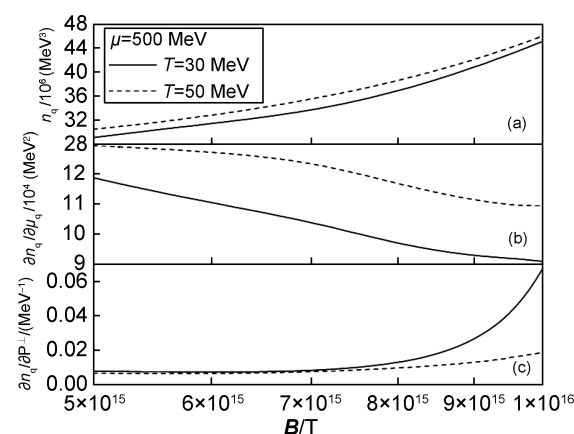


图5 化学势  $\mu=500$  MeV 和温度  $T=30$  MeV, 50 MeV 时, 夸克数密度  $n_q$ (a)、夸克数密度对夸克化学势的一阶导数  $\partial n_q / \partial \mu_q$ (b) 及夸克数密度对垂直压强一阶导数  $\partial n_q / \partial P^\perp$ (c) 分别作为磁场强度的函数变化

Fig. 5 The quark number density  $n_q$  (a) and the derivatives  $\partial n_q / \partial \mu_q$  (b) and the derivatives  $\partial n_q / \partial P^\perp$  (c) as a function of the magnetic field for the chemical potential  $\mu=500$  MeV and the temperature  $T=30$  MeV, 50 MeV

显示,在手征恢复相,夸克数密度  $n_q$  和  $\partial n_q / \partial P^\perp$  随磁场的增强而增大;而  $\partial n_q / \partial \mu_q$  随磁场的增强而减小。图5可以很好地从数值上解释强磁场下平行于磁场方向的压缩系数和垂直于磁场方向的压缩系数随磁场变化不同的原因是  $\partial n_q / \partial P^\perp$  和  $\partial n_q / \partial \mu_q$  随磁场变化不同导致的。

### 3 结论

本文主要在两味 NJL 模型中利用磁场和温

度依赖的跑动耦合常数对强磁场下夸克物质的压缩系数进行了研究,深入探讨了夸克动力学质量和压缩系数随温度、化学势及磁场的变化。研究发现,磁场和温度依赖的跑动耦合常数使得夸克物质发生手征一阶相变的位置左移,即一阶相变对应的临界化学势减小。而且在手征对称破缺相,跑动耦合常数下的压缩系数数值比固定耦合常数下的大,即跑动耦合常数下的夸克物质较软一些。这些结论说明跑动耦合常数会明显影响相变和态方程的硬度,这将为QCD相图和星物质相对硬度的研究提供重要的理论依据。为了更深入了解强磁场中QCD物质的性质,后续我们将从粒子间的相互作用出发研究压缩系数。

#### 参考文献:

- [1] MIRANSKY V A, SHOVKOVY I A. Quantum Field Theory in a Magnetic Field: From Quantum Chromodynamics to Graphene and Dirac Semimetals[J]. *Phys Rep*, 2015, **576**:1–209. DOI:10.1016/j.physrep.2015.02.003.
- [2] ANDERSEN J O, NAYLOR W R, TRANBERG A. Phase Diagram of QCD in a Magnetic Field[J]. *Rev Mod Phys*, 2016, **88**(2): 025001. DOI: 10.1103/revmodphys.88.025001.
- [3] MUELLER N, PAWLOWSKI J M. Magnetic Catalysis and Inverse Magnetic Catalysis in QCD[J]. *Phys Rev D*, 2015, **91**(11): 116010. DOI: 10.1103/physrevd.91.116010.
- [4] FELIPE R G, PARET D M, MARTÍNEZ A P. Magnetized Color Flavor Locked State and Compact Stars [J]. *Eur Phys J A*, 2011, **47**(1):1. DOI:10.1140/epja/i2011-11001-0.
- [5] THOMPSON C, DUNCAN R C. The Soft Gamma Repeaters as very Strongly Magnetized Neutron Stars. II. Quiescent Neutrino, X-ray, and Alfvén Wave Emission[J]. *ApJ*, 1996, **473**(1): 322–342. DOI: 10.1086/178147.
- [6] FERRER E J, DE LA INCERA V. Exploring Dense and Cold QCD in Magnetic Fields[J]. *Eur Phys J A*, 2016, **52**(8): 266. DOI: 10.1140/epja/i2016-16266-y.
- [7] OU L, LI B A. Magnetic Effects in Heavy-ion Collisions at Intermediate Energies[J]. *Phys Rev C*, 2011, **84**(6): 064605. DOI: 10.1103/physrevc.84.064605.
- [8] DENG W T, HUANG X G. Event-by-event Generation of Electromagnetic Fields in Heavy-ion Collisions[J]. *Phys Rev C*, 2012, **85**(4): 044907. DOI: 10.1103/physrevc.85.044907.
- [9] BLOCZYNSKI J, HUANG X G, ZHANG X L, *et al.* Azimuthally Fluctuating Magnetic Field and Its Impacts on Observables in Heavy-ion Collisions[J]. *Phys Lett B*, 2013, **718**(4/5): 1529–1535. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.12.030.
- [10] BLOCZYNSKI J, HUANG X G, ZHANG X L, *et al.* Charge-dependent Azimuthal Correlations from Au-Au to U-U Collisions[J]. *Nucl Phys A*, 2015, **939**: 85–100. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2015.03.012.
- [11] SKOKOV V V, ILLARIONOV A Y, TONEEV V D. Estimate of the Magnetic Field Strength in Heavy-ion Collisions[J]. *Int J Mod Phys A*, 2009, **24**(31): 5925–5932. DOI: 10.1142/s0217751x09047570.
- [12] KHARZEEV D E, WARRINGA H J. Chiral Magnetic Conductivity[J]. *Phys Rev D*, 2009, **80**(3): 034028. DOI: 10.1103/physrevd.80.034028.
- [13] BUCKLEY K, FUGLEBERG T, ZHITNITSKY A. Can Induced  $\Theta$  Vacua be Created in Heavy-ion Collisions?[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **84**(21): 4814–4817. DOI: 10.1103/physrevlett.84.4814.
- [14] VOLOSHIN S A. Discussing the Possibility of Observation of Parity Violation in Heavy Ion Collisions[J]. *Phys Rev C*, 2000, **62**(4): 044901. DOI: 10.1103/physrevc.62.044901.
- [15] KHARZEEV D E. Topologically Induced Local  $P$  and  $CP$  Violation in QCD $\times$ QED [J]. *Ann Phys*, 2010, **325**(1):205–218. DOI:10.1016/j.aop.2009.11.002.
- [16] FUKUSHIMA K, KHARZEEV D E, WARRINGA H J. Real-time Dynamics of the Chiral Magnetic Effect[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, **104**(21): 212001. DOI: 10.1103/physrevlett.104.212001.
- [17] MIZHER A J, CHERNODUB M N, FRAGA E S. Phase Diagram of Hot QCD in an External Magnetic Field: Possible Splitting of Deconfinement and Chiral Transitions [J]. *Phys Rev D*, 2010, **82**(10): 105016. DOI: 10.1103/physrevd.82.105016.
- [18] WANG Y, WEN X J. Thermodynamics of PNJL Model at Zero Temperature in a Strong Magnetic Field[J]. *Phys Rev D*, 2022, **105**(7): 074034. DOI: 10.1103/physrevd.105.074034.
- [19] FERREIRA M, COSTA P, LOURENÇO O, *et al.* Inverse Magnetic Catalysis in the (2+1)-flavor Nambu-Jona-Lasinio and Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio Models[J]. *Phys Rev D*, 2014, **89**(11): 116011. DOI: 10.1103/physrevd.89.116011.
- [20] SU S Z, WEN X J. Influence of Magnetic Fields on the Stability and the Phase Transition of Quark Matter in the Nambu-Jona-Lasinio Model[J]. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2021, **48**(7): 075004. DOI: 10.1088/1361-6471/abfbc3.
- [21] WANG Y, WEN X J. Magnetized Hot and Dense Quark Matter in the Polyakov Nambu-Jona-Lasinio Model[J]. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2020, **47**(10): 105201. DOI: 10.1088/1361-6471/aba03b.

- [22] BRODERICK A, PRAKASH M, LATTIMER J M. The Equation of State of Neutron Star Matter in Strong Magnetic Fields[J]. *ApJ*, 2000, **537**(1): 351–367. DOI: 10.1086/309010.
- [23] MENEZES D P, MELROSE D B. Strange Star Equations of State Revisited[J]. *Publ-Astron Soc Aust*, 2005, **22**(4): 292–297. DOI: 10.1071/as05022.
- [24] BANDYOPADHYAY D, CHAKRABARTY S, PAL S. Quantizing Magnetic Field and Quark-hadron Phase Transition in a Neutron Star[J]. *Phys Rev Lett*, 1997, **79**(12): 2176–2179. DOI: 10.1103/physrevlett.79.2176.
- [25] BLAIZOT J P, GOGNY D, GOGNY B. Nuclear Compressibility and Monopole Resonances [J]. *Nucl Phys A*, 1976, **265**(2): 315–336. DOI: 10.1016/0375-9474(76)90357-2.
- [26] BLAIZOT J P. Nuclear Compressibilities [J]. *Phys Rep*, 1980, **64**(4): 171–248. DOI: 10.1016/0370-1573(80)90001-0.
- [27] KHOA D T, von OERTZEN W. Refractive Alpha-Nucleus Scattering: a Probe for the Incompressibility of Cold Nuclear Matter[J]. *Phys Lett B*, 1995, **342**(1/2/3/4):6–12. DOI:10.1016/0370-2693(94)01393-Q.
- [28] KOUNO H, KAKUTA N, NODA N, *et al.* Nucleon Effective Mass, Incompressibility and Third Derivative of Nuclear Binding Energy in the Nonlinear Relativistic Mean Field Theory[J]. *Phys Rev C*, 1995, **51**:1754–1761. DOI:10.1103/PhysRevC.51.1754.
- [29] DEXHEIMER V A, VASCONCELLOS C A Z, BODMANN B E J. The Nuclear Matter Compressibility Function in a Parameterized Coupling Model[J]. *Int J Mod Phys D*, 2007, **16**(2n03): 269–275. DOI: 10.1142/s0218271807010006.
- [30] DOLAN B P. Compressibility of Rotating Black Holes[J]. *Phys Rev D*, 2011, **84**(12): 127503. DOI: 10.1103/physrevd.84.127503.
- [31] BHATTACHARYYA A, GHOSH S K, MAJUMDER S, *et al.* Study of Beta Equilibrated 2+1 Flavor Quark Matter in the Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio Model[J]. *Phys Rev D*, 2012, **86**(9): 096006. DOI: 10.1103/physrevd.86.096006.
- [32] IWASAKI M. First Order Phase Transition in the Quark Matter[J]. *Phys Rev D*, 2004, **70**:114031. DOI: 10.1103/PhysRevD.70.114031.
- [33] YANG L, WEN X J. Compressibility of Quark Matter under Strong Magnetic Field in the NJL Model[J]. *Phys Rev D*, 2021, **104**(11): 114010. DOI: 10.1103/physrevd.104.114010.
- [34] RATTI C. The NJL Model and Strange-quark Matter[J]. *Europhys Lett*, 2003, **61**(3): 314–319. DOI: 10.1209/epl/i2003-00171-0.
- [35] RATTI M, OERTEL M. Strange Quark Matter with Dynamically Generated Quark Masses[J]. *Phys Lett B*, 1999, **457**(4): 261–267. DOI: 10.1016/S0370-2693(99)00533-X.
- [36] MENEZES D P, BENGHI PINTO M, AVANCINI S S, *et al.* Quark Matter Under Strong Magnetic Fields in the Nambu-Jona-Lasinio Model[J]. *Phys Rev C*, 2009, **79**(3): 035807. DOI: 10.1103/physrevc.79.035807.
- [37] AVANCINI S S, MENEZES D P, PROVIDÊNCIA C. Finite Temperature Quark Matter under Strong Magnetic Fields [J]. *Phys Rev C*, 2011, **83**(6): 065805. DOI: 10.1103/physrevc.83.065805.
- [38] KOJO T, SU N. The Quark Mass Gap in Strong Magnetic Fields[J]. *Nucl Phys A*, 2014, **931**: 763–768. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2014.08.004.
- [39] STRICKLAND M, DEXHEIMER V, MENEZES D P. Bulk Properties of a Fermi Gas in a Magnetic Field[J]. *Phys Rev D*, 2012, **86**(12): 125032. DOI: 10.1103/physrevd.86.125032.
- [40] FERRER E J, HACKEBILL A. Thermodynamics of Neutrons in a Magnetic Field and Its Implications for Neutron Stars[J]. *Phys Rev C*, 2019, **99**(6): 065803. DOI: 10.1103/physrevc.99.065803.
- [41] KARMAKAR B, GHOSH R, BANDYOPADHYAY A, *et al.* Anisotropic Pressure of Deconfined QCD Matter in Presence of Strong Magnetic Field Within One-Loop Approximation[J]. *Phys Rev D*, 2019, **99**(9): 094002. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.094002.
- [42] AVANCINI S S, DEXHEIMER V, FARIAS R L S, *et al.* Anisotropy in the Equation of State of Strongly Magnetized Quark Matter within the Nambu-Jona-Lasinio Model [J]. *Phys Rev C*, 2018, **97**(3): 035207. DOI: 10.1103/physrevc.97.035207.
- [43] FERRER E J, DE LA INCERA V, WEN X J. Quark Antiscreening at Strong Magnetic Field and Inverse Magnetic Catalysis[J]. *Phys Rev D*, 2015, **91**(5): 054006. DOI: 10.1103/physrevd.91.054006.
- [44] FARIAS R L S, GOMES K P, KREIN G, *et al.* Importance of Asymptotic Freedom for the Pseudocritical Temperature in Magnetized Quark Matter[J]. *Phys Rev C*, 2014, **90**(2): 025203. DOI: 10.1103/PhysRevC.90.025203.
- [45] HE M, LI J F, SUN W M, *et al.* Quark Number Susceptibility around the Critical End Point[J]. *Phys Rev D*, 2009, **79**(3): 036001. DOI: 10.1103/physrevd.79.036001.