

## 变系数分数系统中皮尔斯脉冲的演化特性

白如如,王艳\*

(山西大学 物理电子工程学院,山西 太原 030006)

**摘要:**基于分数阶薛定谔方程,研究了对称皮尔斯脉冲的传输特性。研究发现,在Lévy指数作用下,对称皮尔斯脉冲劈裂为强度相等的两束光。当Lévy指数等于1时,两束皮尔斯脉冲能够保持较长距离的稳定传输。随后引入变系数,在周期调制的作用下,对称皮尔斯脉冲在传输过程中发生周期性聚焦,脉冲特性在焦点处重现且强度基本维持不变。其次,讨论了Lévy指数和啁啾参数对皮尔斯脉冲传输特性的影响。结果表明,对于具有二次啁啾的皮尔斯脉冲,Lévy指数与啁啾参数会影响焦点处的强度。啁啾参数保持不变,Lévy指数越大,焦点处强度越大。Lévy指数保持不变,啁啾参数绝对值越大,焦点处强度越大。此外,不同参数对皮尔斯脉冲相互作用的影响也进行了研究。改变脉冲的间距,相位,焦点位置处的强度也会发生相应的变化。

**关键词:**分数薛定谔方程;变系数;对称皮尔斯脉冲;啁啾参数;Lévy指数

中图分类号:O436

文献标志码:A

文章编号:0253-2395(2025)03-0542-08

## Evolution Characteristics of Pearcey Pulses in Variable Coefficient Fractional System

BAI Ruru, WANG Yan\*

(College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** Based on fractional Schrödinger equation with variable coefficient, the transmission characteristics of symmetric Pearcey pulse are studied. When the variable coefficient is not considered, it is found that under the action of Lévy index, the symmetric Pearcey pulse splits into two pulses of equal intensity. Especially, when Lévy index equals one, the two Pearcey pulses can maintain the stable transmission over a long distance. When the variable coefficient is considered, under the action of periodic modulation, the symmetric pulse is periodically focused during transmission. The pulse is reshaped at the focal point and the intensity remains basically unchanged. Secondly, the influence of Lévy index and chirp parameter on the transmission characteristics of Pearcey pulse is discussed. The results show that the pulse intensity at the focal point can be controlled by Lévy index and the chirp parameter. The larger the Lévy index, the greater the intensity at the focus. Similarly, the larger the absolute value of the chirp, the greater the intensity at the focus. In addition, the influence of different parameters on the Pearcey pulse interaction is also studied. The change of the pulse spacing and phase, pulse intensity at the focus will also change accordingly.

**Key words:** Fractional Schrödinger equation; variable coefficient; symmetric Pearcey pulse; chirped parameter; Lévy index

收稿日期:2023-10-19;接受日期:2024-02-19

基金项目:国家自然科学基金(11705108)

作者简介:白如如(1996—),女,山西吕梁人,硕士研究生,主要研究方向为非线性光学、光通信。E-mail:18035801079@163.com

\* 通信作者:王艳(WANG Yan),E-mail:Annie@sxu.edu.cn

引文格式:白如如,王艳.变系数分数系统中皮尔斯脉冲的演化特性[J].山西大学学报(自然科学版),2025,48(3):542-549. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024036.

## 0 引言

近年来,由特殊函数描述的光束,因其新颖的特性引起了学者们广泛的研究兴趣,如艾里光束的自愈<sup>[1-4]</sup>、贝塞尔光束的形式不变性<sup>[5-7]</sup>、高斯光束的强度不变性<sup>[8]</sup>等。1946年,皮尔斯首次引入了一种新的特殊光束,用具有无限积分域的积分函数来表示的皮尔斯光束,能量是无限的。其表达式为二维空间函数,因此它的一维形式有两种,当 $x$ 方向上参数为0时,为非对称皮尔斯;当 $y$ 方向上参数为0时,为对称皮尔斯。2012年, Ring等在皮尔斯函数中加入了一个高斯包络,首次从实验中产生了皮尔斯光束,并显示出了自愈合和自聚焦等特性<sup>[9]</sup>。基于这些特性,皮尔斯光束被广泛研究,并导致许多其他类型的皮尔斯光束的衍生。如圆皮尔斯<sup>[10-12]</sup>、半皮尔斯<sup>[13]</sup>、奇皮尔斯<sup>[14]</sup>、对偶皮尔斯<sup>[15]</sup>、椭圆皮尔斯<sup>[16]</sup>、部分相干皮尔斯<sup>[17]</sup>等。由于时间空间的对应性,皮尔斯脉冲近年来也引起学者们的广泛关注,得到了许多有价值的研究成果。例如在具有振荡非线性效应的多模光纤中,在光纤的二阶和三阶色散效应的共同作用下,皮尔斯高斯脉冲的旁瓣能够形成呼吸孤子<sup>[18]</sup>。引入啁啾后,皮尔斯脉冲的聚焦特性发生改变,与线性势结合时脉冲的传输轨迹发生改变,与抛物势结合时脉冲会发生周期性的聚焦与反转<sup>[19-20]</sup>。近年来,皮尔斯脉冲在高非瞬时克尔介质和饱和非线性介质下的传输特性<sup>[21-22]</sup>以及其可控色散波辐射<sup>[23]</sup>也进行了研究。

分数阶薛定谔方程是用于描述分数阶量子系统的薛定谔方程的扩展形式<sup>[24-25]</sup>。与描述整数阶量子系统的标准薛定谔方程不同,分数阶薛定谔方程包含分数阶导数项。它可以用分数阶导数代替动能算子得到,这在描述具有非局域性质、分数阶阻尼等量子系统中具有重要意义。2015年, Longhi等<sup>[26]</sup>首次将量子力学中的分数阶薛定谔方程引入光学系统。随后,学者们对高斯光束、超高斯光束、艾里光束等光束在分数薛定谔方程(Fractional Schrödinger Equation, FSE)背景下的传输动力学进行了广泛的研究。在研究中发现,在分数阶系统中,高斯光束,艾里光束都会劈裂为两个子光束,在线性或高斯势阱的作用下,表现出之字形或漏斗形的周期性传输<sup>[27-30]</sup>。超高斯光束在传输过程

中劈裂为两个鞍形子光束,在非线性作用下,超高斯光束可以被转化为单孤子、呼吸孤子或孤子对<sup>[31]</sup>。此外,在分数系统中光束的相互作用也受到了广泛研究,双艾里光束在可调 Lévy 指数的作用下可以产生复杂的干涉图样,导致了一系列新的传播动力学<sup>[32]</sup>。这些研究结果表明,在分数阶薛定谔方程的背景下传输,光束表现出与标准薛定谔方程中完全不同的动力学特性<sup>[33-34]</sup>。特别地,近年来时间分数阶系统在光学实验中的报道,进一步激发了研究者对分数阶薛定谔方程的研究兴趣<sup>[35]</sup>。然而,目前在变系数分数系统中对皮尔斯脉冲动力学特性的研究还比较有限。变系数分数系统中,能否实现皮尔斯脉冲的周期重构以实现其长距离传输以及通过参数的改变实现对皮尔斯脉冲的操控,值得进一步详细研究与讨论。因此,本文基于变系数分数阶薛定谔方程来讨论啁啾参数和 Lévy 指数对对称皮尔斯脉冲传输特性的影响。此外,还探讨了不同参数下皮尔斯脉冲相互作用的动力学特性。

## 1 理论模型与分析

在变系数的分数薛定谔系统中传输时,脉冲的传输特性可以用下面无量纲的归一化变系数薛定谔方程来描述:

$$i \frac{\partial \varphi(t, z)}{\partial z} - \frac{1}{2} D(z) \left( -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} \varphi(t, z) = 0, \quad (1)$$

式中 $\varphi(t, z)$ 为脉冲包络幅值, $z$ 和 $t$ 分别为传输距离与时间坐标。 $\alpha(1 < \alpha \leq 2)$ 是 Lévy 指数,方程(1)在实空间的解可表示为:

$$\varphi(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}(k, 0) e^{-\frac{i}{2}|k|^{\alpha} \int_0^z D(\xi) d\xi} e^{ikt} dk. \quad (2)$$

方程(2)中 $\hat{\varphi}(k, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t, 0) e^{-ikt} dt$ 是初始输入函数的傅里叶变换形式, $D(z)$ 是传输距离 $z$ 的函数,当 $D(z) = 1$ 时,式(1)为一般分数薛定谔方程,当 $D(z) = \cos(\Omega z)$ ,系统具有纵向周期性调制。从上式可以看出给定初始输入,就可以通过方程(2)给出方程(1)的动力学解。

为了研究对称皮尔斯脉冲在分数系统中的传输特性,选择如下形式的初始输入脉冲:

$$\varphi(t, 0) = pe(t, 0)\exp(-\sigma t^2)\exp(i\beta t^2), \quad (3)$$

其中  $pe(t, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(s^4 + st)]ds$  为对称皮尔斯脉冲。 $\sigma$  是高斯截断函数的宽度。为了更好地保持皮尔斯脉冲的传输特性,减少高斯函数作用,需要高斯函数宽度大,则  $\sigma$  必须非常小。所以在下面的讨论中,固定参数  $\sigma = 1/400, \beta$  为二次啁啾参数。将方程(3)代入方程(2)中,得到方程(1)的解可以写为以下方程:

$$\begin{aligned} \varphi(t, z) = & \sqrt{\frac{i}{4\pi(i\sigma + \beta)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is^4 - \frac{i(s-k)^2}{4(i\sigma + \beta)}\right] ds \\ & \exp\left(-\frac{i}{2}|k|^\alpha \int_0^z D(\xi) d\xi\right) \exp(ikt) dk. \end{aligned} \quad (4)$$

在 Lévy 指数  $\alpha = 1$  的情况下,方程(4)变为以下形式:

$$\begin{aligned} \varphi(t, z) = & A \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is^4 - \frac{i(s-k)^2}{4(i\sigma + \beta)}\right] ds \exp(ikT_+) dk + \\ & A \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is^4 - \frac{i(s-k)^2}{4(i\sigma + \beta)}\right] ds \exp(ikT_-) dk, \end{aligned} \quad (5)$$

其中参数  $A = \sqrt{\frac{i}{4\pi(i\sigma + \beta)}}$ ,  $T_{\pm}(z) = t \mp \frac{1}{2} \int_0^z D(\xi) d\xi$ 。

## 2 对称皮尔斯脉冲的动力学特性

### 2.1 $D(z) = 1$

在本小节中我们讨论参数  $D(z) = 1$  时,啁啾参数以及 Lévy 指数对皮尔斯脉冲传输特性的影响。当参数  $\beta = 0, \alpha = 1$  时,对称皮尔斯脉冲的传输特性,如图 1 所示。图 1(a1) 中可以看出,在 Lévy 指数的作用下,脉冲劈裂为强度相等的两束,演化轨迹关于  $t = 0$  对称,在两分支旁瓣的作用下,在中心交点两侧形成干涉条纹。随着传输距离的增大,两分支脉冲距中心对称点越来越远,干涉条纹逐渐减小。图 1(a2) 为皮尔斯脉冲的峰值演化图,从中可以看出,初始入射脉冲在到达某一距离后,强度达到最大。随着传输距离的增加,强度逐渐减小,由于分支旁瓣所产生的干涉,强度出现抖动。当到达某一距离后,强度达到稳定,基本不再变化。图 1(a3) 为传输距离分别为  $z = 0$  与  $z = 80$  时脉冲的轮廓图。图 1(b) 为公式(5)对应的演化图以及相同传输距离  $z = 0$  与  $z = 80$  时的轮廓图。对比发现演化结果与数值结果完全相同。

图 2(a) 展示了不同 Lévy 指数下皮尔斯脉冲的传输特性。图中可以看出随着 Lévy 指数  $\alpha$  增大,脉冲强度降低速率加快。图 2(b) 中展示了传输距离  $z = 80$  时的轮廓图。结果表明,当传输到一定距离时,  $\alpha$  越大脉冲强度越低。特别是,如上文所述,当 Lévy 指数  $\alpha = 1$  时劈裂的

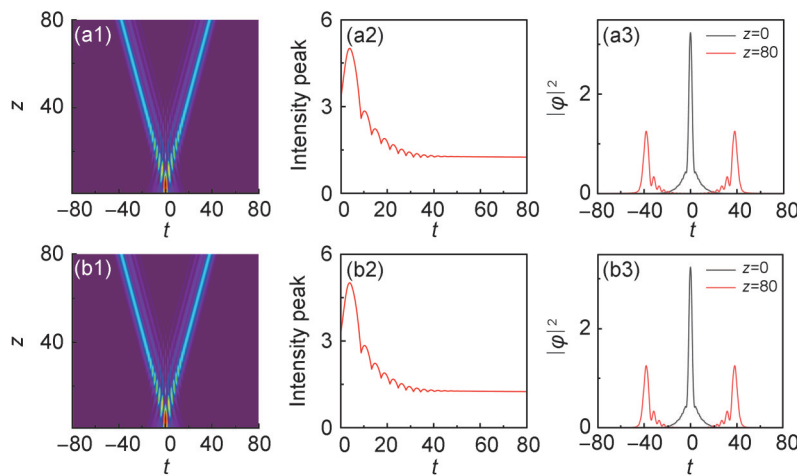


图 1  $D(z) = 1, \alpha = 1, \beta = 0$  时,皮尔斯脉冲演化图

(a) 数值模拟演化结果; (b) 对应方程(5)的演化结果。

Fig. 1 Evolution of Pearcey pulse with  $D(z) = 1, \alpha = 1, \beta = 0$

(a) Numerical results; (b) Analytical results.

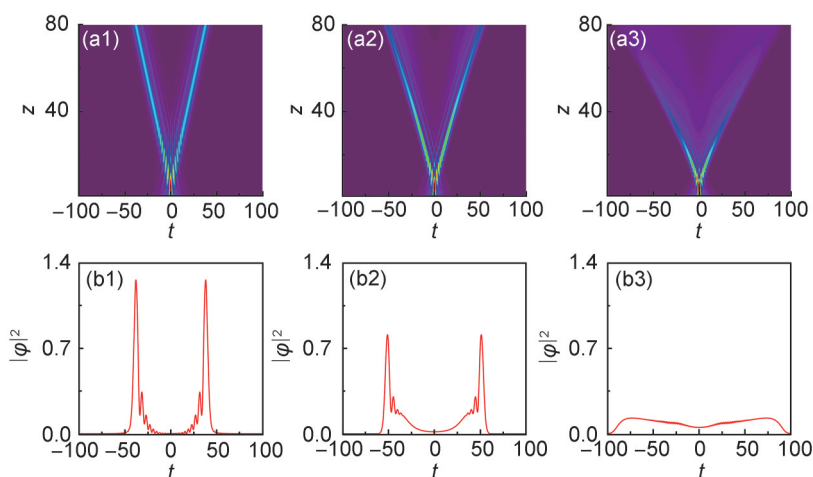
两束脉冲在强度下降到一定强度后,可以保持强度不变的稳定传输。因此,Lévy指数减小,能够使两分支脉冲保持较长距离的稳定传输。

当Lévy指数保持不变,例如 $\alpha=1$ 时,考虑啾啾参数对皮尔斯脉冲传输特性的影响,如图3所示。图3(b1)–(b3)为脉冲传输到 $z=80$ 的轮廓图,结果表明,当啾啾为负数时,随着啾啾的减小,分支脉冲旁瓣增多,脉冲主瓣脉冲宽度变小,强度增加。以上结果表明,在常系

数分数系统中,Lévy指数能够使对称皮尔斯脉冲劈裂为两束强度相同的脉冲,且Lévy指数越小,两分支脉冲强度衰减越慢,当Lévy指数 $\alpha=1$ 时,两分支脉冲能够保持较长距离的稳定传输。啾啾的存在能够改变两分支脉冲的强度,当入射脉冲的啾啾为负数时,啾啾越小,两分支脉冲的强度越大。

### 2.2 $D(z)=\cos(\Omega z)$

在周期调制 $D(z)=\cos(\Omega z)$ 的作用下对称



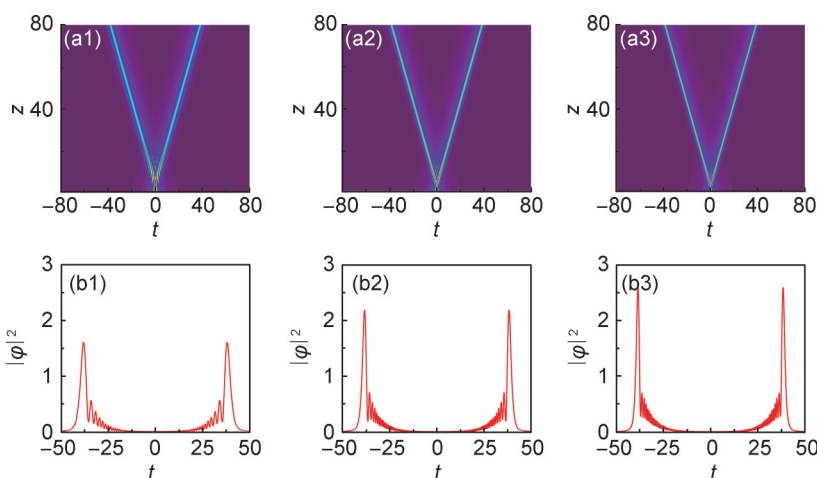
注:(a1/b1):  $\alpha=1$ ; (a2/b2):  $\alpha=1.4$ ; (a3/b3):  $\alpha=1.8$ 。

图2 不同Lévy指数下,皮尔斯脉冲的演化

(a)  $D(z)=1, \beta=0$ 时,皮尔斯脉冲演化图; (b)  $z=80$ 处的脉冲轮廓图。

Fig. 2 Evolutions of Pearcey pulse with different Lévy indices

(a) Pearcey pulse evolution diagram with  $D(z)=1, \beta=0$ ; (b) The profile of Pearcey pulse at  $z=80$ .



注:(a1/b1):  $\beta=-0.1$ ; (a2/b2):  $\beta=-0.3$ ; (a3/b3):  $\beta=-0.5$ 。

图3 不同啾啾参数下,皮尔斯脉冲的演化

(a)  $D(z)=1, \alpha=1$ 时,皮尔斯脉冲演化图; (b)  $z=80$ 处的轮廓图。

Fig. 3 Evolutions of Pearcey pulse with different chirp parameters

(a) Evolution of Pearcey pulse with  $D(z)=1, \alpha=1$ ; (b) The profile of Pearcey pulse at  $z=80$ .

皮尔斯光束在传输过程中发生周期性聚焦,如图4(a)所示。图4(b)为Lévy指数 $\alpha=1, \beta=0$ 时皮尔斯脉冲焦点以及两焦点间的轮廓图。

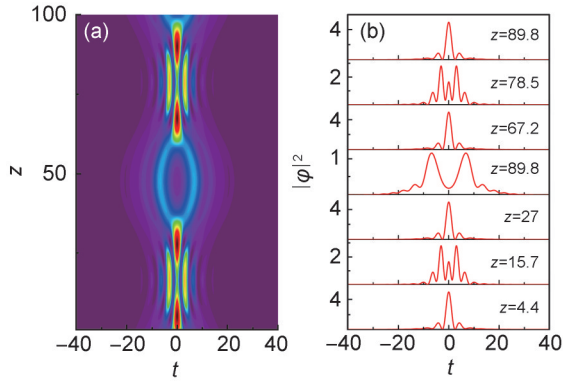


图4 纵向周期调制下,皮尔斯脉冲的演化  
(a)  $D(z)=\cos(\Omega z), \alpha=1, \beta=0$ 时,皮尔斯脉冲演化图;  
(b) 焦点位置及焦点间轮廓图。

Fig. 4 Evolution of Pearcey pulse under longitudinal periodic modulation

(a) Evolution of Pearcey pulse with  $D(z)=\cos(\Omega z), \alpha=1, \beta=0$ ; (b) Focus position and interfocus profile.

从图中可以看出,皮尔斯脉冲在聚焦后劈裂为两束强度相同的脉冲,一个周期后劈裂为强度较低的两束高斯波包,焦点处的特征与强度在传输过程中不发生改变。此结果表明,在纵向周期调制作用下,对称皮尔斯脉冲在传输过程中可以实现周期复原与重构。

为了更好地观察Lévy指数的影响,研究了不同Lévy指数下,对称皮尔斯脉冲在传输过程中的演化特性,如图5(a)所示。结果表明,其他参数保持不变,Lévy指数的改变,不影响交点处皮尔斯脉冲的周期复原与重构。随着Lévy指数增大,焦点处脉冲包络形状不变,强度增大。

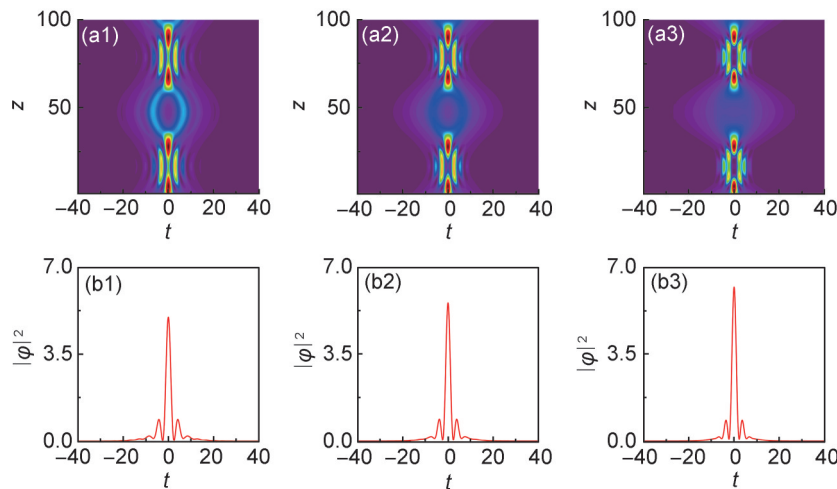
接下来将讨论啁啾参数对皮尔斯脉冲传输特性影响。图6(a)为Lévy指数 $\alpha=1$ ,啁啾参数为负数时脉冲的演化特性。结果表明,随着啁啾的减小,皮尔斯脉冲强度增大,主瓣宽度变窄,干涉条纹减少。

为了更深入地了解啁啾参量与Lévy指数对皮尔斯脉冲传输特性的影响,研究了不同Lévy指数 $\alpha$ 下焦点强度对啁啾参量 $\beta$ 的依赖关系,如图7所示。结果表明,焦点处强度随着Lévy指数的增大而增大,Lévy指数 $\alpha$ 越大,焦点处强度增加的趋势越快。啁啾等于0时,焦点强度变化不大,啁啾参数绝对值越大,焦点处强度增加的趋势就越大。

### 3 皮尔斯脉冲的相互作用

本节我们讨论变系数分数系统中对称皮尔斯脉冲的相互作用,入射双皮尔斯脉冲形式如下:

$$\varphi(t, 0) = pe(t+B)\exp[-\sigma(t+B)^2] + pe(-t+B)\exp[-\sigma(t-B)^2]\exp(i\theta), \quad (6)$$



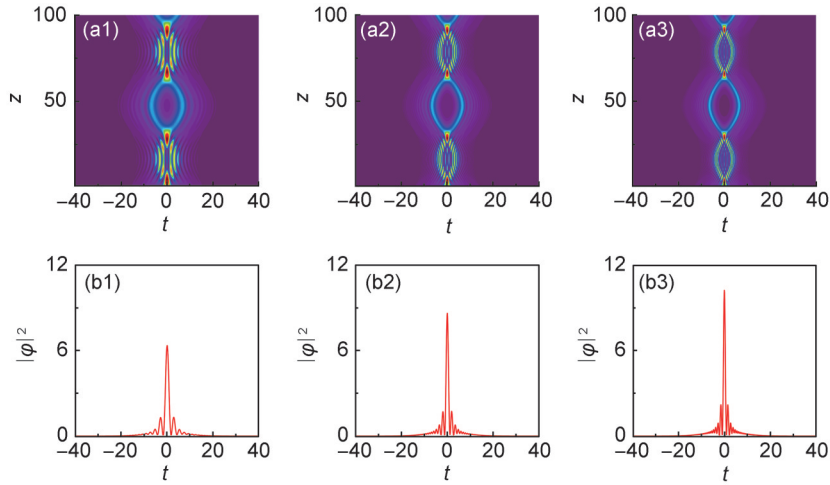
注: (a1/b1):  $\alpha=1$ ; (a2/b2):  $\alpha=1.4$ ; (a3/b3):  $\alpha=1.8$ 。

图5 纵向周期调制下,不同Lévy指数对皮尔斯脉冲演化的影响

(a)  $D(z)=\cos(\Omega z), \beta=0$ 时,皮尔斯脉冲演化图; (b) 焦点处的轮廓图。

Fig. 5 Evolutions of Pearcey pulse with different Lévy indices under longitudinal periodic modulation

(a) Evolution of Pearcey pulse with  $D(z)=\cos(\Omega z), \beta=0$ ; (b) Profile at the focal point.



注: (a1/b1):  $\beta = -0.1$ ; (a2/b2):  $\beta = -0.3$ ; (a3/b3):  $\beta = -0.5$ 。

图6 纵向周期调制下,不同啁啾参数对皮尔斯脉冲演化的影响  
(a)  $D(z) = \cos(\Omega z)$ ,  $\alpha = 1$ 时,皮尔斯脉冲演化图;(b) 焦点处的轮廓图。

Fig. 6 Evolutions of Pearcey pulse with different chirp parameters under longitudinal periodic modulation  
(a) Evolution of Pearcey pulse with  $D(z) = \cos(\Omega z)$ ,  $\alpha = 1$ ; (b) Profile at the focal point.

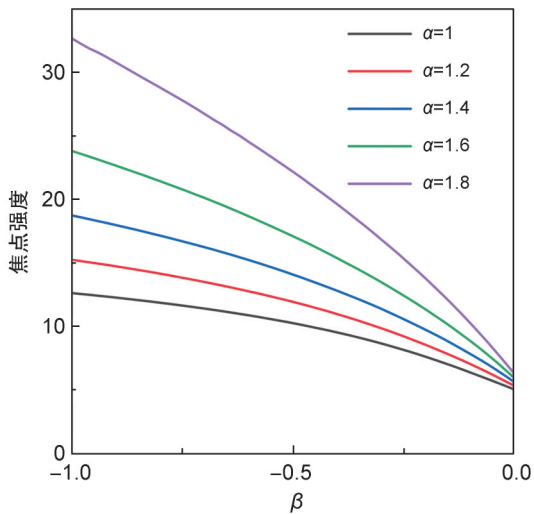


图7 不同Lévy指数下,焦点强度对啁啾参量 $\beta$ 的依赖关系

Fig. 7 The pulse intensity at the focus versus the chirp parameter  $\beta$  for different Lévy indices

其中  $pe(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i(s^4 + st)] ds$  为对称皮尔斯

函数,  $B$  为两皮尔斯脉冲的间隔,  $\theta$  为初始相位差。通过改变两脉冲的间隔以及相位差来研究双皮尔斯脉冲的演化特性。

当两束皮尔斯脉冲同相,即相位差  $\theta = 0$  时,改变两脉冲的间隔  $B$ ,双皮尔斯脉冲的动力学演化图如图8所示。从图中可以看出,当初始间隔小时,脉冲间相互作用影响较大,脉冲在传输过程中劈裂为两束强度相等的脉冲,之后重新聚焦。随着初始间距的增大,焦点处的光斑增大,随着初始间距的进一步增大,焦点处的光斑逐渐分裂为两束强度相等的脉冲,不再周期聚焦与重构。当两束皮尔斯脉冲反相,即  $\theta = \pi$  时,改变两脉冲的初始间隔对双皮尔斯脉冲动力学演化图的影响,如图9所示。结果表明,当双脉冲的初始相位反向,脉冲间的相斥作用力使得两脉冲不能聚焦。随着两脉冲初始间隔增大,例如  $B = 1$  时,脉冲演化形成条

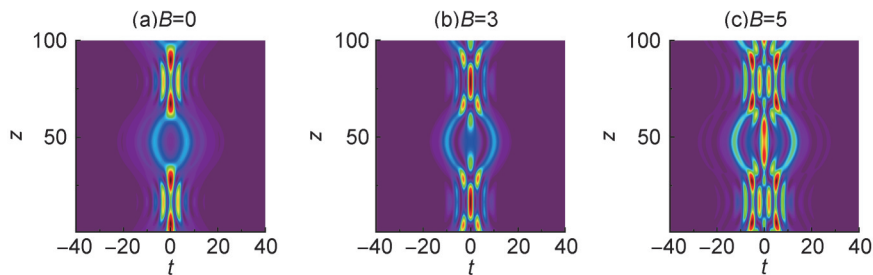


图8  $\alpha = 1, \beta = 0, \theta = 0$ 时,不同初始间隔  $B$  下的皮尔斯脉冲演化

Fig. 8 Evolutions of Pearcey pulse at different initial intervals  $B$  with  $\alpha = 1, \beta = 0, \theta = 0$

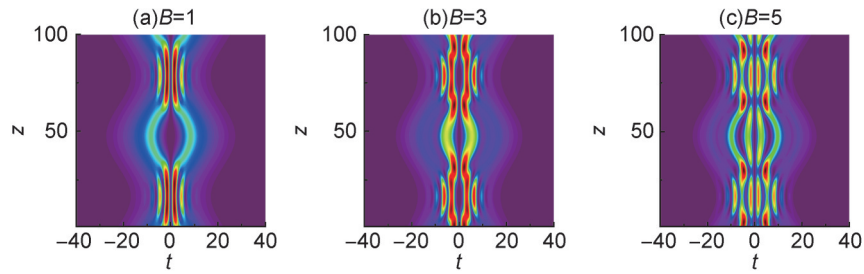


图9  $\alpha=1, \beta=0, \theta=\pi$ 时,不同初始间隔 $B$ 下的皮尔斯脉冲演化

Fig. 9 Evolutions of Pearcey pulse at different initial intervals  $B$  with  $\alpha=1, \beta=0, \theta=\pi$

状焦斑。随着 $B$ 进一步增大,脉冲间相斥作用减弱,与同向双皮尔斯脉冲的动力学演化特性基本类似。

#### 4 结论

众所周知,皮尔斯脉冲分为对称皮尔斯脉冲与非对称皮尔斯脉冲。在相同的理论模型下,对称皮尔斯脉冲与非对称皮尔斯脉冲可能展现出不同的动力学特性。本文以变系数分数阶薛定谔方程为理论模型,研究了对称皮尔斯脉冲的传输特性。结果表明,在Lévy指数的作用下,对称皮尔斯脉冲劈裂为两束强度相等的脉冲,Lévy指数越大,脉冲强度降低速率越大。因此,减小Lévy指数能够延长脉冲稳定传输的距离。特别地,当Lévy指数 $\alpha=1$ 时,两束皮尔斯脉冲在传输一定距离后强度基本不变,能够保持较长范围内的稳定传输。其次,引入变系数后,在纵向周期调制的作用下,对称皮尔斯脉冲在传输过程中发生周期性聚焦,脉冲特性在焦点处重现且强度基本维持不变,能够实现皮尔斯脉冲的周期重构与复原,焦点处强度随着Lévy指数的增大而增强。对于具有二次啁啾的皮尔斯脉冲,当啁啾为负数时,焦点处强度随着啁啾的减少而增大。因此在变系数分数系统中,对称皮尔斯脉冲能够实现周期重构与复原,从而实现长距离传输。并且通过改变Lévy指数以及啁啾参数的大小,能够改变皮尔斯脉冲的强度,以实现皮尔斯脉冲的操控。但是本文中操控仅对于焦点处强度,对于焦点的位置几乎没有改变,并且对于非对称皮尔斯脉冲没有详细探讨,将在后续的讨论中进一步展开研究。

#### 参考文献:

- [1] BERRY M V, BALAZS N L. Nonspreading Wave Packets[J]. *Am J Phys*, 1979, **47**(3): 264-267. DOI: 10.1119/1.11855.
- [2] SIVILOGLOU G A, CHRISTODOULIDES D N. Accelerating Finite Energy Airy Beams[J]. *Opt Lett*, 2007, **32**(8): 979. DOI: 10.1364/ol.32.000979.
- [3] SIEGMAN A E. Lasers[M]. Mill Valley, Calif.: University Science Books, 1986.
- [4] KOTLYAR V V, KOVALEV A A. Airy Beam with a Hyperbolic Trajectory[J]. *Opt Commun*, 2014, **313**: 290-293. DOI: 10.1016/j.optcom.2013.10.044.
- [5] BOUCHAL Z, WAGNER J, CHLUP M. Self-reconstruction of a Distorted Nondiffracting Beam[J]. *Opt Commun*, 1998, **151**(4/5/6): 207-211. DOI: 10.1016/s0030-4018(98)00085-6.
- [6] FAHRBACH F O, SIMON P, ROHRBACH A. Microscopy with Self-reconstructing Beams[J]. *Nat Photonics*, 2010, **4**: 780-785. DOI: 10.1038/nphoton.2010.204.
- [7] VYAS S, KOZAWA Y, SATO S. Self-healing of Tightly Focused Scalar and Vector Bessel-gauss Beams at the Focal Plane[J]. *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis*, 2011, **28**(5): 837-843. DOI: 10.1364/JOSAA.28.000837.
- [8] ZHANG Y Q, LIU X, BELIĆ M R, et al. Propagation Dynamics of a Light Beam in a Fractional Schrödinger Equation[J]. *Phys Rev Lett*, 2015, **115**(18): 180403. DOI: 10.1103/physrevlett.115.180403.
- [9] RING J D, LINDBERG J, MOURKA A, et al. Auto-focusing and Self-healing of Pearcey Beams[J]. *Opt Express*, 2012, **20**(17): 18955-18966. DOI: 10.1364/OE.20.018955.
- [10] HUANG H, WEI Q, LIANG Z, et al. Abruptly Dual Auto-focusing Circle Pearcey Edge Dislocation Beams[J]. *Opt Laser Technol*, 2018, **43**(15): 3626-3629. DOI: 10.1364/OL.43.003626.
- [11] CHEN X Y, DENG D M, WANG G H, et al. Abruptly Auto-focused and Rotated Circular Chirp Pearcey Gaussian Vortex Beams[J]. *Opt Lett*, 2019, **44**(4): 955-958. DOI: 10.1364/OL.44.000955.
- [12] XU D L, MO Z W, JIANG J J, et al. Guiding Particles

- along Arbitrary Trajectories by Circular Pearcey-like Vortex Beams[J]. *Phys Rev A*, 2022, **106**: 013509. DOI: 10.1103/physreva.106.013509.
- [13] KOVALEV A A, KOTLYAR V V, ZASKANOV S G, *et al.* Half Pearcey Laser Beams[J]. *J Opt*, 2015, **17**(3): 035604. DOI: 10.1088/2040-8978/17/3/035604.
- [14] LIU Y J, XU C J, LIN Z J, *et al.* Auto-focusing and Self-healing of Symmetric Odd-Pearcey Gauss Beams [J]. *Opt Lett*, 2020, **45**(11): 2957–2960. DOI: 10.1364/OL.394443.
- [15] REN Z J, FAN C J, SHI Y L, *et al.* Symmetric Form-invariant Dual Pearcey Beams[J]. *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis*, 2016, **33**(8): 1523–1530. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001523.
- [16] JIANG J J, MO Z W, XU D L, *et al.* Elliptical Pearcey Beam[J]. *Opt Commun*, 2022, **504**: 127475. DOI: 10.1016/j.optcom.2021.127475.
- [17] ZHOU X Y, PANG Z H, ZHAO D M. Partially Coherent Pearcey-Gauss Beams[J]. *Opt Lett*, 2020, **45**(19): 5496. DOI: 10.1364/ol.404277.
- [18] DAI J N, MA Q C, LUO A P, *et al.* Nearly Non-dispersive Propagation of Pearcey-Gaussian Pulses in Optical Fibers Close to the Zero Dispersion Point[J]. *Opt Commun*, 2020, **471**: 125915. DOI: 10.1016/j.optcom.2020.125915.
- [19] LI Y Q, PENG Y Q, HONG W Y. Propagation of the Pearcey Pulse with a Linear Chirp[J]. *Results Phys*, 2020, **16**: 102932. DOI: 10.1016/j.rinp.2020.102932.
- [20] ZHANG X, ZHANG J, CHEN C S, *et al.* Controllable Focusing Behavior of Chirped Pearcey-Gaussian Pulses under Time-dependent Potentials[J]. *Opt Express*, 2022, **30**(19): 34835–34847. DOI: 10.1364/OE.471329.
- [21] ZHANG X, CHEN C S, ZHANG L F. Anomalous Interaction of Pearcey Gaussian Pulse in Saturable Nonlinear Media[J]. *Opt Commun*, 2023, **536**: 129289. DOI: 10.1016/j.optcom.2023.129289.
- [22] YI K W, CHEN R F, HONG W Y. Dynamics of Pearcey Pulses in Highly Noninstantaneous Kerr Media [J]. *Jpn J Appl Phys*, 2020, **59**(3): 032001. DOI: 10.35848/1347-4065/ab71d4.
- [23] ZHANG X, LI H Z, WANG Z T, *et al.* Controllable Dispersive Wave Radiation from Pearcey Gaussian Pulses[J]. *Ann Der Phys*, 2022, **534**(5): 2100479. DOI: 10.1002/andp.202100479.
- [24] LASKIN N. Fractional Quantum Mechanics[J]. *Phys Rev E*, 2000, **62**(3): 3135–3145. DOI: 10.1103/physreve.62.3135.
- [25] LASKIN N. Fractional Schrödinger Equation[J]. *Phys Rev E*, 2002, **66**(5): 056108. DOI: 10.1103/physreve.66.056108.
- [26] LONGHI S. Fractional Schrödinger Equation in Optics [J]. *Opt Lett*, 2015, **40**(6): 1117–1120. DOI: 10.1364/OL.40.001117.
- [27] ZANG F, WANG Y, LI L. Dynamics of Gaussian Beam Modeled by Fractional Schrödinger Equation with a Variable Coefficient[J]. *Opt Express*, 2018, **26**(18): 23740–23750. DOI: 10.1364/OE.26.023740.
- [28] HUANG X W, DENG Z X, FU X Q. Dynamics of Finite Energy Airy Beams Modeled by the Fractional Schrödinger Equation with a Linear Potential[J]. *J Opt Soc Am B*, 2017, **34**(5): 976. DOI: 10.1364/josab.34.000976.
- [29] CHEN W J, WANG T, WANG J, *et al.* Dynamics of Interacting Airy Beams in the Fractional Schrödinger Equation with a Linear Potential[J]. *Opt Commun*, 2021, **496**: 127136. DOI: 10.1016/j.optcom.2021.127136.
- [30] XIAO Y, ZHANG J, WANG P X. Controllable Transmission of Airy-Gaussian Beams in Fractional Schrödinger Equation Under Gaussian Potential[J]. *Optik*, 2021, **235**: 166627. DOI: 10.1016/j.ijleo.2021.166627.
- [31] ZHANG L F, LI C X, ZHONG H Z, *et al.* Propagation Dynamics of Super-Gaussian Beams in Fractional Schrödinger Equation: From Linear to Nonlinear Regimes[J]. *Opt Express*, 2016, **24**(13): 14406–14418. DOI: 10.1364/OE.24.014406.
- [32] ZHANG L F, ZHANG X, WU H Z, *et al.* Anomalous Interaction of Airy Beams in the Fractional Nonlinear Schrödinger Equation[J]. *Opt Express*, 2019, **27**(20): 27936–27945. DOI: 10.1364/OE.27.027936.
- [33] BAI X Q, YANG R C, JIA H P, *et al.* Dynamics and Manipulation of Airy Beam in Fractional System with Diffraction Modulation and PT-symmetric Potential[J]. *Nonlinear Dyn*, 2023, **111**(5): 4577–4591. DOI: 10.1007/s11071-022-08072-4.
- [34] 辛旺, 王艳, 李禄. 含参艾里光束在变系数分数系统中的传输[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2023, **46**(5): 1129–1137. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2022099.
- XIN W, WANG Y, LI L. Propagation of Airy Beams with Parameters in Fractional Systems with Variable Coefficients[J]. *J Shanxi Univ Nat Sci Ed*, 2023, **46**(5): 1129–1137. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2022099.
- [35] LIU S L, ZHANG Y W, MALOMED B A, *et al.* Experimental Realisations of the Fractional Schrödinger Equation in the Temporal Domain[J]. *Nat Commun*, 2023, **14**(1): 222. DOI: 10.1038/s41467-023-35892-8.