

## 四阶衍射对双曲余弦高斯光束传输的影响

张海洋,宋丽军\*

(山西大学 物理电子工程学院,山西 太原 030006)

**摘要:**基于光束在包含四阶衍射效应强非局域非线性介质(抛物势)中的传播模型——(1+1)维线性薛定谔方程,本文数值分析了带有初始啁啾的双曲余弦高斯光束的传输动力学。结果表明:不论初始输入的双曲余弦高斯光束是单峰结构还是双峰结构,无初始啁啾的光束演化均保持良好的周期脉动传输行为,正常四阶衍射效应会使其脉动周期变小,而反常四阶衍射效应会使其脉动周期变大;如果初始光束中心位置不在 $x=0$ 点,双峰结构的双曲余弦高斯光束由于初始偏移速度的不同,两个子光束各自沿着周期相同、振荡幅度不同的“Z”型轨迹演化,而四阶衍射效应的存在会破坏其演化的周期性,使光束发生严重的分裂现象;初始啁啾和抛物势的存在均会对光束脉动的幅度和周期产生一定的影响。

**关键词:**四阶衍射效应;双曲余弦高斯光束;强非局域非线性介质;初始啁啾

**中图分类号:**TN012 **文献标志码:**A **文章编号:**0253-2395(2025)05-0946-09

## Influence of Fourth-order Diffraction Effect on the Hyperbolic Cosh-Gaussian Beams Transmission

ZHANG Haiyang, SONG Lijun\*

(School of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** Based on the (1+1) dimensional linear Schrödinger equation, which is a theoretical model to describe the beam evolution in strongly nonlocal nonlinear media with the fourth-order diffraction effect, the transmission dynamics of the hyperbolic cosh-Gaussian beams with initial chirp are numerically studied. The results show that no matter the initial input hyperbolic cosh-Gaussian beam is one-humped or double-humped structure, the beam evolution without initial chirp maintains good periodic pulsation behavior. The normal fourth-order diffraction effect leads to the pulsation period smaller, and the abnormal fourth-order diffraction effect leads to the pulsation period larger. If the center of the initial beam is not located at  $x=0$ , the two sub-beams of the double-humped hyperbolic cosh-Gaussian beam evolve along the "Z-shaped" trajectory with the same period and different oscillation amplitude due to the different offset velocity. The existence of the fourth-order diffraction effect destroys the periodicity of their evolution and causes serious beam splitting. Both the initial chirp and the parabolic potential have certain effects on the amplitude and period of the beam pulsation.

**Key words:** fourth-order diffraction effect; cosh-Gaussian beams; strongly nonlocal nonlinear media; initial chirp

### 0 引言

近些年,各种类型的高斯光束<sup>[1-6]</sup>在非线性光纤光学中被广泛研究,它们也被广泛应用于引

力波的探测<sup>[7-10]</sup>,大气和海洋湍流<sup>[11-13]</sup>的分析中。1997年,Casperson等首先提出了厄米双曲正弦高斯光束是傍轴近似下波动方程的解<sup>[14]</sup>,从此人们对类似的高斯光束进行了广泛研究。作为厄

收稿日期:2023-12-05;接受日期:2024-04-08

作者简介:张海洋(1999-),男,山西太原人,硕士研究生,研究方向为光脉冲的非线性传输。E-mail:2281151124@qq.com

\* 通信作者:宋丽军(SONG Lijun),E-mail:songlij@sxu.edu.cn

引文格式:张海洋,宋丽军.四阶衍射对双曲余弦高斯光束传输的影响[J].山西大学学报(自然科学版),2025,48(5):946-954. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024065.

米双曲正弦高斯光束的特殊解,双曲余弦光束近年来也备受人们的关注。双曲余弦高斯光束的传播特性,聚焦特性,以及在各种介质中的传输动力学成为光学通信领域的主要研究内容之一<sup>[4,15-16]</sup>。2014年,衡阳师范学院戴志平等研究了双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输,给出了一种研究光束在强非局域介质中传输和相互作用的新思路<sup>[4]</sup>。2019年,上海理工大学高秀敏科研小组研究了正弦波前高阶双曲余弦高斯光束受多螺旋光涡流调制的聚焦特性<sup>[15]</sup>,还验证了多螺旋光涡流在较低数值孔径条件下对高斯光束的影响。2021年,河北师范大学杨振军团队研究了复值双曲余弦高斯光束在强非局域非线性介质中的传播特性<sup>[16]</sup>,并实现了通过调整复参数来控制光束,使光束分别以类高斯、近平顶、多峰和四峰四种不同的形式传播。

许多研究结果表明,光束在克尔<sup>[17]</sup>、饱和<sup>[18]</sup>、非局域<sup>[19]</sup>等非线性介质中传输时,衍射效应对光束传输特性的影响至关重要。衍射在非线性光纤光学中作为光波的基本现象,广泛应用于光信息处理,光互联等领域。多数研究中,人们通常只考虑二阶衍射效应对光束传输<sup>[20]</sup>的影响,但被忽略的高阶衍射<sup>[21]</sup>对光束传输也有非常重要的作用,比如:在光孤子解<sup>[22]</sup>、光电子开关应用<sup>[23]</sup>、光栅光学<sup>[24-25]</sup>、光脉冲的自相似传播<sup>[26]</sup>以及新型孤子的捕获<sup>[27-32]</sup>中都有着广泛的应用。此外,在近轴光学中,外部抛物势有时会导致意想不到的新传播现象,特别是对艾里光束传播的影响。2015年,西安交通大学张贻齐团队研究了具有抛物势的介质中正常、位移和啁啾有限能量艾里光束的周期性反演和相变<sup>[33]</sup>,这种传播导致了一种不寻常的振荡。2019年,浙江农林大学的周国泉团队推导出了抛物势下一维 Cosh-Airy 光束和 Cos-Airy 光束的解析表达式<sup>[34]</sup>,且抛物势中的 Cosh-Airy 光束和 Cos-Airy 光束的归一化强度、重心及光束尺寸均具有相同的周期变化特性。这些研究结果可能在粒子操纵、信号处理等方面具有潜在的应用前景。

本文将基于强非局域非线性介质中光束传输的理论模型——(1+1)维线性薛定谔方程数值研究四阶衍射效应对双曲余弦高斯光束在强非局域非线性介质(抛物势)中的传输特性的

影响。通过调节四阶衍射、抛物势深度、初始啁啾和光束中心位置等参数,分析势垒和四阶衍射效应同时作用下,双曲余弦高斯光束的演化动力学特性,从而获得四阶衍射效应对双曲余弦高斯光束传输的影响规律,为光束的传输管理及控制提供一定的理论参考。

## 1 理论模型

在傍轴光学系统中,光束在具有四阶衍射效应的强非局域非线性介质(抛物势)中传播满足归一化的(1+1)维线性薛定谔方程<sup>[35-36]</sup>

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} - \frac{1}{2} \alpha^2 x^2 \psi = 0, \quad (1)$$

其中  $\psi(x, z)$  是归一化后光场的复振幅包络,  $x$  和  $z$  分别表示归一化的横向坐标和传输距离,  $\beta$  为四阶衍射的强度系数,  $\alpha$  是抛物势的深度,其中  $\beta > 0$  表示正常四阶衍射,  $\beta < 0$  表示反常四阶衍射。

假设初始输入光束为一维的双曲余弦高斯光束,

$$\psi(x, 0) =$$

$$A_0 \cosh(\Omega(x - x_0)) \exp(-\sigma(x - x_0)^2), \quad (2)$$

其中  $A_0$  为归一化的振幅系数,  $\cosh(\cdot)$  是双曲余弦函数,  $\Omega$  是双曲余弦光束的初始参数,  $x_0$  是光束中心位置参数,  $\sigma$  是与高斯光束宽度相关的参数。当各参数取值不同时,初始输入光束的形状各不相同,如图 1 所示的  $A_0 = 1$  时光束的分布情况。从图 1(a) 中可以看出,当高斯光束宽度参数较大时,双曲余弦高斯光束只有一个峰值,如插图中红色虚线和黑色点线所示的  $\sigma = 1$  和  $\sigma = 0.5$  时的光束分布;当高斯光束宽度参数进一步减小时,光束分裂成两个峰值,且随着  $\sigma$  的减小,峰值强度迅速增大,如图 1(a) 中黑色实线所示的  $\sigma = 0.05$  时峰值强度达到 5 500 多,但不论峰值强度多大,两峰之间的谷值并不等于零,而是始终等于 1。同样地,双曲余弦参数  $\Omega$  的改变也会改变光束的分布,如图 1(b) 所示,随着  $\Omega$  的增大,光束分布也会由单峰分裂成双峰,且峰值强度的增长迅速,谷值始终等于 1。当光束中心位置参数不为零时,光束的中心会发生平移,如图 1(b) 中绿色点虚线所示。

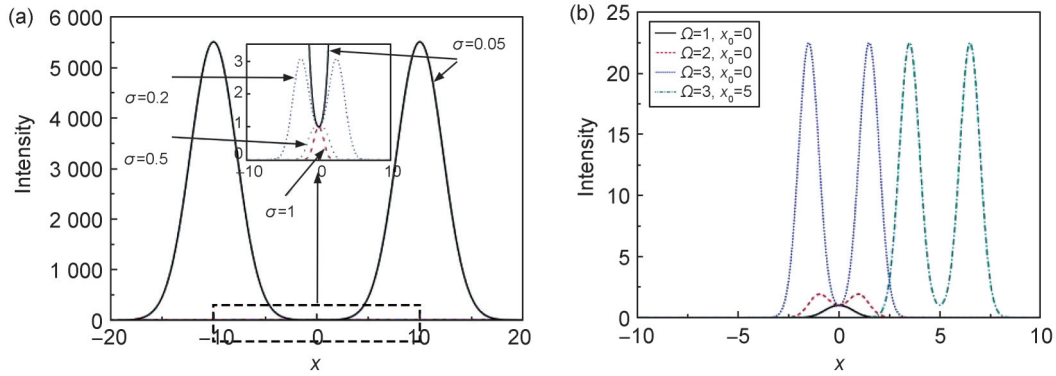


图1 双曲余弦高斯光束的分布

(a)  $\Omega=1, x_0=0$ 时高斯束宽参数对分布的影响;(b)  $\sigma=1$ 时双曲余弦初始参数 $\Omega$ 和光束中心位置对分布的影响

Fig. 1 Distribution of hyperbolic cosh-Gaussian beams

(a) the influence of Gaussian beam width parameters on the distribution at  $\Omega=1, x_0=0$ ; (b) the effect of the initial parameters of hyperbolic cosine and the position of the center of the beam on the distribution at  $\sigma=1$

## 2 结果讨论

### 2.1 无初始啁啾

当其他参数  $A_0=1, \alpha=0.5, \sigma=0.25, x_0=0$  时,四阶衍射效应对双曲余弦高斯光束演化的影响如图2所示。通过对比图2(b1)~(b3)可以看出,当四阶衍射为零时,随着初始参数 $\Omega$ 的增大,初始输入的双曲余弦高斯光束的包络由单峰结构逐渐变为双峰结构,光束演化的周期基本保持不变,但由于光束的分裂,导致光束周期性脉动的幅度增大。在反常四阶衍射( $\beta < 0$ )的作用下,光束的演化周期变大,且 $\Omega$ 较大时脉动的周期性逐渐被破坏,光束分裂变得不规则,如图2(c3)和图2(d3)。在正常四阶衍射( $\beta > 0$ )的作用下,随着四阶衍射效应的增大,光束的演化周期会逐渐减小,且当 $\Omega$ 较大时光束分裂为较为复杂的结构,但光束演化基本保持良好的周期特性,如图2(b2)、图2(c2)和图2(d2)。

当光束中心位置  $x_0 \neq 0$  时,双曲余弦高斯光束的演化情况如图3所示,其他参数取值分别为  $A_0=1, \alpha=0.5, \Omega=2, \sigma=0.25$ 。从图中可以看出,光束中心位置偏移后的双曲余弦高斯光束由两个偏移速度不相同的子光束组成,由于偏移速度不等,两个子光束各自沿着周期相同、振荡幅度不同的“Z字”型轨迹演化,且两个子光束在传输过程中会周期性地相互作用,从而在相交处形成一个峰值强度很大的波峰,如图3(b1)和图3(b2)所示。在反常四阶

衍射效应( $\beta < 0$ )作用下,由于四阶衍射效应的影响两个子光束表现出排斥作用,偏移速度较小的子光束基本还沿着原路径传播,而另一个子光束则发生严重的不规则分裂,强度分布更加分散,如图3(a1)和图3(a2)所示。当四阶衍射效应 $\beta > 0$ 时,从图3(c1)和图3(c2)中可以看出,正常四阶衍射效应并不会导致两子光束产生排斥作用,而是依然保持振荡幅度不等的周期性相互作用,但随着传输距离的延伸,正常四阶衍射效应会使得光束发生分裂,分裂后的光束相互作用形成条纹状的能量分布,且传输距离越大,光束分裂越严重。

### 2.2 线性啁啾

假设初始输入为包含线性啁啾的双曲余弦高斯光束,

$$\psi(x, 0) = A_0 \cosh(\Omega(x - x_0)) \cdot \exp(-\sigma(x - x_0)^2) \exp(iCx), \tag{3}$$

其中  $C$  是线性啁啾参数,其余参数定义和(2)式中相同。

图4给出的是光束中心位于  $x_0 = -3$ , 包含不同初始啁啾的单峰结构双曲余弦高斯光束在四阶衍射效应作用下的演化情况,其余各参数的取值分别为  $A_0=1, \alpha=0.4, \sigma=0.25, \Omega=0.2$ 。从图中可以看出,当初始啁啾为零且四阶衍射效应较弱时,双曲余弦高斯光束基本可以维持较好的周期性“Z字”型演化轨迹,如图4(a2)所示,但随着四阶衍射效应的增强,光束演化随着传输距离的延伸会发生分裂,且四阶

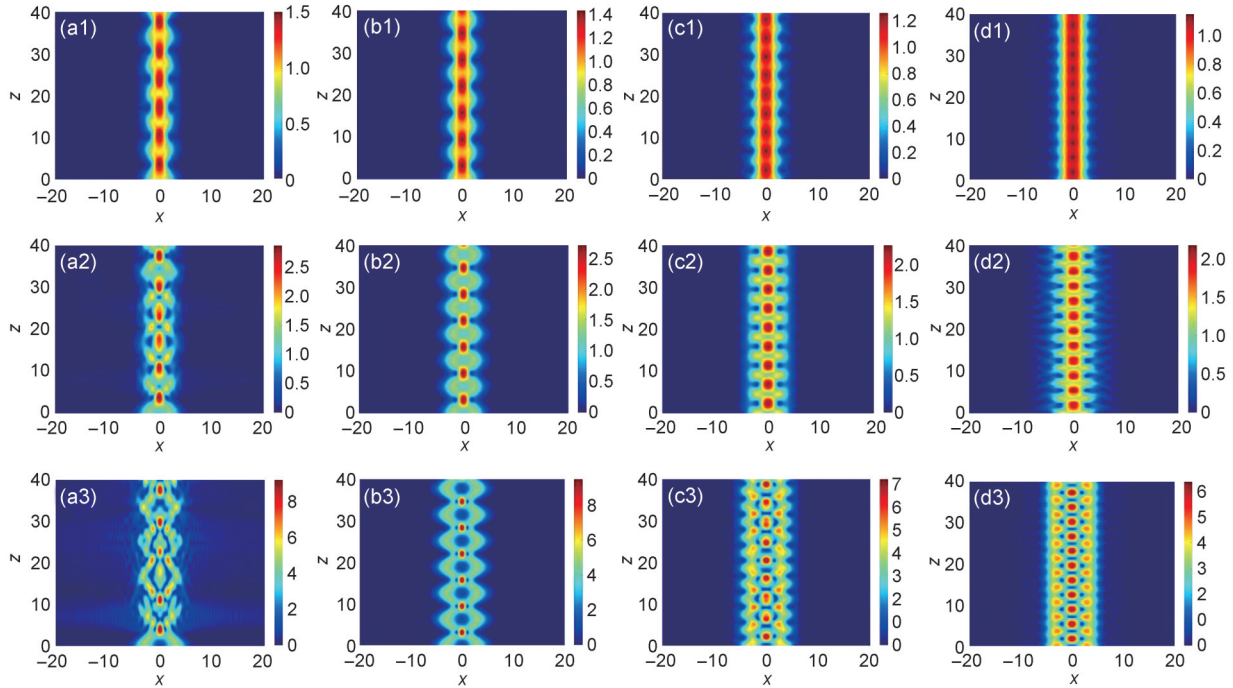


图2 四阶衍射和初始参数 $\Omega$ 取不同值时,双曲余弦高斯光束的演化规律

(其中参数取值分别为:(a1)  $\Omega=0.6, \beta=-0.03$ ; (a2)  $\Omega=1, \beta=-0.03$ ; (a3)  $\Omega=1.5, \beta=-0.03$ ; (b1)  $\Omega=0.6, \beta=0$ ; (b2)  $\Omega=1, \beta=0$ ; (b3)  $\Omega=1.5, \beta=0$ ; (c1)  $\Omega=0.6, \beta=0.3$ ; (c2)  $\Omega=1, \beta=0.3$ ; (c3)  $\Omega=1.5, \beta=0.3$ ; (d1)  $\Omega=0.6, \beta=0.9$ ; (d2)  $\Omega=1, \beta=0.9$ ; (d3)  $\Omega=1.5, \beta=0.9$ 。)

Fig. 2 The influence of fourth-order diffraction and beam width parameters on the evolution of hyperbolic cosh-Gaussian beams (In which the values of each parameter are respectively:(a1)  $\Omega=0.6, \beta=0.03$ , (a2)  $\Omega=1, \beta=-0.03$ , (a3)  $\Omega=1.5, \beta=-0.03$ ; (b1)  $\Omega=0.6, \beta=0$ , (b2)  $\Omega=1, \beta=0$ , (b3)  $\Omega=1.5, \beta=0$ ; (c1)  $\Omega=0.6, \beta=0.3$ , (c2)  $\Omega=1, \beta=0.3$ , (c3)  $\Omega=1.5, \beta=0.3$ ; (d1)  $\Omega=0.6, \beta=0.9$ , (d2)  $\Omega=1, \beta=0.9$ , (d3)  $\Omega=1.5, \beta=0.9$ .)

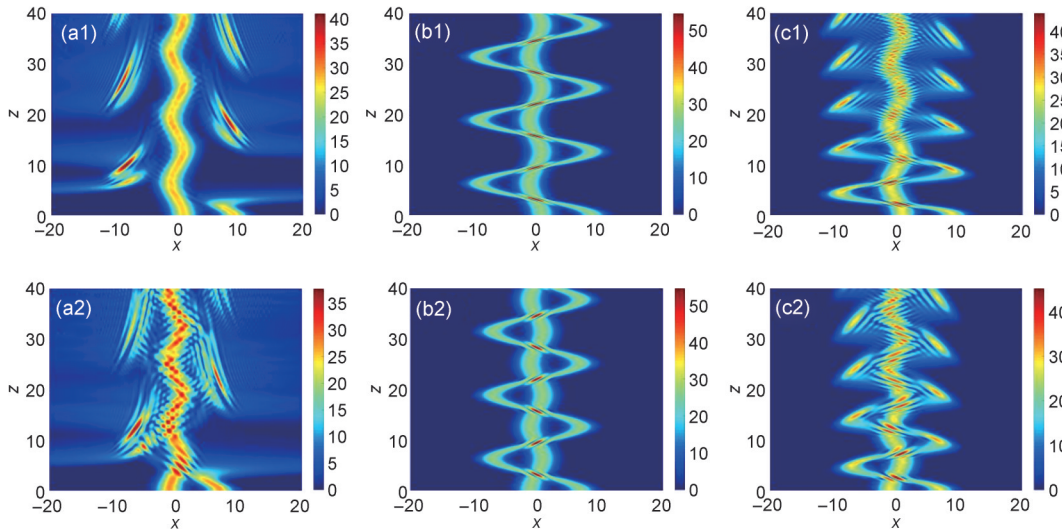


图3 四阶衍射和横向位移取不同值时,双曲余弦高斯光束演化规律

(其中各参数取值分别为:(a1)  $x_0=5, \beta=-0.015$ ; (a2)  $x_0=3, \beta=-0.015$ ; (b1)  $x_0=5, \beta=0$ ; (b2)  $x_0=3, \beta=0$ ; (c1)  $x_0=5, \beta=0.03$ ; (c2)  $x_0=3, \beta=0.03$ 。)

Fig. 3 When the fourth-order diffraction and lateral displacement are taken at different values, the evolution law of hyperbolic cosh-Gaussian beam

(In which the values of each parameter are respectively: (a1)  $x_0=5, \beta=-0.015$ , (a2)  $x_0=3, \beta=-0.015$ ; (b1)  $x_0=5, \beta=0$ , (b2)  $x_0=3, \beta=0$ ; (c1)  $x_0=5, \beta=0.03$ , (c2)  $x_0=3, \beta=0.03$ .)

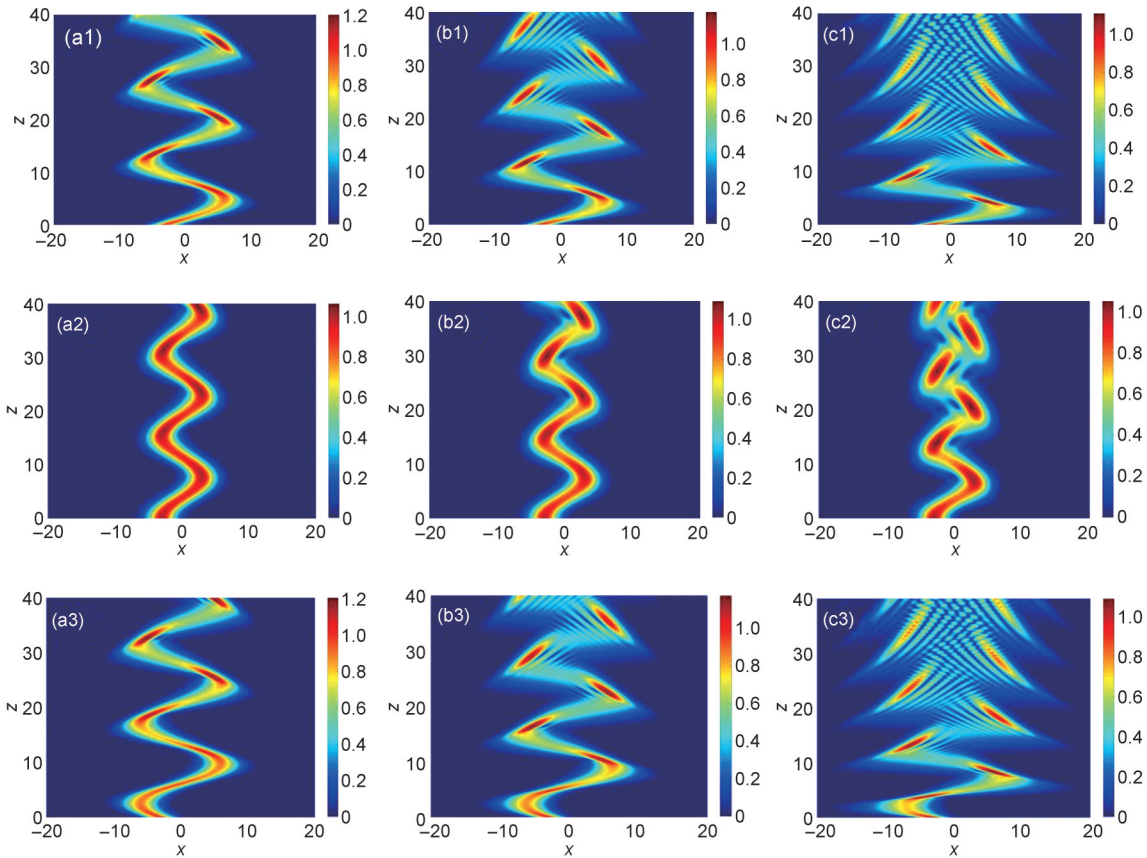


图4 四阶衍射效应和初始线性啁啾取不同值时,双曲余弦高斯光束演化规律

(其中各参数的取值分别为:(a1) $C=2, \beta=0.01$ , (a2)  $C=0, \beta=0.01$ , (a3)  $C=-2, \beta=0.01$ ; (b1)  $C=2, \beta=0.03$ , (b2)  $C=0, \beta=0.03$ , (b3)  $C=-2, \beta=0.03$ ; (c1)  $C=2, \beta=0.09$ , (c2)  $C=0, \beta=0.09$ , (c3)  $C=-2, \beta=0.09$ 。)

Fig. 4 When the fourth-order diffraction effect and the initial linear chirp are different, the evolution law of hyperbolic cosh-Gaussian beam

(In which the values of each parameter are respectively: (a1)  $C=2, \beta=0.01$ , (a2)  $C=0, \beta=0.01$ , (a3)  $C=-2, \beta=0.01$ ; (b1)  $C=2, \beta=0.03$ , (b2)  $C=0, \beta=0.03$ , (b3)  $C=-2, \beta=0.03$ ; (c1)  $C=2, \beta=0.09$ , (c2)  $C=0, \beta=0.09$ , (c3)  $C=-2, \beta=0.09$ .)

衍射效应越大,光束分裂得越快,如图4(b2)和图4(c2)所示。可以看出无论是单峰还是双峰结构的双曲余弦高斯光束,在四阶衍射效应的作用下都会发生衍射,不同的是双峰结构的子光束不受四阶衍射效应的影响,沿着原路径传播,如图3(c1)和图4(c1)。当初始线性啁啾为正时,由于偏移速度大于零,双曲余弦高斯光束在横向上向 $x > 0$ 一侧偏移,随后进行周期的“Z字”型振荡传输,如图4(a1)所示。随着线性啁啾参数的增大,光束振荡的幅度也会增大,如图4(a1)所示。通过进一步研究,发现当线性啁啾参数 $C < 0$ 时,由于偏移速度小于零,光束向相反( $x < 0$ )的方向进行周期性“Z字”型振荡传输,如图4(a3)所示,由于四阶衍射效应的作用,随着传输距离的增大,光束能量逐

渐扩散,且四阶衍射参数越大,光束能量扩散越严重,直至发生光束分裂,分裂后的各次光束相互作用,逐渐形成条纹状的能量分布,如图4(b1)、图4(c1)、图4(b3)和图4(c3)所示。

当系统抛物势深度发生变化时,线性啁啾双曲余弦高斯光束的演化情况如图5所示,其他参数取值分别为 $A_0 = 1, \sigma = 0.25, \Omega = 2, x_0 = 0$ 。当不考虑系统的四阶衍射效应且初始线性啁啾较小时,由于初始线性啁啾的存在,导致两个子光束在入射处( $z = 0$ )以一定的偏移速度传输,然后保持周期性的相互作用和“Z字”型的传输轨迹,抛物势深度的增加基本不会改变“Z字”型轨迹的振荡幅度,但抛物势深度越大,两子光束相互作用的周期越小,如图5(a1)一(c1)所示。当四阶衍射效应不为零时,四阶衍射效应会使

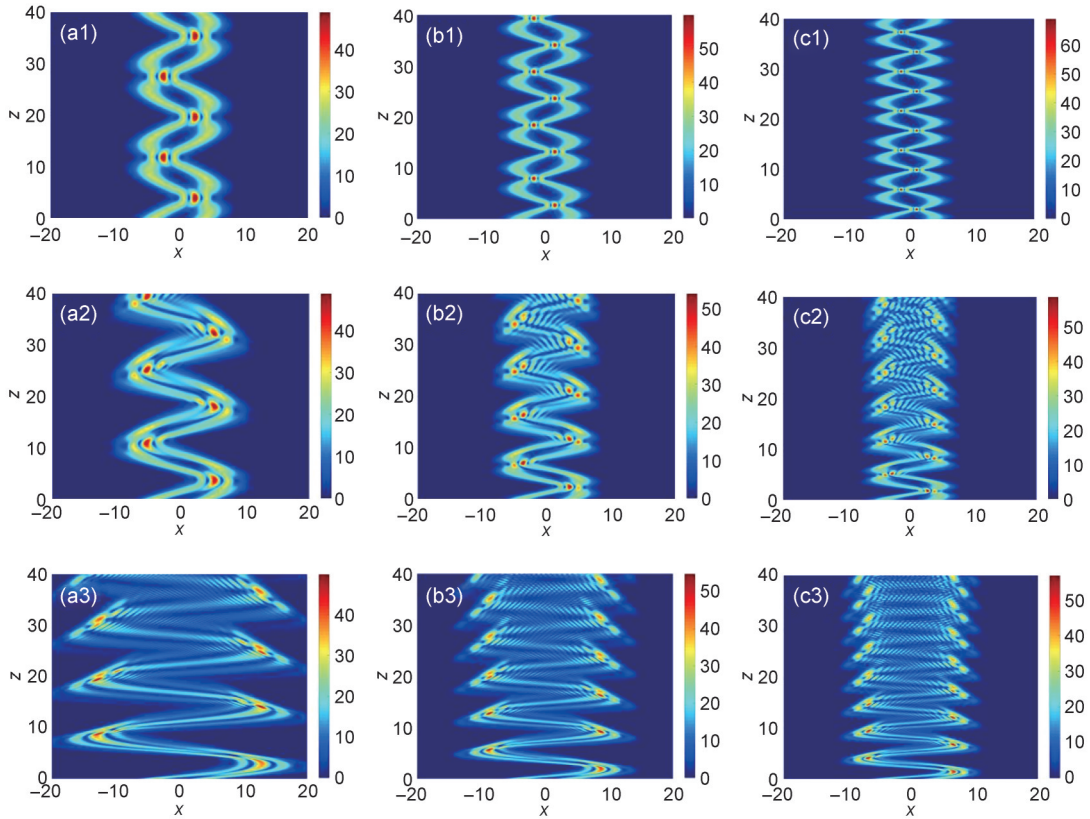


图5 势垒深度和初始线性啁啾取不同值时,双曲余弦高斯光束演化规律

(其中各参数的取值分别为:(a1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.4$ , (a2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.4$ , (a3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.4$ , (b1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.6$ , (b2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.6$ , (b3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.6$ , (c1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.8$ , (c2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.8$ , (c3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.8$ .)

**Fig. 5** When the barrier depth and the initial linear chirp are different, the evolution law of the hyperbolic cosh-Gaussian beam (In which the values of each parameter are respectively:(a1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.4$ , (a2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.4$ , (a3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.4$ , (b1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.6$ , (b2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.6$ , (b3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.6$ , (c1)  $\beta=0, C=1, \alpha=0.8$ , (c2)  $\beta=0.01, C=2, \alpha=0.8$ , (c3)  $\beta=0.02, C=4, \alpha=0.8$ .)

光束在传输过程中逐渐发生分裂,且初始线性啁啾越大,“Z”型轨迹的振荡幅度越大,如图5(a2)和图5(a3)所示,与图4中的结果相同。同样地,随着抛物势深度的增大,两子光束相互作用周期变小,且随着传输距离的不断延伸,光束分裂越来越严重,能量分布也越来越复杂,如图5(b2),图5(c2)和图5(b3),图5(c3)所示。

### 2.3 二次啁啾

假设初始输入为包含二次啁啾的双曲余弦高斯光束,

$$\begin{aligned} \phi(x, 0) = & A_0 \cosh(\Omega(x-x_0)) \cdot \\ & \exp(-\sigma(x-x_0)^2) \exp(i\gamma x^2) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\gamma$  是二次啁啾参数,其余参数定义和(2)式中相同。

当四阶衍射效应为零且  $A_0=1, \sigma=0.25$ ,

$\alpha=0.5, x_0=0, \Omega=2$  时,初始输入的双曲余弦高斯光束为图1中的双峰结构。初始二次啁啾的存在使两个子光束在传输过程中表现为先排斥后吸引的相互作用规律,从而形成周期性的脉动演化轨迹,且二次啁啾参数越大,脉动幅度越大,相互吸引合二为一后的峰值强度也越大,如图6(a1)–(c1)所示。当  $A_0=1, \sigma=0.25, \alpha=0.5, x_0=0, \Omega=0.5$  时,初始输入的双曲余弦高斯光束为图1中的单峰结构,在初始二次啁啾的作用下,双曲余弦高斯光束的能量先发散后汇聚,形成周期性的类呼吸行为,且随着二次啁啾参数的增大,呼吸的幅度和汇聚后的峰值强度也会增大,如图6(a2)–(c2)所示。当  $\gamma=0.5, \sigma=0.25, \Omega=2$  时,四阶衍射效应对包含二次啁啾的双曲余弦高斯光束演化的影响如图7所示。从图中可以看出,

当反常四阶衍射时,光束的传播对四阶衍射效应非常敏感,绝对值非常小的衍射效应就可以导致光束在传输过程中发生光束分裂,且光束分裂主要发生在两子光束相互排斥的作用过程中,如图7(a1)所示;随着传输距离的增大四阶衍射效应的增强,光束分裂变得越来越严重,光束演化的

脉动周期性被破坏,如图7(b1)和图7(c1)所示。当正常四阶衍射时,四阶衍射效应同样会导致光束的分裂,且光束分裂主要发生在两子光束相互吸引的作用过程中,其他影响规律与反常四阶衍射时基本类似,并且四阶衍射效应的增强会使两子光束相互作用的周期有所减小,如图7所示。

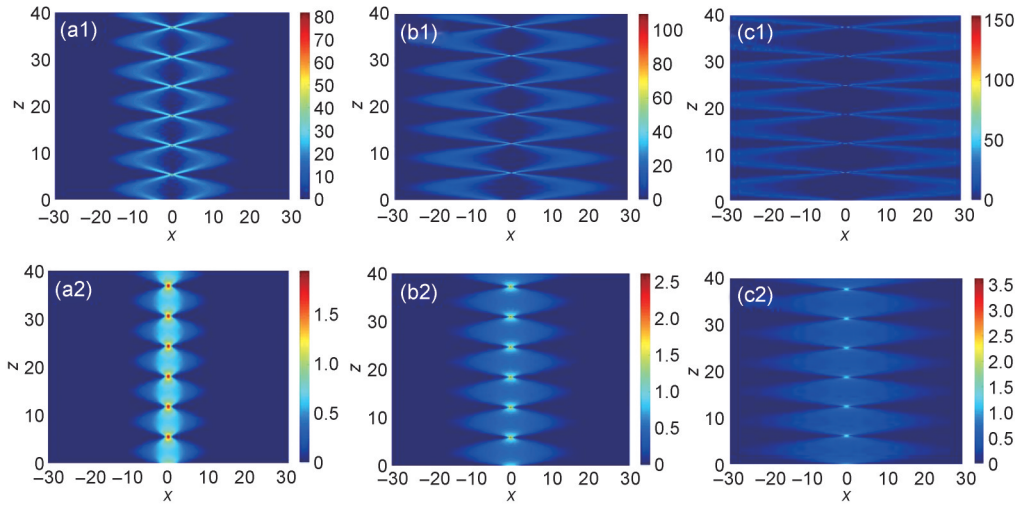


图6 二次啁啾和初始参数 $\Omega$ 取不同值时,双曲余弦高斯光束演化规律

(其中各参数的取值分别为:(a1)  $\gamma=0.5, \Omega=2$ , (a2)  $\gamma=0.5, \Omega=0.5$ ; (b1)  $\gamma=1, \Omega=2$ , (b2)  $\gamma=1, \Omega=0.5$ ; (c1)  $\gamma=2, \Omega=2$ , (c2)  $\gamma=2, \Omega=0.5$ 。)

Fig. 6 When the secondary chirp and the initial parameters are taken at different values, the evolution law of hyperbolic cosh-Gaussian beam

(In which the values of each parameter are respectively:(a1)  $\gamma=0.5, \Omega=2$ , (a2)  $\gamma=0.5, \Omega=0.5$ ; (b1)  $\gamma=1, \Omega=2$ , (b2)  $\gamma=1, \Omega=0.5$ ; (c1)  $\gamma=2, \Omega=2$ , (c2)  $\gamma=2, \Omega=0.5$ .)

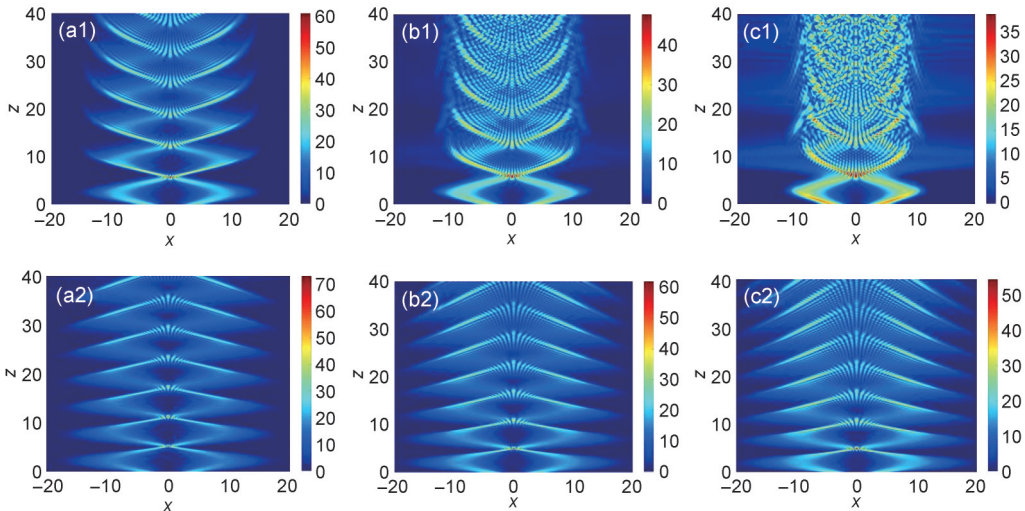


图7 四阶衍射效应对包含初始二次啁啾的双曲余弦高斯光束演化的影响

(其中各参数的取值分别为:(a1)  $\beta=-0.002$ , (a2)  $\beta=0.002$ ; (b1)  $\beta=-0.004$ , (b2)  $\beta=0.004$ ; (c1)  $\beta=-0.006$ , (c2)  $\beta=0.006$ 。)

Fig. 7 The influence of fourth-order diffraction effect on the evolution of twice chirped hyperbolic cosh-Gaussian beams  
(In which the values of each parameter are respectively: (a1)  $\beta=-0.002$ , (a2)  $\beta=0.002$ ; (b1)  $\beta=-0.004$ , (b2)  $\beta=0.004$ ; (c1)  $\beta=-0.006$ , (c2)  $\beta=0.006$ .)

### 3 结论

本文基于同时包含抛物势和四阶衍射效应的(1+1)维线性薛定谔方程,数值研究了强非局域非线性介质中四阶衍射效应对双曲余弦高斯光束演化的影响。结果表明:不论初始输入的双曲余弦高斯光束是单峰结构还收双峰结构,无初始啁啾的光束演化均保持良好的周期脉动传输行为,正常四阶衍射效应会使其脉动周期变小,而反常四阶衍射效应会使其脉动周期变大;如果初始光束中心位置不在 $x=0$ 点,双峰结构的双曲余弦高斯光束由于初始偏移速度的不同,两个子光束各自沿着周期相同、震荡幅度不同的“Z字”型演化轨迹,四阶衍射效应的存在会破坏其演化的周期性,使光束发生严重的分裂现象;初始啁啾的存在会使双曲余弦高斯光束脉动的幅度增大,且光束传输初始阶段的偏移速度方向与初始线性啁啾的符号密切相关,而两子光束相互作用后的峰值强度受初始二次啁啾的影响变化比较大;系统的抛物势深度不会影响光束脉动的幅度,但抛物势深度越大,光束脉动的周期越小。该结果给出了特殊光束丰富的传输动力学特征,能为能量聚焦、粒子操纵和信号处理等科学问题提供一定的理论参考。

#### 参考文献:

- [1] ZHANG Y Q, LIU X, BELIĆ M R, *et al.* Propagation Dynamics of a Light Beam in a Fractional Schrödinger Equation[J]. *Phys Rev Lett*, 2015, **115**(18): 180403. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.180403.
- [2] ZANG F, WANG Y, LI L. Dynamics of Gaussian Beam Modeled by Fractional Schrödinger Equation with a Variable Coefficient[J]. *Opt Express*, 2018, **26**(18): 23740–23750. DOI: 10.1364/OE.26.023740.
- [3] WANG W J, WU Z S, SHANG Q C, *et al.* Propagation of Bessel Gaussian Beams Through Non-Kolmogorov Turbulence Based on Rytov Theory[J]. *Opt Express*, 2018, **26**(17): 21712–21724. DOI: 10.1364/OE.26.021712.
- [4] 戴志平, 杨振军, 张书敏, 等. 双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输[J]. *光学学报*, 2014, **34**(8): 219–227. DOI: 10.3788/aos201434.0819002.  
DAI Z P, YANG Z J, ZHANG S M, *et al.* Propagation of Hyperbolic-cosine Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Media[J]. *Acta Opt Sin*, 2014, **34**(8): 219–227. DOI: 10.3788/aos201434.0819002.
- [5] BENCHEIKH A, FROMAGER M, AMEUR K A. Generation of Laguerre-Gaussian LGp0 Beams Using Binary Phase Diffractive Optical Elements[J]. *Appl Opt*, 2014, **53**(21): 4761–4767. DOI: 10.1364/AO.53.004761.
- [6] ABDELHALIM B, FROMAGER M, AÏT-AMEUR K. Extended Focus Depth for Gaussian Beam Using Binary Phase Diffractive Optical Elements[J]. *Appl Opt*, 2018, **57**(8): 1899–1903. DOI: 10.1364/AO.57.001899.
- [7] FLOSSMANN F, SCHWARZ U T, MAIER M. Propagation Dynamics of Optical Vortices in Laguerre-Gaussian Beams[J]. *Opt Commun*, 2005, **250**(4/5/6): 218–230. DOI: 10.1016/j.optcom.2005.02.032.
- [8] SYOUJI A, KURIHARA K, OTOMO A, *et al.* Diffraction-grating-type Phase Converters for Conversion of Hermite-Laguerre-Gaussian Mode into Gaussian Mode[J]. *Appl Opt*, 2010, **49**(9): 1513–1517. DOI: 10.1364/AO.49.001513.
- [9] CRUZ-GOMEZ M A, LÓPEZ-AGUAYO D, LOPEZ-AGUAYO S. Two-dimensional Solitons in Laguerre-Gaussian Potentials[J]. *J Opt*, 2020, **22**(1): 015504. DOI: 10.1088/2040-8986/ab5be2.
- [10] TREJO-GARCIA D, GONZALEZ-HERNANDEZ D, LÓPEZ-AGUAYO D, *et al.* Stable Hermite-Gaussian Solitons in Optical Lattices[J]. *J Opt*, 2018, **20**(12): 125501. DOI: 10.1088/2040-8986/aaca46.
- [11] 陶茂霞, 司磊, 马阎星, 等. 截断部分相干双曲余弦高斯光束在非Kolmogorov湍流中的传输[J]. *中国激光*, 2013, **40**(5): 43–50. DOI: 10.3788/CJL201340.0502008.  
TAO R M, SI L, MA Y X, *et al.* Propagation of Truncated Partially Coherent Cosh-gaussian Beam in Non-kolmogorov Turbulence[J]. *Chin J Lasers*, 2013, **40**(5): 43–50. DOI: 10.3788/CJL201340.0502008.
- [12] 季小玲, 黄太星, 吕百达. 部分相干双曲余弦高斯光束通过湍流大气的光束扩展[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 978–982. DOI: 10.3321/j.issn: 1000-3290.2006.02.089.  
JI X L, HUANG T X, LÜ B D. Spreading of Partially Coherent Cosh-Gaussian Beams Propagating through Turbulent Atmosphere[J]. *Acta Phys Sin*, 2006, **55**(2): 978–982. DOI: 10.3321/j.issn: 1000-3290.2006.02.089.
- [13] 杜星, 丁桂璇, 杜浩, 等. 海洋湍流中厄米-高斯光束的传输特性研究[J]. *光学学报*, 2023, **43**(24): 3788/AOS230644. DOI: 10.3788/AOS230644.  
DU X, DING G X, DU H, *et al.* Transmission Characteristics of Hermite-gaussian Beam in Oceanic Turbulence[J]. *Acta Opt Sin*, 2023, **43**(24): 3788/AOS230644. DOI: 10.3788/AOS230644.
- [14] CASPERSON L W, HALL D G, TOVAR A A.

- Sinusoidal-Gaussian Beams in Complex Optical Systems[J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, **14**(12): 3341. DOI: 10.1364/josaa.14.003341.
- [15] LAN J H, ZENG X Y, UBAID S, *et al.* Focusing Properties of Linearly Polarized High Order Hyperbolic-cosine-Gaussian Beam with Sine-azimuthal Wavefront Modulated by Multiple Spiral Optical Vortices[J]. *Optik*, 2019, **183**: 65–72. DOI: 10.1016/j.ijleo.2019.02.047.
- [16] SHEN S, YANG Z J, LI X L, *et al.* Periodic Propagation of Complex-valued Hyperbolic-cosine-Gaussian Solitons and Breathers with Complicated Light Field Structure in Strongly Nonlocal Nonlinear Media[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2021, **103**: 106005. DOI: 10.1016/j.cnsns.2021.106005.
- [17] LIU J Y, JIAO R Y, WANG J, *et al.* Propagation Dynamics of Cosh-airy Beams in Kerr Nonlinear Media [J]. *J Nonlinear Optic Phys Mat*, 2019, **28**(3): 1950030. DOI: 10.1142/s0218863519500309.
- [18] ZHANG X, CHEN C S, ZHANG L F. Anomalous Interaction of Pearcey Gaussian Pulse in Saturable Nonlinear Media[J]. *Opt Commun*, 2023, **536**: 129289. DOI: 10.1016/j.optcom.2023.129289.
- [19] HRICHA Z, EL HALBA E M, BELAFHAL A. Propagation of Circular Cosine-hyperbolic Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Nonlinear Media[J]. *Opt Quantum Electron*, 2023, **55**(5): 473. DOI: 10.1007/s11082-023-04758-0.
- [20] ICHIHASHI K, MIZUTANI Y, IWATA T. Enhancement of the Sensitivity of a Diffraction-grating-based Surface Plasmon Resonance Sensor Utilizing the First-and Negative-second-order Diffracted Lights[J]. *Opt Rev*, 2014, **21**(5): 728–731. DOI: 10.1007/s10043-014-0119-5.
- [21] LIU Z W, SHI L N, PU T C, *et al.* Two-dimensional Gratings of Hexagonal Holes for High Order Diffraction Suppression[J]. *Opt Express*, 2017, **25**(2): 1339–1349. DOI: 10.1364/OE.25.001339.
- [22] XU Y J. (3+1)-dimensional Optical Soliton Solutions of Nonlinear Schrödinger Equations with High-order Diffraction/Dispersion, Parity-time Symmetric Potentials and Different Order Nonlinearities[J]. *Optik*, 2019, **191**: 55–59.
- [23] NAKAJIMA M, NEMOTO N, YAMAGUCHI K, *et al.* Analysis and Suppression of High-order Diffractions in Liquid-crystal-based Spatial Light Modulator for Photonic Switch Application[J]. *Jpn J Appl Phys*, 2017, **56** (9S): 09NC01. DOI: 10.7567/jjap.56.09nc01.
- [24] MA D D, YU D M, ZHAO X D, *et al.* Unidirectional and Controllable Higher-order Diffraction by a Rydberg Electromagnetically Induced Grating[J]. *Phys Rev A*, 2019, **99**(3): 033826. DOI: 10.1103/physreva.99.033826.
- [25] LIU Z W, PU T C, NIU J B, *et al.* High-efficiency V-shaped Phase Gratings to Suppress High Order Diffractions[J]. *AIP Adv*, 2019, **9**(1): 015308. DOI: 10.1063/1.5043611.
- [26] RUNGE A F J, ALEXANDER T J, NEWTON J, *et al.* Self-similar Propagation of Optical Pulses in Fibers with Positive Quartic Dispersion[J]. *Opt Lett*, 2020, **45** (13): 3365–3368. DOI: 10.1364/OL.393835.
- [27] PICHÉ M, CORMIER J F, ZHU X. Bright Optical Soliton in the Presence of Fourth-order Dispersion[J]. *Opt Lett*, 1996, **21**(12): 845–847. DOI: 10.1364/ol.21.000845.
- [28] COLE J T, MUSSLIMANI Z H. Band Gaps and Lattice Solitons for the Higher-order Nonlinear Schrödinger Equation with a Periodic Potential[J]. *Phys Rev A*, 2014, **90**: 013815. DOI: 10.1103/physreva.90.013815.
- [29] GE L J, SHEN M, MA C L, *et al.* Gap Solitons in PT-symmetric Optical Lattices with Higher-order Diffraction[J]. *Opt Express*, 2014, **22**(24): 29435–29444. DOI: 10.1364/OE.22.029435.
- [30] LI J W, ZHANG Y P, ZENG J H. Dark Gap Solitons in One-dimensional Nonlinear Periodic Media with Fourth-order Dispersion[J]. *Chaos Soliton Fract*, 2022, **157**: 111950. DOI: 10.1016/j.chaos.2022.111950.
- [31] BLANCO-REDONDO A, DE STERKE C M, SIPE J E, *et al.* Pure-quartic Solitons[J]. *Nat Commun*, 2016, **7**: 10427. DOI: 10.1038/ncomms10427.
- [32] ALEXANDER T J, TSOLIAS G A, DEMIRKAYA A, *et al.* Dark Solitons Under Higher-order Dispersion[J]. *Opt Lett*, 2022, **47**(5): 1174–1177. DOI: 10.1364/OL.450835.
- [33] ZHANG Y Q, BELIĆ M R, ZHANG L, *et al.* Periodic Inversion and Phase Transition of Finite Energy Airy Beams in a Medium with Parabolic Potential[J]. *Opt Express*, 2015, **23**(8): 10467–10480. DOI: 10.1364/OE.23.010467.
- [34] ZHOU Y M, XU Y Q, CHU X X, *et al.* Propagation of Cosh-airy and Cos-airy Beams in Parabolic Potential[J]. *Appl Sci*, 2019, **9**(24): 5530. DOI: 10.3390/app9245530.
- [35] LI J, SUN P, MA H, *et al.* Focus Properties of Cosh-Gaussian Beams with the Power-exponent-phase Vortex [J]. *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis*, 2020, **37**(3): 483–490. DOI: 10.1364/josaa.381192.
- [36] FANG L Z, SONG L J, CHEN S J. Periodic Oscillation Behavior of Chirped Cosh-Gaussian Beam in Parabolic Potential[J]. *Opt Commun*, 2023, **537**: 129376. DOI: 10.1016/j.optcom.2023.129376.