

## 强激光场下 Ar 原子非序列双电离中 不同次返回碰撞轨道的分析

王怡昕, 胡梦竹, 贾欣燕\*

(西南交通大学 物理科学与技术学院, 四川 成都 610000)

**摘要:**利用量子力学散射矩阵理论,研究了强激光场下 Ar 原子非序列双电离中碰撞激发电离过程的不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。研究发现:不同次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布与返回次数的奇偶性有关,奇数次返回和偶数次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布的峰值随着返回次数的增大分别向高动量和低动量方向移动。分析表明,造成该现象的主要原因是再散射电子的最大返回能量会随着返回次数的奇偶性变化。此外,值得注意的是在光强为  $9 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup> 时,第三次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值区域的形状不同于其他次返回的椭圆形分布,而是呈现窄长条分布,这主要是由于在该条件下的鞍点轨道存在特殊的结构,即在一定的纵向动量区域内,长短轨道对应的电离时间和再散射时间的实部均会出现突变现象,发生了从经典禁区到经典允许区的转变。

**关键词:**量子力学散射矩阵理论;碰撞激发电离;电子动量关联分布

中图分类号:O562.4

文献标志码:A

文章编号:0253-2395(2025)06-1183-13

## Analysis of Different-return Collision Orbits of Nonsequential Double Ionization of Argon in Intense Laser Field

WANG Yixin, HU Mengzhu, JIA Xinyan\*

(School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610000, China)

**Abstract:** Using the quantum mechanical scattering matrix theory, the electron momentum correlated distribution of different-return collision orbits in the recollision excitation with subsequent field ionization process of nonsequential double ionization of Ar atoms in intense laser fields is studied. The research results indicate that the electron momentum correlated distribution of different-return collision orbits is related to the parity of the return times. The peaks of the electron momentum correlated distribution of the odd-return and even-return collision orbits move towards high momentum and low momentum respectively with the increase of the return times. The analysis shows that the main reason for this phenomenon is that the maximum return energy of the rescattered electrons varies with the parity of the return times. In addition, it is noteworthy that when the laser intensity is  $9 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>, the shape of the peak region of the electron momentum correlated distribution for the third-return collision orbit is different from the elliptical distribution of the other return orbits, but shows a narrow and long strip distribution. This is mainly due to the special structure of the saddle point orbit under this condition, that is, in a certain longitudinal momentum region, there is a sudden change in the real parts of the ionization time and rescattering time of the long and short orbits, and a transition from the classical forbidden region to the classical allowed region occurs.

收稿日期:2024-04-07;接受日期:2024-05-08

基金项目:国家自然科学基金(62374139);计算物理国防科技重点实验室项目(6142A05180401)

作者简介:王怡昕(2000—),女,陕西西安人,硕士研究生,研究方向为强场原子分子物理。E-mail:949012195@qq.com

\*通信作者:贾欣燕(JIA Xinyan),E-mail:xyjia@swjtu.edu.cn

引文格式:王怡昕,胡梦竹,贾欣燕.强激光场下 Ar 原子非序列双电离中不同次返回碰撞轨道的分析[J].山西大学学报(自然科学版),2025,48(6):1183-1195. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024077.

**Key words:** quantum mechanical scattering matrix theory; recollision excitation with subsequent field ionization; electron momentum correlated distribution

## 0 引言

随着超快强激光技术的发展,强激光场与原子分子相互作用中,出现了如多光子电离、非序列双电离(Nonsequential Double Ionization, NSDI)<sup>[1-4]</sup>、阈上电离和高次谐波产生等非线性现象,这些非线性现象对于理解和探测原子分子内部电子结构及其超快动力学行为具有重要的研究意义,是当前强场物理研究领域的前沿热点之一。由于涉及电子与电子之间的关联效应<sup>[3]</sup>,且在光与物质相互作用中有重要作用,非序列双电离现象自发现以来备受人们关注。在20世纪80年代,L'Huillier等在研究Xe的电离产率随激光场光强的变化时,首次发现了NSDI的现象<sup>[1]</sup>。1994年Walker等<sup>[5]</sup>对He<sup>+</sup>和He<sup>2+</sup>离子总产率随光强变化关系的实验测量中观测到了更加清晰的“膝盖”结构,证明了非序列双电离通道的存在,揭开了研究非序列双电离的序幕。此后,人们陆续测量了不同惰性气体原子,如He<sup>[6]</sup>、Ar<sup>[7-8]</sup>、Xe<sup>[7,9]</sup>原子,从其多电子电离过程中发射出电子的动能分布发现,非序列双电离过程产生的平均电子能量远高于单电离过程产生的电子能量。2004年De Jesus等<sup>[10]</sup>在测量He,Ne和Ar原子非序列双电离的离子动量分布时发现动量分布与原子种类有关。

再散射机制是非序列双电离过程的主要产生机制,当第一个出射的光电子在强激光场的驱动下返回并与母离子发生非弹性碰撞时<sup>[11]</sup>,就会发生非序列双电离。它包含两种不同物理机制:当返回电子与第二个束缚电子发生碰撞,使得两个电子同时电离出去时,称为电子直接碰撞电离机制<sup>[12-14]</sup>(Recollision-impact Ionization, RII);而当返回电子的能量不足以使束缚电子直接电离,而是使其跃迁到激发态,随后在场的作用下再发生电离时,称为电子碰撞激发场电离机制<sup>[15-17]</sup>(Recollision Excitation with Subsequent Field Ionization, RESI)。目前已有很多研究证实了当激光光强低于再散射阈值光强

时,RESI在非序列双电离过程中有重要作用,例如,Liu等研究了Ar原子在低于再散射阈值光强下的双电离过程,发现隧穿电子返回时的最大能量比第二个电子的电离势小,双电离过程主要是通过碰撞激发场电离发生<sup>[18]</sup>。Hao等利用量子力学散射矩阵理论进行的研究发现,当光强低于再散射阈值时Ar原子碰撞激发场电离过程中不同激发态通道之间的干涉可以形成两个电子的背对背发射<sup>[19]</sup>。白宇星等利用最近发展的库仑修正的量子轨迹方法研究了Ar原子在少周期激光脉冲中的再碰撞激发电离过程,发现随着光强的增大Ar原子的电子动量关联分布逐渐由二四象限向一三象限转变<sup>[20]</sup>。

考虑到导致非序列双电离的隧穿电子发生再散射前返回母离子核附近的次数,可以将NSDI过程分为两类:一类是单次返回碰撞(Single-return-collision, SRC)NSDI,另一类是多次返回碰撞(Multiple-return-collision, MRC)NSDI<sup>[21-23]</sup>。先前的研究主要集中在单次返回碰撞非序列双电离过程中。近年来,关于强场电离现象中多次返回碰撞轨道的研究逐渐增多。例如,在关于阈上电离的实验研究中,Quan等对稀有气体原子在中红外波段的阈上电离进行了研究,发现多次返回碰撞过程导致了光电子能谱中出现的低能结构现象<sup>[24]</sup>;Wu等对稀有气体原子与超短强红外激光脉冲相互作用的研究中发现多次返回碰撞会导致强场阈上电离中产生低能结构<sup>[25]</sup>。在非序列双电离的研究中,多次返回碰撞过程的重要性也已被充分证实,例如Liu和Ye等分别对非序列双电离两种机制进行了研究,均认为多次返回碰撞可能是在低激光光强下观察到的NSDI相关电子对背靠背发射的原因<sup>[26-27]</sup>,Wolter等给出了Xe原子在中红外脉冲驱动的非序列双电离的电子动量关联分布,发现双电离中存在电离电子受库仑场作用的多次返回碰撞<sup>[28]</sup>。这些研究表明在强激光场下原子、分子的电离动力学中,库仑场起着重要的作用,它使得多次返回碰撞轨道的贡

献有了一定的提高<sup>[29]</sup>,在某些情况下多次返回碰撞轨道甚至会超过单次返回碰撞轨道的贡献<sup>[21,30]</sup>。

本文基于量子力学散射矩阵理论,研究了 Ar 原子非序列双电离中碰撞激发电离过程的不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。研究结果揭示了返回次数的奇偶性对电子动量关联分布的影响,以及在光强为  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  时,第三次返回碰撞轨道的电子动量关联分布会呈现特殊的结构,最后我们通过对鞍点轨道的分析对上述现象进行了解释。本文的研究对于理解非序列双电离中碰撞激发电离机制下不同次返回碰撞过程的电子动量关联分布具有重要意义,同时对于理解多次返回碰撞诱发的其他强场物理现象也具有重要的参考价值。

## 1 理论方法

目前研究原子分子与强激光场相互作用的主要理论方法有:含时薛定谔方程的数值求解、经典模型、半经典模型和量子力学散射矩阵理论。其中,量子力学散射矩阵理论具有所需计算量相对较小,且能够提供清晰的物理图像的优点,因此在本文中我们利用量子力学散射矩阵理论来研究 Ar 原子的非序列双电离中的碰撞激发电离过程。本文考虑速度规范,所使用物理量均采用原子单位。

在强场近似下,非序列双电离中碰撞激发电离过程的跃迁矩阵元<sup>[31-32]</sup>表示为:

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^t dt'' \int_{-\infty}^{t''} dt' \times \int d^3 k \langle \psi_{p_2}^{(V)}(t) | V_2 | \psi_e^{(2)}(t) \rangle \times \langle \psi_{p_1}^{(V)}(t'') \psi_e^{(2)}(t'') | V_{12} | \psi_k^{(V)}(t'') \psi_g^{(2)}(t'') \rangle \times \langle \psi_k^{(V)}(t') | V_1 | \psi_g^{(1)}(t') \rangle, \quad (1)$$

式(1)描述了一个处于基态  $|\psi_g^{(1)}(t)\rangle$  的电子在  $t'$  时刻发生隧穿电离并释放到 Volkov 态  $|\psi_k^{(V)}(t)\rangle$ ,随后在  $t''$  时刻受激光场作用返回母离子附近并与之发生非弹性碰撞,使得第二个束缚电子从基态  $|\psi_g^{(2)}(t'')\rangle$  跃迁到激发态  $|\psi_e^{(2)}(t'')\rangle$ ,最终在  $t$  时刻发生隧穿电离到达 Volkov 态  $|\psi_{p_2}^{(V)}(t)\rangle$ 。其中  $|\psi_g^{(i)}(t)\rangle = \exp[iE_{ig}t] |\varphi_g^{(i)}\rangle$  是第  $i$

个电子的基态波函数,  $|\psi_e^{(2)}(t)\rangle = \exp[iE_{2e}t] |\varphi_e^{(2)}\rangle$  是第 2 个电子的激发态波函数,  $E_{ig}$  ( $i=1,2$ ) 表示电子基态的电离势,  $E_{2e}$  表示第二个电子激发态的电离势。  $V_1$ 、 $V_2$  和  $V_{12}$  表示两个电子与核的库仑势和电子之间的相互作用,分别由下式给出:

$$V_i = -\frac{Z_{\text{eff}}}{r_i}, \quad (2)$$

$$V_{12} = \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}, \quad (3)$$

其中有效核电荷  $Z_{\text{eff}} = \sqrt{2E_{ig}}$ 。式(1)中  $\psi_k^{(V)}(t)$  表示具有渐近动量  $\mathbf{k}$  的 Volkov 态,具体形式为:

$$|\psi_k^{(V)}(t)\rangle = |\mathbf{k}\rangle \exp\left[-i \int_{-\infty}^t \frac{[\mathbf{k} + \mathbf{A}(\tau)]^2}{2} d\tau\right], \quad (4)$$

这里  $\mathbf{A}(t)$  是激光场的矢势,因此,RESI 的跃迁矩阵元可以写为

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^t dt'' \int_{-\infty}^{t''} dt' \int d^3 k V_{p_2 e} V_{p_1 e, k g} V_{k g} \cdot \exp[iS(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{k}, t, t'', t')], \quad (5)$$

其中相位因子为

$$S(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{k}, t, t'', t') = -\int_t^{\infty} \frac{[\mathbf{p}_2 + \mathbf{A}(\tau)]^2}{2} d\tau - \int_{t''}^{\infty} \frac{[\mathbf{p}_1 + \mathbf{A}(\tau)]^2}{2} d\tau - \int_{t'}^{t''} \frac{[\mathbf{k} + \mathbf{A}(\tau)]^2}{2} d\tau + E_{2e}(t - t'') + E_{2g}t'' + E_{1g}t', \quad (6)$$

系数因子

$$V_{k g} = \langle \mathbf{k} | V_1 | \psi_g^{(1)} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 r_1 V(\mathbf{r}_1) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1) \psi_g^{(1)}(\mathbf{r}_1), \quad (7)$$

$$V_{p_1 e, k g} = \langle \mathbf{p}_1, \psi_e^{(2)} | V_{12} | \mathbf{k}, \psi_g^{(2)} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint d^3 r_2 d^3 r_1 \exp[-i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{r}_1] \times \quad (8)$$

$$V_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) [\psi_e^{(2)}(\mathbf{r}_2)]^* \psi_g^{(2)}(\mathbf{r}_2),$$

$$V_{p_2 e} = \langle \mathbf{p}_2 | V_2 | \psi_e^{(2)} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 r_2 V_2(\mathbf{r}_2) \exp(-i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2) \psi_e^{(2)}(\mathbf{r}_2), \quad (9)$$

其中  $\psi_e^{(2)}(\mathbf{r}_2)$ 、 $\psi_g^{(2)}(\mathbf{r}_2)$ 、 $\psi_g^{(1)}(\mathbf{r}_1)$  分别表示第二电子激发态、第二电子基态和第一电子基态的初始位置空间波函数。

为求解式(5)中的多重积分,这里使用鞍点近似法<sup>[33-35]</sup>求解。解出作用量一阶导为 0 的稳

定点( $\nabla S(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{k}, t, t', t'')=0$ )得到对应的鞍点位置。我们得到如下鞍点方程:

$$[\mathbf{k} + A(t')]^2 = -2E_{1g}, \quad (10)$$

$$\mathbf{k} = -\frac{1}{t'' - t'} \int_{t'}^{t''} d\tau A(\tau), \quad (11)$$

$$[\mathbf{p}_1 + A(t'')]^2 = [\mathbf{k} + A(t'')]^2 - 2(E_{2g} - E_{2e}), \quad (12)$$

$$[\mathbf{p}_2 + A(t)]^2 = -2E_{2e}, \quad (13)$$

联立式(10)一式(13)可以求得第一个出射电子的电离时刻 $t'$ 、再散射时刻 $t''$ 、其中间动量 $\mathbf{k}$ 以及第二个出射电子的电离时刻 $t$ ,将得到的鞍点位置代入式(5),从而得到非序列双电离中碰撞激发电离过程的跃迁矩阵元。我们使用的外场是线极化的单色场,其矢势为

$$A(t) = A_0 \mathbf{e}_x \cos \omega t, \quad (14)$$

其中 $A_0$ 是峰值矢势大小, $\omega$ 是激光场频率。

## 2 结果与讨论

利用上述方法,我们计算了激光波长为800 nm时,Ar原子的非序列双电离中碰撞激发电离在三种不同激光光强下的不同次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布。根据Hao等<sup>[19]</sup>对 $\text{Ar}^+$ 最低的六个可能导致双电离的电离通道做出的评估,在我们感兴趣的光强区域内对双电离起主要作用的有三个电离通道,我们选取其中最容易被激发到的第一激发态 $3s$ 态通道,其构型为 $3s3p^6$ ,对应电离能 $E_{2e} = 0.52$  a.u.。如图1—图3所示,我们可以观察到,在三种光强下,电子动量关联分布均匀分布在四个象限(所有电子动量关联分布图已根据其第一次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值做了归一化处理)。

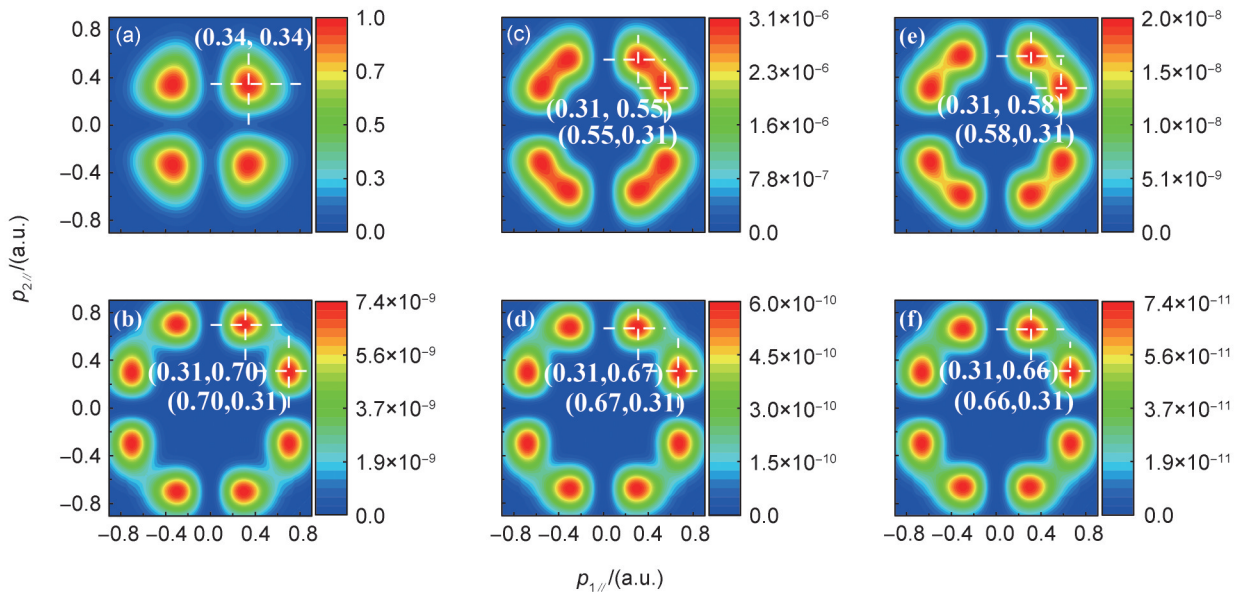


图1 Ar原子RESI中不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布,以第一次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值做归一化处理。激光波长为800 nm,光强为 $4 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>

(a)为第一次返回;(b)第二次返回;(c)第三次返回;(d)第四次返回;(e)第五次返回;(f)第六次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。

Fig. 1 Electron momentum correlated distributions of different-return collision orbits in the recollision excitation with subsequent field ionization for Ar. Normalization is done with the peak of the electron momentum correlated distribution of the first-return collision orbit. The wave length is 800 nm, and the laser intensity is  $4 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>

(a) corresponds to the first-return;(b) the second-return;(c) the third-return;(d) the fourth-return;(e) the fifth-return;(f) the sixth-return collision orbits electron momentum correlation distribution.

在 $4 \times 10^{13}$ 、 $7 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>两个较低光强下,如图1(a)、图2(a)所示,第一次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布的峰值位于一三象限及二四象限的对角线 $p_{1,||} = \pm p_{2,||}$ 上,而在光强

为 $9 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>时,如图3(a)所示,第一次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布峰值位于坐标轴 $p_{n,||} = 0$ ( $n=1,2$ )上。可以看出,在三个激光光强下,随着光强增大,第一次返回碰撞

轨道的电子动量关联分布倾向于从对角线向轴靠近。在线偏振强激光场下原子的非序列双电离过程中,电离电子发生非弹性再散射时主要是前向散射,对于给定的再散射相位  $\omega t_1$ ,碰撞激发电离机制的再散射电子最终出射动量为  $\boldsymbol{p}_{\text{final}} = \boldsymbol{p}_{\text{drift}} - \boldsymbol{p}_{\text{exc}}$ , 其中  $\boldsymbol{p}_{\text{drift}} = \omega^{-1} E_0 \boldsymbol{e}_x \cos(\omega t_1)$  表示电子在激光场  $E(t) = E_0 \boldsymbol{e}_x \sin(\omega t)$  中加速而产生的漂移动量<sup>[36]</sup>, 第一个电离电子返回核并将第二个电子激发后的动量

$\boldsymbol{p}_{\text{exc}} \propto \sqrt{3.17U_p - (E_{2g} - E_{2e})}$ ,  $U_p = I/4\omega^2$  是有质动力势。当激光光强  $I$  增大时,  $\boldsymbol{p}_{\text{drift}}$  与  $\boldsymbol{p}_{\text{exc}}$  都随之增大,但由于  $\boldsymbol{p}_{\text{exc}}$  增大的程度超出  $\boldsymbol{p}_{\text{drift}}$  的增大程度,导致  $\boldsymbol{p}_{\text{final}}$  随着激光光强的增大而减小,因此电子动量关联分布随光强增大向坐标轴靠近,这与我们在图 1(a)、图 2(a) 和图 3(a) 中观察到的随着激光光强增大,电子动量关联分布的峰值由一三象限及二四象限的对角线向坐标轴靠近的变化规律一致。

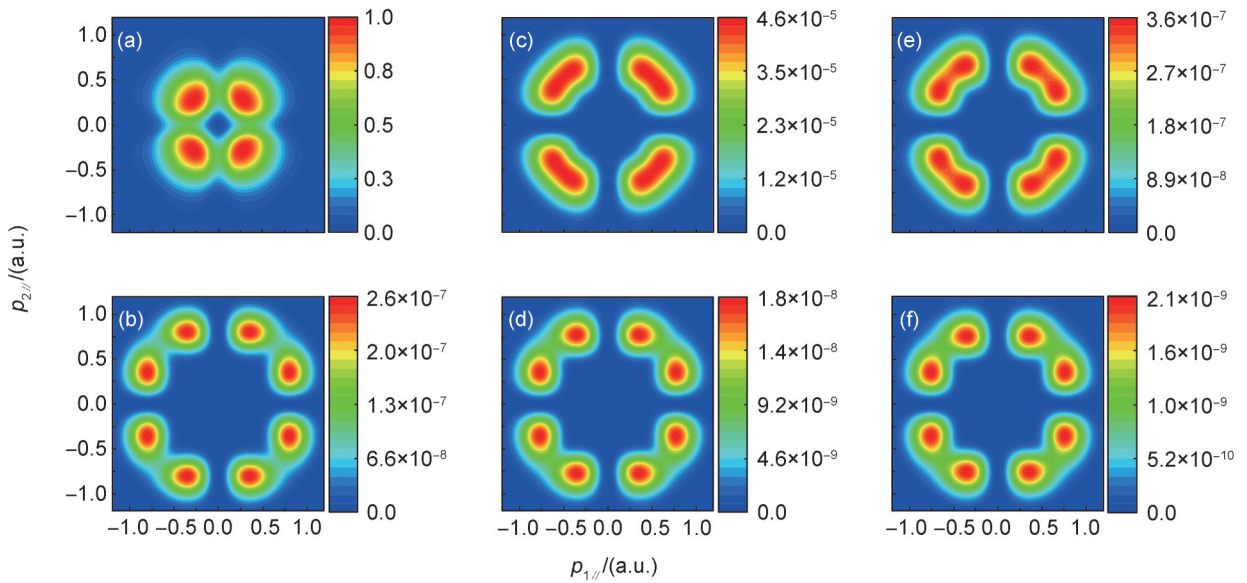


图 2 Ar 原子 RESI 中不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布,以第一次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值做归一化处理。波长为 800 nm,光强为  $7 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>

(a)为第一次返回;(b)第二次返回;(c)第三次返回;(d)第四次返回;(e)第五次返回;(f)第六次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。

Fig. 2 Electron momentum correlated distributions of different-return collision orbits at the same laser intensities in the recollision excitation with subsequent field ionization for Ar. Normalization is done with the peak of the electron momentum correlated distribution of the first-return collision orbit. The wave length is 800 nm, and the laser intensity is  $7 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>

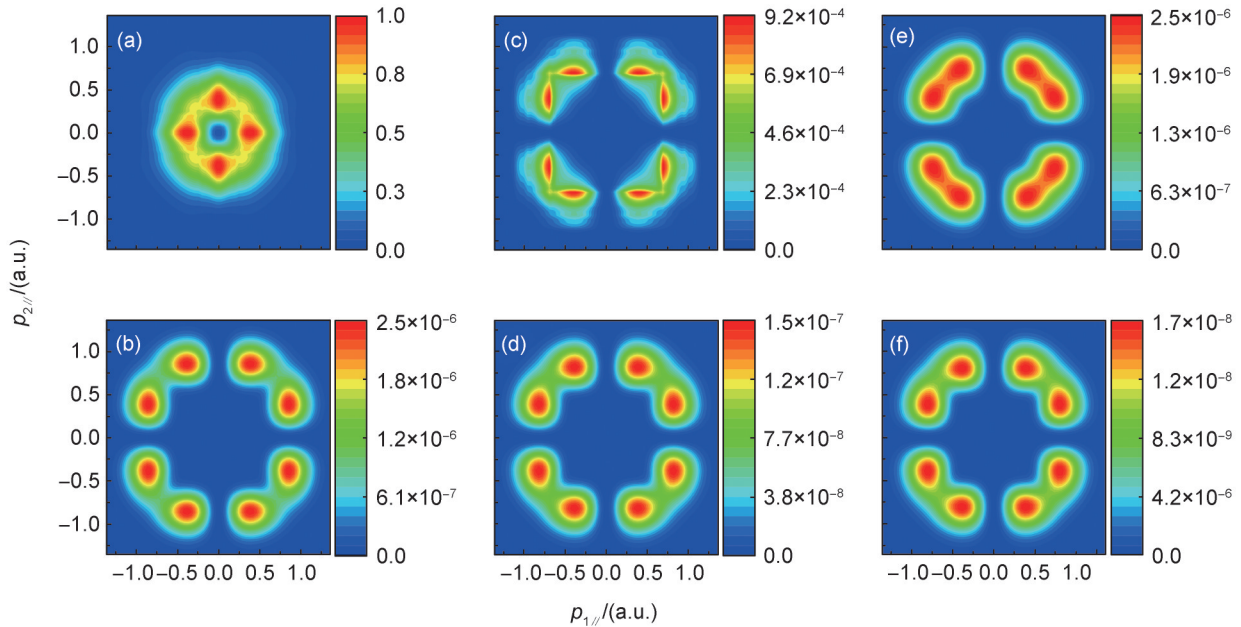
(a) corresponds to the first-return;(b) the second-return;(c) the third-return;(d) the fourth-return;(e) the fifth-return;(f) the sixth-return collision orbits electron momentum correlation distribution.

我们还发现,Ar 原子非序列双电离在碰撞激发电离过程的电子动量关联分布图中,相较于第一次返回碰撞轨道,三种光强下的多次返回碰撞轨道的电子动量关联分布均出现了分布峰值向对角线  $p_{1//} = \pm p_{2//}$  两侧分裂的情况,并表现出一种与返回次数的奇偶性有关的变化规律。在光强为  $4 \times 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup> 时,如图 1(a)、图 1(c)、图 1(e)所示的第一、第三、第五次返回碰撞轨道也就是奇数次返回碰撞轨道中,电子动量关联分布的峰值分别在  $(p_{1//}, p_{2//})$  为  $(0.34, 0.34)$ 、 $(0.31,$

$0.55)$  和  $(0.55, 0.31)$ 、 $(0.31, 0.58)$  和  $(0.58, 0.31)$  处,从峰值坐标和电子动量关联分布图中都可以看出当返回次数为奇数时,随着返回次数增大,电子动量关联分布峰值位置逐渐向远离原点  $p_{1//} = p_{2//} = 0$  的方向移动,也就是向高动量方向移动;而在如图 1(b)、图 1(d)、图 1(f)所示的偶数次返回碰撞轨道,即第二、第四、第六次返回碰撞轨道中,电子动量关联分布的峰值分别在  $(p_{1//}, p_{2//})$  为  $(0.31, 0.70)$  和  $(0.70, 0.31)$ 、 $(0.31, 0.67)$  和  $(0.67, 0.31)$ 、 $(0.31, 0.66)$  和  $(0.66, 0.31)$

处,可以看出当返回次数为偶数时,随着返回次数增大,电子动量关联分布峰值位置逐渐向靠近原点  $p_{1//} = p_{2//} = 0$  的方向移动,也就是向低动量方向移动。这个电子动量关联分布随返回次数的奇偶性变化的现象在图2—图3中的两个激光光强下也可以体现出来。

此外,值得注意的是,在光强为  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  的第三次返回碰撞轨道中,如图3(c)所示,电子动量关联分布的形状较为独特,出现了一种电子动量关联分布峰值区域呈窄长条分布的形状,这明显不同于其他次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值区域所呈现出的椭圆形分布。



**图3** Ar原子RESI中不同次返回碰撞轨道在相同光强下的电子动量关联分布,以第一次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值做归一化处理。波长为800 nm,光强为  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  (a)为第一次返回;(b)第二次返回;(c)第三次返回;(d)第四次返回;(e)第五次返回;(f)第六次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。

**Fig. 3** Electron momentum correlated distributions of different-return collision orbits at the same laser intensities in the recollision excitation with subsequent field ionization for Ar. Normalization is done with the peak of the electron momentum correlated distribution of the first-return collision orbit. The wave length is 800 nm, and the laser intensity is  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  (a) corresponds to the first-return;(b) the second-return;(c) the third-return;(d) the fourth-return;(e) the fifth-return;(f) the sixth-return collision orbits electron momentum correlation distribution.

为了更加清楚地分析不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布,我们画出了Ar原子非序列双电离的碰撞激发电离过程中,在未作两电子交换对称时,不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布在第一象限的图像,如图4所示。通常在经典对应下第二个电子  $p_{2//}$  的动量关联分布以原点为中心,但在3s激发态时并不是这种情况,这主要是受3s态的波函数所影响。可以看到,在第一象限中,对于所有不同次返回碰撞轨道而言,第二个电离电子的动量关联分布的峰值均为  $p_{2//} = 0.31 \text{ a.u.}$ ,而在图4(a)、图4(c)、图4(e)所示的第一、第三、第五次返回碰

撞轨道,也就是奇数次返回碰撞轨道中,再散射电子的动量关联分布峰值分别为  $p_{1//} = 0.4 \text{ a.u.}$ 、 $p_{1//} = 0.55 \text{ a.u.}$ 、 $p_{1//} = 0.58 \text{ a.u.}$ ,即电子动量关联分布峰值向远离  $p_{1//} = 0$  的方向,也就是向高动量方向移动;在图4(b)、图4(d)、图4(f)所示的第二、第四、第六次返回碰撞轨道,也就是偶数次返回碰撞轨道中,再散射电子的动量关联分布峰值分别为  $p_{1//} = 0.7 \text{ a.u.}$ 、 $p_{1//} = 0.67 \text{ a.u.}$ 、 $p_{1//} = 0.66 \text{ a.u.}$ ,即电子动量关联分布峰值向靠近  $p_{1//} = 0$  的方向,也就是向低动量方向移动。

2016年Tu等<sup>[37]</sup>的工作中计算了初速度为零的情况下,第一个电离电子在第一次返回核

时的最大返回能量为  $3.17U_p$ , 后续次返回的最大返回能量分别是  $1.54U_p$ 、 $2.4U_p$ 、 $1.73U_p$ 、 $2.25U_p$ 、 $1.81U_p$  等。可以看出奇数次和偶数次返回的最大返回能量会以相反的方式变化: 在奇数次返回碰撞轨道中, 最大返回能量随着返回次数的增加而减小, 而在偶数次返回碰撞轨道中, 最大返回能量会随返回次数的增加而增加。根据前面提到的在碰撞激发电离机制中, 再散射电子最终出射动量  $p_{\text{final}} = p_{\text{drift}} - p_{\text{exc}}$  [36], 将再散射电子的最大返回能量随着返回次数奇偶性变化的规律考虑在内, 可以发现, 在电子动量关联分布的第一象限中, 奇数次返回碰撞轨道的电子动量关联分布随着返回次数增加, 再散射电子返回核并将第二个电子激发后的动量  $p_{\text{exc}}$  减小, 漂移动量不变, 最终出射动量增大, 两电子的动量关联分布峰值位置向高动量方向移动, 也就是向右移动; 而偶数次返回碰

撞轨道的电子动量关联分布则随着返回次数增加, 再散射电子返回核并将第二个电子激发后的动量  $p_{\text{exc}}$  增大, 漂移动量不变, 最终出射动量减小, 两电子的动量关联分布峰值位置向低动量方向移动, 也就是向左移动, 这与图 4 中不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布图的变化规律相一致。考虑到两个电子的交换对称性以及电场方向相反两个半周期的对称性, 电子动量关联分布图的变化规律则变为: 随着返回次数的增加, 奇数次返回碰撞轨道的电子动量关联分布的峰值位置会逐渐向远离原点  $p_{1//} = p_{2//} = 0$  的方向移动, 即电子动量关联分布向高动量移动, 而偶数次返回碰撞轨道的电子动量关联分布的峰值位置会逐渐向靠近原点  $p_{1//} = p_{2//} = 0$  的方向移动, 即电子动量关联分布向低动量移动, 这与我们在图 1 中观察到的电子动量关联分布的变化规律是一致的。

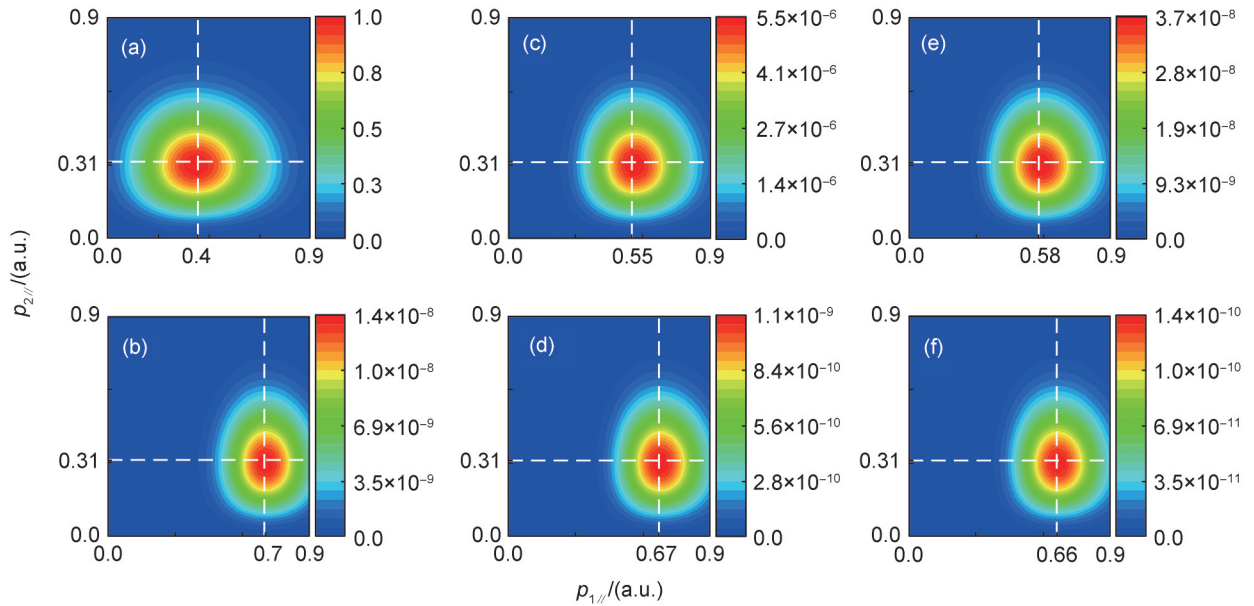


图 4 Ar 原子 RESI 中不同次返回碰撞轨道在两个电子交换对称前的电子动量关联分布在第一象限的图像, 以第一次返回碰撞轨道的电子动量关联分布峰值做归一化处理, 条件与图 1 相同

(a) 为第一次返回; (b) 第二次返回; (c) 第三次返回; (d) 第四次返回; (e) 第五次返回; (f) 第六次返回碰撞轨道的电子动量关联分布。

**Fig. 4** The image of electron momentum correlated distributions in the first quadrant of different-return collision orbits in the recollision excitation with subsequent field ionization for Ar before two electron exchange symmetries. Normalization is done with the peak of the electron momentum correlated distribution of the first-return collision orbit. Under the same conditions as in Fig. 1 (a) corresponds to the first-return; (b) the second-return; (c) the third-return; (d) the fourth-return; (e) the fifth-return; (f) the sixth-return collision orbits electron momentum correlation distribution.

为了更加深入地分析不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布, 我们选取了几个固定的

第一个电离电子的横向动量  $p_{1\perp}$ , 绘制了在 800 nm 的线偏振强激光场下 Ar 原子非序列双电离在

碰撞激发电离过程中,第一到第四次返回碰撞轨道的电离时间和再散射时间的实部和虚部作为电离电子纵向动量  $p_{//} = p_{1//} = p_{2//}$  的函数图像,选取的光强为  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$ ,第二个电离电子被激发到 3s 态,如图 5 到图 8 所示。

在第一次返回电子的电离时间实部图像图 5 (a)中可以看出,对于相同的第一个电离电子的横向动量  $p_{1\perp}$ ,长短轨道对应的图像明显不同,其中长轨道对应的电子电离时间实部  $\text{Re}[\omega t']$  随着电子的纵向动量  $p_{//}$  的增加先下降再上升,最后

趋向一个稳定值约为  $\text{Re}[\omega t'] = -1.30$ ;而短轨道对应的电子电离时间实部  $\text{Re}[\omega t']$  随着电子的纵向动量  $p_{//}$  的增加先下降,随后上升,再下降,最终也趋向一个稳定值约为  $\text{Re}[\omega t'] = -1.35$ 。此外在除去电子的纵向动量  $p_{//}$  值较小和较大两种情况下,长轨道上的电子比短轨道上的电子电离得早。在第一次返回的再散射时间实部图像如图 5 (b)中可以看到,长轨道再散射时间的实部  $\text{Re}[\omega t'']$  在任意电子纵向动量  $p_{//}$  时都大于短轨道的再散射时间实部  $\text{Re}[\omega t'']$ 。

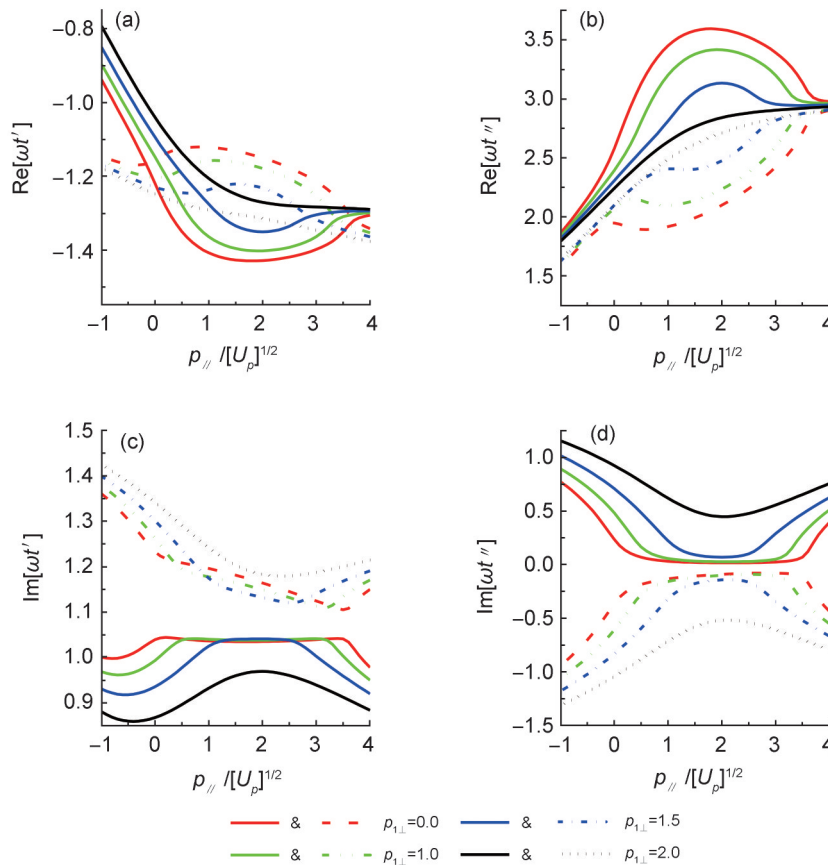


图 5 第一次返回碰撞轨道中第一个电子的电离和再散射时间,作为其纵向动量  $p_{//}$  的函数。图标给出了第一个电离电子横向动量 ( $p_{1\perp}$ ) 的取值。虚线和实线分别对应于电离短轨道和长轨道

(a)为电离时间的实部;(b)再散射时间的实部;(c)电离时间的虚部;(d)再散射时间的虚部随纵向动量  $p_{//}$  变化的函数。

Fig. 5 Ionization and rescattering times for the first electron in the first-return collision orbit, as a function of its parallel momentum  $p_{//}$ . The legend gives the value of the transverse momentum of the first ionized electron ( $p_{1\perp}$ ). The dashed and solid lines correspond to the short and long orbits, respectively

(a) shows the real part of the ionization time; (b) the real part of the rescattering time; (c) the imaginary part of the ionization time;

(d) the imaginary part of the rescattering time as a function of the longitudinal momentum  $p_{//}$ .

将图 5—图 8 进行对比可以看出,第二次到第四次返回碰撞轨道在第一个电子电离和再散射时间的实部图像明显与第一次返回碰撞轨道

的图 5 (a) 和图 5 (b) 不同。在多次返回碰撞轨道时,如图 6 (a)、图 7 (a)、图 8 (a) 所示的第一个电子电离时间的实部轨道中,在任意纵向动

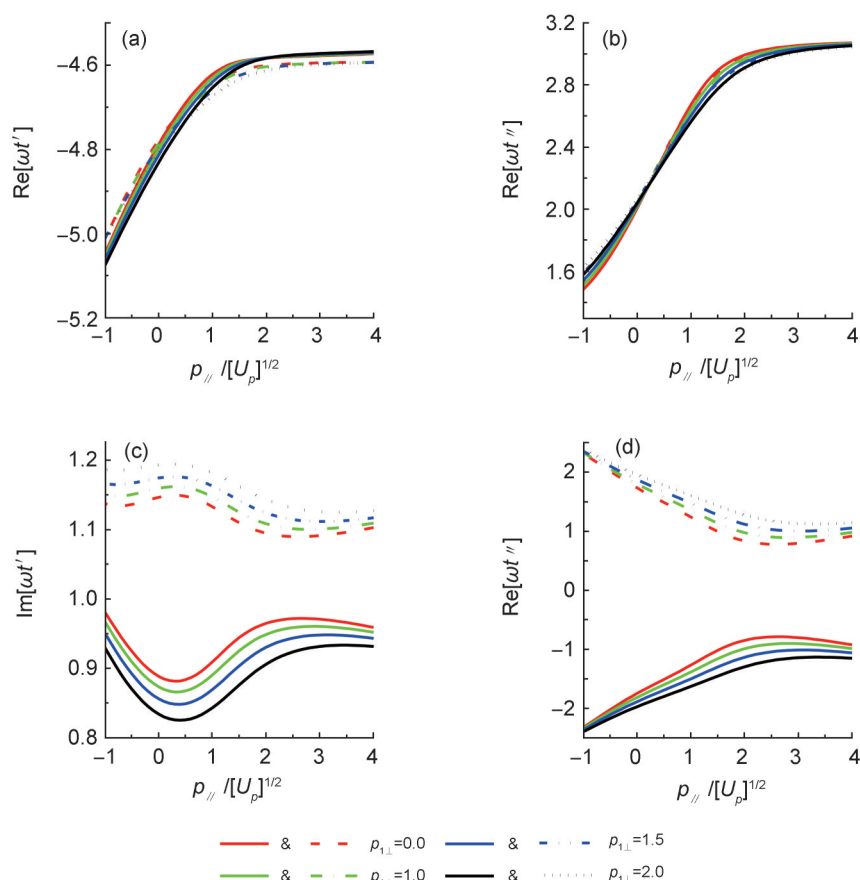


图6 第二次返回碰撞轨道中第一个电子的电离和再散射时间,作为其纵向动量 $p_{//}$ 的函数。图标给出了第一个电离电子横向动量( $p_{1\perp}$ )的取值。虚线和实线分别对应于电离短轨道和长轨道

(a)为电离时间的实部;(b)再散射时间的实部;(c)电离时间的虚部;(d)再散射时间的虚部随纵向动量 $p_{//}$ 变化的函数。

**Fig. 6** Ionization and rescattering times for the first electron in the second-return collision orbit, as a function of its parallel momentum. The legend gives the value of the transverse momentum of the first ionized electron ( $p_{1\perp}$ ). The dashed and solid lines correspond to the short and long orbits, respectively

(a) shows the real part of the ionization time; (b) the real part of the rescattering time; (c) the imaginary part of the ionization time; (d) the imaginary part of the rescattering time as a function of the longitudinal momentum  $p_{//}$ .

量 $p_{//}$ 下,长轨道上的电子和短轨道上的电子开始的时间均非常接近,而在如图6(b)、图7(b)、图8(b)所示的第一个电子再散射时间的实部轨道中,长短轨道也非常接近,随着电子纵向动量 $p_{//}$ 的增加迅速上升,最终再散射时间的实部 $\text{Re}[\omega t''']$ 趋于 $\pi$ 。

下面将第一到第四次返回的鞍点轨道分为奇数次返回(如图5和图7),以及偶数次返回(如图6和图8)来进行分析,可以清楚地看到奇数次返回和偶数次返回存在明显不同的规律。首先,在第一个电子电离时间的实部轨道中,奇数次返回和偶数次返回有明显不同的趋势,奇数次返回碰撞轨道对应的第一个电子电

离时间的实部 $\text{Re}[\omega t']$ 随纵向动量 $p_{//}$ 增大而整体下降,如图5(a)、图7(a)所示;而偶数次返回碰撞轨道的 $\text{Re}[\omega t']$ 随纵向动量 $p_{//}$ 增大而上升,如图6(a)、图8(a)所示。另外,在奇数次返回碰撞轨道中,再散射时间在一定纵向动量区间中虚部 $\text{Im}[\omega t''']$ 几乎为0,即再散射时间接近实数,如图5(d)、图7(d)所示;偶数次返回碰撞轨道则没有这种现象,如图6(d)、图8(d)所示。这说明奇数次返回碰撞轨道在该纵向动量区间内存在经典对应,而偶数次返回碰撞轨道则没有,造成这种现象的原因是与偶数次返回碰撞轨道相比,奇数次返回碰撞轨道的最大返回能量比较大。

另外,值得注意的是,在图7所示的第三次

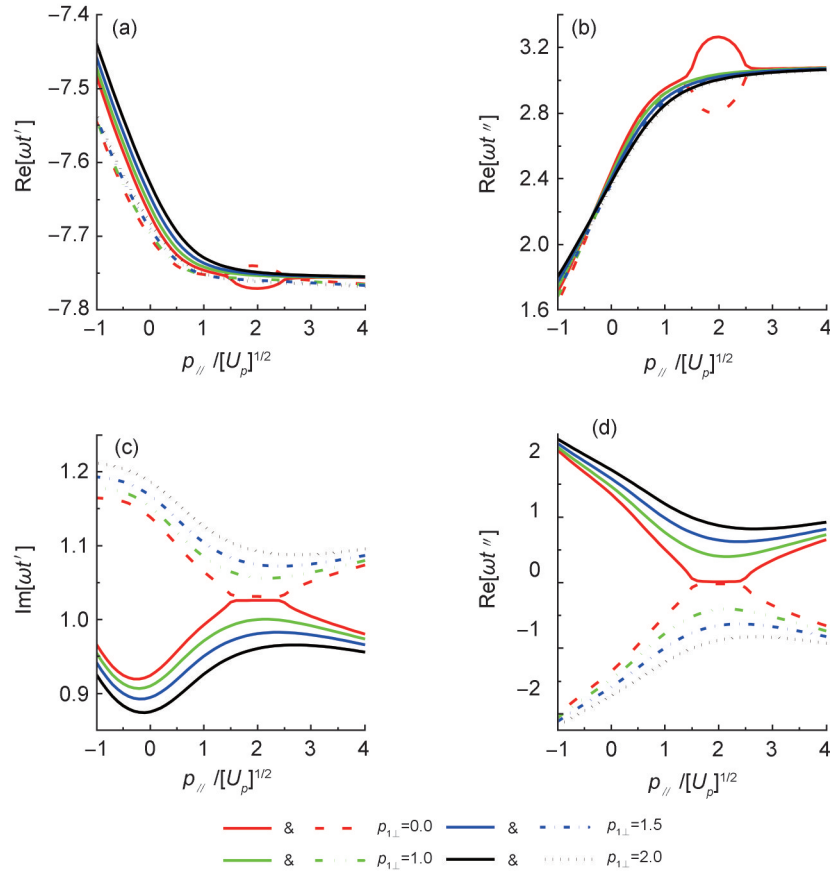


图7 第三次返回碰撞轨道中第一个电子的电离和再散射时间,作为其纵向动量 $p_{||}$ 的函数。图标给出了第一个电离电子横向动量( $p_{1\perp}$ )的取值。虚线和实线分别对应于电离短轨道和长轨道

(a)为电离时间的实部;(b)再散射时间的实部;(c)电离时间的虚部;(d)再散射时间的虚部随纵向动量 $p_{||}$ 变化的函数。

**Fig. 7** Ionization and rescattering times for the first electron in the third-return collision orbit, as a function of its parallel momentum. The legend gives the value of the transverse momentum of the first ionized electron ( $p_{1\perp}$ ). The dashed and solid lines correspond to the short and long orbits, respectively

(a) shows the real part of the ionization time; (b) the real part of the rescattering time; (c) the imaginary part of the ionization time; (d) the imaginary part of the rescattering time as a function of the longitudinal momentum  $p_{||}$ .

返回的鞍点轨道中,电离和再散射时间的实部中部分横向动量 $p_{1\perp}$ 值对应的长短轨道均出现了突变,在纵向动量 $p_{||} \approx 1.5 \sim 2.5 \sqrt{U_p}$ 区间中,电离时间的实部轨道 $\text{Re}[\omega t']$ 出现了长轨道在趋于稳定前先骤降再突增、短轨道时先突增再骤降的现象,而在再散射时间的实部轨道 $\text{Re}[\omega t''']$ 中出现了长轨道在趋于稳定前先突增再骤降、短轨道时先骤降再突增的特殊现象。并且,在该纵向动量 $p_{||}$ 区间内,再散射时间的虚部 $\text{Im}[\omega t''']$ 趋于0,即发生了从经典禁区到经典允许区的转变。而这就是我们在图3(c)中发现的不同于其他次返回的第三次返回碰撞轨道的电子动量关联分布的原因。

### 3 结论

本文利用量子力学散射矩阵理论,使用鞍点法对强激光场下,Ar原子非序列双电离中碰撞激发电离过程的不同次返回碰撞轨道的电子动量关联分布进行了研究。研究表明,不同次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布与返回次数的奇偶性有关,对于奇数次返回碰撞轨道,其电子动量关联分布的峰值随着返回次数的增大向高动量方向移动,而对于偶数次返回碰撞轨道,其电子动量关联分布的峰值随着返回次数的增大向低动量方向移动。分析发现,造成该现象的主要原因是再散射电子的最大返回能量会随着返回次数的奇偶性变化。

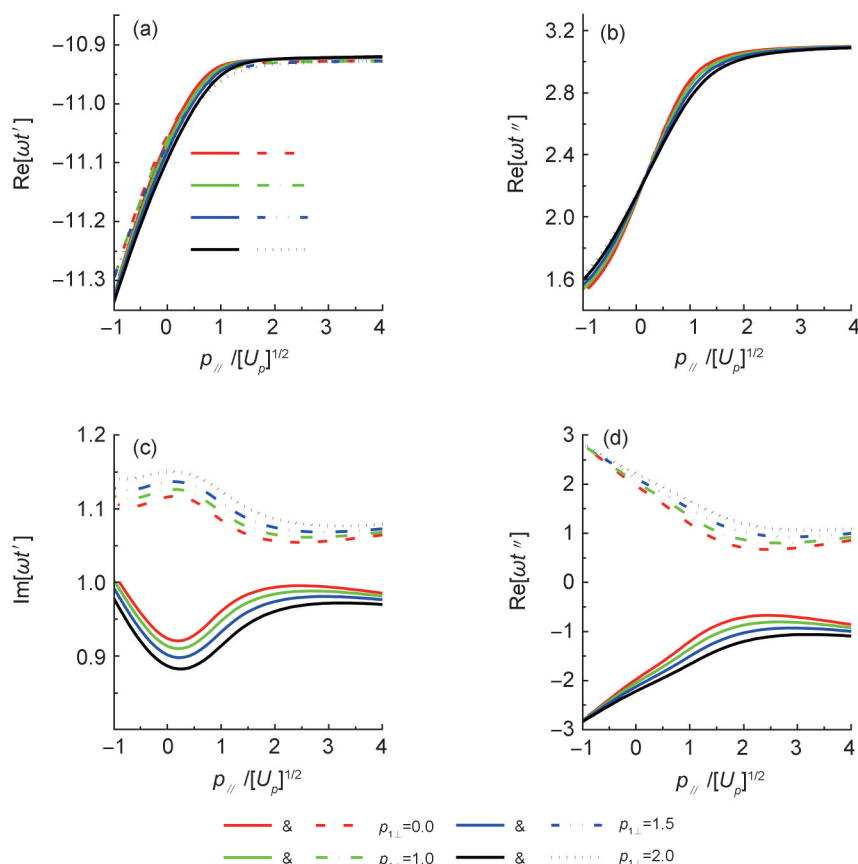


图8 第四次返回碰撞轨道中第一个电子的电离和再散射时间,作为其纵向动量 $p_{||}$ 的函数。图标给出了第一个电离电子横向动量( $p_{1\perp}$ )的取值。虚线和实线分别对应于电离短轨道和长轨道

(a)为电离时间的实部;(b)再散射时间的实部;(c)电离时间的虚部;(d)再散射时间的虚部随纵向动量 $p_{||}$ 变化的函数。

**Fig. 8** Ionization and rescattering times for the first electron in the fourth-return collision orbit, as a function of its parallel momentum. The legend gives the value of the transverse momentum of the first ionized electron. The dashed and solid lines correspond to the short and long orbits, respectively

(a) shows the real part of the ionization time; (b) the real part of the rescattering time; (c) the imaginary part of the ionization time; (d) the imaginary part of the rescattering time as a function of the longitudinal momentum  $p_{||}$ .

另外,我们对 Ar 原子碰撞激发非序列双电离过程中不同次返回的鞍点轨道进行了分析,研究发现鞍点轨道也存在与返回次数的奇偶性有关的变化规律,奇数次返回碰撞轨道的电离时间实部随电子纵向动量的增大而下降,而偶数次返回碰撞轨道的电离时间实部随电子纵向动量的增大而上升,并且奇数次返回碰撞轨道在部分纵向动量区间内其再散射过程存在一个经典对应,偶数次返回碰撞轨道则没有,其原因是与偶数次返回碰撞轨道相比,奇数次返回碰撞轨道的最大返回能量较大。

此外,我们发现在光强为  $9 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  时的第三次返回碰撞轨道对应的电子动量关联分布峰值区域的形状,不同于其他次返回碰撞轨

道的电子动量关联分布峰值区域所呈现出的椭圆形分布,而是出现了窄长条形状分布。这主要是由于在该条件下的鞍点轨道也出现了不同于其他次返回碰撞轨道的特殊结构,在一定范围的纵向动量区间内,长短轨道对应的电离时间和再散射时间的实部均会出现突变(先突增再骤降或先骤降再突增)的现象,并且在纵向动量区间内再散射时间的虚部趋于0,即发生了从经典禁区到经典允许区的转变。

#### 参考文献:

- [1] L'HUILLIER A, LOMPRES L A, MAINFRAY G, *et al.* Multiply Charged Ions Induced by Multiphoton Absorption in Rare Gases at 0.53 Mm[J]. *Phys Rev A*, 1983, 27 (5): 2503-2512. DOI: 10.1103/physrev.27.2503.

- [2] FITTINGHOFF D N, BOLTON P R, CHANG B, *et al.* Observation of Nonsequential Double Ionization of Helium with Optical Tunneling[J]. *Phys Rev Lett*, 1992, **69**(18): 2642–2645. DOI: 10.1103/PhysRevLett.69.2642.
- [3] LI Y B, QIN L L, LIU A H, *et al.* Manipulating Nonsequential Double Ionization of Argon Atoms via Orthogonal Two-color Field[J]. *Chin Phys Lett*, 2022, **39**(9): 093201. DOI: 10.1088/0256-307x/39/9/093201.
- [4] PENG M, BAI L H, GUO Z. Influence of Relative Phase on the Nonsequential Double Ionization Process of CO<sub>2</sub> Molecules by Counter-rotating Two-color Circularly Polarized Laser Fields[J]. *Commun Theor Phys*, 2021, **73**(7): 075501. DOI: 10.1088/1572-9494/abfb60.
- [5] WALKER B, SHEEHY B, DIMAURO L F, *et al.* Precision Measurement of Strong Field Double Ionization of Helium[J]. *Phys Rev Lett*, 1994, **73**(9): 1227–1230. DOI: 10.1103/PhysRevLett.73.1227.
- [6] LAFON R, CHALOUPKA J L, SHEEHY B, *et al.* Electron Energy Spectra from Intense Laser Double Ionization of Helium[J]. *Phys Rev Lett*, 2001, **86**(13): 2762–2765. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.2762.
- [7] CHALOUPKA J L, RUDATI J, LAFON R, *et al.* Observation of a Transition in the Dynamics of Strong-field Double Ionization[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, **90**(3): 033002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.033002.
- [8] PETERSON E R, BUCKSBAUM P H. Above-threshold Double-ionization Spectroscopy of Argon[J]. *Phys Rev A*, 2001, **64**(5): 053405. DOI: 10.1103/physreva.64.053405.
- [9] WITZEL B, PAPADOGIANNIS N A, CHARALAMBIDIS D. Charge-state Resolved Above Threshold Ionization[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(11): 2268–2271. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.2268.
- [10] DE JESUS V B, FEUERSTEIN B, ZROST K, *et al.* Atomic Structure Dependence of Nonsequential Double Ionization of He, Ne and Ar in Strong Laser Pulses[J]. *J Phys B: At Mol Opt Phys*, 2004, **37**(8): L161–L167. DOI: 10.1088/0953-4075/37/8/103.
- [11] CHEN J H, XU T T, HAN T, *et al.* Relative Phase Effect of Nonsequential Double Ionization in Ar by Two-color Elliptically Polarized Laser Field[J]. *Chin Phys B*, 2020, **29**(1): 013203. DOI: 10.1088/1674-1056/ab5d03.
- [12] WEBER T, GIESSEN H, WECKENBROCK M, *et al.* Correlated Electron Emission in Multiphoton Double Ionization[J]. *Nature*, 2000, **405**(6787): 658–661. DOI: 10.1038/35015033.
- [13] STAUDTE A, RUIZ C, SCHÖFFLER M, *et al.* Binary and Recoil Collisions in Strong Field Double Ionization of Helium[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, **99**(26): 263002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.263002.
- [14] RUDENKO A, DE JESUS V L B, ERGLER T, *et al.* Correlated Two-electron Momentum Spectra for Strong-field Nonsequential Double Ionization of He at 800 nm [J]. *Phys Rev Lett*, 2007, **99**(26): 263003. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.263003.
- [15] BERGUES B, KÜBEL M, JOHNSON N G, *et al.* Attosecond Tracing of Correlated Electron-emission in Nonsequential Double Ionization[J]. *Nat Commun*, 2012, **3**: 813. DOI: 10.1038/ncomms1807.
- [16] MAXWELL A S, FARIA C F. Controlling Below-threshold Nonsequential Double Ionization via Quantum Interference[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, **116**(14): 143001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.143001.
- [17] SHAARAN T, CAMUS N, DURA J, *et al.* Role of High Ponderomotive Energy in Laser-induced Nonsequential Double Ionization[J]. *Phys Rev A*, 2019, **99**(2): 023421. DOI: 10.1103/physreva.99.023421.
- [18] LIU Y Q, TSCHUCH S, RUDENKO A, *et al.* Strong-field Double Ionization of Ar Below the Recollision Threshold[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, **101**(5): 053001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.053001.
- [19] HAO X L, CHEN J, LI W D, *et al.* Quantum Effects in Double Ionization of Argon Below the Threshold Intensity[J]. *Phys Rev Lett*, 2014, **112**(7): 073002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.073002.
- [20] 白宇星, 郝小雷, 李卫东. 少周期强激光脉冲下氩原子的再碰撞激发电离[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2023, **46**(2): 362–366. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2022026.
- [21] BAI Y X, HAO X L, LI W D. Few-cycle Laser Intensity on Recollision Excitation with Subsequent Ionization of Argon Atoms[J]. *J Shanxi Univ Nat Sci Ed*, 2023, **46**(2): 362–366. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2022026.
- [22] HAO X L, LI W D, LIU J, *et al.* Effect of the Electron Initial Longitudinal Velocity on the Nonsequential Double-ionization Process[J]. *Phys Rev A*, 2011, **83**(5): 053422. DOI: 10.1103/physreva.83.053422.
- [23] WU M Y, WANG Y L, LIU X J, *et al.* Coulomb-potential Effects in Nonsequential Double Ionization under Elliptical Polarization[J]. *Phys Rev A*, 2013, **87**: 013431. DOI: 10.1103/physreva.87.013431.
- [24] HAO X L, BAI Y X, ZHAO X Y, *et al.* Effect of Coulomb Field on Laser-induced Ultrafast Imaging Methods [J]. *Phys Rev A*, 2020, **101**(5): 051401. DOI: 10.1103/physreva.101.051401.
- [25] QUAN W, LIN Z, WU M, *et al.* Classical Aspects in Above-threshold Ionization with a Midinfrared Strong Laser Field[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **103**(9): 093001.

- DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.093001.
- [25] WU C Y, YANG Y D, LIU Y Q, *et al.* Characteristic Spectrum of very Low-energy Photoelectron from Above-threshold Ionization in the Tunneling Regime[J]. *Phys Rev Lett*, 2012, **109**(4): 043001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.043001.
- [26] LIU Y Q, YE D F, LIU J, *et al.* Multiphoton Double Ionization of Ar and Ne Close to Threshold[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, **104**(17): 173002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.173002.
- [27] YE D F, LI M, FU L B, *et al.* Scaling Laws of the Two-electron Sum-energy Spectrum in Strong-field Double Ionization[J]. *Phys Rev Lett*, 2015, **115**(12): 123001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.123001.
- [28] WOLTER B, PULLEN M G, BAUDISCH M, *et al.* Strong-field Physics with Mid-IR Fields[J]. *Phys Rev X*, 2015, **5**(2): 021034. DOI: 10.1103/physrevx.5.021034.
- [29] TRABATTONI A, WIESE J, DE GIOVANNINI U, *et al.* Setting the Photoelectron Clock Through Molecular Alignment[J]. *Nat Commun*, 2020, **11**(1): 2546. DOI: 10.1038/s41467-020-16270-0.
- [30] JIA X Y, HAO X L, FAN D H, *et al.* S-matrix and Semi-classical Study of Electron-electron Correlation in Strong-field Nonsequential Double Ionization of Ne[J]. *Phys Rev A*, 2013, **88**(3): 033402. DOI: 10.1103/physreva.88.033402.
- [31] SHAARAN T, NYGREN M T, FIGUEIRA DE MORISSON FARIA C. Laser-induced Nonsequential Double Ionization at and Above the Recollision-excitation-tunneling Threshold[J]. *Phys Rev A*, 2010, **81**(6): 063413. DOI: 10.1103/physreva.81.063413.
- [32] SHAARAN T, FIGUEIRA DE MORISSON FARIA C. Laser-induced Nonsequential Double Ionization: Kinematic Constraints for the Recollision-excitation-tunneling Mechanism[J]. *J Mod Opt*, 2010, **57**(11): 984–991. DOI: 10.1080/09500340903414619.
- [33] FIGUEIRA DE MORISSON FARIA C, SCHOMERUS H, BECKER W. High-order Above-threshold Ionization: The Uniform Approximation and the Effect of the Binding Potential[J]. *Phys Rev A*, 2002, **66**(4): 043413. DOI: 10.1103/physreva.66.043413.
- [34] LEWENSTEIN M, KULANDER K C, SCHAFFER K J, *et al.* Rings in Above-threshold Ionization: A Quasiclassical Analysis[J]. *Phys Rev A*, 1995, **51**(2): 1495–1507. DOI: 10.1103/physreva.51.1495.
- [35] GUO C, LI M, NIBARGER J P, *et al.* Single and Double Ionization of Diatomic Molecules in Strong Laser Fields[J]. *Phys Rev A*, 1998, **58**(6): R4271–R4274. DOI: 10.1103/physreva.58.r4271.
- [36] FEUERSTEIN B, MOSHAMMER R, FISCHER D, *et al.* Separation of Recollision Mechanisms in Nonsequential Strong Field Double Ionization of Ar: The Role of Excitation Tunneling[J]. *Phys Rev Lett*, 2001, **87**(4): 043003. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.043003.
- [37] TU X H, HAO X L, LI W D, *et al.* Nonadiabatic Effect on the Rescattering Trajectories of Electrons in Strong Laser Field Ionization Process[J]. *Chin Phys Lett*, 2016, **33**(9): 093201. DOI: 10.1088/0256-307x/33/9/093201.