

双势阱中超冷原子的非定域性

韩梦娜,李艳娜*

(山西大学 理论物理研究所,山西 太原 030006)

摘要:本文基于原子和光的相互作用,提出了一种在双阱中实现超冷原子纠缠的方案。文章通过测量两阱中原子量子态的相关性,证明了这些态违反了CHSH(Clauser Home Shimony Holt)不等式,从而展示了双阱中超冷原子的非定域性。该系统中原子自发辐射耗散会对纠缠结果产生一定的影响,随着耗散的增加,50/50分束效果的时间逐渐增加,但布居数在特定范围内时耗散不会对CHSH不等式的违反产生影响,即此方案依然可以实现双阱中超冷原子的非定域性。此方案可以推广到多体系统中,对多体纠缠的研究具有重要意义。

关键词:纠缠;耗散;CHSH不等式;非定域性

中图分类号:O469

文献标志码:A

文章编号:0253-2395(2026)01-0115-07

The Nonlocality of Ultracold Atoms within Double-well Potentials

HAN Mengna, LI Yanna*

(Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: The article proposes a scheme for achieving the entanglement of ultracold atoms in a double well by utilizing the interaction between atoms and light. The correlation of atomic quantum states in the double well is measured, demonstrating that the CHSH inequality is violated by these states, thereby indicating the nonlocality of ultracold atoms in the double well. A certain impact on the entanglement results will be exerted by the spontaneous radiation dissipation of atoms in the system. As the dissipation increases, the time for the 50/50 beam splitting effect gradually increases, but within a specific range of population, the dissipation does not affect the violation of the CHSH inequality. Therefore, the nonlocality of ultracold atoms in the double well can still be achieved by this scheme. This scheme can be extended to multi-body systems and is of great significance for the study of multipartite entanglement.

Key words: entanglement; dissipation; CHSH inequality; nonlocality

0 引言

量子纠缠是存在于量子系统之间的一种关联,其在量子信息处理中的许多重要应用中起着至关重要的作用。量子纠缠可以在光学^[1-2]、原子^[3-4]等系统中实现,与光子系统相比较,原子系统是一个干净、易操控的系统,是物理研究的重要平台。随着激光技术的发明,基于超冷原子独特的量子性质,冷原子纠缠一直被期待在精密测量领域发挥重要作用。近年来,国际上已经有许多小组在进行与原子纠缠相关的研究,如通过调控玻色原子气体中的原子间相互作用可以产生多粒子纠缠态^[5-7],而且发现原子在产生纠缠,甚至多粒子纠缠^[8-9]中都起着关键作用,其可以很好地应用于

收稿日期:2024-02-16;修回日期:2024-05-09

基金项目:国家自然科学基金(11904216)

作者简介:韩梦娜(1999-),女,山西阳泉人,硕士研究生,研究方向为理论物理。E-mail:hanmengna1999@163.com

*通信作者:李艳娜(LI Yanna),E-mail:yannalil8@sxu.edu.cn

引文格式:韩梦娜,李艳娜.双势阱中超冷原子的非定域性[J].山西大学学报(自然科学版),2026,49(1):115-121. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024089.

量子计算^[10-11]和量子模拟的实验研究。因此,超冷原子体系中,量子纠缠的产生以及操控是当前量子信息科学^[12-15]非常重要的研究课题。双阱模型是研究超冷原子系统最简单的模型之一,是理解多体模型的基础,本文将围绕双阱中超冷原子纠缠的产生展开研究。

在制备量子纠缠态的过程中,量子系统与周围环境之间的耦合会产生耗散。传统上,人们认为耗散过程是量子科学技术发展中的重要阻碍^[16-18],即耗散会造成纠缠态的退相干,会对量子系统产生不利影响。例如自发辐射耗散具有危害性^[19-20],首先,会导致量子系统能量和信息的衰减,这是因为量子系统的激发态会以一定的速率跃迁到基态上,从而导致能量和信息的损失。其次,自发辐射耗散是一个不可逆的过程,也就是能量和信息会从量子系统流失到环境中,而且无法完全恢复,这就导致了量子系统的退相干现象。所以人们一直在试图寻找各种降低耗散影响的方法,例如利用量子纠错以保证相干态不被耗散所影响^[21],或寻找对耗散不敏感的子空间^[22]。然而随着人们对耗散的深入研究,研究结果表明耗散也可以作为形成纠缠的一种重要资源。例如利用原子的自发辐射来制备纠缠态^[23-24];利用光学腔耗散来制备原子纠缠态^[25-26]。由此可知,耗散对纠缠既有消极影响,也有积极影响。因此,在纠缠态制备中,对耗散过程的讨论也是必不可缺的。

本文提出了一种实现双阱中超冷原子非定域性的方法。文章先研究了光与原子相互作用。一对 Raman 光作用于原子,在大失谐情况下,三能级系统等效为二能级系统,通过控制相互作用的时间,可以控制原子处于某种状态的概率,这是一种分束操作,其作用效果等同于分束器。在这个过程中,考虑到自发辐射耗散的影响,我们利用主方程研究了粒子布居数的分布情况。然后,利用这一分束作用,在双阱中研究了超冷原子非定域态的产生,发现这些态违反了 CHSH (Clauser Home Shimony Holt) 不等式,即双阱中原子产生了纠缠态。

1 光与原子相互作用

图 1 给出了原子和光的相互作用示意图。三能级原子具有两个基态 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态,一个激发态 $|2\rangle$ 态。 Ω_1 和 Ω_2 是原子和光的耦合强度,具有失谐 Δ 的非共振激光 Ω_1 驱动 $|0\rangle$ 态和 $|2\rangle$ 态之间的跃迁,具有 $\Delta - \delta$ 的非共振激光 Ω_2 驱动 $|1\rangle$ 态和 $|2\rangle$ 态之间的跃迁, Δ 是单光子失谐, δ 是双光子共振跃迁的失谐量。在旋波近似下,相互作用图中整个系统的哈密顿量为:

$$H = -\delta|1\rangle\langle 1| + \Delta|2\rangle\langle 2| + \frac{\Omega_1}{2}|2\rangle\langle 0| + \frac{\Omega_2}{2}|2\rangle\langle 1| + \text{H.c.} \quad (1)$$

在大失谐情况下,若不考虑系统耗散,很容易得到一个解析的有效二能级的粒子数布居方程:

$$B_1(t) = \cos \frac{\omega t}{2} B_1(t_0) + i \sin \frac{\omega t}{2} B_2(t_0), \quad (2)$$

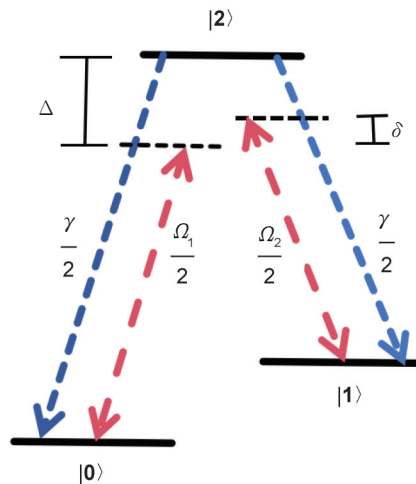


图 1 三能级原子的跃迁示意图

Fig. 1 The diagram of the transition of a three-level atom

$$B_2(t) = i \sin \frac{\omega t}{2} B_1(t_0) + \cos \frac{\omega t}{2} B_2(t_0), \quad (3)$$

$$\text{其中 } \omega^2 = \left(\frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} - \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} - \delta \right)^2 + 4 \frac{|\Omega_1|^2 |\Omega_2|^2}{\Delta^2}.$$

当考虑耗散时,需要求解主方程来得到粒子布居数分布。假设环境与三能级系统之间因相互作用产生的耗散过程是马尔可夫的,进而得到系统随时间变化的 Lindblad 主方程:

$$\dot{\rho} = i[\rho, H] + \sum_x \left\{ L^x \rho (L^x)^\dagger - \frac{1}{2} [(L^x)^\dagger L^x \rho + \rho (L^x)^\dagger L^x] \right\}. \quad (4)$$

考虑原子的自发辐射耗散,其辐射率表示为 γ ,与原子自发辐射相关的 Lindblad 算子可以表示为 $L^{\gamma_1} = \sqrt{\gamma_1} |0\rangle\langle 2|$, $L^{\gamma_2} = \sqrt{\gamma_2} |1\rangle\langle 2|$ 。分别对应从量子态 $|2\rangle$ 跃迁到量子态 $|0\rangle$ 和量子态 $|1\rangle$ 的自发辐射算子。由于自发辐射过程具有随机性,其发生时间和发射方向是随机的,不能被精确控制。所以为简单起见,我们假设 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma/2$ 。通过求解主方程(4),得到了原子基态的布居数分布情况,如图2所示。

光与原子相互作用可以通过改变时间实现任意比例的分束器效果,例如,控制相互作用时间 $t = \pi/2\omega$ 可以实现 50/50 的分束效果。实验上通常使用 50/50 分束器且不考虑耗散,但实际上耗散会对实验结果产生影响。为了研究在 50/50 分束情况下有耗散产生的影响,我们给定初态,利用控制变量法,改变耗散的值,固定其他值来观察两个量子态布居数的变化情况。将初态制备在 $|0\rangle$ 态上时,其他参数分别为 $\delta = 0.005$, $\Delta = 1$, $\Omega_1 = 0.12$, $\Omega_2 = 0.1$,通过求解主方程(4)就可以得到量子态的布居数随时间变化的图像,如图2所示。在图2中,红色的实线和虚线表示 $\gamma = 0$ 时两个量子态的布居数,两线交点表示两基态粒子数相同,即达到 50/50 分束器的效果;黑色的实线和虚线表示在耗散 $\gamma = 0.1$ 时两个量子态的布居数分布情况;蓝色的实线和虚线表示在耗散 $\gamma = 0.2$ 时两个量子态的布居数分布情况。可以发现随着耗散的增加,达到 50/50 分束器效果的时间逐渐加长,这是由于自发辐射耗散的存在造成的。由于从 $|2\rangle$ 态到 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的自发辐射,导致粒子数从 $|0\rangle$ 态到 $|1\rangle$ 态转移的过程中达到 50/50 时时间会加长,并且随着耗散的增加,从 $|0\rangle$ 态转移到 $|1\rangle$ 态所花的时间会增加。不考虑耗散时,50/50 分束器的作用效果为 $|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle$,考虑到耗散影响,则有 $|0\rangle \rightarrow \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 。

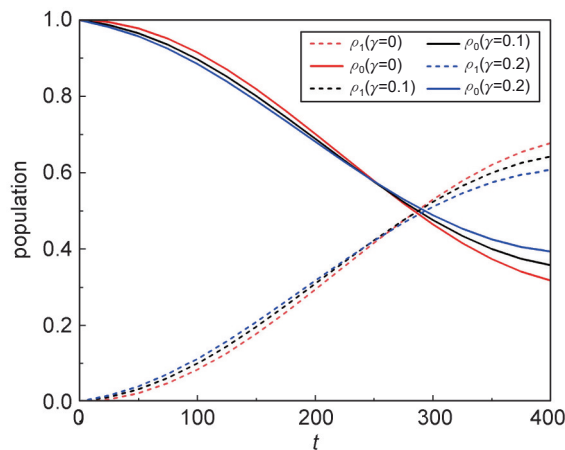


图2 两个基态的布居数随时间变化的关系

Fig. 2 The relationship between the population of particles in two ground states as a function of time

2 双阱超冷原子非定域性

我们给出一个在双阱中实现原子非定域性的方案,如图3所示,原子的两个能级分别用自旋记为 $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$,此方案的实现可以分为4个步骤:首先是制备初态,如图3(a)所示,将两个阱中的原子都制备到 $|\uparrow\rangle$ 态,然后用激光作用于原子,使原子50%概率在原阱中保持原来状态 $|\uparrow\rangle$,50%概率在另一阱中状态为 $|\downarrow\rangle$,这一操作使得不同的阱间原子发生了耦合,如图3(b)所示。相邻阱中原子的超精细态之间的耦合是产生非定域性方案的关键组成部分。这种耦合可以通过共振光相互作用和一个运动的与态相关的晶格势来实现。先是在各自阱中对原子进行分束操作,再运用相干输运技术去移动态为 $|\downarrow\rangle$ 的原子,从而达到阱间耦合的效果。这种技术已被实验所验证^[27]。再然后如图3(c)所示,在原子不同能态上加一个与状态相关的局部相位。这个局部相位既可以是与自旋相关的相移,也可以采用依赖于外部模式的相移。最后,如图3(d)所示,再利用激光作用于原子,使原子在各自的阱内实现50%概率保持原来状态,50%概率状态发生变化,随后在每个阱中对原子进行探测。在该方案中,我们使用了局域操作,但产生了非局域的影响,描述了系统的量子关联。虽然方案产生了纠缠态,但这个过程更多地展现了定域操作的非定域影响。

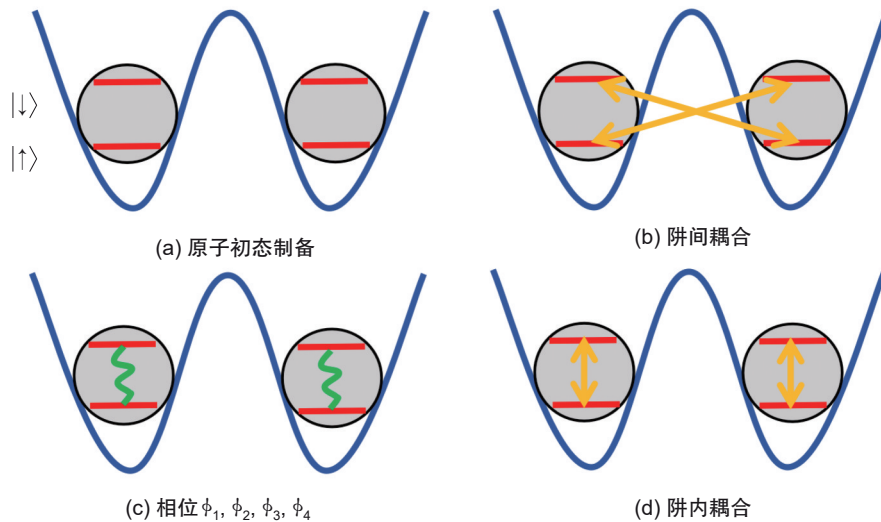


图3 双阱超冷原子非定域性方案

Fig. 3 Scheme of nonlocality with ultracold atoms in double wells

双阱冷原子的非定域性方案可以使用图4的示意图来进行更方便地描述。PS1、PS2为独立粒子源,原子在双阱中的初始制备可以用PS1、PS2来表示,对应于图3(a);原子和光的相互作用可以用分束器S1、S2、S3、S4表示,其中S1、S2表示阱间的分束作用,对应图3(b);S3、S4表示同一阱的分束作用,对应图3(d);原子相位的增加对应图3(c)。D1、D2的探测分别对应于在阱1和阱2中的探测。

图4中的两个独立粒子源PS1和PS2产生的粒子分别输入到分束器S1和S2中,通过S1分束器的粒子有可能通过相移器获得相移 ϕ_1 ,并进入S3分束器,然后被探测器D1探测,也有可能获得相移 ϕ_2 进入S4分束器后被D2探测器探测。而通过S2分束器的粒子则可能获得相移 ϕ_4 后再通过分束器S3由探测器D1进行探测,或通过相移器 ϕ_3 后再通过分束器S4由探测器D2进行探测。

为方便描述,我们引入产生算符 a_i^\dagger ,指产生一个自旋态为 i 的粒子,本文中我们考虑玻色子,这些算符满足玻色对易关系 $[a_i, a_j]=0, [a_i, a_j^\dagger]=\delta_{ij}$ 。考虑自发辐射耗散的影响,分束器的矩阵形式

为 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$ 。则分束器S3和S4进行的模式转换:

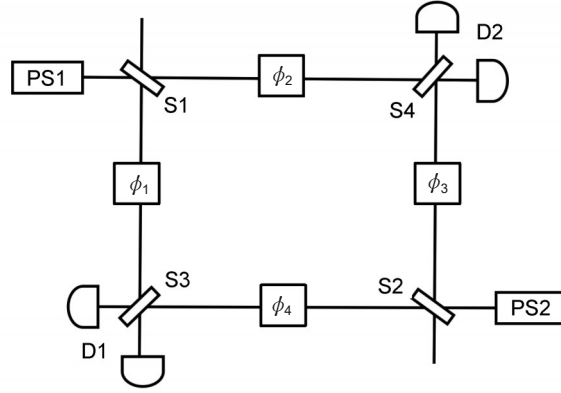


图4 双阱超冷原子非定域性装置示意图

Fig. 4 Schematic diagram of a nonlocality apparatus with ultracold atoms in double wells

$$\begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{out}_i} \\ a_{\downarrow, \text{out}_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{in}_i} \\ a_{\downarrow, \text{in}_i} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

移相器进行的模式转换:

$$\begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{out}_1} \\ a_{\downarrow, \text{out}_2} \\ a_{\uparrow, \text{out}_2} \\ a_{\downarrow, \text{out}_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\varphi_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{in}_1} \\ a_{\downarrow, \text{in}_2} \\ a_{\uparrow, \text{in}_2} \\ a_{\downarrow, \text{in}_1} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

最后,分束器S1、S2进行的模式转换:

$$\begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{out}_1} \\ a_{\downarrow, \text{out}_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\uparrow, \text{in}_1} \\ a_{\downarrow, \text{in}_2} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} a_{\downarrow, \text{out}_1} \\ a_{\uparrow, \text{out}_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\downarrow, \text{in}_1} \\ a_{\uparrow, \text{in}_2} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

双阱初态为 $|\psi_0\rangle_{\text{bose}} = a_{\uparrow 1}^\dagger a_{\uparrow 2}^\dagger |0\rangle$, 通过上述一系列操作,用末态来表示初态,从而有:

$$|\psi_0\rangle_{\text{bose}} = [\alpha e^{i\varphi_1} (a_{\uparrow 1}^\dagger + \beta a_{\downarrow 1}^\dagger) + \beta e^{i\varphi_2} (a_{\downarrow 2}^\dagger + \beta a_{\uparrow 2}^\dagger)] \times [\alpha e^{i\varphi_3} (a_{\uparrow 2}^\dagger + \beta a_{\downarrow 2}^\dagger) + \beta e^{i\varphi_4} (a_{\downarrow 1}^\dagger + \beta a_{\uparrow 1}^\dagger)] |0\rangle. \quad (9)$$

我们去观察探测器的探测结果,只考虑每个探测器探测到一个原子的情况。假设探测器1、2探测到自旋向上原子的事件记为+,探测器1、2探测到自旋向下原子的事件记为一。这样我们可以得到一致测量结果的概率分布,如表1所示。

表1 双阱中各探测到一个原子的概率分布

Table 1 The probability distribution of detecting one atom in each well of the double well

自旋态	$\uparrow 1$	$\downarrow 1$
$\uparrow 2$	$\alpha^8 + \beta^8 + 2\alpha^4\beta^4 \cos 2\phi$	$\alpha^5(\alpha^*)\beta(\beta^*) + \alpha(\alpha^*)\beta^5(\beta^*) + 2\alpha^3(\alpha^*)\beta^3(\beta^*) \cos 2\phi$
$\downarrow 2$	$\alpha^5(\alpha^*)\beta(\beta^*) + \alpha(\alpha^*)\beta^5(\beta^*) + 2\alpha^3(\alpha^*)\beta^3(\beta^*) \cos 2\phi$	$4\alpha^4\beta^4 \cos^2\phi$

我们把探测器1探测事件记为 $i = \pm$, 探测2探测事件记为 $j = \pm$, 探测器1、2都探测到粒子的概率记为 P_{ij} , 从而得到有关概率的关联函数的定义:

$$E(\phi_A, \phi_B) = \frac{P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+}}{P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+}} = \frac{\alpha^8 + \beta^8 + 8\alpha^4\beta^4 \cos 2\phi + 2\alpha^4\beta^4 + 2\alpha^6\beta^2 + 2\alpha^2\beta^6}{\alpha^8 + \beta^8 + 2\alpha^4\beta^4 - 2\alpha^6\beta^2 - 2\alpha^2\beta^6}, \quad (10)$$

其中 $\phi = (\phi_1 + \phi_3 - \phi_2 - \phi_4)/2$, ϕ_A, ϕ_B 是相对相位的函数: $\phi_A = \phi_1 - \phi_2$, $\phi_B = \phi_4 - \phi_3$ 。CHSH 贝尔不等式的违反可以证明非定域性的存在,

$$|E(\phi_A^0, \phi_B^0) + E(\phi_A^1, \phi_B^0) + E(\phi_A^0, \phi_B^1) - E(\phi_A^1, \phi_B^1)| > 2. \quad (11)$$

在理想状态下,即不考虑自发辐射耗散时,很容易达到不等式的违反。此时分束器为50/50分束器,即 $\alpha = 1/\sqrt{2}$, $\beta = i/\sqrt{2}$ 。CHSH不等式左边等于 $|\cos(\phi_A^0 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^1 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^0 - \phi_B^1) - \cos(\phi_A^1 - \phi_B^1)|$,通过调节 ϕ_A 、 ϕ_B 可以取到绝对值等于 $2\sqrt{2}$,此时CHSH不等式被违反并达到了最大违反度,因此证明双阱中冷原子产生了非定域性关联。

存在耗散时,如前面的动力学图,耗散会使两种粒子布居数相等的时间变长,因此粒子布居数不再是50/50分束。对比无自发辐射情况,我们考虑当 α 为实数, β 为虚数,也就是满足条件: $\alpha\alpha^* + \beta\beta^* = 1$,且 $\alpha = \alpha^*$, $\beta = -\beta^*$ 时CHSH不等式的违反,CHSH不等式左边化简为:

$$\left| 2(1 - 2\alpha^2)^2 + \frac{8(\alpha^2 - 1)^2\alpha^2[\cos(\phi_A^0 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^1 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^0 - \phi_B^1) - \cos(\phi_A^1 - \phi_B^1)]}{(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2} \right|, \quad (12)$$

发现 $\cos(\phi_A^0 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^1 - \phi_B^0) + \cos(\phi_A^0 - \phi_B^1) - \cos(\phi_A^1 - \phi_B^1)$ 与无耗散时相同,它可以取到 $\pm 2\sqrt{2}$ 。当取 $\phi_A^0 = 0$, $\phi_A^1 = \pi/2$, $\phi_B^0 = \pi/4$, $\phi_B^1 = -\pi/4$ 时,上式可以取到最大值 $2\sqrt{2}$,不等式就化简为:

$$0.292\ 893 < \alpha^2 < 0.707\ 107. \quad (13)$$

当取 $\phi_A^0 = \pi$, $\phi_A^1 = -\pi/2$, $\phi_B^0 = \pi/4$, $\phi_B^1 = -\pi/4$ 时,上式可以取到最大值 $-2\sqrt{2}$,不等式就化简为:

$$0.353\ 007 < \alpha^2 < 0.649\ 93. \quad (14)$$

综上所述,在 $0.292\ 893 < \alpha^2 < 0.707\ 107$ 时,CHSH不等式依然可以被违反。即存在耗散时,依然可以实现双阱超冷原子的非定域性。

3 结论

本文提出一种在双阱中实现超冷原子非定域性的方案。此方案的实现使用了原子和光的相互作用,这种作用可以看作是一种分束器,文中详细展示了如何两次利用这种分束器,在双阱中实现超冷原子的非定域性。首先对双阱进行一次分束作用,并用相干运输技术实现两个阱的耦合;然后再对双阱进行一次分束作用;最后通过对两阱中原子的量子态进行测量,并对其相关性分析,发现这些态可以违反CHSH不等式,因此证明了双阱中超冷原子纠缠态的产生。由于原子自发辐射耗散的存在,文章还考虑了耗散对纠缠结果产生的影响。我们先利用数值方法观察了粒子布局数随耗散的变化情况,发现当初始粒子制备在某一基态时,发现随着耗散的增加,达到50/50分束器效果的时间逐渐加长。然而,通常实验控制分束的时间是按照不考虑耗散的情况,因此实际粒子分束操作虽然并不是确切的50/50分束效果,但我们的计算结果表明,即使存在耗散时,我们依然可以实现双阱中超冷原子的非定域性。本文的方案可以推广到多体系统中,而且,文中没有给出耗散和纠缠的具体关联,因此我们下一步工作将从以下两方面进行:多晶格体系非定域性的研究,以及双阱中耗散对纠缠度影响的研究。

参考文献:

- [1] RÄTZEL D, WILKENS M, MENZEL R. Effect of Polarization Entanglement in Photon-photon Scattering[J]. *Phys Rev A*, 2017, **95**: 012101. DOI: 10.1103/physreva.95.012101.
- [2] KARIMI E, LEACH J, SLUSSARENKO S, *et al.* Spin-orbit Hybrid Entanglement of Photons and Quantum Contextuality[J]. *Phys Rev A*, 2010, **82**(2): 022115. DOI: 10.1103/physreva.82.022115.
- [3] ANDERS F, IDEL A, FELDMANN P, *et al.* Momentum Entanglement for Atom Interferometry[J]. *Phys Rev Lett*, 2021, **127**(14): 140402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.140402.
- [4] ZHOU L, XIONG H, ZUBAIRY M S. Single Atom as a Macroscopic Entanglement Source[J]. *Phys Rev A*, 2006, **74**(2): 022321. DOI: 10.1103/physreva.74.022321.
- [5] PEZZÉ L, SMERZI A. Entanglement, Nonlinear Dynamics, and the Heisenberg Limit[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **102**(10): 100401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.100401.
- [6] MØLMER K, SØRENSEN A. Multiparticle Entanglement of Hot Trapped Ions[J]. *Phys Rev Lett*, 1999, **82**(9): 1835-1838. DOI: 10.1103/physrevlett.82.1835.

- [7] LÜCKE B, SCHERER M, KRUSE J, *et al.* Twin Matter Waves for Interferometry beyond the Classical Limit[J]. *Science*, 2011, **334**(6057): 773–776. DOI: 10.1126/science.1208798.
- [8] PEISE J, KRUSE I, LANGE K, *et al.* Satisfying the Einstein-Podolsky-Rosen Criterion with Massive Particles[J]. *Nat Commun*, 2015, **6**: 8984. DOI: 10.1038/ncomms9984.
- [9] HAAS F, VOLZ J, GEHR R, *et al.* Entangled States of more than 40 Atoms in an Optical Fiber Cavity[J]. *Science*, 2014, **344**(6180): 180–183. DOI: 10.1126/science.1248905.
- [10] GUO Y M, ALBARRÁN-ARRIAGADA F, ALAEIAN H, *et al.* Quantum Memristors with Quantum Computers[J]. *Phys Rev Applied*, 2022, **18**(2): 024082. DOI: 10.1103/physrevapplied.18.024082.
- [11] ELBEN A, VERMERSCH B, VAN BIJNEN R, *et al.* Cross-platform Verification of Intermediate Scale Quantum Devices[J]. *Phys Rev Lett*, 2020, **124**(1): 010504. DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.010504.
- [12] BHATTACHARYA S S, MAITY A G, GUHA T, *et al.* Random-receiver Quantum Communication[J]. *PRX Quantum*, 2021, **2**(2): 020350. DOI: 10.1103/prxquantum.2.020350.
- [13] ZUO Z Y, WANG Y J, MAO Y Y, *et al.* Security of Quantum Communications in Oceanic Turbulence[J]. *Phys Rev A*, 2021, **104**(5): 052613. DOI: 10.1103/physreva.104.052613.
- [14] SAHA D, DAS D, DAS A K, *et al.* Measurement Incompatibility and Quantum Advantage in Communication[J]. *Phys Rev A*, 2023, **107**(6): 062210. DOI: 10.1103/physreva.107.062210.
- [15] GRIFFITHS R B. Multitime Quantum Communication: Interesting but not Counterfactual[J]. *Phys Rev A*, 2023, **107**(6): 062219. DOI: 10.1103/physreva.107.062219.
- [16] ZUREK W H. Environment-induced Decoherence and the Transition from Quantum to Classical[J]. *Vistas Astron*, 1993, **37**: 185–196. DOI: 10.1016/0083-6656(93)90030-n.
- [17] ABDEL-ATY M. A Qualitative Perspective on the Dynamics of a Single-cooper-pair Box with a Phase-damped Cavity[J]. *J Phys A: Math Theor*, 2008, **41**(18): 185304. DOI: 10.1088/1751-8113/41/18/185304.
- [18] ANGELO R M, CARDOSO E S, FURUYA K. Decoherence Induced by a Phase-damping Reservoir[J]. *Phys Rev A*, 2006, **73**(6): 062107. DOI: 10.1103/physreva.73.062107.
- [19] SINHA K, MEYSTRE P, GOLDSCHMIDT E A, *et al.* Non-markovian Collective Emission from Macroscopically Separated Emitters[J]. *Phys Rev Lett*, 2020, **124**(4): 043603. DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.043603.
- [20] TERRADAS-BRIANSÓ S, GONZÁLEZ-GUTIÉRREZ C A, NORI F, *et al.* Ultrastrong Waveguide QED with Giant Atoms[J]. *Phys Rev A*, 2022, **106**(6): 063717. DOI: 10.1103/physreva.106.063717.
- [21] SAINZ I, BJÖRK G. Quantum Error Correction may Delay, but also Cause, Entanglement Sudden Death[J]. *Phys Rev A*, 2008, **77**(5): 052307. DOI: 10.1103/physreva.77.052307.
- [22] ALTEPETER J B, HADLEY P G, WENDELKEN S M, *et al.* Experimental Investigation of a Two-qubit Decoherence-free Subspace[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **92**(14): 147901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.147901.
- [23] SANTOS A C, CIDRIM A, VILLAS-BOAS C J, *et al.* Generating Long-lived Entangled States with Free-space Collective Spontaneous Emission[J]. *Phys Rev A*, 2022, **105**(5): 053715. DOI: 10.1103/physreva.105.053715.
- [24] SHAO X Q, ZHENG T Y, OH C H, *et al.* Dissipative Creation of Three-dimensional Entangled State in Optical Cavity via Spontaneous Emission[J]. *Phys Rev A*, 2014, **89**: 012319. DOI: 10.1103/physreva.89.012319.
- [25] FIGUEIREDO E G, LINHARES C A, MALBOUISSON A P C, *et al.* Time Evolution of Entangled Biatomic States in a Cavity[J]. *Phys Rev A*, 2011, **84**(4): 045802. DOI: 10.1103/physreva.84.045802.
- [26] CHEN J J, FAN X G, XIONG W, *et al.* Nonreciprocal Entanglement in Cavity-magnon Optomechanics[J]. *Phys Rev B*, 2023, **108**(2): 024105. DOI: 10.1103/physrevb.108.024105.
- [27] MANDEL O, GREINER M, WIDERA A, *et al.* Coherent Transport of Neutral Atoms in Spin-dependent Optical Lattice Potentials[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, **91**(1): 010407. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.010407.