

多粒子Greenberger-Horne-Zeilinger态的 Kullback-Leibler相对熵研究

李哲涵¹,任志红²,李卫东^{3*}

(1.山西大学 理论物理研究所,山西 太原 030006;

2.山西师范大学 物理与信息工程学院,山西 太原 030031;

3.深圳技术大学 工程物理学院 先进材料诊断技术中心 超强激光与先进材料技术深圳重点实验室,广东 深圳 518118)

摘要:定量地描述多体量子纠缠态的纠缠性质是量子信息领域的关键问题。本文利用Kullback-Leibler(KL)相对熵,对多粒子Greenberger-Horne-Zeilinger(GHZ)态在转动操作下的纠缠特性进行了定量研究。通过对量子态进行集体旋转操作和宇称测量,可以得到 N 粒子GHZ态的KL相对熵的解析表达式。研究发现,当旋转操作和宇称测量中的参数满足相位 θ 为 $\pi/2$ 及相位差 $(\varphi-\theta)$ 为 $k\pi$ 时,便可得到KL相对熵的最大值。当相位 φ 为0或 π 时,就会出现KL相对熵的奇点,其余奇点的位置则取决于拆分结构。此外,通过优化选取 φ 值,我们发现3到8粒子的GHZ态的不同拆分结构态分别对应着不同的KL相对熵的最大值。

关键词:多粒子纠缠态;GHZ态;宇称测量;KL相对熵

中图分类号:O436 文献标志码:A 文章编号:0253-2395(2026)02-0310-05

The Study of the Kullback-Leibler Relative Entropy of Multi-particle Greenberger-Horne-Zeilinger States

LI Zhehan¹, REN Zhihong², LI Weidong^{3*}

(1. Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;

2. College of Physics and Information Engineering, Shanxi Normal University, Taiyuan 030031, China;

3. Shenzhen Key Laboratory of Ultraintense Laser and Advanced Material Technology, Center for Advanced Material Diagnostic Technology, College of Engineering Physics, Shenzhen Technology University, Shenzhen 518118, China)

Abstract: Quantitatively characterizing the entanglement properties of multipartite quantum states is a key issue in the field of quantum information. In this work, we employ the Kullback-Leibler (KL) relative entropy to quantitatively study the entanglement characteristics of multi-particle Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) states under rotational operations. Analytical expressions for the KL relative entropy of N -particle GHZ states are obtained through collective rotation operations and parity measurements of quantum states. It is found that the maximum value of the KL relative entropy can be obtained when the parameters in the rotation operations and parity measurements satisfy a phase θ of $\pi/2$ and a phase difference $(\varphi-\theta)$ of $k\pi$. Singularities of the KL relative entropy occur when the phase φ is 0 or π , and the positions of other singularities depend on the decomposition structure. Furthermore, by optimizing the selection of φ values, the maximum KL relative entropy of decomposed structure states of GHZ states from 3 to 8 particles is studied.

Key words: multi-particle entangled states; GHZ states; parity measurements; KL relative entropy

收稿日期:2024-02-04;修回日期:2024-05-09

基金项目:国家自然科学基金(11874247);中国量子光学与量子光学器件国家重点实验室计划(KF201703)

作者简介:李哲涵(1999-),男,湖北武汉人,硕士研究生,研究方向为理论物理。E-mail:2197134290@qq.com

* 通信作者:李卫东(LI Weidong),E-mail:liweidong@sztu.edu.cn

引文格式:李哲涵,任志红,李卫东.多粒子Greenberger-Horne-Zeilinger态的Kullback-Leibler相对熵研究[J].山西大学学报(自然科学版),2026,49(2):310-314. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024090.

0 引言

作为区别于经典物理学的典型特征,量子纠缠在现代量子科学技术中起着非常重要的作用,比如量子计算、量子通信、量子密码学等领域的研究^[1-3]。随着激光操控技术的不断发展,实验上已经在光子、原子、离子等系统中成功地制备了多体量子纠缠态^[4-6],但如何精确地对其纠缠性质进行定量刻画仍是当前该领域研究的重点科学问题。

通过量子层析的方法可以得到量子态的密度矩阵,进而利用正半转置判据对多体系统中任意两个子系统间的纠缠情况进行分析^[7]。但是,随着粒子数的增加,量子层析方法耗费的物理资源将会大大增加。因此,该方法不适用于多粒子纠缠态的判定。利用自旋压缩不等式和贝尔不等式发展的判据,可以有效判断多体系统中是否存在纠缠^[8-9],但对其内部纠缠的刻画仍不清楚。通过计算纠缠目击算符的期望值,并判断其是否高于某个阈值,也可以判定量子态是否处于纠缠态^[10-11],但前提是对量子态的信息有所掌握。基于费舍信息发展的不等式判据,不仅能判定量子态是否发生纠缠,还能分析其纠缠结构^[12-13],但计算量会复杂多变。所以,发展更加有效的方法去定量地研究多体纠缠态的纠缠特性非常重要。近年来,有研究者曾利用统计距离——相对熵,去区分不同的量子态^[14]。在本文中,我们研究了量子态绕固定轴旋转操作前后的统计距离——Kullback-Leibler (KL) 相对熵,研究发现 N 粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态的不同拆分结构态绕同一个轴转动某一个相同的角度时,其 KL 相对熵的值不同。因此,KL 相对熵能够实现对于 N 粒子 GHZ 态的纠缠特性的定量研究。

本文的主要内容如下:首先对多粒子 GHZ 态的所有拆分结构态进行旋转操作,并对旋转前后的量子态进行宇称测量,根据宇称测量获得的概率分布函数求出量子态旋转前后的 KL 相对熵。其次,探究多粒子 GHZ 态的 KL 相对熵的最大值与旋转操作角度,以及宇称测量方向的关系。最后,分别针对 3 到 8 粒子的 GHZ 态的所有拆分结构态,开展最大 KL 相对熵的研究。

1 理论模型

对量子态 $\rho(0)$ 绕着 J_z 轴的旋转操作可以表示为

$$\rho(\varphi) = U^\dagger \rho(0) U, \quad (1)$$

其中 $U = e^{-i\varphi J_z}$ 是酉矩阵, $J_z = \sum_{i=1}^N \sigma_z^{(i)}/2$ 是集体自旋算符, σ_z 是 z 方向的泡利算符, φ 是绕 J_z 轴转动的角度。量子态绕 J_z 轴旋转 φ 角度后,实现了量子态的相位编码。分别对转动前后的量子态进行测量,并得到相应的概率分布,即 $P(a) = \{P(a_i)\}$ 和 $P(b) = \{P(b_i)\}$ 。量子态转动前后的统计距离——KL 相对熵就表示为^[15]

$$D_{\text{KL}}(P(a) // P(b)) = \sum_i P(a_i) \log \frac{P(a_i)}{P(b_i)}. \quad (2)$$

不同的量子态对同一转动操作的响应程度可能是不同的。不同的量子态转动前后的统计距离——KL 相对熵也是不同的。

2 GHZ 态的宇称测量和 KL 相对熵

考虑量子初态为 N 粒子 GHZ 态的所有的拆分结构 (n_1, n_2, \dots, n_m) 对应的态^[16]

$$|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle = \bigotimes_{i=1}^m \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle^{\otimes n_i} + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle^{\otimes n_i} \right), \quad (3)$$

其中 $N = \sum_{i=1}^m n_i$, n_i 是第 i 个子系统中的粒子数, $1 \leq n_i \leq N$ 且 $n_i \leq n_{i+1}$ 。如四粒子 GHZ 态有五种拆分结构 $(1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (2, 2), (1, 3)$ 和 (4) , 拆分结构 $(1, 1, 2)$ 对应的量子态可以表示为

$$|\text{GHZ}_{(1,1,2)}\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle \right) \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle \right) \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\downarrow\rangle \right). \quad (4)$$

对于多粒子 GHZ 态,实验上采用的宇称测量可以构建一种最优的正算子值测量 (Positive-operator Valued Measure, POVM)^[17-20]。由宇称测量所构建的 POVM 可以表示为 $\{E_1, E_2\}$, 其中

$$E_1 = \frac{1}{2} (1 + \Pi), E_2 = \frac{1}{2} (1 - \Pi), \quad (5)$$

$\Pi = \bigotimes_{i=1}^N \sigma_n^{(i)}$ 为宇称测量算符, $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ 表示空间中任意的方向, 且 $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi)$, $\sigma_n^{(i)}$ 表示第 i 个粒子在 \mathbf{n} 方

向的泡利算符,且

$$\sigma \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} \\ \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{bmatrix}$$

对旋转前后的多粒子 GHZ 态的拆分结构态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 分别进行宇称测量,可以得到相应 POVM 的两个概率分布分别为

$$P(a_i) \equiv P_i(\varphi) = \frac{1 \pm \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle}{2}, \quad (6)$$

$$P(b_i) \equiv P_i(0) = \frac{1 \pm \langle \Pi_{0, \theta, \phi} \rangle}{2},$$

其中

$$\langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle = \prod_{i=1}^m \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi}^{(i)} \rangle = \prod_{i=1}^m \left[\frac{(1 + (-1)^{n_i})}{2} \cos^{n_i} \theta + \sin^{n_i} \theta \cos n_i(\varphi - \phi) \right]$$

为宇称算符的期望值。

将(6)式代入(2)式就可以得到在宇称测量下多粒子 GHZ 态的拆分结构态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 在旋转前后的 KL 相对熵

$$D_{\text{KL}}(\varphi||0)_{\theta, \phi} = \frac{1 + \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle}{2} \log \frac{1 + \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle}{1 + \langle \Pi_{0, \theta, \phi} \rangle} + \frac{1 - \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle}{2} \log \frac{1 - \langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle}{1 - \langle \Pi_{0, \theta, \phi} \rangle}. \quad (7)$$

由(7)式可知, KL 相对熵的大小跟绕轴旋转的角度 φ 和宇称测量的方向 (θ, ϕ) 均相关。通过数值模拟和理论验证,我们发现 KL 相对熵取最大值时,必须满足以下条件:(1) $\theta = \pi/2$, (2) $\varphi - \phi = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 。最大的 KL 相对熵的表达式为

$$\max_{\varphi} D_{\text{KL}}(\pi/2, \phi) = \log 2 - \log \left(1 \pm \prod_{i=1}^m \cos n_i \phi \right), \quad (8)$$

其中 N 为偶数时取“+”, N 为奇数时取“-”。如图 1 所示, φ 是量子态沿 J_z 轴旋转的角度,宇称测量的方向被限制在 $\theta = \pi/2$ 的平面上。

对于拆分结构 $(1, 1, 2)$ 对应的量子态 $|\text{GHZ}_{(1,1,2)}\rangle$, 它的宇称测量算符的平均值表示为

$$\langle \Pi_{\varphi, \theta, \phi} \rangle = \sin^2 \theta \cos^2(\varphi - \phi) [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos 2(\varphi - \phi)]. \quad (9)$$

根据(8)式可知,其最大 KL 相对熵可以表示为:

$$\max_{\varphi} D_{\text{KL}}(\pi/2, \phi) = \log 2 - \log(1 + \cos^2 \phi \cos 2\phi), \quad (10)$$

当 $\phi = \pi/3$ 时,最大 KL 相对熵取值为 $4\log 2 - \log 7$ 。根据图 1 可知,将量子态 $|\text{GHZ}_{(1,1,2)}\rangle$ 绕着 J_z 轴旋转 $\varphi = \phi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 并对旋转前后的量子态 $|\text{GHZ}_{(1,1,2)}\rangle$ 沿着 $\theta = \pi/2$ 的平面上做角度为 $\phi = \pi/3$ 的宇称测量,就可以得到 KL 相对熵的最大值。

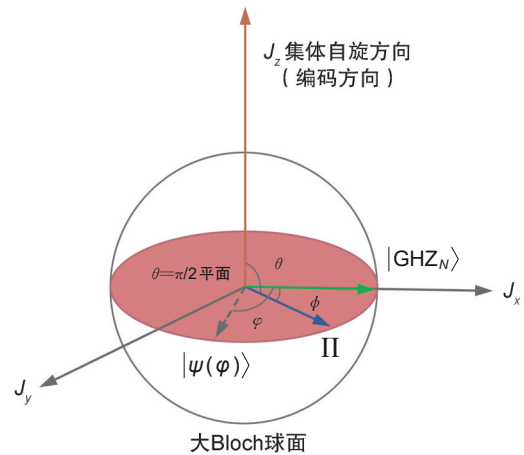


图 1 量子态编码及宇称测量方向的示意图
蓝色箭头表示宇称测量方向, ϕ 是 $\theta = \pi/2$ 平面上的任意角度;初始的 GHZ 态(绿色箭头)绕集体自旋方向 J_z 编码 φ 角后到达 $|\psi(\varphi)\rangle$ 态(灰色虚箭头)。

Fig. 1 Schematic diagram of quantum state coding and parity measurement direction
The blue arrow indicates the direction of parity measurement, and ϕ refers to any angle on the plane of $\theta = \pi/2$; The initial GHZ state (green arrow) arrives $|\psi(\varphi)\rangle$ state (gray dashed arrow) after coding angles φ around the collective spin direction J_z .

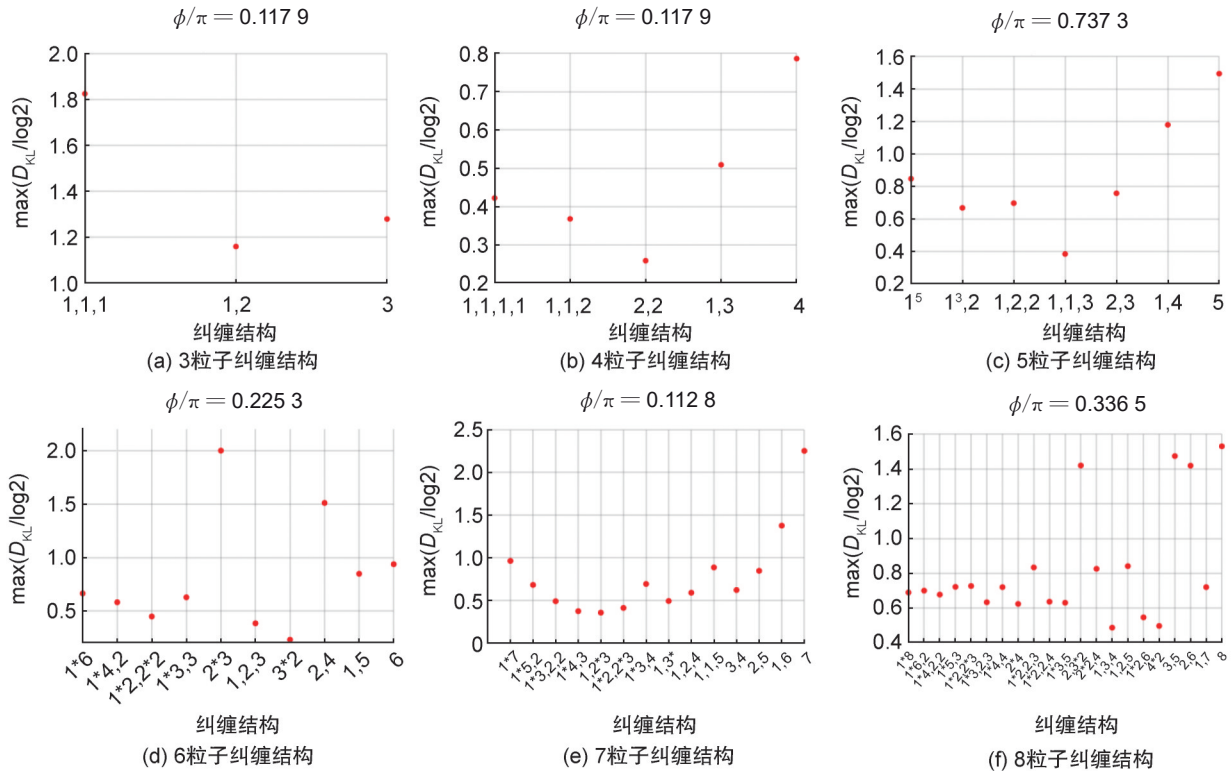
由(8)式可知,多粒子 GHZ 态的拆分结构态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 的最大 KL 相对熵存在奇点。对于拆分结构为 (n_1, n_2, \dots, n_m) 的量子态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$, 奇点有如下特征:若每个子体系的粒子数之间都有除了 1 以外的公约数;设最大公约数为 l , 那么相对熵在 $\phi \in (0, \pi)$ 范围内共有 $l - 1$ 个奇点,且奇点在 $\{\pi/l, \dots, (l - 1)\pi/l\}$ 处。

避开这些奇点处,选取一个合适的测量方向 ϕ 的值,就可以求到 N 体 GHZ 态所有拆分结构态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 的最大 KL 相对熵。通过调整 ϕ 的取值,可以使所有拆分结构态

$|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 的最大 KL 相对熵之间的差值发生变化。如图 2 所示,在选取合适的 ϕ 值后,我们计算了 3 到 8 粒子的 GHZ 态的所有拆分结构量子态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$ 的最大 KL 相对熵。

当 $\phi/\pi = 0.1179$ 时,3 粒子所有拆分结构量子态 $|\text{GHZ}_{(1,1,1)}\rangle, |\text{GHZ}_{(1,2)}\rangle, |\text{GHZ}_{(3)}\rangle$ 对应的最大 KL 相对熵分别为 1.824 8、1.159 6、1.279 4。三个最大 KL 相对熵之间的最小差值为 0.119 8。4 到 8 粒子系统中,所有拆分结构量子态的最大 KL 相对熵之间的最小差值分别为 0.055 3、0.029 1、0.036 2、0.017 2、0.002 5。在 8 粒子系统中,当 $\phi/\pi = 0.336 5$ 时,多个量子态的最大 KL 相对熵之间的最小差值的数量级为 10^{-3} 。由图 2 可知,当 ϕ/π 的取值相同时, N 粒子 GHZ 态的不同的拆

分结构量子态对应的最大 KL 相对熵是不同的。当粒子数为 4、5、7、8 时,最大纠缠态 $|\text{GHZ}_{(N)}\rangle$ 对应的最大 KL 相对熵是最大的。这与利用费舍信息对多体纠缠态定量度量时,得到的结果一致^[13]。然而,当粒子数为 3 和 6 时,最大 KL 相对熵分别对应的拆分结构量子态为 $|\text{GHZ}_{(1,1,1)}\rangle$ 和 $|\text{GHZ}_{(2,2,2)}\rangle$ 。若利用费舍信息对 3 粒子和 6 粒子的 GHZ 态的拆分结构量子态的纠缠特性分析,则费舍信息最大的量子态分别为最大纠缠态 $|\text{GHZ}_{(3)}\rangle$ 和 $|\text{GHZ}_{(6)}\rangle$ ^[13]。同时,在图 2 中,我们发现分离态的最大 KL 相对熵并不是最小的,而分离态的费舍信息则是最小的。因此, KL 相对熵是区别于费舍信息的另一个能够用来定量度量多体量子纠缠态的纠缠性质的物理量。



注:(d)(e)(f)图中的 $m*n$ 代表 n 个 m 粒子的子系统。

图 2 3 到 8 粒子 GHZ 态所有拆分结构量子态对应的最大 KL 相对熵

其中 ϕ/π 的取值分别为 0.117 9, 0.117 9, 0.737 3, 0.225 3, 0.112 8, 0.336 5。

Fig. 2 The maximum relative entropy of all splitting structure states of 3 to 8 particles GHZ states with taking $\phi/\pi = 0.117 9, 0.117 9, 0.737 3, 0.225 3, 0.112 8, 0.336 5$.

3 结论

在本文中,我们对多粒子 GHZ 态的所有拆分结构量子态的 KL 相对熵进行了研究,实现

了对多粒子纠缠态的纠缠特性的定量度量。针对多粒子 GHZ 态所有可能的拆分结构态 $|\text{GHZ}_{(n_1, n_2, \dots, n_m)}\rangle$, 首先对其进行集体旋转操作,即

绕 J_z 轴旋转 φ 角度, 随后对旋转前后的量子态分别进行了宇称测量, 构建了 POVM 算符, 得到对应的两个概率分布。利用概率分布, 便可得到量子态旋转前后所对应的 KL 相对熵。通过研究发现, 当旋转操作和宇称测量中的参数满足一定关系, 即 $\theta = \pi/2$ 且 $\varphi - \phi = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ 时, 我们就可以获得 KL 相对熵的最大值。而当 $\phi = 0, \pi$ 时, 就会出现 KL 相对熵的奇点, 其余奇点的位置则和拆分结构态的具体形式有关。优化选取合适的 ϕ 值后, 我们发现多粒子 GHZ 态的所有拆分结构量子态分别对应着不同的 KL 相对熵的最大值。结果表明, KL 相对熵在定量度量多体量子纠缠态的纠缠性质时展现出了与费舍信息的极大区别。利用费舍信息度量多体纠缠态的纠缠程度时, 全分离态的费舍信息值一定最小, 而最大纠缠态的费舍信息值一定最大。然而, KL 相对熵定量度量纠缠时, 我们发现全分离态的 KL 相对熵的最大值不一定是最小的, 而且最大纠缠态的 KL 相对熵的最大值也不一定是最大的。KL 相对熵在度量纠缠时所表现的这些特性值得我们进一步去深入研究。本研究工作对多体量子纠缠态的定量度量具有一定的意义, 为深入探究多体量子态的纠缠性质提供了一个新的思路。

参考文献:

- [1] FRÉROT I, FADEL M, LEWENSTEIN M. Probing Quantum Correlations in Many-body Systems: A Review of Scalable Methods[J]. *Rep Prog Phys*, 2023, **86**(11): 114001. DOI: 10.1088/1361-6633/acf8d7.
- [2] VEDRAL V. The Role of Relative Entropy in Quantum Information Theory[J]. *Rev Mod Phys*, 2002, **74**(1): 197–234. DOI: 10.1103/revmodphys.74.197.
- [3] ERHARD M, KRENN M, ZEILINGER A. Advances in High-dimensional Quantum Entanglement[J]. *Nat Rev Phys*, 2020, **2**: 365–381. DOI: 10.1038/s42254-020-0193-5.
- [4] WANG X L, LUO Y H, HUANG H L, *et al.* 18-qubit Entanglement with Six Photons' Three Degrees of Freedom [J]. *Phys Rev Lett*, 2018, **120**(26): 260502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.260502.
- [5] FRIIS N, MARTY O, MAIER C, *et al.* Observation of Entangled States of a Fully Controlled 20-qubit System[J]. *Phys Rev X*, 2018, **8**(2): 021012. DOI: 10.1103/physrevx.8.021012.
- [6] ZOU Y Q, WU L N, LIU Q, *et al.* Beating the Classical Precision Limit with Spin-1 Dicke States of more than 10, 000 Atoms[J]. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2018, **115**(25): 6381–6385. DOI: 10.1073/pnas.1715105115.
- [7] HORODECKI R, HORODECKI P, HORODECKI M, *et al.* Quantum Entanglement[J]. *Rev Mod Phys*, 2009, **81**(2): 865–942. DOI: 10.1103/revmodphys.81.865.
- [8] DUAN L M. Entanglement Detection in the Vicinity of Arbitrary Dicke States[J]. *Phys Rev Lett*, 2011, **107**(18): 180502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.180502.
- [9] BANCAL J D, BRANCIARD C, GISIN N, *et al.* Quantifying Multipartite Nonlocality[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, **103**(9): 090503. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.090503.
- [10] BOURENNANE M, EIBL M, KURTSIEFER C, *et al.* Experimental Detection of Multipartite Entanglement Using Witness Operators[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, **92**(8): 087902. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.087902.
- [11] YANG Y, CAO H X. General Method of Constructing Entanglement Witness[J]. *Acta Phys Sin*, 2018, **67**(7): 070303. DOI: 10.7498/aps.67.20172697.
- [12] PEZZÈ L, SMERZI A, OBERTHALER M K, *et al.* Quantum Metrology with Nonclassical States of Atomic Ensembles[J]. *Rev Mod Phys*, 2018, **90**(3): 035005. DOI: 10.1103/revmodphys.90.035005.
- [13] REN Z H, LI W D, SMERZI A, *et al.* Metrological Detection of Multipartite Entanglement from Young Diagrams[J]. *Phys Rev Lett*, 2021, **126**(8): 080502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.080502.
- [14] AMICO L, FAZIO R, OSTERLOH A, *et al.* Entanglement in Many-body Systems[J]. *Rev Mod Phys*, 2008, **80**(2): 517–576. DOI: 10.1103/revmodphys.80.517.
- [15] CALIN O, UDRIȘTE C. Geometric Modeling in Probability and Statistics[M]. Cham: Springer International Publishing, 2014. DOI: 10.1007/978-3-319-07779-6.
- [16] TÓTH G, APELLANIZ I. Quantum Metrology from a Quantum Information Science Perspective[J]. *J Phys A: Math Theor*, 2014, **47**(42): 424006. DOI: 10.1088/1751-8113/47/42/424006.
- [17] WANG X L, CHEN L K, LI W, *et al.* Experimental Ten-photon Entanglement[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, **117**(21): 210502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.210502.
- [18] CHIRUVELLI A, LEE H. Parity Measurements in Quantum Optical Metrology[J]. *J Mod Opt*, 2011, **58**(11): 945–953. DOI: 10.1080/09500340.2011.585251.
- [19] BIRRITELLA R J, ALSING P M, GERRY C C. The Parity Operator: Applications in Quantum Metrology[J]. *AVS Quantum Sci*, 2021, **3**(1): 014701. DOI: 10.1116/5.0026148.
- [20] HUAI S N, BU K L, GU X, *et al.* Fast Joint Parity Measurement via Collective Interactions Induced by Stimulated Emission[J]. *Nat Commun*, 2024, **15**(1): 3045. DOI: 10.1038/s41467-024-47379-1.