

涡旋光束的干涉特性研究

梁成功*, 杨颖, 魏敏, 段志炎

(晋中学院 物理与电子工程系, 山西 晋中 030600)

摘要:本文利用MATLAB(MATrix LABoratory), 仿真模拟了径向指数(p)取任意非负整数时, 两束拓扑荷数(l)相反的分数量阶涡旋光束(拉盖尔-高斯光束)的干涉图样, 以及径向指数取任意非负整数时, 两束拓扑荷数不相等的涡旋光束(拉盖尔-高斯光束)的干涉图样。通过理论分析发现, 随着拉盖尔-高斯光束的拓扑荷数和径向指数的变化, 光束的干涉图样也会相应地发生变化。在等量异号分数量阶拉盖尔-高斯光束干涉图案中光斑数为 $2|l|$, 光斑层数为 $p+1$; 非等量异号拉盖尔-高斯光束的干涉结果与等量异号拉盖尔-高斯光束相似; 非等量同号拉盖尔-高斯光束干涉图案中, 若拓扑荷数绝对值差值较小时, 亮光斑数为 $|l_2|-|l_1|$; 若拓扑荷数绝对值差值较大时, 则会呈现一亮一暗的同心圆环。这一研究成果为涡旋光束的拓扑荷数和径向指数的测量提供了新的方法。

关键词: 涡旋光束; 拉盖尔-高斯光束; 拓扑荷数; 径向指数; 干涉

中图分类号: O436.1

文献标志码: A

文章编号: 0253-2395(2025)03-0527-15

Study on the Interference Characteristics of *Vortex* Beams

LIANG Chenggong*, YANG Ying, WEI Min, DUAN Zhiyan

(Department of Physics and Electronic Engineering, Jinzhong University, Jinzhong 030600, China)

Abstract: In this paper, we used MATLAB (MATrix LABoratory) to simulate the interference patterns of two fractional-order *vortex* beams (Laguerre-Gaussian beams) with opposite topological charges (l), as well as the interference patterns of two unequal *vortex* beams (Laguerre-Gaussian beams) with different topological charges, in which the radial indices (p) are arbitrary non-negative integers. Through theoretical analysis, we found that as the topological charges and radial indices of the beams change, the interference patterns of the Laguerre-Gaussian beams change accordingly. The number of spots in the interference pattern of the equal-heterodyne fractional-order Laguerre-Gaussian beam is $2|l|$, and the number of spot layers is $p+1$; the interference result of the non-equal-heterodyne Laguerre-Gaussian beam is similar to that of the equal-heterodyne Laguerre-Gaussian beam. In the interference pattern of non-equal same-sign Laguerre-Gaussian beams, when the absolute value of the difference in topological charges is small, the number of bright spots is $|l_2|-|l_1|$. When this absolute value is large, a pattern of alternating bright and dark concentric rings appears. Our work may provide a new method for measuring the topological charges and radial indices of *vortex* beams.

Key words: *vortex* beams; Laguerre-Gaussian beam; number of topological charges; radial index; interference

0 引言

拉盖尔-高斯光束(Laguerre-Gaussian, LG

光束)是一种典型的涡旋光束,具有特定的轮廓和光强分布,其横向光强分布呈现高斯分布,而纵向则呈现拉盖尔多项式的特定模式。

收稿日期:2024-06-22;接受日期:2025-02-24

基金项目:山西省基础研究计划项目(202203021211337;202303021212269;202303021222265);山西省高等学校教学改革创新项目(J2021622;J20231214);山西省高等学校科技创新项目(2024L067)

*通信作者:梁成功(1980-),男,山西忻州人,博士,副教授,研究方向为冷原子物理。E-mail: lcgysysx@163.com

引文格式:梁成功,杨颖,魏敏,等. 涡旋光束的干涉特性研究[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2025, 48(3): 527-541. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2025010.

由于其独特的相位和强度分布, LG 光束在许多领域中得到了广泛的应用, 如光学操控^[1-2]、量子信息^[3-4]、光学成像^[5-6]等。复振幅表达式中含有相位项(φ 为方位角)的拉盖尔-高斯光束, 每一个光子不仅在近轴传播时都携带有大小为 \hbar 的轨道角动量(Oribital Angular Momentum, OAM)^[7], 在非近轴情况下也是 \hbar ^[8], Allen 等的研究^[7]为后来的量子信息处理、光学操控等领域的发展奠定了基础, 通过控制光束的 OAM, 可以实现更高效的量子通信和数据传输, 为未来的光学研究与应用提供了丰富的研究方向。

为了提高涡旋光束的实际应用, 近年来提出了越来越多的生成涡旋光束和检测拓扑电荷的新方法, 这些方法包括干涉法(如平面波或球面波干涉^[9-13]、杨氏双缝干涉^[12-13]、马赫-曾德干涉^[14-15]、镜像干涉^[11-12, 16-17])、计算全息光栅法^[18-19]和多孔衍射屏法^[20-21]等。涡旋光束不同于普通的光束, 它携带轨道角动量, 而这一特性跟涡旋光束的拓扑荷数分不开, 人们的目光又转向研究涡旋光束的拓扑荷数。2010年, 李阳月和陈子阳等研究了整数阶和分数阶涡旋光束与平面波和球面波的干涉现象, 得出随着涡旋光束拓扑荷数的变化, 干涉图样也会相应地发生变化^[10]。2016年, 周洋和李新忠等提出了一种基于平面波或球面波与拉盖尔-高斯涡旋光束的干涉特性, 用于测量 LG 涡旋光束拓扑荷值的方法^[9]。

作为整数阶涡旋光束的重要补充, 目前, 对分数阶涡旋光束的研究主要集中在分数涡旋的基本特性和生成上。2018年, Maji 等研究了不同分数拓扑荷数的拓扑变换, 在光学显微操作应用中实现更好的控制^[22]; 2020年, Wen 等实验研究了包括自由空间分数涡旋光束在内的多斜坡分数涡旋光束(MFVBs)的演变特性, 并系统地揭示了总涡旋强度对非整数拓扑荷 α 和多斜坡数 m 的依赖关系^[23]。2021年 Yuwen 等通过将理论与实验进行比较, 利用纯相位液晶空间光调制器生成了具有不同拓扑电荷的分数涡旋光束, 并观察了它们的强度特性和干涉特性^[24]。

在上述测量方法中只有少部分学者研究了

分数阶涡旋光束和平面波、球面波的干涉^[10-11]。很少涉及分数阶涡旋光束与自身的干涉。分数阶涡旋光束具有独特的物理特性, 如径向缺口强度分布, 由交替电荷涡旋链组成的复杂相位结构, 以及更复杂的轨道角动量调制维度, 被广泛应用于光学中复杂的微粒子操纵镊子, 提高通信容量^[25]、可控图像边缘增强^[26]以及量子纠缠^[27]等。因此本文在已有测量方法的基础上, 研究了径向指数取任意非负整数时, 等量异号的分数阶拉盖尔-高斯光束的干涉和径向指数取任意非负整数时, 非等量整数阶或分数阶拉盖尔-高斯光束的干涉, 提出了一种更为全面的测量 LG 光束径向指数和拓扑荷数的方法, 同时为光学实验的实现提供了一定的理论指导。

1 理论模型

由纯相位空间光调制产生的 LG 光束, 在柱坐标系中沿 z 轴方向传播的光场表达式为^[28]:

$$E_p^l(r, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \cdot \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l|} L_p^{|l|} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \cdot A \exp(il\varphi), \quad (1)$$

$$A = \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[\frac{ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \cdot \exp \left[-i(2p + |l| + 1) \arctan \left(\frac{z}{z_R} \right) \right],$$

其中 p 是 LG 光束的径向指数, 其值为非负整数, l 是角向指数(拓扑荷数)。 p 和 l 分别描述了 LG 光束的径向和角向变化。 k 是波数, 大小为 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$ 表示距离 z 处的束腰半径, ω_0 为 $z = 0$ 处的束腰半径, $z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ 为瑞利长度; $L_p^{|l|}(x)$ 为缔合拉盖尔多项式为:

$$L_p^{|l|}(x) = \sum_{j=0}^p (-1)^j \frac{(p+l)!}{(p-k)!(k+l)! j!} x^j, \quad (2)$$

其中 j 为从 $0 \sim p$ 的正整数。

2 等量异号的拉盖尔-高斯光束的干涉

当两束 LG 光束的径向指数相同, 拓扑荷数

互为相反数时,它们在特定条件下能够相互转换,因此两者互为共轭光束。据式(1)可知该式所表征光束的共轭光束(记为 $E_{p_c}^l(r, \varphi, z)$)应为

$$E_{p_c}^l(r, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \cdot \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l|} L_p^{(|l|)} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] A \exp(-il\varphi). \quad (3)$$

等量异号的涡旋光束干涉后,光强分布为

$$I = |E_p^l + E_{p_c}^l|^2 = (E_p^l + E_{p_c}^l) \cdot (E_p^l + E_{p_c}^l)^*, \quad (4)$$

上式说明光强 I 的大小与LG光束的径矢 r 、束腰半径 ω_0 、拓扑荷数 l 和相位角 φ 都有关,在本文中其值对应下文所有图中右下角颜色条(Colorbar),不同颜色对应不同光强 I ,其单位为千坎德拉(kcd)。

利用MATLAB仿真,我们得到的两束 $p=0, l$ 等量异号的分数阶LG光束干涉图案,如图

1所示。

当拓扑荷数相反为 $l=\pm 1.7$ 的LG光束干涉时,干涉图样为3个完整的“瓣状”光斑和一个不完整光斑,其拓扑荷数绝对值之和为 $|1.7|+|-1.7|=3.4$;当拓扑荷数相反为 $l=\pm 3.5$ 的LG光束干涉时,干涉图样为7个完整的“瓣状”光斑,其拓扑荷数绝对值之和为 $|3.5|+|-3.5|=7$ 。因此,当两束LG光束的拓扑荷数绝对值之和为整数时,干涉图案中的每个“瓣状”明亮光斑均为完整“花瓣”;反之,拓扑荷数绝对值之和为分数时,“瓣状”光斑中存在一个不完整“花瓣”,并且当绝对值之和的小数部分越接近0.5,如 $l=\pm 1.7$,该光斑越趋近于一条线;反之,当小数部分越远离0.5时,该光斑越趋近于一个完整“花瓣”,如 $l=\pm 4.9$ 。干涉图案中的“瓣状”光斑数目满足 $m=|l|+|l|=2|l|$,且“瓣状”光斑沿过图样中心的水平横线成轴对称。

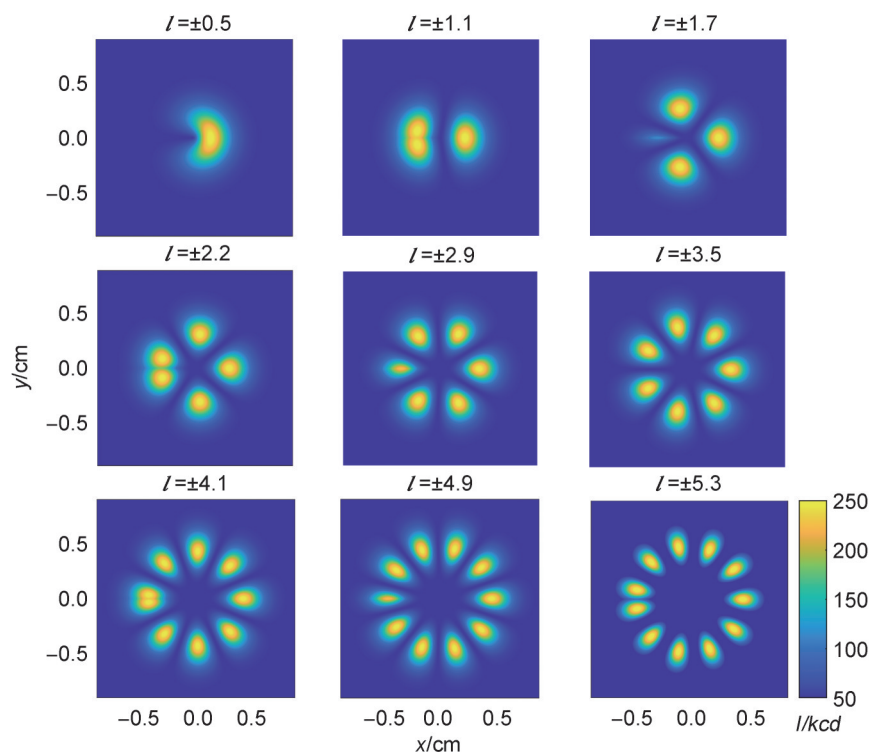


图1 $p=0, l$ 相反的分阶LG光束的干涉图案

(参数选取:采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺,横向尺度为 $x=-0.5\sim 0.5$ cm,纵向尺度为 $y=-0.5\sim 0.5$ cm。干涉图样上方的数值($l=\pm$)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 1 Interference patterns of $p=0$ and l opposite fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -0.5 to 0.5 cm, and the vertical scale from -0.5 to 0.5 cm. The values ($l=\pm$) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

图2为仿真得到的 $p=1, l$ 等量异号的分数阶LG光束干涉图案。在图2中,光斑“花瓣”数与图1的干涉结果类似,干涉图案中的“瓣状”光斑等大,沿过图样中心的水平横线成轴对称,且各层“花瓣圆”的“花瓣”数与拓扑荷数的关系依然满足 $m=|l|+|l|=2|l|$,两束LG光束的拓扑荷数绝对值之和的值 $2|l|$ 不为整数时,“瓣状”光斑中存在一个不完整的“花瓣”。

图3为仿真得到的 $p=2, l$ 等量异号的分数阶LG光束干涉图案。对比图1—图3,可以发现 $p=0$ 时,图1中均出现了1层“花瓣”;当 $p=1$ 时,图2中均出现了两层“花瓣”;当 $p=2$ 时,图3中均出现了三层“花瓣”。因此,两束LG光束干涉图案中光斑的层数 $t=p+1$ 。

综上所述,干涉图案中的光斑数与LG光束的拓扑荷数直接相关,层数则与LG光束的径向指数有关。因此,通过观察干涉图案中的光

斑数目和层数,可以推断出LG光束的拓扑荷数和径向指数。

3 非等量拉盖尔-高斯光束的干涉

在图1—图3中,我们分别研究了,径向指数 $p=0, p=1, p=2$ 时等量异号的分数阶LG光束相互干涉的3种干涉情况。但是,拓扑荷数 l 可取任意数,正负整数、正负分数或零。接下来,我们研究径向指数取任意非负整数时,两束拓扑荷数不同的LG光束的干涉情况。

3.1 同号非等量的拉盖尔-高斯光束的干涉

由式(1)可知,同号非等量的LG光束的光强表达式为

$$E_p^{l+q}(r, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l+q|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{l+q}.$$

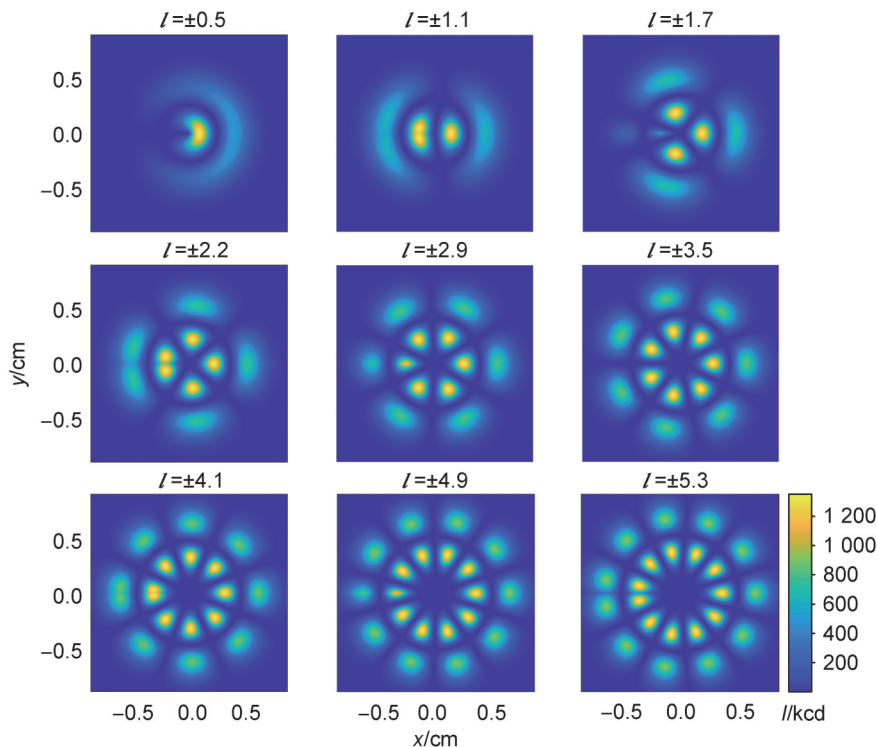


图2 $p=1, l$ 相反的分阶LG光束的干涉图案

(参数选取:采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺,横向尺度为 $x=-0.5\sim 0.5$ cm,纵向长度为 $y=-0.5\sim 0.5$ cm。干涉图样上方的数值($l=\pm$)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 2 Interference patterns of $p=1$ and l opposite fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale of $x=-0.5\sim 0.5$ cm, and the vertical scale of $y=-0.5\sim 0.5$ cm. The values ($l=\pm$) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

$$L_p^{|l+q|} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] B \exp [i(l+q)\varphi],$$

$$B = \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[\frac{ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right].$$

$$\exp [-i(2p + |l+q| + 1) \arctan(\frac{z}{z_R})], \quad (5)$$

上式 q 为有理数。由式(1)和式(5)得, 两束同号非等量的 LG 光束干涉后的光强分布为

$I = |E'_p + E_p'^{+q}|^2 = (E'_p + E_p'^{+q})(E'_p + E_p'^{+q})^*$ 。(6) 为保证两束同号 LG 光束的拓扑荷数绝对值差值大于等于 1 ($|l+q| - |l| \geq 1$), 所以当 l 取正数时, q 取正有理数; 当 l 取负数时, q 取负有理数。接下来我们模拟研究 $l_1 = l, l_2 = l + q$ 的情形。

图 4 为仿真得到的径向指数 $p = 0$, 两束同号且拓扑荷数绝对值差值大于等于 1 ($|l_2| - |l_1| \geq 1$) 的整数阶 LG 光束干涉图案。图 5 为

$p = 0$, 两束同号且 $|l_2| - |l_1| > 1$ 的整数阶 LG 光束干涉图案。

如图 4 所示, 第一行与第二行自左向右分别是拓扑荷数绝对值差值 $|l_2| - |l_1|$ 为 1、2、4、10、15、20 的两束同正号整数阶 LG 光束的干涉图案, 第三行自左向右分别是拓扑荷数绝对值差值 $|l_2| - |l_1|$ 为 1、2、4 的两束同负号整数阶 LG 光束的干涉图案。当 $p = 0$, 两束 LG 光束的拓扑荷数绝对值差值小于 10 ($|l_2| - |l_1| < 10$) 时, 干涉为中心呈圆形暗斑, 沿极角方向呈现明、暗斑交替出现的图样, 且极角方向的亮斑数量与暗斑数量均为 $|l_2| - |l_1|$ 个, 干涉图案中亮光斑数目 m 、总暗空心圆数目 n 分别与拓扑荷数的关系为 $m = |l_2| - |l_1| = |q|$ 、 $n = |l_2| - |l_1| + 1 = |q| + 1$; 当 $|l_2| - |l_1| \geq 10$ 时, 随着拓扑荷数绝对值差值越来越大, 干涉图案为一亮一暗的两个同心圆环。亮圆环位于

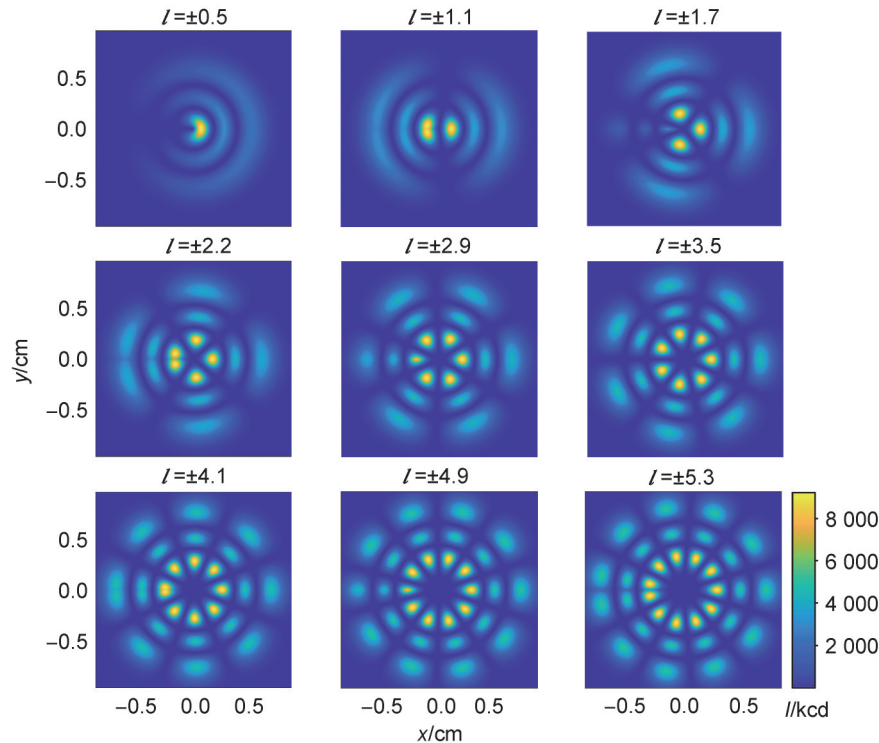


图 3 $p = 2, l$ 相反的分数量阶 LG 光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为 200, $\omega_0 = 0.3$ cm, $\lambda = 632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x = -0.5 \sim 0.5$ cm, 纵向长度为 $y = -0.5 \sim 0.5$ cm。干涉图样上方的数值 ($l = \pm$) 表示两束 LG 光束的轨道角动量量子数 (拓扑荷数)。

Fig. 3 Interference patterns of $p = 2$ and l opposite fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0 = 0.3$ cm, $\lambda = 632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale of $x = -0.5 - 0.5$ cm, and the vertical scale of $y = -0.5 - 0.5$ cm. The values ($l = \pm$) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

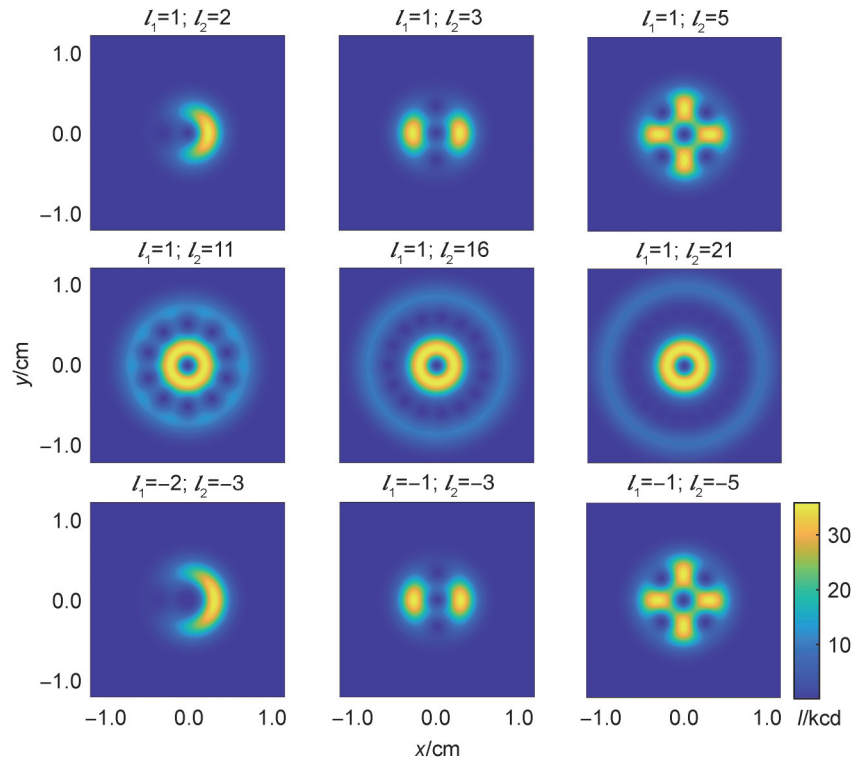


图4 $p=0, |l_2|-|l_1|\geq 1$ 的整数阶LG光束的干涉图案

(参数选取:采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺,横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0$ cm,纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量子数(拓扑荷数)。

Fig. 4 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1|\geq 1$ integer order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

内圆环,暗圆环位于外圆环。图4中所有干涉图案的中心都为暗光斑,且所有的干涉图案都是沿过图案中心的水平横线成轴对称。

如图5所示,第一行和第二行分别是两束拓扑荷数绝对值差值 $|l_2|-|l_1|=2, 3$ 的同正整数阶干涉图案、第三行是 $|l_2|-|l_1|=3$ 的同负整数阶干涉图案。对比图5第一行图与图4第二个图($l_1=1, l_2=3$)、图5第二行以及第三行(它们拓扑荷数绝对值差值相同)可知,当拓扑荷数绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 一样时,随着拓扑荷数绝对值之和 $|l_1|+|l_2|$ 的增大,干涉图案的暗斑直径逐渐变大。

图6为仿真得到的径向指数 $p=0$,两束同号且拓扑荷数绝对值差值大于等于1($|l_2|-|l_1|\geq 1$)的分数阶LG光束干涉图案。图7为 $p=0$ 两束同号且 $|l_2|-|l_1|=1$ 的分数阶LG光束干涉图案。

如图6所示,第一行、第二行自左向右所示为拓扑荷数绝对值差值为1、2.1、4.8、10、14.5、20,第三行自左向右所示绝对值差值为1、3.4、4,其中当拓扑荷数绝对值差值为整数时,分数阶LG光束干涉图案的亮光斑数目和总暗空心圆依然满足 $m=|l_2|-|l_1|=|q|, n=|l_2|-|l_1|+1=|q|+1$ 关系式,同样当 $p=0, |l_2|-|l_1|< 10$ 时,干涉图案中心为圆形暗斑,亮斑、暗斑沿极角方向交替出现,且极角方向的亮斑数量与暗斑数量均为 $|l_2|-|l_1|$ 个;拓扑荷数绝对值差值为分数时,分数阶LG光束干涉图案的亮光斑数目和暗空心圆数目存在一个不完整光斑,对于亮光斑,当绝对值差值的小数部分越接近0.5时,该亮光斑越趋近于一条线;反之,当小数部分远离0.5时,该亮光斑越趋近于一个完整光斑。对于暗光斑则相反,当绝对值差值的小数部分越接近0.5时,该暗光斑越趋近

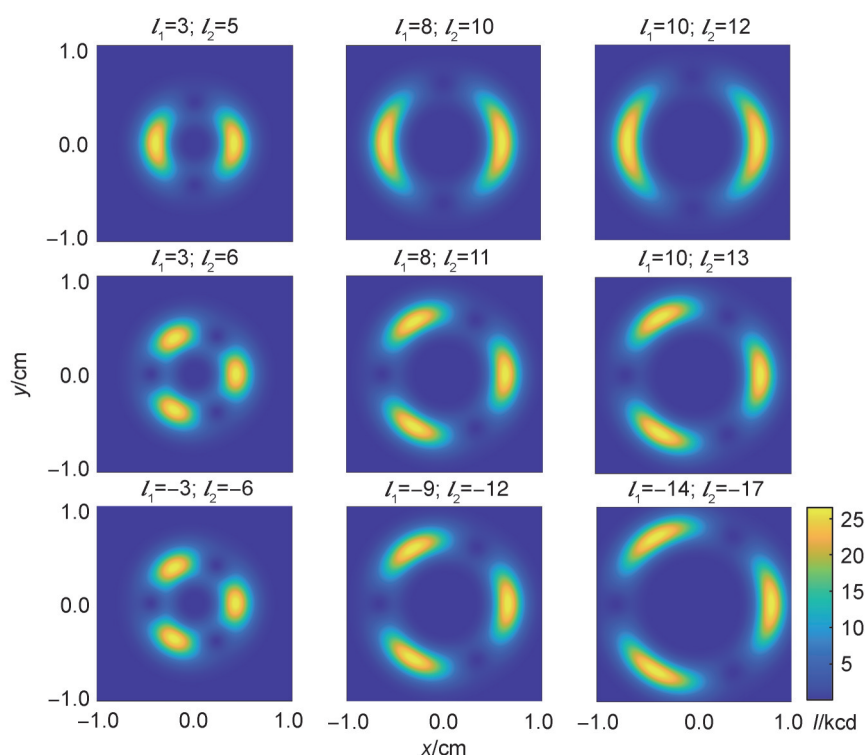


图5 $p=0, |l_2|-|l_1|>1$ 的整数阶LG光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 5 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1|>1$ integer order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

于一个圆形;反之,当小数部分远离0.5时,该暗光斑越趋近于一条线。只有当拓扑荷数绝对值差值为10以内时,干涉图案为一个不完整的暗亮光斑圆环;当拓扑荷数绝对值差值大于10、小于20时,只有暗亮光斑圆环之间的小空心圆的数目和上述结论一致;当拓扑荷数绝对值差值大于20时,明亮光斑就为一暗一亮的两个同心圆光斑。因此,依然是随着拓扑荷数绝对值差值增大,干涉图案就成为一亮一暗的两个同心圆环。

非等量分数阶LG光束的干涉图案中,亮圆环位于外圆环,而暗圆环则位于内圆环,这与整数阶LG光束的干涉亮暗光斑相反。这种现象源于光束的相位特性和径向模式的不同。与整数阶LG光束相比,分数阶LG光束的相位结构展示了更为复杂的几何结构和相位分布,这导致了光场相位在干涉过程中产生不同的变化。具体而言,分数阶LG光束的相位在光束

中心附近及远离中心的区域变化更为复杂,造成了相位波动的分布不同,从而使得原本在整数阶LG光束中作为亮环的区域,在分数阶LG光束中变为暗环。此外,分数阶LG光束的径向模式相较于整数阶更为复杂,其光场能量在空间中的分布变化显著。在某些条件下,这种变化导致干涉条纹的亮暗分布发生反转,形成亮环和暗环的相互交换。

如图7所示,第一行为两束同正拓扑荷数绝对值差值为1的分数阶LG光束干涉图案,第二行为两束同负拓扑荷数绝对值差值为1的分数阶LG光束干涉图案。通过对比图6、图7第一行,图6第七个图和图7第二行图可知,当拓扑荷数绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 一样时,随着拓扑荷数绝对值之和 $|l_1|+|l_2|$ 的增大,干涉图案的暗斑直径逐渐变大。

图8和图9分别为仿真模拟的径向指数取任意正整数时、两束拓扑荷数的值不同但同为

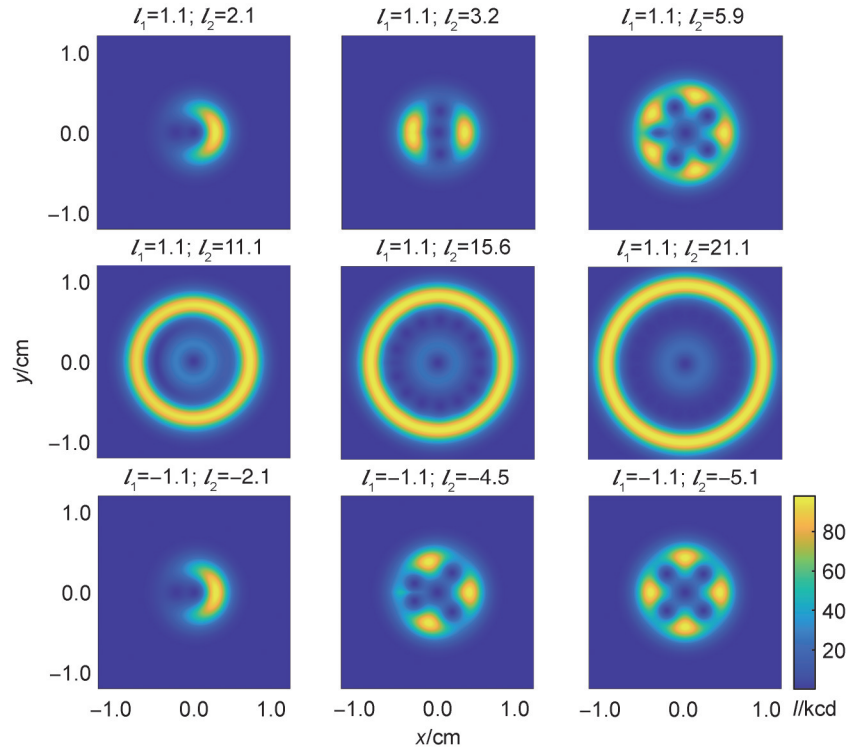


图6 $p=0, |l_2|-|l_1|\geq 1$ 的分数阶LG光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 6 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1|\geq 1$ fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

正数和负数的整数阶或分数阶LG光束相互干涉图案。

如图8所示, 将图8与图4、图6对比可得, 当两光束的拓扑荷数的取值和绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 一样、径向指数不同时, 干涉图案的第一层出现变化。对比图8(a) $p=1, l_1=1, l_2=2$ 与图4 $p=0, l_1=1, l_2=2$ 的干涉图案发现, 图8(a)多了一层光斑, 干涉图案的光斑层数 t 变为两层, 满足 $t=p+1$ 关系式, 每层的亮光斑 m 与LG光束的拓扑荷数绝对值差值有关为 $m=|l_2|-|l_1|=|q|$ 。观察图8(c)、(e)、(d)、(f)、(g)、(h)发现, 当径向指数 p 变大时, 干涉图案中亮光斑逐渐连接在一起且形状趋近于圆环, 光斑层数依然满足 $t=p+1$ 这一关系式。所以, 当 $p=1$ 时, 干涉图案的光斑层数 t 变为两层, 同时两层都是亮光斑, 且亮光斑是相对分立的, 每层的亮光斑与LG光束的拓扑荷数绝对值差

值有关, 为 $m=|l_2|-|l_1|=|q|$; 当 $p\neq 1$ 时, 随着径向指数 p 的增加, 干涉图案中亮光斑逐渐连接在一起且形状趋近于圆环, $p\geq 1$ 时, 只有第一层光斑最亮, 其余层光斑亮度很小。无论 p 取何值, 光斑层数都为 $t=p+1$ 层。

如图9所示, 对比图8和图9发现, 当两种LG光束的拓扑荷数绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 一样时, 无论拓扑荷数同为正数还是同为负数, 它们在整数阶或分数阶光束干涉图案中没有显著差别。对于同负非等量整数阶或分数阶LG光束的干涉图案依然满足同正非等量整数阶或分数阶LG光束干涉所述关系: 当径向指数 $p=1$ 时, 每层的亮光斑都是相对分立的, 光斑数与LG光束的拓扑荷数绝对值差值有关为 $m=|l_2|-|l_1|=|q|$; 当径向指数 $p\neq 1$ 时, 随着径向指数 p 的增大, 光斑形状逐渐趋近于圆环; 不论 p 取何值, 干涉图案的光斑层数 t 依然满足 $t=$

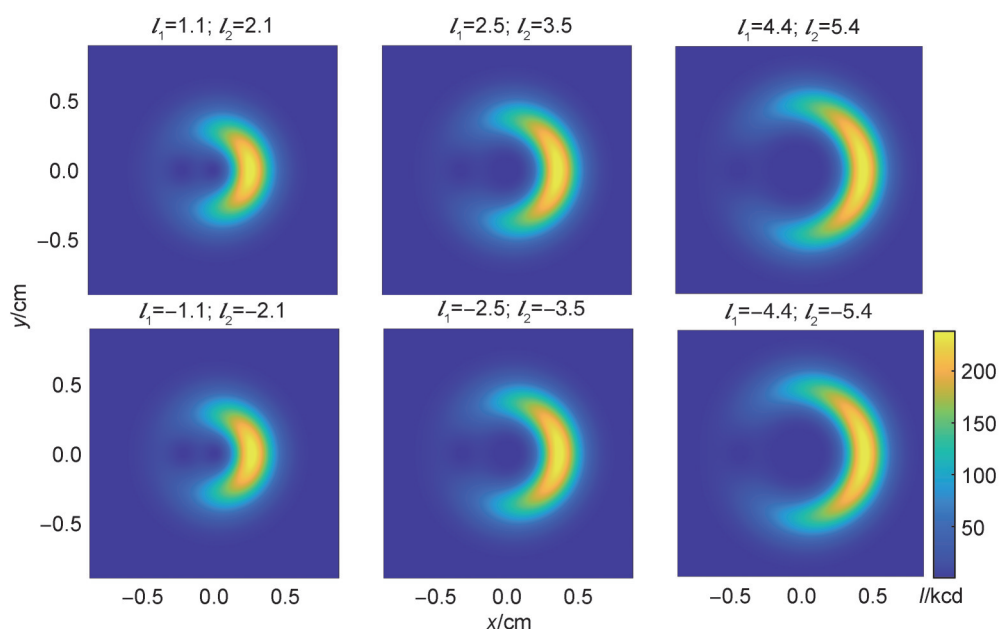


图7 $p=0, |l_2|-|l_1|=1$ 的分数阶LG光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-0.5\sim 0.5$ cm, 纵向长度为 $y=-0.5\sim 0.5$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 7 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1|=1$ fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -0.5 to 0.5 cm, and the vertical scale from -0.5 to 0.5 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

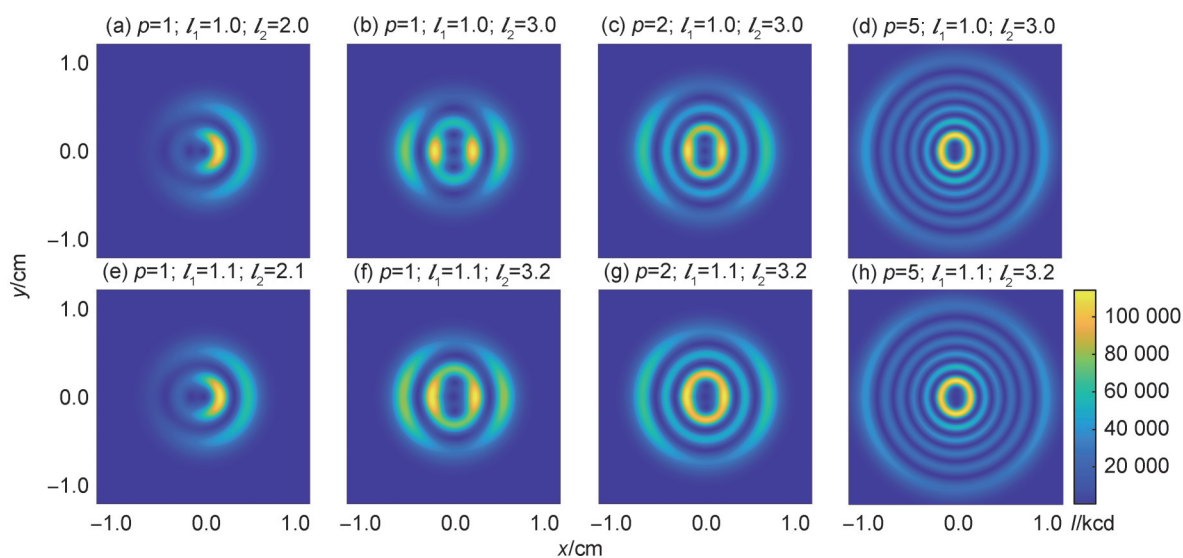


图8 p 值取任意正整数, l 值不同但同正的整数阶或分数阶LG光束相互干涉图案

(参数选取: 采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(p, l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 8 Interference patterns of integer-order or fractional-order LG beams with arbitrary positive integers for p values, and different l values but the same positive value

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (p, l_1, l_2) above the interference pattern are the radial indices and orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

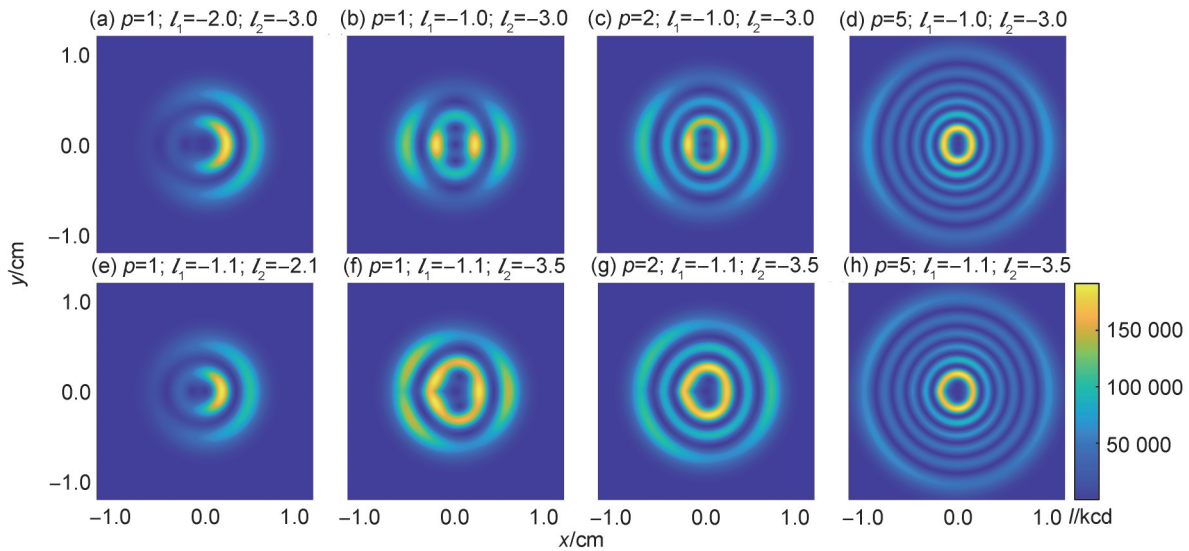


图9 p 值取任意正整数、 l 值不同但同负的整数阶或分数阶LG光束相互干涉图案

(参数选取:采样点数为200, $\omega_0=0.3\text{ cm}$, $\lambda=632\text{ nm}$ 。理论模拟图以厘米为标尺,横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0\text{ cm}$,纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0\text{ cm}$ 。干涉图样上方的数值(p, l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 9 Interference patterns of integer-order or fractional-order LG beams with arbitrary positive integers for p values, and different l values but the same negative value

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3\text{ cm}$, $\lambda=632\text{ nm}$. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm , and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm . The values (p, l_1, l_2) above the interference pattern are the radial indices and orbital angular momentum quantum numbers (topological charges numbers) of the two LG beams.)

$p+1$ 这一关系式; $p \geq 1$ 时,只有第一层光斑最亮,其余层光斑亮度很小。

3.2 异号非等量拉盖尔-高斯光束的干涉

与表达式(3)所示LG光束类似,异号非等量的LG光束的光强表达式为

$$E_{pc}^{l+q}(r, \varphi, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l+q|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l+q|} \cdot L_p^{|l+q|} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] B \exp[-i(l+q)\varphi], \quad (7)$$

则两束异号非等量的LG光束干涉后的光强表达式为

$$I = |E_p^l + E_{pc}^{l+q}|^2 = (E_p^l + E_{pc}^{l+q})(E_p^l + E_{pc}^{l+q})^* \quad (8)$$

由轮换对称性可知当 $l_1=l, l_2=-(l+q)$, 和 $l_1=-l, l_2=l+q$ 情况完全一样,接下来我们模拟仿真, $l_1=l$ 为正数, q 为正有理数的情形。

根据以上公式,图10—图11为仿真得到的径向指数 $p=0$,两束异号且拓扑荷数绝对值差值大于等于1($|l_2|-|l_1| \geq 1$)的整数阶或分数

阶LG光束干涉图案。

如图10所示,第一行、第二行是拓扑荷数绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 为1、2、4、10、15、20的干涉图案;第三行是 $|l_2|-|l_1|$ 为1、2、3的干涉图案。与图4对比发现,只有当两束LG光束的拓扑荷数一正一负且发生干涉时,干涉图案才会呈现出“花瓣状”光斑。而且当拓扑荷数绝对值差值小于3($|l_2|-|l_1| < 3$)时,“瓣状”光斑的数目与拓扑荷数的关系为 $m=|l_1|+|l_2|$; 当 $3 \ll |l_2|-|l_1| < 10$ 时,干涉图案中亮光斑数目 m 、总暗空心圆数目 n 分别与拓扑荷数的关系为 $m=|l_1|+|l_2|$ 、 $n=|l_1|+|l_2|+1$; 当 $p=0$ 、 $3 \ll |l_2|-|l_1| < 10$ 时,干涉为中心呈圆形暗斑,沿极角方向呈现亮斑、暗斑交替出现的图样,且极角方向的亮斑数量与暗斑数量均为 $|l_1|+|l_2|$ 个;随着拓扑荷数绝对值差值越来越大,干涉图案就成为一亮一暗的两个同心圆环,亮圆环位于内圆环,暗圆环位于外圆环。图10中所有干涉图案的中心都为暗光斑,且所有的干涉图案都是沿过图案中心的水平横线成轴对称。

如图11所示,第一行、第二行为拓扑荷数

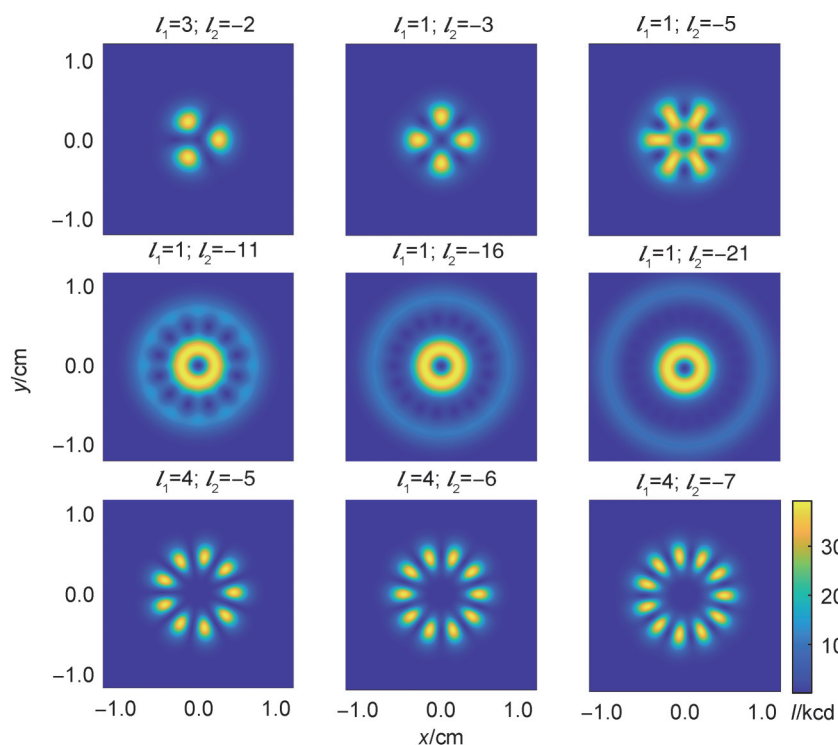


图10 $p=0, |l_2|-|l_1| \geq 1$ 的整数阶LG光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-1.0 \sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y=-1.0 \sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束LG光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 10 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1| \geq 1$ integer order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 为 1、2、4、10、13.4、20 的干涉图案; 第三行是 $|l_2|-|l_1|$ 为 1、2、3 的干涉图案。当拓扑荷数绝对值差值小于 3 ($|l_2|-|l_1| < 3$) 时, 若两束 LG 光束的拓扑荷数绝对值之和为整数时, 干涉图案中的每个“瓣状”明亮光斑均为完整“花瓣”, 光斑的数目与拓扑荷数的关系为 $m=|l_1|+|l_2|$, 反之拓扑荷数绝对值之和为分数时, “瓣状”光斑中存在一个不完整“花瓣”, 并且当绝对值之和的小数部分越接近 0.5 时, 该光斑越趋近于一条线; 反之, 当小数部分越远离 0.5 时, 该光斑越趋近于一个完整光斑; 当两束 LG 光束的拓扑荷数绝对值差值大于 3 小于 10 ($3 < |l_2|-|l_1| < 10$) 时, 干涉图案为中心呈圆形暗斑, 沿极角方向呈现亮斑、暗斑交替出现的图样, 且极角方向的亮斑数量与暗斑数量均为 $|l_1|+|l_2|$ 个; 两束 LG 光束的拓扑荷数绝对值差值大于 10 时, 随着拓扑荷数绝对值差值越来越大, 干涉图案就成为一亮一暗的

两个同心圆环, 与同号非等量分数阶 LG 光束的干涉图案一样, 亮圆环位于外圆环, 而暗圆环则位于内圆环; 图 11 第一行、第三行与图 10 第一行、第三行对比可知当拓扑荷数绝对值差值 ($|l_2|-|l_1|$) 一样时, 随着拓扑荷数绝对值之和 $|l_1|+|l_2|$ 的增大, 干涉图案的暗斑直径逐渐变大。

图 12 为 p 值、 l 值不同且异号的整数阶或分数阶 LG 光束相互干涉图案, 将图 12 与图 10、11 对比可得, 当两光束的拓扑荷数的取值和绝对值差值 $|l_2|-|l_1|$ 一样、径向指数不同时, 干涉图案的第一层形状出现变化。

当 $p=1$ 时, 干涉图案的光斑层数 t 变为两层, 同时两层都是亮光斑, 且亮光斑是相对分立的, 而且每层的亮光斑 m 与 LG 光束的拓扑荷数绝对值之和有关, 为 $m=|l_1|+|l_2|$; 当 $p \geq 2$ 时, 随着径向指数 p 的增加, 干涉图案中亮光斑逐渐连接在一起且形状趋近于圆环, 并且只

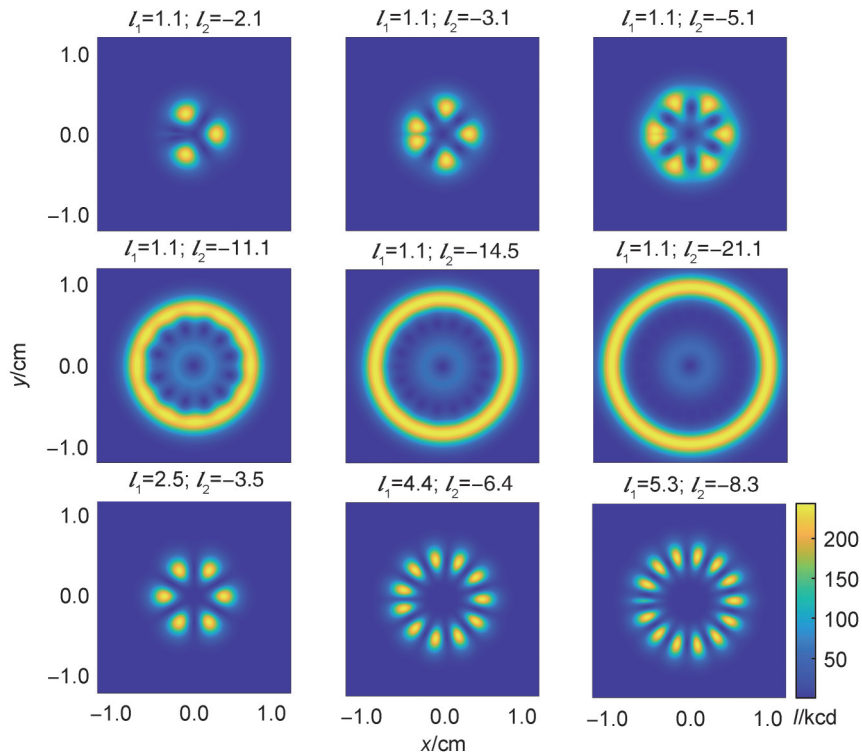


图 11 $p=0, |l_2|-|l_1|\geq 1$ 的分数阶 LG 光束的干涉图案

(参数选取: 采样点数为 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x=-1.0\sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y=-1.0\sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值(l_1, l_2)表示两束 LG 光束的轨道角动量量子数(拓扑荷数)。

Fig. 11 Interference patterns of $p=0$ and $|l_2|-|l_1|\geq 1$ fractional order LG beams

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0=0.3$ cm, $\lambda=632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (l_1, l_2) above the interference pattern are the orbital angular momentum quantum numbers (topological charge numbers) of the two LG beams.)

有第一层光斑最亮, 其余层光斑亮度小。无论 p 取何值, 光斑层数都均为 $p+1$ 层。

因此, 我们可以根据两束 LG 光束干涉图案的光斑形状、光斑数和光斑层数及光斑量度, 测量 LG 光束的拓扑荷数和径向指数, 这种分析方法不仅适用于基本的光学实验, 也可以广泛应用于量子信息、光学通信和精密测量等领域。

4 结论

为完整测量涡旋光束拓扑荷数和径向指数, 本文对已有的“干涉法”进行了延伸与拓展。研究了三种干涉情况: 一是两束拓扑荷数互为相反数的分数阶拉盖尔-高斯光束干涉, 二是两束同号非等量拉盖尔-高斯光束干涉, 三是异号非等量拉盖尔-高斯光束干涉。研究表明: 等量异号分数阶 LG 光束干涉图案为“瓣

状”光斑, 其光斑数为 $2|l|$ 、光斑层数为 $p+1$, 并且当绝对值之和的小数部分越接近 0.5, 该光斑越趋近于一条线, 反之, 该光斑越趋近于一个完整光斑; 同号非等量 LG 光束干涉中, 当 $p=0$, 两束 LG 光束的拓扑荷数绝对值差值小于 10 ($|l_2|-|l_1|<10$) 时, 干涉图样的中心呈圆形暗斑, 沿极角方向呈现明、暗斑交替出现, 且极角方向的亮斑数量与暗斑数量均为 $|l_2|-|l_1|$ 个, 干涉图案中亮光斑数目 m 、总暗空心圆数目 n 分别与拓扑荷数的关系为 $m=|l_2|-|l_1|=|q|$ 、 $n=|q|+1$; 若拓扑荷数绝对值差值大于 10 小于 20, 干涉图案由一亮一暗圆环通过 $|l_2|-|l_1|+1$ 个暗空心圆结合而成, 若拓扑荷数绝对值差值大于 20, 干涉图案为一亮一暗的两个同心圆环, 只是整数阶 LG 光束中亮圆环是内圆环、暗圆环是外圆环, 而分数阶图样与之相反; 异号非等量 LG 光束干涉图案中, 产生了“瓣状”光斑

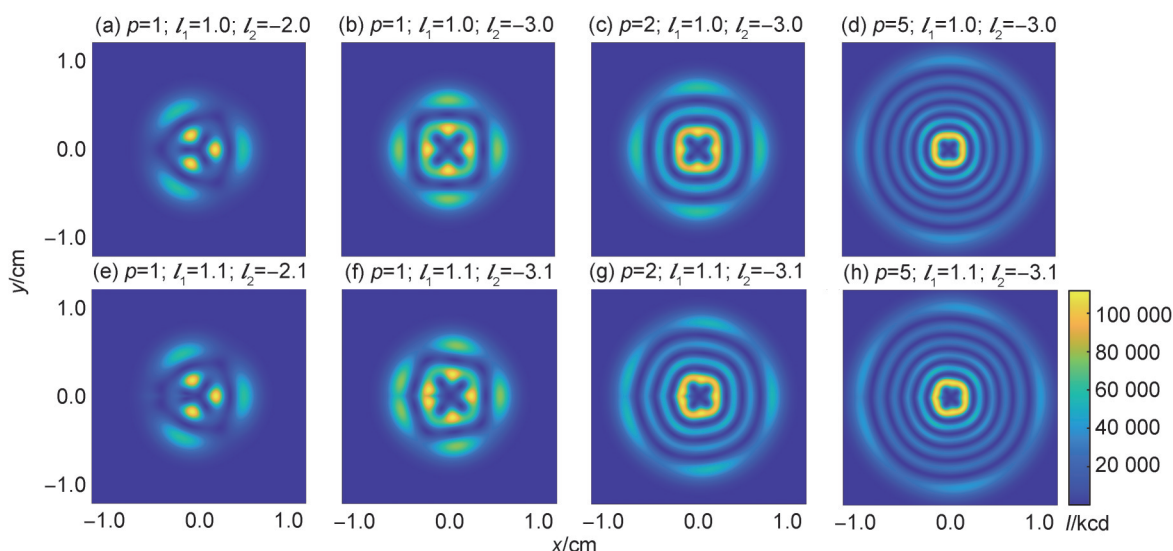


图 12 p 值取任意正整数、 l 值不同且异号的整数阶或分数阶 LG 光束相互干涉图案

(参数选取: 采样点数为 200, $\omega_0 = 0.3$ cm, $\lambda = 632$ nm。理论模拟图以厘米为标尺, 横向尺度为 $x = -1.0 \sim 1.0$ cm, 纵向长度为 $y = -1.0 \sim 1.0$ cm。干涉图样上方的数值 (p, l_1, l_2) 表示两束 LG 光束的轨道角动量量子数 (拓扑荷数)。

Fig. 12 Interference patterns of integer-order or fractional-order LG beams with arbitrary positive integers for p values, and different l values with different signs

(Parameter selection: the number of sampling points is 200, $\omega_0 = 0.3$ cm, $\lambda = 632$ nm. The theoretical simulation is scaled with cm, with the horizontal scale from -1.0 to 1.0 cm, and the vertical scale from -1.0 to 1.0 cm. The values (p, l_1, l_2) above the interference pattern are the radial indices and orbital angular momentum quantum numbers (topological charges numbers) of the two LG beams.)

且光斑数为 $|l_1| + |l_2|$, 在非等量 LG 光束干涉中, 随着径向指数的增大, 第一层亮光斑形状逐渐趋近于圆环。上述三种干涉情况中, 无论 p 取何值, 光斑层数依然为 $p + 1$, 并且随着拓扑荷数绝对值之和的增大, 光斑直径随之增加。对于分数阶干涉图样, 在同号干涉图样中, 拓扑荷数绝对值差值为分数时, 干涉图案的亮光斑以及暗光斑中存在不完整光斑, 对于亮光斑, 当绝对值差值的小数部分越接近 0.5, 该亮光斑越趋近于一条线, 反之, 该亮光斑越趋近于一个完整“花瓣”; 而暗光斑与亮光斑相反, 当绝对值差值的小数部分越接近 0.5, 暗光斑越趋近于一个圆形, 反之趋近于一条线; 在异号干涉图样中, 拓扑荷数绝对值之和为分数时, “瓣状”光斑中存在一个不完整“花瓣”, 并且当绝对值之和的小数部分越接近 0.5, 该光斑越趋近于一条线, 反之, 该光斑越趋近于一个完整“花瓣”。

综上所述, 不仅拓扑荷数会影响光束干涉图案, 径向指数也是一个重要的影响因素, 它直接影响干涉图案中光斑的数目和分布。通过研究多种类型的 LG 光束干涉, 可以深入分析

每个光束的性质以及它们之间的关系, 更好地理解涡旋光束的性质, 揭示更深层次的光学现象和机理。同时, 上述干涉图案规律提供了一种更为全面的测量 LG 光束的拓扑荷数和径向指数的方法, 结合计算机图像处理技术和算法, 可以提高干涉图案分析的效率和精度, 使得光束特性测量的自动化成为可能。

参考文献:

- [1] AGARWAL R, LADAVAC K, ROICHMAN Y, *et al.* Manipulation and Assembly of Nanowires with Holographic Optical Traps[J]. *Opt Express*, 2005, **13**(22): 8906–8912. DOI:10.1364/opex.13.008906.
- [2] DHOLAKIA K, ČIŽMÁR T. Shaping the Future of Manipulation[J]. *Nat Photonics*, 2011, **5**: 335–342. DOI: 10.1038/nphoton.2011.80.
- [3] OTTE E, ROSALES-GUZMÁN C, NDAGANO B, *et al.* Entanglement Beating in Free Space Through Spin-orbit Coupling[J]. *Light Sci Appl*, 2018, **7**: 18009. DOI: 10.1038/lsa.2018.9.
- [4] WEN Y H, CHREMMOS I, CHEN Y J, *et al.* Arbitrary Multiplication and Division of the Orbital Angular Momentum of Light[J]. *Phys Rev Lett*, 2020, **124**(21): 213901. DOI:10.1103/PhysRevLett.124.213901.

- [5] MAIT J N, EULISS G W, ATHALE R A. Computational Imaging[J]. *Adv Opt Photon*, 2018, **10**(2): 409. DOI: 10.1364/aop.10.000409.
- [6] QIU X D, LI F S, ZHANG W H, *et al.* Spiral Phase Contrast Imaging in Nonlinear Optics: Seeing Phase Objects Using Invisible Illumination[J]. *Optica*, 2018, **5**(2): 208–212. DOI: 10.1364/optica.5.000208.
- [7] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J, *et al.* Orbital Angular Momentum of Light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, **45**(11): 8185–8189. DOI:10.1103/physreva.45.8185.
- [8] BARNETT S M, ALLEN L. Orbital Angular Momentum and Nonparaxial Light Beams[J]. *Opt Commun*, 1994, **110**(5/6): 670–678. DOI:10.1016/0030-4018(94)90269-0.
- [9] 周洋, 李新忠, 王静鸽, 等. 涡旋光束拓扑荷值的干涉测量方法[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2016, **37**(3): 95–99. DOI: 10.15926/j.cnki.issn1672-6871.2016.03.021.
ZHOU Y, LI X Z, WANG J G, *et al.* Topological Charges Measurement of Optical *Vortex* Beam by Interference Methods[J]. *J Henan Univ Sci Technol Nat Sci*, 2016, **37**(3): 95–99. DOI: 10.15926/j.cnki.issn1672-6871.2016.03.021.
- [10] 李阳月, 陈子阳, 刘辉, 等. 涡旋光束的产生与干涉[J]. 物理学报, 2010, **59**(3): 1740–1748. DOI: 10.7498/aps.59.1740.
LI Y Y, CHENG Z Y, LIU H, *et al.* Generation and Interference of *Vortex* Beams[J]. *Acta Phys Sin*, 2010, **59**(3): 1740–1748. DOI: 10.7498/aps.59.1740.
- [11] 彭嗣昌. 涡旋光束的传输特性及应用研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2021. DOI: 10.27204/d.cnki.glzhu.2021.003467.
PENG S C. Study on Transmission Characteristics and Application of *Vortex* Beam[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2021. DOI: 10.27204/d.cnki.glzhu.2021.003467.
- [12] 徐丽娟. 涡旋光束的产生及特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
XU L J. Study on Generation and Characteristics of *Vortex* Beam[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [13] 陈志婷. 涡旋光束的特性研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2013.
CHEN Z T. Study on the Characteristics of *Vortex* Beam [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2013.
- [14] 王丹, 韩静雅, 吕靖, 等. 基于马赫曾德干涉仪的两涡旋光束离轴干涉研究[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2023, **46**(6): 1370–1377. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2023032.
WANG D, HAN J Y, LÜ J, *et al.* Study on the Off-axis Interference between Two *Vortex* Beams Based on the Mach-Zehnder Interferometer[J]. *J Shanxi Univ Nat Sci Ed*, 2023, **46**(6): 1370–1377. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2023032.
- [15] 方涵宇, 张冬凯, 陈理想. 从平面波的线性干涉到涡旋光的角向干涉[J]. 物理实验, 2023, **43**(3): 29–35. DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2023.03.004.
FANG H Y, ZHANG D K, CHEN L X. From Linear Interference to Angular Interference[J]. *Phys Exp*, 2023, **43**(3): 29–35. DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2023.03.004.
- [16] 王文磊. 多涡旋光场干涉的分布传输特性分析[D]. 济南: 山东师范大学, 2013.
WANG W L. Analysis of Distribution and Transmission Characteristics of Multi-*Vortex* Light Field Interference [D]. Jinan: Shandong Normal University, 2013.
- [17] 刘辉, 陈子阳, 蒲继雄. 分数阶涡旋光束的轨道角动量的测量[J]. 光电子·激光, 2009, **20**(11): 1478–1482. DOI: 10.3321/j.issn: 1005-0086.2009.11.016.
LIU H, CHEN Z Y, PU J X. Detection of the Orbital Angular Momentum of Fractional Optical *Vortex* Beams [J]. *J Optoelectron*, 2009, **20**(11): 1478–1482. DOI: 10.3321/j.issn: 1005-0086.2009.11.016.
- [18] 柯熙政, 胥俊宇. 涡旋光束轨道角动量干涉及检测的研究[J]. 中国激光, 2016, **43**(9): 905003. DOI: 10.3788/CJL201643.0905003.
KE X Z, XU J Y. Interference and Detection of *Vortex* Beams with Orbital Angular Momentum[J]. *Chin J Lasers*, 2016, **43**(9): 905003. DOI: 10.3788/CJL201643.0905003.
- [19] 王浩, 杨德兴, 甘雪涛, 等. 平面涡旋光干涉的分析[J]. 光学学报, 2009, **29**(2): 517–522. DOI: 10.3788/AOS20092902.0517.
WANG H, YANG D X, GAN X T, *et al.* Analysis of Interference of Planar *Vortex* Beams[J]. *Acta Opt Sin*, 2009, **29**(2): 517–522. DOI: 10.3788/AOS20092902.0517.
- [20] 宋晓芳. 不同拓扑荷数的涡旋光束衍射特性研究[D]. 济南: 山东师范大学, 2015.
SONG X F. Study on Diffraction Characteristics of *Vortex* Beams with Different Topological Charges[D]. Jinan: Shandong Normal University, 2015.
- [21] 方桂娟, 孙顺红, 陶华, 等. 涡旋光束经双十字光阑的衍射特性研究[J]. 光电子·激光, 2011, **22**(12): 1885–1891. DOI: 10.16136/j.joel.2011.12.009.
FANG G J, SUN S H, TAO H, *et al.* Research on Diffraction Characteristics of *Vortex* Beam Through the Double Cross Aperture[J]. *J Optoelectron Laser*, 2011, **22**(12): 1885–1891. DOI: 10.16136/j.joel.2011.12.009.
- [22] MAJI S, BRUNDAVANAM M M. Topological Transformation of Fractional Optical *Vortex* Beams Using Computer Generated Holograms[J]. *J Opt*, 2018, **20**(4): 045607. DOI:10.1088/2040-8986/aab1da.
- [23] WEN J S, GAO B J, ZHU G Y, *et al.* Observation of Multiramp Fractional *Vortex* beams and Their Total *Vor-*

- tex* Strength in Free Space[J]. *Opt Laser Technol*, 2020, **131**: 106411. DOI:10.1016/j.optlastec.2020.106411.
- [24] YUWEN X Y, REN R, WANG Y L. Intensity Interference Characteristics of Fractional Laguerre-Gaussian Optical Vortex[J]. *J Opt*, 2021, **23**(11): 115607. DOI: 10.1088/2040-8986/ac2bf7.
- [25] ZHU G X, BAI Z Y, CHEN J Y, *et al.* Ultra-dense Perfect Optical Orbital Angular Momentum Multiplexed Holography[J]. *Opt Express*, 2021, **29**(18): 28452–28460. DOI:10.1364/OE.430882.
- [26] DAVIS J A, MCNAMARA D E, COTTRELL D M, *et al.* Image Processing with the Radial Hilbert Transform: Theory and Experiments[J]. *Opt Lett*, 2000, **25**(2): 99–101. DOI:10.1364/ol.25.000099.
- [27] OEMRAWSINGH S R, MA X, VOIGT D, *et al.* Experimental Demonstration of Fractional Orbital Angular Momentum Entanglement of Two Photons[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**(24): 240501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.240501.
- [28] 胡耀丹. 部分相干涡旋光束传输与聚焦特性研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2021. DOI: 10.27157/d.cnki.ghzku.2021.003698.
- HU Y D. Study on the Transmission and Focusing Characteristics of Partially Coherent Vortex Beams[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2021. DOI: 10.27157/d.cnki.ghzku.2021.003698.