

## 基于社会关系和个人行为的传染病建模与分析

常星花<sup>1</sup>, 曾镕<sup>2</sup>, 王建荣<sup>3\*</sup>

(1. 太原学院 数学系, 山西 太原 030032;  
2. 山西大学 数学与统计学院, 山西 太原 030006;  
3. 山西大学 自动化与软件学院, 山西 太原 030031)

**摘要:** 传染病的传播对公众健康、经济发展、社会稳定产生重大危害, 并且在不同感染形势信息和社会关系影响下个体的传染病防护行为呈现出复杂多样化特征。因此, 本文在个体的邻居信息、二级邻居信息和全局感染形势信息影响下, 提出了基于社会关系和相似性模仿的个体防护行为转变与疾病传播的多层网络共演化模型, 融入政府对传染病传播的阈值干预因素, 研究了传染病感染形势信息与易感者-感染者-易感者(Susceptible-Infected-Susceptible, SIS)传染病模型的动态交互作用。最后, 利用微马尔可夫链(Microscopic Markov Chain, MMCA)分析了不同模型参数下最终人群状态的比例和传播阈值。研究表明: 增加个体对局部传染病信息的感知, 政府加大对传染病的管控力度、降低对传染病的管控阈值, 可以有效降低感染者比例并提高传染病传播爆发阈值。

**关键词:** 复杂网络; 传染病模型; 社会关系; 微观马尔可夫链; 传播阈值

**中图分类号:** O175 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-2395(2025)05-0888-12

## Modeling and Analysis of Infectious Diseases Based on Social Relationships and Personal Behavior

CHANG Xinghua<sup>1</sup>, ZENG Rong<sup>2</sup>, WANG Jianrong<sup>3\*</sup>

(1. Department of Mathematics, Taiyuan University, Taiyuan 030032, China;  
2. School of Mathematical Sciences, Shanxi University, Taiyuan 030006, China;  
3. School of Automation and Software, Shanxi University, Taiyuan 030031, China)

**Abstract:** The spread of infectious diseases poses significant threats to public health, economic development, and social stability. Under the influence of different infection situation information and social relations, individual infectious disease prevention behavior presents complex and diversified characteristics. Therefore, under the influence of individual neighbor information, secondary neighbor information and global infection situation information, this paper proposes a multi-layer network co-evolution model of individual protection behavior transformation and disease transmission based on social relations and similarity imitation behavior, and integrates the threshold intervention factors of government on infectious disease transmission, and studies the dynamic interaction between infectious disease infection situation information and SIS infectious disease model. Finally, MMCA (microscopic Markov chain) is used to analyze the proportion of final crowd state and propagation threshold under different model parameters. The research shows that increasing individuals' perception of local infection information, along with stronger government control over infectious diseases and lower control thresholds, can effectively reduce the final proportion of infected individuals and raise the trans-

**收稿日期:** 2024-10-11; **接受日期:** 2025-05-06

**基金项目:** 中国博士后基金(2021M692400); 山西省基础研究计划(202203021221017; 202303021212360); 山西省高等学校科技创新项目(2023L379); 山西省高等教育科技创新平台(2022P016)

**作者简介:** 常星花(1984-), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为生物数学、复杂网络理论及应用。E-mail: xh\_chang@126.com

\* **通信作者:** 王建荣(WANG Jianrong), E-mail: wangjr@sxu.edu.cn

**引文格式:** 常星花, 曾镕, 王建荣. 基于社会关系和个人行为的传染病建模与分析[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2025, 48(5): 888-899. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2025040.

mission outbreak threshold.

**Key words:** complex networks; infectious disease modeling; social relationships; microscopic Markov chain; propagation thresholds

## 0 引言

传染病不仅对个人健康构成严重威胁,而且对整个社会乃至全球的公共卫生安全都有重大影响<sup>[1-2]</sup>。为了制定高效的传染病传播遏制策略,考虑医学因素(如传播率、感染率、康复率和死亡率等)对疾病传播动态影响至关重要,但与传染病相关的非医学因素(如戴口罩、政府管控和信息传播等)对疾病传播动态的干预也不可或缺。这些非医学因素在不同的传染病模型中得到了广泛研究,使得传染病的传播特性得到了更深入的认识,为政府卫生部门制定策略提供了重要参考。Chen等<sup>[3]</sup>为评估新型冠状病毒(COVID-19)暴发期间政府实施的各种法规和政策对控制疫情的影响,引入了一个扩展的易感者-潜伏者-感染者-恢复者(Susceptible-Exposed-Infected-Recovered, SEIR)模型,并使用迭代滤波集合调整卡尔曼滤波器(Iterative Filtering-Ensemble Kalman Filter, IF-EAKF)算法进行模型推断。Wang等<sup>[4]</sup>为研究媒体报道对COVID-19传播的影响,建立一个具有隔离和免疫策略的传染病模型,得出了控制繁殖数和最终规模,并通过偏秩相关系数(Partial Rank Correlation Coefficient, PRCC)的敏感性分析,讨论了根据媒体覆盖率的行为变化常数对COVID-19传播的影响。Sun等<sup>[5]</sup>构建了一个带有媒体信息变量饱和和治疗函数的SEIR模型,计算了系统的基本繁殖数和平衡点,并证明了无病平衡的全局稳定性。Buonomo等<sup>[6]</sup>提出了一个基于信息依赖的社会距离的易感者-潜伏者-感染者-恢复者(Susceptible-Infected-Recovered, SIR)行为模型,研究了个体行为与无意识暴露于传染导致的过度暴露于感染之间的相互作用。Zhou等<sup>[7]</sup>引入了将疫情演变、政府应对措施和物流流程相结合的疫情管理框架,为在不同地理区域分配有限的医疗资源提供了见解。Boulaaras等<sup>[8]</sup>考虑了所有潜在的人际传播实例,构建了一个新颖的SEIR模型,研究了地方病和无病平衡的局部和全局稳定性。Wang等<sup>[9]</sup>在不同社会接触方式和年龄结构的前提下构建了SEIR模型,提出了疫情防控和疫苗接种的最优策略。Ye等<sup>[10]</sup>提出了一个异质性疾病-行为-信息传播模型,研究了感染风险受到信息扩散、行为改变和疾病传播的影响。Sun等<sup>[11]</sup>提出了一个将斑块间的旅行和易感个体的行为变化纳入考虑的双斑SIR模型,说明了基本繁殖数与旅行修正基本繁殖数之间的关系,并得出了疾病在斑块中持续存在的条件。

尽管现有研究结合信息扩散、媒体覆盖率或行为改变等非医学因素探讨了传染病传播的动态特征。不可忽视的是,在疾病传播中人们的防护意识或防护措施往往受到邻居感染形势信息的影响,个体对邻居感染形势信息的感知及其形成的自我防护策略与传染病传播的共演化动态仍未被充分揭示。在传染病研究领域,使用复杂网络理论的建模方法越来越受到关注,通过将个人、社区或组织抽象为节点,将其互动关系表示为边,研究人员通过复杂网络理论捕捉疾病在人群传播中错综复杂的连接模式,为传染病传播的动态机制研究提供了新的见解。Feng等<sup>[12]</sup>构建了一个信息扩散和流行病在符号网络上传播的双层网络模型,并且假设个体间的信息接受率会因正负关系而变化,个体的预防强度也会随着局部和全局疾病比例的不同而不同。Sun等<sup>[13]</sup>研究了群体内资源扩散对两层高阶网络中疾病传播的影响。研究表明,扩大2-simplexes上的资源分散可以抑制传染病的传播和爆发。Li等<sup>[14]</sup>考虑传染病信息响应以及个体差异,在双层网络上建立了一个多信息传染病传播模型。Huang等<sup>[15]</sup>研究了人们面临无症状感染时更相信社会影响还是更相信风险认知,建立了一个多层网络拓扑结构中的传染病模型。Guo等<sup>[16]</sup>研究了多重网络中意识扩散对传染病爆发的影响,发现社区信息比对传染病阈值的影响有两个阶段,导致最终传染病规模不同。Nian等<sup>[17]</sup>通过引入一个包含异质性社会影响和采用阈值的非马尔可夫模型以研究社会信息传播的复杂性,并基于边缘的广义区隔理论进行了理论分析。Zhang等<sup>[18]</sup>构建了一个双层元种群网络模型,探讨了群体共享的信息传播对疫情空间传播的影响。

目前,学者们愈发聚焦于复杂网络理论视角下信息传播、群体感知等因素对传染病扩散的影响机制。然而尤为关键的是,社群内部紧密相连的社区结构、家庭纽带以及广泛的社会关系在疾病传播历程中扮演着核心角色,因为这些紧密相连的群体成员间更易于相互传递风险。同时,社会个体间存在的相似性在风险感知和疫情防护行为上显著影响着疾病预防策略的采纳以及疫情相关信息在群体的传播模式。若模型构建忽略了这些关键要素,可能会难以精准捕捉现实情境中疾病与信息传播的复杂特性,进而妨碍制定行之有效的干预措施。因此,深入开展基于社会关系网络、个体相似性及从众行为等因素的个体防护行为与传染病传播的网络建模与分析,对于指导实践、提升公共卫生响应效率具有迫切且重大的现实意义。本文主要贡献如下:(1)根据个体的邻居、二级邻居和全局流行病形势信息得到个体不同的流行病防护类型,结合三类社会关系及社会属性相似性,研究了个体流行病防护类型从众的传播动态。(2)将政府干预个体行为考虑到多层网络模型中,根据传染病扩散形势引入阈值模型来管控个体防护行为。(3)利用微马尔可夫链(Microscopic Markov Chain, MMCA)分析传染病阈值,并分析了不同模型参数下最终人群状态的比例和传播阈值。

## 1 模型的建立

在社交网络中个体之间通过各种关系相互连接(包括家庭、朋友和同事、邻居或者日常接触到的陌生人),由于社会从众心理的存在,人们对于流行病传播期间的防护措施很大程度上受到日常社会关系网络的影响。戴口罩、洗手、拉开社交距离和接种疫苗等保护措施虽然是降低疾病传播可能性的重要干预措施,但是这些措施的有效性在很大程度上取决于是否被广泛采用和遵守。公共卫生干预措施、个体保护行为的程度以及群体防护动态等各种因素也会共同影响疫情的发展趋势。

本文考虑个人防护行为与传染病传播之间的动态交互行为,建立了一个多层耦合传染病模型<sup>[19-21]</sup>(如图1所示)。 $G$ 代表政府管控, $C$ (宽松), $W$ (平衡), $P$ (警惕)代表个体不同保护措施, $S$ (易感染者), $I$ (感染者)代表流行病个体感染的状态。层内连边颜色代表不同的社会关系,蓝色代表“亲人”关系,黑色代表“朋友”关系,黄色代表“其他”关系。在传染病传播过程中,个体 $i$ 可能因为周围的流行病形势信息产生不同类型的保护措施,假设这些信息来源于三类:自己的邻居感染比例 $I_n$ 、二级邻居感染比例 $I_{sn}$ 和全局流行病的感染比例 $I_{tot}$ 。令 $F_i(t)$ 代表个体 $i$ 对上述三类流行病形势信息加权(权值分别为 $x, y, 1-x-y$ )得到的当前流行病形势信息的总体感知,假设个体 $i$ 的防护类型 $E \in \{C, W, P\}$ 由 $F_i(t)$ 值得到。其中, $C$ (宽松)代表不连贯地或完全不遵守保护措施的个体。 $W$ (平衡)代表大多遵循防护指导方针,但只在需要时或感觉风险较高时才采取某些预防措施。 $P$ (警惕)指高度谨慎并严格遵守防护措施的个体。假设个体在感染层状态为 $I$ ,则防护状态为 $P$ (警惕),所建立的多层网络上下节点一一相连,代表同一个体的不同状态。 $F_i(t)$ 的表达式(1)如下:

$$F_i(t) = xI_n(t) + yI_{sn}(t) + (1-x-y)I_{tot}(t), \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 \leq F_i(t) \leq 0.20, & E = C \\ 0.20 < F_i(t) \leq 0.50, & E = W \\ 0.50 < F_i(t), & E = P \end{cases}$$

其中 $I_i(t)$ 代表节点 $i$ 的邻居集合感染比例, $I_{sn}(t)$ 代表节点 $i$ 的二级邻居(即邻居的邻居)平均感染比例, $I_{tot}(t)$ 代表全局总体感染比例。计算公式如下:

$$I_i(t) = L_i(t)/N_i, I_{sn}(t) = L_{sn}(t)/N_{sn}, I_{tot}(t) = I(t)/(I(t) + S(t)), \quad (2)$$

其中 $L_i(t)$ 为 $i$ 的邻居中的感染个数, $N_i$ 为节点 $i$ 的邻居个数, $L_{sn}(t)$ 为二级邻居中的感染个数, $N_{sn}$ 为节点 $i$ 的二级邻居个数。 $I(t)$ 为当前时间点全局感染人数。

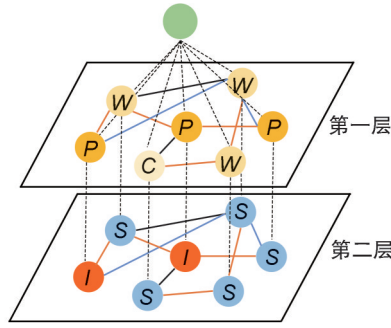


图1 不同保护措施下传染病多层演化网络

Fig. 1 Multi-layer evolutionary network of infectious diseases under different protective measures

同时,定义个体  $i$  的社会网络关系,本文把节点之间的关系分为三种:亲人、朋友、其他。根据现实世界的经验,假设两个节点间的连边是上述关系的概率分别为 0.10, 0.30, 0.60。在流行病传播过程中,人们往往会受到周围人(如亲戚、朋友或密切接触者)的行为和保护措施的影响,模仿他们观察到的卫生习惯,这种模仿可能是出于亲密性、从众性或遵守群体规范的愿望。假设个体间的不同关系类型对于防护措施模仿的影响力不同,在网络中节点关系为亲人、朋友、其他的影响权值为  $M_{ij}=1.00$  或 0.80 或  $p_{ij}$ 。其中,关系为“其他”的权值  $p_{ij}$  使用 Pearson 相关系数来表示,假设个体有不同的社会属性  $x_i$ , 具有的社会属性相似项越多,则个体  $i$  越容易受到该个体的影响,这通过一组向量来表示<sup>[22]</sup>:

$$S_i = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$$

假设  $x_1 \in \{0, 1, 2\}$  分别代表三个年龄组(如青年、中年、老年等,这作为主要社会流动群体,不同年龄段的人对流行病重视程度不同,相同年龄段的人更容易模仿其行为),  $x_2 \in \{0, 1, 2, 3\}$  代表个体不同最高受教育水平(如小学、初中、大学、大学以上等,对流行病有不同程度的科学理解和防护措施遵循),  $x_3 \in \{0, 1, 2\}$  代表不同财富水平(如低收入人群、中等收入人群、高收入人群等,产生不同标准及效用的防护),  $x_4 \in \{0, 1\}$  代表不同性别(如男性、女性,有不同的防护意识强度),  $x_5 \in \{0, 1\}$  代表是否主体民族(相同族群的人生活及行为方式更为相似)。假设  $x_i$  的每个值随机分配到节点,则权值  $p_{ij}$  的计算公式为:

$$p_{ij} = \rho(S_i, S_j) = \frac{\text{cov}(S_i, S_j)}{\sigma_{S_i} \sigma_{S_j}} \quad (3)$$

假设第一层之间的不同类型保护措施都可以相互转变,考虑到个体间社会关系对  $i$  产生的不同影响力,结合节点  $i$  的邻居状态比例,可以得出在  $t$  时刻节点  $i$  由  $W$  状态转变为  $P$ 、 $C$  或者保持为  $W$  状态的概率分别表示为:

$$p_{wp} = \frac{\sum_j B_{ij} M_{ij} E_j^P}{\sum_j B_{ij} M_{ij}}, p_{wc} = \frac{\sum_j B_{ij} M_{ij} E_j^C}{\sum_j B_{ij} M_{ij}}, p_{ww} = 1 - p_{wc} - p_{wp} \quad (4)$$

其中  $B_{ij}$  为邻接矩阵,  $j \in N_i$  为  $i$  的邻居,  $p_{ij}$  表示节点  $i$  和节点  $j$  间的相互影响力权值,  $p_{wp}$  为节点  $i$  由  $W$  状态到  $P$  状态的转移概率,  $p_{wc}$  为节点  $i$  由  $W$  状态到  $C$  状态的转移概率,  $p_{ww}$  为节点  $i$  由  $W$  状态保持不变的转移概率。  $E_j^P \in \{0, 1\}$  代表节点  $i$  的邻居  $j$  的保护类型是否为  $P$ , 若为  $P$  则  $E_j^P = 1$ , 否则为 0,  $E_j^C$  同理。其余状态转移概率  $p_{pw}$ ,  $p_{pc}$ ,  $p_{pp}$ ,  $p_{cw}$ ,  $p_{cp}$ ,  $p_{cc}$  将以类似的方式表示,则第一层内的状态转移情况如图 2 所示。

引入政府对于个体行为的管理干预层,这一层代表着政府制定、发布或者实施的传染病管控措施,将根据当下的传染病形势来管控个体防护措施,即对个体防护行为层进行干预。假设  $m_i(t)$  为随当前传染病形势下浮动的实际管控强度值,  $\omega_i(t)$  为政府调控个体行为的阈值函数。  $m_i(t)$  和



$$\begin{aligned}
p_i^{CS}(t+1) &= p_i^{CS}(t)(1-p_{cw}-p_{cp})\omega_i(t)q_i^C(t) + p_i^{PS}(t)p_{pc}\omega_i(t)q_i^C(t) + \\
&\quad p_i^{WS}(t)p_{wc}\omega_i(t)q_i^C(t) + p_i^{PI}(t)p_{pc}\omega_i(t)\mu, \\
p_i^{PS}(t+1) &= p_i^{CS}(t)p_{cw}(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + p_i^{CS}(t)(1-p_{cw}-p_{cp})(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + p_i^{CS}(t)p_{cp}q_i^P(t) + \\
&\quad p_i^{PS}(t)(1-p_{pc}-p_{pw})q_i^P(t) + p_i^{PS}(t)p_{pw}(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + p_i^{PS}(t)p_{pc}(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + \\
&\quad p_i^{WS}(t)p_{wp}q_i^P(t) + p_i^{WS}(t)p_{wc}(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + p_i^{WS}(t)(1-p_{wc}-p_{wp})(1-\omega_i(t))q_i^P(t) + \\
&\quad p_i^{PI}(t)(1-p_{pc}-p_{pw})\mu + p_i^{PI}(t)p_{pw}(1-\omega_i(t))\mu + p_i^{PI}(t)p_{pc}(1-\omega_i(t))\mu, \\
p_i^{WS}(t+1) &= p_i^{CS}(t)p_{cw}\omega_i(t)q_i^W(t) + p_i^{PS}(t)p_{pw}\omega_i(t)q_i^W(t) + \\
&\quad p_i^{WS}(t)(1-p_{wc}-p_{wp})\omega_i(t)q_i^W(t) + p_i^{PI}(t)p_{pw}\omega_i(t)\mu, \\
p_i^{PI}(t+1) &= p_i^{CS}(t)p_{cw}\omega_i(t)(1-q_i^W(t)) + p_i^{CS}(t)p_{cw}(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + p_i^{CS}(t)p_{cp}(1-q_i^P(t)) + \\
&\quad p_i^{CS}(t)(1-p_{cw}-p_{cp})\omega_i(t)(1-q_i^C(t)) + p_i^{CS}(t)(1-p_{cw}-p_{cp})(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + \\
&\quad p_i^{PS}(t)p_{pw}\omega_i(t)(1-q_i^W(t)) + p_i^{PS}(t)p_{pw}(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + p_i^{PS}(t)p_{pc}\omega_i(t)(1-q_i^C(t)) + \\
&\quad p_i^{PS}(t)p_{pc}(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + p_i^{PS}(t)(1-p_{pc}-p_{pw})(1-q_i^P(t)) + p_i^{WS}(t)p_{wp}(1-q_i^P(t)) + \\
&\quad p_i^{WS}(t)p_{wc}\omega_i(t)(1-q_i^C(t)) + p_i^{WS}(t)p_{wc}(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + \\
&\quad p_i^{WS}(t)(1-p_{wc}-p_{wp})\omega_i(t)(1-q_i^W(t)) + p_i^{WS}(t)(1-p_{wc}-p_{wp})(1-\omega_i(t))(1-q_i^P(t)) + \\
&\quad p_i^{PI}(t)p_{pw}\omega_i(t)(1-\mu) + p_i^{PI}(t)p_{pw}(1-\omega_i(t))(1-\mu) + \\
&\quad p_i^{PI}(t)p_{pc}\omega_i(t)(1-\mu) + p_i^{PI}(t)p_{pc}(1-\omega_i(t))(1-\mu) + p_i^{PI}(t)(1-p_{pc}-p_{pw})(1-\mu).
\end{aligned} \tag{7}$$

由所有状态的概率和为1,可以得到 $p_i^{CS}(t) + p_i^{PS}(t) + p_i^{WS}(t) + p_i^{PI}(t) = 1$ 。当系统到达稳态时,则 $p_i^{PI}(t+1)_{t \rightarrow +\infty} = p_i^{PI}(t)_{t \rightarrow +\infty} = p_i^{PI}$ ,同理对于 $p_i^{CS}(t+1)$ ,  $p_i^{PS}(t+1)$ ,  $p_i^{WS}(t+1)$ ,  $q_i^C(t)q_i^W(t)$ ,  $q_i^P(t)$ ,在传染病爆发阈值附近,节点被感染的概率接近于零,由此得到 $p_i^{PI} = \epsilon_i \ll 1$ ,类似的方程 $q_i^C(t)$ ,  $q_i^W(t)$ ,  $q_i^P(t)$ 可以近似为:

$$\begin{aligned}
q_i^C(t) &= q_i^C \approx 1 - \beta^C \sum b_{ij} p_j^{PI}(t) = 1 - \eta_i^C, \\
q_i^W(t) &= q_i^W \approx 1 - \beta^W \sum b_{ij} p_j^{PI}(t) = 1 - \eta_i^W, \\
q_i^P(t) &= q_i^P \approx 1 - \beta^P \sum b_{ij} p_j^{PI}(t) = 1 - \eta_i^P,
\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\eta_i^C = \beta^C \sum b_{ij} p_j^{PI}(t)$ ,  $\eta_i^W = \beta^W \sum b_{ij} p_j^{PI}(t)$ ,  $\eta_i^P = \beta^P \sum b_{ij} p_j^{PI}(t)$ 。

由方程(7)和方程(8)忽略高阶 $O(\epsilon_i)$ 项(高阶无穷小项),得到

$$\begin{aligned}
p_i^{CS} &= p_i^{CS}(1-p_{cw}-p_{cp})\omega_i + p_i^{PS}p_{pc}\omega_i + p_i^{WS}p_{wc}\omega_i, \\
p_i^{PS} &= p_i^{CS}p_{cw}(1-\omega_i) + p_i^{CS}(1-p_{cw}-p_{cp})(1-\omega_i) + p_i^{CS}p_{cp} + p_i^{PS}(1-p_{pc}-p_{pw}) + \\
&\quad p_i^{PS}p_{pw}(1-\omega_i) + p_i^{PS}p_{pc}(1-\omega_i) + p_i^{WS}p_{wp} + p_i^{WS}p_{wc}(1-\omega_i) + p_i^{WS}(1-p_{wc}-p_{wp})(1-\omega_i), \\
p_i^{WS} &= p_i^{CS}p_{cw}\omega_i + p_i^{PS}p_{pw}\omega_i + p_i^{WS}(1-p_{wc}-p_{wp})\omega_i, \\
\mu\epsilon_i &= p_i^{CS}p_{cw}\omega_i\eta_i^W + p_i^{CS}p_{cw}(1-\omega_i)\eta_i^P + p_i^{CS}p_{cp}\eta_i^P + p_i^{CS}(1-p_{cw}-p_{cp})\omega_i\eta_i^C + \\
&\quad p_i^{CS}(1-p_{cw}-p_{cp})(1-\omega_i)\eta_i^P + p_i^{PS}p_{pw}\omega_i\eta_i^W + p_i^{PS}p_{pw}(1-\omega_i)\eta_i^P + p_i^{PS}p_{pc}\omega_i\eta_i^C + \\
&\quad p_i^{PS}p_{pc}(1-\omega_i)\eta_i^P + p_i^{PS}(1-p_{pc}-p_{pw})\eta_i^P + p_i^{WS}p_{wp}\eta_i^P + p_i^{WS}p_{wc}\omega_i\eta_i^C + \\
&\quad p_i^{WS}p_{wc}(1-\omega_i)\eta_i^P + p_i^{WS}(1-p_{wc}-p_{wp})\omega_i\eta_i^W + p_i^{WS}(1-p_{wc}-p_{wp})(1-\omega_i)\eta_i^P.
\end{aligned} \tag{9}$$

将方程(9)的前三项代入最后一项,整理方程(9)得到

$$\mu\epsilon_i = p_i^{PS}\eta_i^P + p_i^{WS}\eta_i^W + \eta_i^C p_i^{CS}, \tag{10}$$

将方程(8)代入方程(10)得到

$$\mu\epsilon_i = (p_i^{PS}\beta^P + p_i^{WS}\beta^W + \beta^C p_i^{CS}) \sum b_{ij} \epsilon_j, \tag{11}$$

由于 $\beta = \beta^C$ ,  $\beta^W = \beta \cdot k_1$ ,  $\beta^P = \beta \cdot k_2$ ,代入方程(11)计算得到

$$\mu \epsilon_i = \beta (p_i^{PS} k_2 + p_i^{WS} k_1 + p_i^{CS}) \sum b_{ij} \epsilon_j, \tag{12}$$

将方程(11)以矩阵形式表示,可以得到:

$$\sum_j \left\{ (p_i^{PS} k_2 + p_i^{WS} k_1 + p_i^{CS}) b_{ji} - \frac{\mu}{\beta} \alpha_{ji} \right\} \epsilon_j = 0, \tag{13}$$

其中  $\alpha_{ij}$  是单位矩阵的元素。

设矩阵  $M$  的每个元素  $p_i^{PS} k_2 + p_i^{WS} k_1 + p_i^{CS}$  将方程(13)的解转化为求解矩阵  $M$  的特征值。将  $\Delta_{\max}(M)$  表征为矩阵  $M$  的最大特征值,可以得到该模型的流行阈值为:

$$\beta_c^U = \frac{\mu}{\Delta_{\max}(M)}. \tag{14}$$

### 3 仿真结果

在本节中,将利用蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)模拟来验证 MMCA 分析结果的准确性,并分析传染病传播和传染病阈值。双层网络设置如下:个体行为层和传染病传播层,每层都使用无标度网络,假设都有 1 000 个节点,  $\langle k \rangle = 10$ 。下层的节点与上层对应的节点相连,利用 MMCA 和 MC 的计算结果通过 100 次实验平均获得。假设初始状态易感者  $S$  和感染者  $I$  的初始比例为 98% 和 2%,初始参数如下:  $\beta = 0.50, k_1 = 0.70, k_2 = 0.20, \delta = 0.50, \theta = 0.10, \mu = 0.50, x = 0.50, y = 0.25$ 。

图 4 为个体各种状态的比例,均为  $t$  时间该状态的数目/总节点数。图 4(a) 描述了不同的防护类型  $C, W, P$  比例随时间变化图,  $C$  状态个体数量占大多数,其次是  $W$  状态,三类流行病防护状态相互补充,达到模型一种相对平衡的状态。图 4(b) 是易感者-感染者-易感者(Susceptible-Infected-Susceptible, SIS)层个体状态变化图,可以看出整  $S-I$  状态的比例在一定时间后达到稳定状态。

图 5 为 MMCA 理论结果与 MC 模拟结果的对比。图 5(a) 和图 5(b) 分别为感染衰减因子  $k_1, k_2$  在不同数值下对应的最终状态感染者个体的比例。实验表明:MMCA 与 MC 模拟结果具有很好的 consistency。由图可以看出,当感染衰减因子越低,即现实情况中个体防护做得越好,最终感染比例较低。因此,政府呼吁个体做好更好的防护措施非常有必要。

当  $\delta = 0.20, 0.50, 0.80$  时,在不同  $\beta$  下对应的最终平衡状态  $I, C, W, P$  比例见图 6。由图 6(a) 可以看出随着  $\delta$  增大,最终状态下感染者的比例减小。图 6(b) 为最终状态  $C, W, P$  个体比例,可以看出随着  $\delta$  增大,最终状态下  $C$  状态个体减少,这说明了政府对于个体防护措施管控强度的影响。随着  $\beta$  增大,  $C$  状态个体减少,  $W, P$  状态个体在不断增大。由图可以看出,随着政府管控措施的增大,其最终感染比例较图 7—图 9 更低,因此强化对于个体防护措施的管控,能够更为有效遏制住流行病的传播。

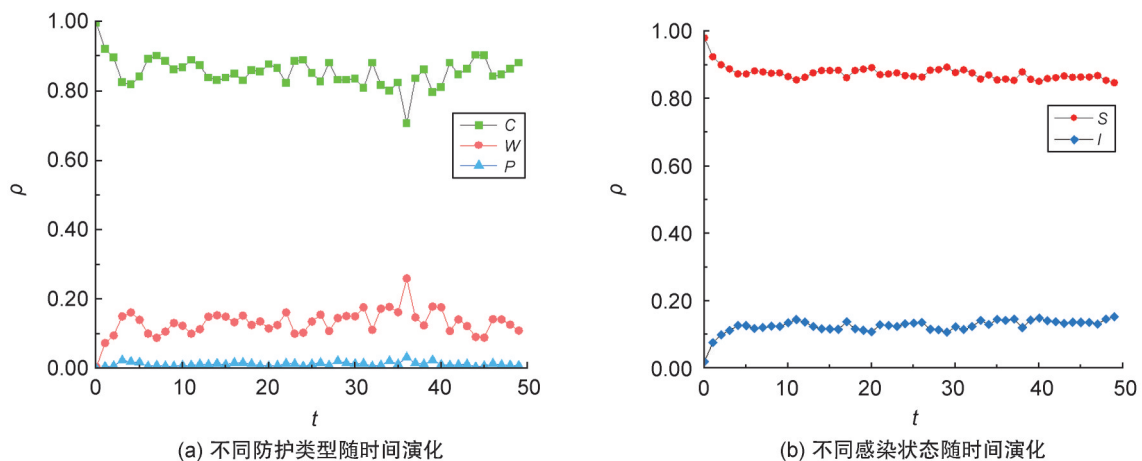


图 4 随时间  $t$  不同状态个体的稳定性  
**Fig. 4** Stability of individuals in different states over time  $t$

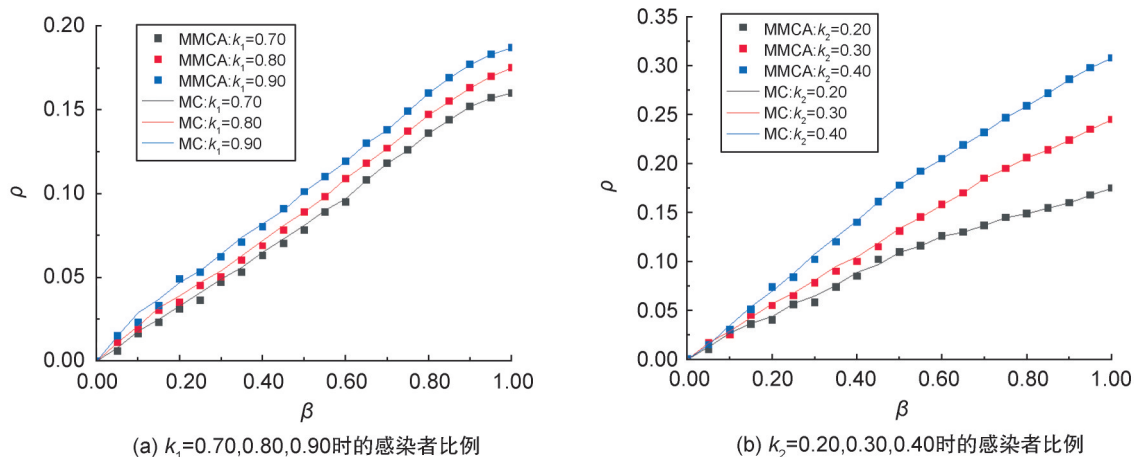


图5 MMCA与MC的分析结果比较

Fig. 5 Comparison of analytical results of MMCA and MC

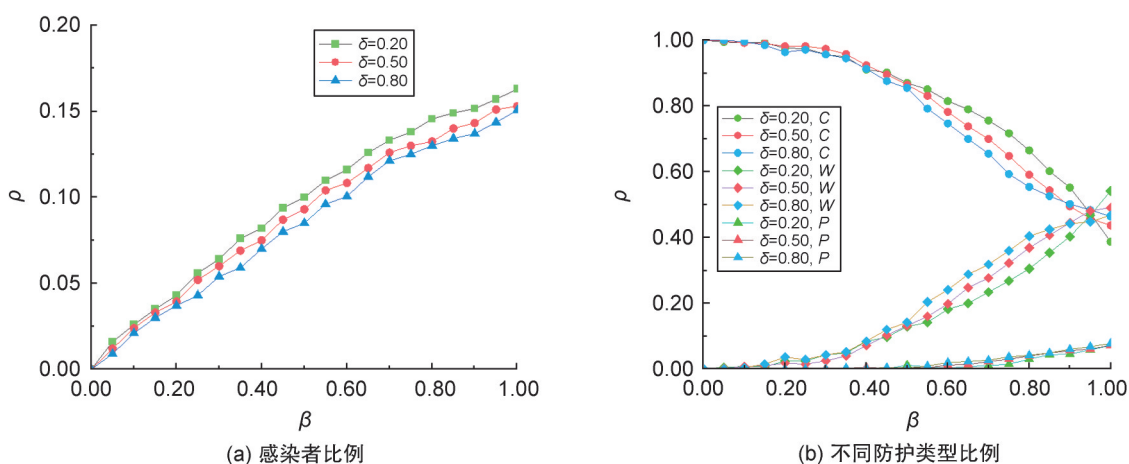


图6 当 $\delta = 0.20, 0.50, 0.80$ 时,系统稳定时各状态比例

Fig. 6 Proportion of each state when the system is stable when  $\delta = 0.20, 0.50, 0.80$

当 $\mu = 0.20, 0.50, 0.80$ 时,在不同 $\beta$ 下对应的最终平衡状态 $I, C, W, P$ 比例,如图7所示。由图7(a)可以看出随着 $\mu$ 增大,最终状态下感染者的比例明显减小。图7(b)为最终状态 $C, W, P$ 个体比例,可以看出随着 $\beta$ 增大, $C$ 状态个体迅速减少, $W, P$ 状态个体在不断增大,随着 $\mu$ 增大,最终状态下的 $C$ 状态个体增大,并且 $W, P$ 个体相对更少。由图7可以看出,随着 $\mu$ 增大,最终感染者比例也出现巨大的差异,因此及时救治感染者、减少感染群体数量能够有效降低稳定状态下的感染比例。

当 $\theta = 0.05, 0.10, 0.15$ 时,在不同 $\beta$ 下对应的最终平衡状态 $I, C, W, P$ 比例,如图8所示。由图8(a)可以看出随着 $\theta$ 增大,最终状态下感染者的比例升高,说明政府在流行病未蔓延开前进行管控有利于降低稳定状态下的感染者比例。图8(b)为最终状态 $C, W, P$ 个体比例,可以看出随着 $\theta$ 减小,平衡状态下的 $C$ 状态个体数增大,并且相对图6和图9的值也更高。这充分说明了当政府管控阈值降低时,在平衡状态下个体需要进行更高级别的防护措施现象越少, $P$ 状态也相对较小。随着 $\beta$ 增大, $C$ 状态个体减少, $W, P$ 状态个体在不断增大。

当 $y = 0.10, 0.25, 0.40$ 时,在不同 $y$ 下对应的最终平衡状态 $I, C, W, P$ 比例,如图9所示。由图9(a)可以看出随着 $y$ 增大,即个体对于自己的二级邻居情况的感染情况更加重视,最终状态下感染者的比例降低,这说明个体对于局部流行病形势的重视并且及时采取更有效的保护措施有利于总体流行病的防控。图9(b)为最终状态 $C, W, P$ 个体比例,可以看出随着 $\beta$ 增大, $C$ 状态个体减少,

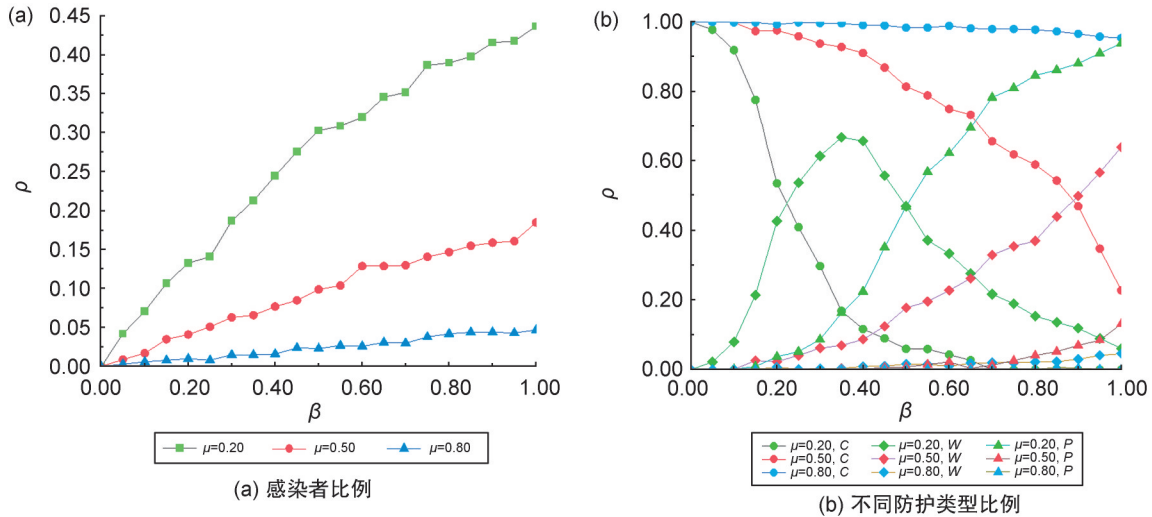


图7 当  $\mu = 0.20, 0.50, 0.80$  时,系统稳定时各状态比例

Fig. 7 Proportion of each state when the system is stable when  $\mu = 0.20, 0.50, 0.80$

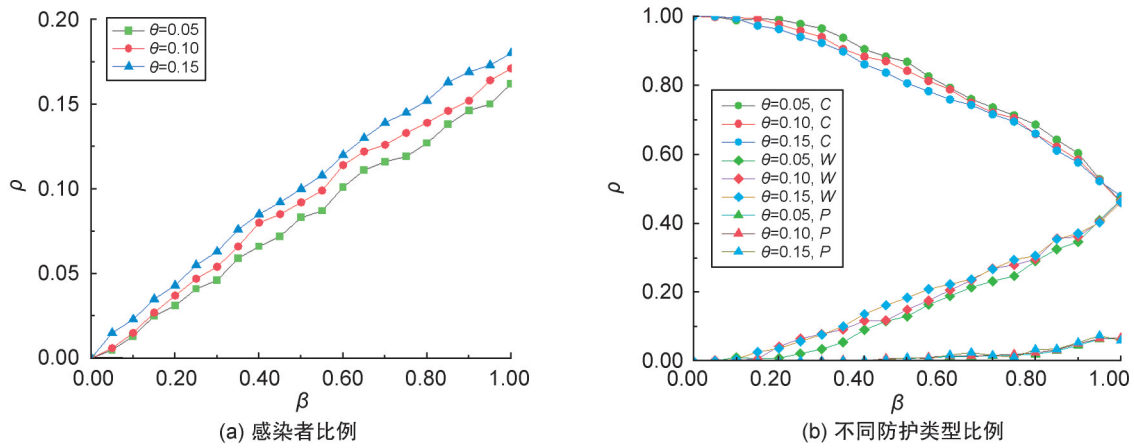


图8 当  $\theta = 0.05, 0.10, 0.15$  时,系统稳定时各状态比例

Fig. 8 Proportion of each state when the system is stable when  $\theta = 0.05, 0.10, 0.15$

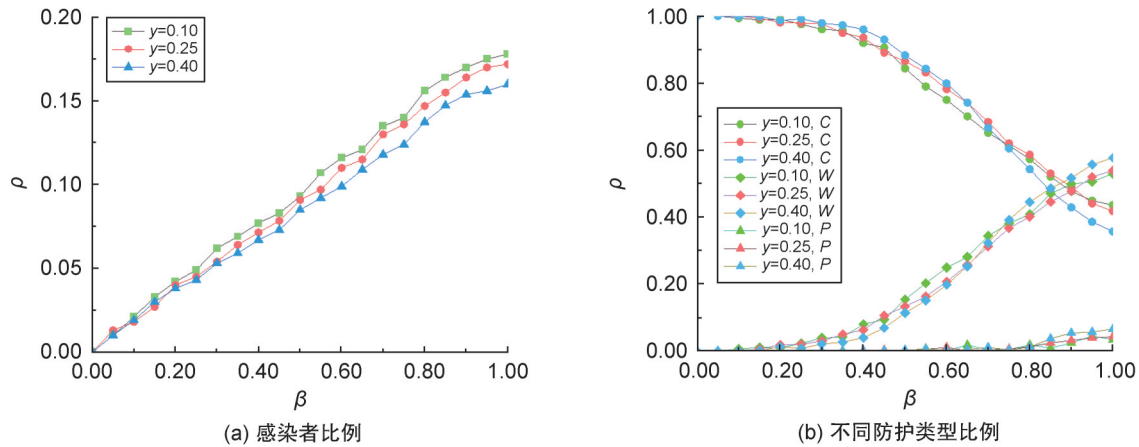


图9 当  $y = 0.10, 0.25, 0.40$  时,系统稳定时各状态比例

Fig. 9 Proportion of each state when the system is stable when  $y = 0.10, 0.25, 0.40$

W、P 状态个体在不断增大。随着  $y$  增大,最终状态下的 C 状态个体增大,并且 W、P 个体相对更少,这说明了对于局部流行病意识的增大并且及时做好防护,有利于流行病形势的防控,个体需要

进行严格防护措施的现象越少。

图10展示了不同参数对感染者比例影响的相图。由图可以看出,随着 $\mu$ 值增大,感染者比例减小,随着 $y$ 值增大,感染者比例减小,随着 $\theta$ 值增大,感染者比例增大,随着 $\delta$ 值增大,感染者比例减小。这与图6—图9的结果相一致,由此表明政府应当在流行病传播期间加强对于个体防护措施的管控,督促人们进行戴口罩、保持社交距离等,并且及时救治患病者也将使具有重复感染性病菌的最终群体状态感染比例降低。

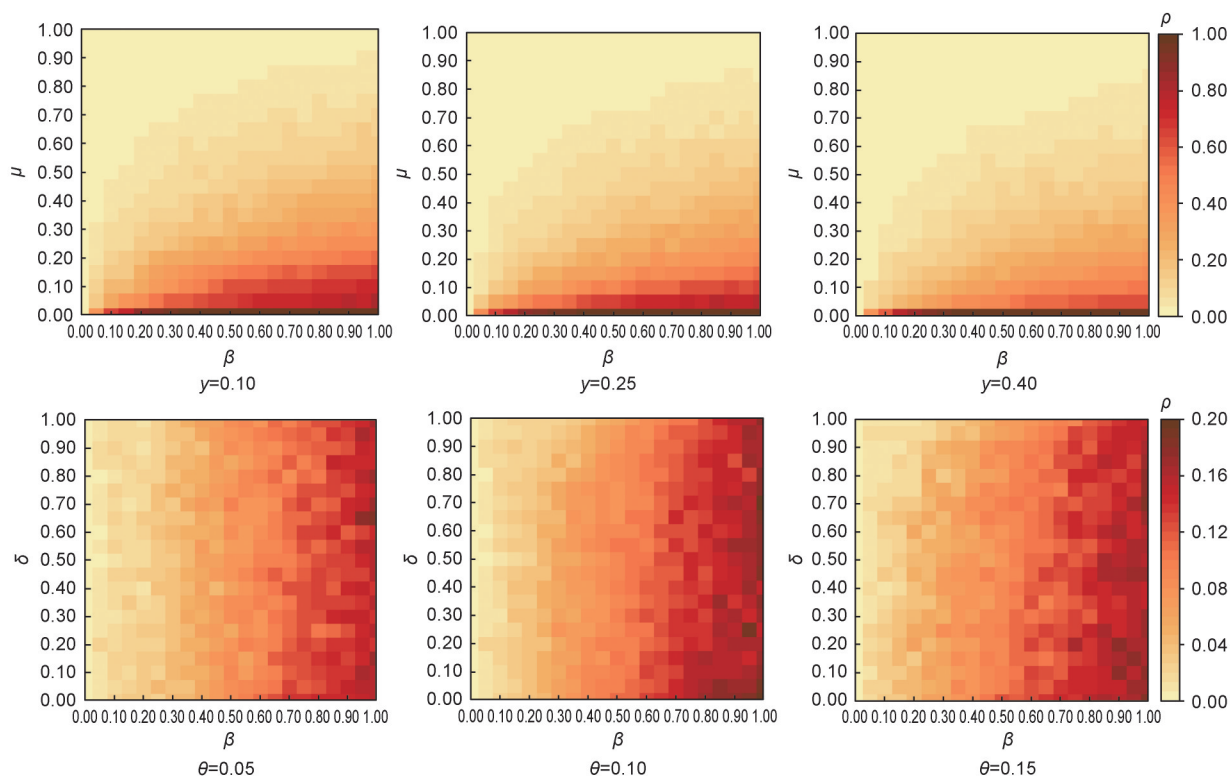


图10 不同 $y, \theta, \delta, \mu$ 参数下的感染者比例相图

Fig. 10 Scaled phase diagram of I states at different  $y, \theta, \delta, \mu$

图11展示了不同参数对传染病传播阈值的影响。由图可以看出:随着 $\mu$ 增大,阈值将增大。由图11(a)可以看出,随着 $x$ 增大,阈值增大,随着 $y$ 增大,阈值增大。这说明增大个体对于局部疫情信息的感知将对传染病传播有抑制作用。由图11(b)可以看出,随着 $\theta$ 增大,阈值减小,随着 $\delta$ 增大,阈值增大。这说明政府层面设立及时设置合理的风险预警阈值、加强对个体在传染病传播过程中的管控有利于抑制传染病传播。

#### 4 结论

在流行病传播期间,不同类型的信息影响着人们对流行病的看法、风险评估和应对流行病的方式,从众现象也影响着人们采取的防护措施。同时,政府的干预对于管理个人行为至关重要,它可以实施封锁、隔离和公共卫生运动等政策,强制或鼓励采取保护行动。因此,本文考虑了个体的邻居感染形势信息下的不同防护类型,基于三类社会关系和社会属性相似性的从众行为,结合政府的干预行为,研究了个体传染病防护与传染病传播之间的动态交互作用。结果表明:通过增加个体对局部流行病形势信息的感知,政府强化对传染病的管控力度、降低对传染病的管控阈值,可以有效控制流行病的最终感染者比例并提高传染病爆发阈值。本文所建立起基于社会网络及相似性的模型未对参数的不确定性进行讨论(如相似性影响权值、社会关系类型的比例值、个体对于

当前流行病形势信息的判断等),人们的社交关系以及流动性可能会发生变化,并且对于个体相似性的从众行为刻画也不够充足(如权威影响、个体独立性等),此外在流行病传播过程中会接触到包括社交媒体、专家意见和谣言等各类信息,这些都可能影响流行病的动态发展,未来可以考虑融入这些情景进行研究。

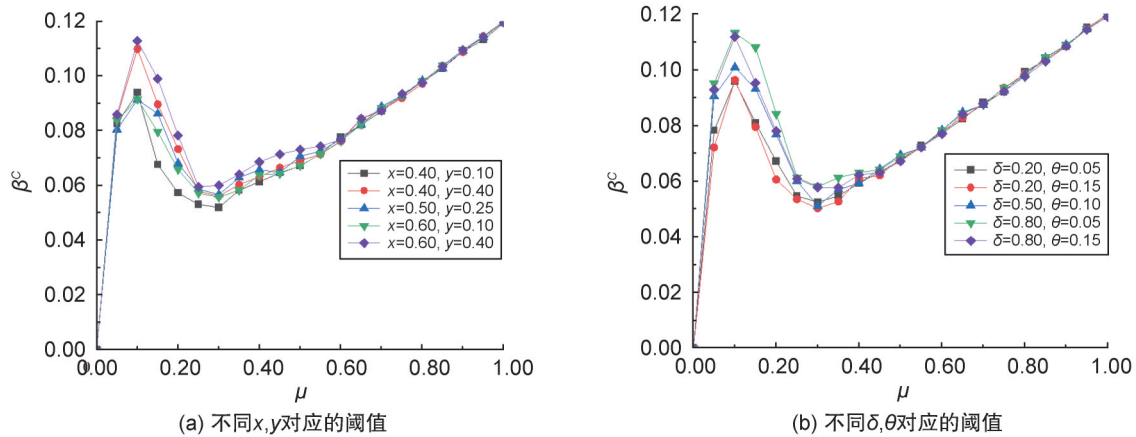


图 11 不同参数对应下的流行病爆发阈值

Fig. 11 Epidemic dynamics outbreak thresholds corresponding to different parameters

#### 参考文献:

- [1] MORENS D M, FOLKERS G K, FAUCI A S. The Challenge of Emerging and Re-emerging Infectious Diseases [J]. *Nature*, 2004, **430**(6996): 242–249. DOI: 10.1038/nature02759.
- [2] MOGHADAS S M. Modelling the Effect of Imperfect Vaccines on Disease Epidemiology[J]. *Discrete Contin Dyn Syst B*, 2004, **4**(4): 999–1012. DOI: 10.3934/dcdsb.2004.4.999.
- [3] CHEN M Y, WU Y H, JIN B S. Evaluation of the Canadian Government Policies on Controlling the COVID-19 Outbreaks[J]. *Stat Theory Relat Fields*, 2023, **7**(3): 223–234. DOI: 10.1080/24754269.2023.2201108.
- [4] WANG X J, LIANG Y, LI J H, et al. Modeling COVID-19 Transmission Dynamics Incorporating Media Coverage and Vaccination[J]. *Math Biosci Eng*, 2023, **20**(6): 10392–10403. DOI: 10.3934/mbe.2023456.
- [5] SUN Z K, ZHANG H Q, LIU Y Y. Bifurcation Analysis and Optimal Control of an SEIR Model with Limited Medical Resources and Media Impact on Heterogeneous Networks[J]. *Int J Bifurc Chaos*, 2024, **34**(13): 2450159. DOI: 10.1142/S0218127424501591.
- [6] BUONOMO B, GIACOBBE A. Oscillations in SIR Behavioural Epidemic Models: The Interplay between Behaviour and Overexposure to Infection[J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2023, **174**: 113782. DOI: 10.1016/j.chaos.2023.113782.
- [7] ZHOU L, HUANG P, BALDACCI R, et al. An Epidemics - Response - Logistics Model for Mutual Rescue during the Early Stage of Unconventional Epidemics[J]. *Int J Syst Sci Oper Logist*, 2025, **12**(1): 2457459. DOI: 10.1080/23302674.2025.2457459.
- [8] BOULAARAS S, RAMALINGAM R, GNANAPRAKASAM A J. SEIR Model for COVID-19: Stability of the Standard Coronavirus Factor and Controlmechanism[J]. *Eur Phys J Spec Top*, 2023, **232**(14): 2485–2495. DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00915-4.
- [9] WANG X, WU H L, TANG S Y. Assessing Age-specific Vaccination Strategies and Post-vaccination Reopening Policies for COVID-19 Control Using SEIR Modeling Approach[J]. *Bull Math Biol*, 2022, **84**(10): 108. DOI: 10.1007/s11538-022-01064-w.
- [10] YE Y, ZHANG Q P, RUAN Z Y, et al. Effect of Heterogeneous Risk Perception on Information Diffusion, Behavior Change, and Disease Transmission[J]. *Phys Rev E*, 2020, **102**(4): 042314. DOI: 10.1103/PhysRevE.102.042314.
- [11] SUN G W, JIN Z, MAI A L. Dynamics of a Two-patch SIR Model with Disease Surveillance Mediated Infection Force[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 2024, **132**: 107872. DOI: 10.1016/j.cnsns.2024.107872.
- [12] FENG M L, LIU L J, CHEN J X, et al. Heterogeneous Propagation Processes between Awareness and Epidemic on Signed Multiplex Networks[J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2024, **183**: 114858. DOI: 10.1016/j.chaos.2024.114858.

- [13] SUN Q Y, WANG Z S, ZHAO D W, *et al.* Diffusion of Resources and Their Impact on Epidemic Spreading in Multilayer Networks with Simplicial Complexes[J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2022, **164**: 112734. DOI: 10.1016/j.chaos.2022.112734.
- [14] LI D D, XIE W J, HAN D, *et al.* A Multi-information Epidemic Spreading Model on a Two-layer Network[J]. *Inf Sci*, 2023, **651**: 119723. DOI: 10.1016/j.ins.2023.119723.
- [15] HUANG H, XU Y, XING J L, *et al.* Social Influence or Risk Perception? A Mathematical Model of Self-protection Against Asymptomatic Infection in Multi-layer Network[J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2023, **166**: 112925. DOI: 10.1016/j.chaos.2022.112925.
- [16] GUO Q T, JIANG X, LEI Y J, *et al.* Two-stage Effects of Awareness Cascade on Epidemic Spreading in Multiplex Networks[J]. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 2015, **91**(1): 012822. DOI: 10.1103/PhysRevE.91.012822.
- [17] NIAN F Z, YANG Y. Effects of Individual Heterogeneity on Social Contagions[J]. *Chin Phys B*, 2024, **33**(5): 058705. DOI: 10.1088/1674-1056/ad225e.
- [18] ZHANG K B, HONG X, HAN Y X, *et al.* Interplay of Simplicial Information Propagation and Epidemic Spreading on Multiplex Metapopulation Networks[J]. *Chaos Solitons Fractals*, 2024, **180**: 114490. DOI: 10.1016/j.chaos.2024.114490.
- [19] DONG J L, HU J P, ZHAO Y Y, *et al.* Opinion Formation Analysis for Expressed and Private Opinions (EPOs) Models: Reasoning Private Opinions from Behaviors in Group Decision-making Systems[J]. *Expert Syst Appl*, 2024, **236**: 121292. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.121292.
- [20] DONG J L, HU J P, ZHAO Y Y, *et al.* Opinion Formation over Dynamic Hierarchical Networks with Acquaintances and Strangers: A Genetic Variation Based Double-mechanism Framework[J]. *Appl Soft Comput*, 2024, **158**: 111583. DOI: 10.1016/j.asoc.2024.111583.
- [21] CUMMING G S. Heterarchies: Reconciling Networks and Hierarchies[J]. *Trends Ecol Evol*, 2016, **31**(8): 622–632. DOI: 10.1016/j.tree.2016.04.009.
- [22] SHEN H, TU L L, WANG X J. The Influence of Emotional Tendency on the Dissemination and Evolution of Opinions in Two-layer Social Networks[J]. *Phys A Stat Mech Appl*, 2024, **641**: 129729. DOI: 10.1016/j.physa.2024.129729.