

基于信息熵的灰色-可拓决策模型

赵聪¹, 万仁霞^{1,2*}, 苗夺谦^{2,3}

(1. 北方民族大学 数学与信息科学学院, 宁夏 银川 750021;

2. 宁夏智能信息与大数据处理重点实验室, 宁夏 银川 750021;

3. 同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要:为解决物元可拓决策模型在处理关联度差异较小时决策结果模糊的问题,本文提出了一种基于信息熵的灰色-可拓决策模型,该模型通过信息熵评估物元可拓决策模型和灰色关联分析模型对分类结果的不确定性贡献,从而实现更科学的决策分析。模型结合了可拓关联函数和灰色关联函数,分别从单指标、多指标角度刻画样本与各等级之间的关联程度,并据此计算信息熵,最后,通过信息熵权重策略构建综合关联度评价模型。在布伦口-公格尔水电站地下洞室4个典型标段围岩质量分类评价的实证研究中,该模型实现了分类准确率100%,优于其他对比模型和方法。此外,该模型在健身俱乐部服务能力评价等4个跨领域应用中,其分类结果与实际情况的一致率也均达到100%,且关联度具有更好的稳定性,展现了所提出模型具有的良好鲁棒性。

关键词:物元可拓决策模型;灰色关联分析;动态权重策略;围岩质量评价

中图分类号:O223 文献标志码:A 文章编号:0253-2395(2026)01-0042-13

A Grey-extension Decision Model Based on Information Entropy

ZHAO Cong¹, WAN Renxia^{1,2*}, MIAO Duoqian^{2,3}

(1. School of Mathematics and Information Science, North Minzu University, Yinchuan 750021, China;

2. Ningxia Key Laboratory of Intelligent Information and Data Processing, Yinchuan 750021, China;

3. School of Electronics and Information Science, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: To address the issue of decision ambiguity in the matter-element extension decision model when handling those cases with small correlation differences, this paper proposes a grey-extension decision model based on information entropy. The model employs information entropy to evaluate the uncertainty contribution of the matter-element extension decision model and grey correlation analysis model to classification results, enabling more scientific decision analysis. By integrating the extension correlation function and grey correlation function, the model measures the correlation degree between samples and grades from both single-index and multi-index perspectives, calculates information entropy accordingly, and constructs a comprehensive correlation evaluation model via an information-entropy weighting strategy. In the empirical study on surrounding rock mass quality classification of four typical sections in the underground caverns of Bulungl-Gongur hydropower station, the proposed model achieved 100% classification accuracy, outperforming other comparative models and methods. Furthermore, in four different domain applications including fitness club service capability evaluation, the proposed model's classification results showed a 100% consistency rate with actual situations. The correlation degrees exhibited better stability, demonstrating the model's excellent robustness.

收稿日期:2025-06-30;修回日期:2025-09-10

基金项目:国家自然科学基金(62066001);宁夏科技领军人才项目(2022GKLRX08);宁夏自然科学基金(2021AAC03203)

作者简介:赵聪(1997-),女,河南商丘人,硕士研究生,研究方向为数据挖掘、三支决策和大数据分析。E-mail:zc1286535@163.com

* 通信作者:万仁霞(WAN Renxia),E-mail:wanrx1022@nmu.edu.cn

引文格式:赵聪,万仁霞,苗夺谦.基于信息熵的灰色-可拓决策模型[J].山西大学学报(自然科学版),2026,49(1):42-54. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2025092.

Key words: matter-element extension decision model; grey relational analysis; dynamic weighting strategy; surrounding rock quality evaluation

0 引言

随着社会的快速发展和科技的不断进步,决策分析在各个领域的重要性日益凸显。无论是企业的战略规划、项目的投资选择,还是在公共资源的分配、政策的制定与实施等方面,科学高效的决策分析已成为保障决策成效的关键因素。然而,当前的决策环境呈现出高度的复杂性和不确定性,这给决策分析工作带来了巨大的挑战。由我国学者蔡文教授^[1]创立的物元可拓决策理论,经过四十余年的理论发展与工程实践,已形成完备的方法论体系,尤其在处理多指标、多方案及模糊不确定信息方面展现出显著优势,并且在数据挖掘^[2]、机器学习^[3]、工程应用^[4-5]等众多领域获得广泛应用,成为多属性决策领域^[6-7]的重要方法。

物元可拓决策模型通过物元变换与关联函数构建,为复杂系统评价提供了形式化分析框架。近年来,围绕权重优化与边界模糊处理两大核心问题,学界开展大量工作并取得了重要突破。郝杰等^[8]提出非对称贴近度准则下的组合赋权方法,通过引入马氏距离改进贴近度函数,使得围岩质量评价的误判率降低12.6%;王伟等^[9]构建基于博弈论与可拓云模型的盾构掘进安全稳定性综合评价方法,通过组合赋权和可拓云模型计算,有效解决了评价指标间的模糊性与随机性问题;You等^[10]以龙岩市兰田村土楼改造项目为实证对象,运用可拓学的发散树、共轭对分析等方法解决设计矛盾问题,为建筑遗产的可持续更新提供了创新思路与实践参考;Peng等^[11]提出基于结构方程模型和物元可拓决策模型的耦合评估新模型,通过构建工作分解结构-脆弱性分解结构(Work Breakdown Structure-Vulnerability Breakdown Structure, WBS-VBS)框架实现建筑项目脆弱性因素的层次化分解,为公共服务建筑生命周期的风险管理提供科学依据;Wen等^[12]运用物元可拓决策模型和熵权法,构建了涵盖35个指标的建筑行业高质量发展评价体系,对浙江省11个城市进行了实证评估,揭示了城市间发展的不平衡性;王君宇等^[13]提出的可拓序贯三支决策模型,通过建立动态阈值调整机制,有效解决了水资源承载力评价中多源异质数据的融合难题。这些研究共同推动可拓理论从静态单维度评价向动态多属性决策方向演进。

灰色关联分析作为一种有效的系统分析工具,在多个领域的复杂问题解决中展现出显著适用性^[14-16]。曾彦伟等^[17]构建基于熵权灰色关联组合模型的环境、社会和治理(Environmental, Social, and Governance, ESG)评价体系,通过构建环境、社会、治理三个准则层的多级指标体系,运用熵权法确定权重,并结合灰色关联分析量化ESG表现与税收收入的动态关联;黄晓銮等^[18]提出层次分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP)-灰色关联度模型用于路基智能压实质量的评估,该模型求解的最优压实检测值(Model Recommended Value, MR)相比现有检测指标(Measured Value, MV),与传统压实指标相关性更强,且数据离散性更低,能更准确反映真实压实情况;蒋海岩等^[19]提出基于灰色关联分析的多级模糊评判模型用于优选压裂方案,通过综合考量储层和裂缝参数的影响,利用灰色关联法确定指标权重并建立二级综合评判模型,实现压裂方案的科学化评价。

物元可拓决策模型通过物元构建、关联度计算和可拓变换机制,为矛盾问题提供了系统性的解决方案。然而,随着实际决策问题的日益复杂,该模型的局限性也逐渐暴露出来,主要表现在以下方面:(1)物元可拓决策模型仅依赖关联函数量化样本与等级区间的隶属度,当不同等级的关联度值差异较小时,样本优先级的判定将面临困难,进而导致决策结果的模糊性增强;(2)模型未能充分考虑多指标间的协同或冲突效应,仅孤立分析各指标将导致综合评估结果的系统性偏差;(3)模型缺乏对数据动态波动的自适应机制,难以应对复杂工程场景下的实时决策需求。

针对物元可拓决策模型的上述问题,本文构建了一种基于信息熵的灰色-可拓决策模型。其核心创新如下:(1)临界样本优化机制:对关联度接近的样本引入灰色关联度进行二次验证,通过

双重关联度分析提升分类准确性;(2)多维度关联融合机制:融合灰色关联分析方法,弥补可拓关联分析仅单一考虑指标权重的局限性,实现多指标协同效应的综合评估;(3)动态权重分配机制:利用信息熵^[20]评估可拓关联度与灰色关联度的不确定性贡献,通过动态分配权重方法来避免单一关联度带来的评估偏差。本文提出的模型既保留了可拓关联函数“可以量化样本归属等级”这一优势,又通过引入灰色关联函数有效弥补了物元可拓决策模型在关联度接近时无法准确决策的缺陷,实验结果进一步验证了本文提出的模型在评价准确性和结果区分度方面具有显著优势。

1 预备知识

本节回顾了物元理论、可拓关联函数、灰色关联分析和信息熵等概念。

1.1 物元可拓决策模型

物元可拓决策模型适用于对不相容问题的决策,其理论体系以可拓集合理论作为核心数学框架,通过关联函数对决策系统中各要素间的协调程度进行量化评估,并借助物元变换方法将原本矛盾的问题转化为可协调状态,最终生成可行的决策策略。

定义 1^[21] 物元由事物(N)、特征(C)和量值(V)三部分组成,可以表示为一个有序三元组,记为:

$$E=(N, C, V)。 \quad (1)$$

在运用可拓论解决现实问题时,通常将事物分为经典域物元、节域物元、待评物元。

定义 2^[21] 经典域物元表示为

$$E_o = \begin{pmatrix} O_i & c_1 & (a_1, b_1) \\ & \cdots & \cdots \\ & c_n & (a_n, b_n) \end{pmatrix}。 \quad (2)$$

其中 O_i 为评价中的第 i 个等级, c 为各个指标名称, (a_*, b_*) 为在 i 等级下各个指标的取值范围。

定义 3^[21] 节域物元表示为

$$E_p = \begin{pmatrix} O & c_1 & (\omega_1, \omega_1) \\ & \cdots & \cdots \\ & c_n & (\omega_n, \omega_n) \end{pmatrix}。 \quad (3)$$

其中 O 为等级评价中的全体, c 为各个指标名称, (ω_*, ω_*) 为各个指标在所有等级下的取值范围。

定义 4^[21] 待评物元表示为

$$E_s = \begin{pmatrix} U & c_1 & v_1 \\ & \cdots & \cdots \\ & c_n & v_n \end{pmatrix}。 \quad (4)$$

其中 U 为样本所对应等级, c_* 为各个指标名称, v_* 为待评样本关于各个指标的具体取值。

定义 5^[22] 可拓关联函数公式为

$$K_j = \begin{cases} \frac{-\rho(x^*(i, j), V_{oj})}{|V_{oj}|} & x^*(i, j) \in V_{oj} \\ \frac{-\rho(x^*(i, j), V_{oj})}{\rho(x^*(i, j), V_{pj}) - \rho(x^*(i, j), V_{oj})} & x^*(i, j) \notin V_{oj} \end{cases}, \quad (5)$$

其中 $K_j(x_i)$ 表示第 i 个样本、第 j 个指标的关联度。各个指标值到各评价等级范围值的距定义为:

$$\rho(x^*(i, j), V_{oj}) = |x^*(i, j) - \frac{(v_{oj}^{\min} + v_{oj}^{\max})}{2}| - \frac{(v_{oj}^{\max} - v_{oj}^{\min})}{2}, \quad (6)$$

$$\rho(x^*(i, j), V_{pj}) = |x^*(i, j) - \frac{(v_{pj}^{\min} + v_{pj}^{\max})}{2}| - \frac{(v_{pj}^{\max} - v_{pj}^{\min})}{2}。 \quad (7)$$

可拓关联函数作为可拓评价方法的核心分析工具,其本质是通过量化样本与各评价等级的关

联程度,实现样本所属等级的判定。基于可拓关联函数理论与物元定义体系,可拓关联度的标准化计算流程^[22]如下:

步骤1 确定评价指标和等级:选择能够全面反映评价对象特性的指标,并根据实际需要,将评价对象划分为不同的等级;

步骤2 根据问题特征分别构造经典域物元、节域物元和待评物元;

步骤3 指标权重的计算:常用的权重方法有熵权法和主成分分析法,本文采用主成分分析法^[23]对指标权重进行求解;

步骤4 根据公式(5)求解待评样本的各个指标关于各等级的关联度;

步骤5 计算待评样本关于各指标等级的综合关联度,综合关联度公式为:

$$K_t(d_0) = \sum_{j=1}^m \omega_j K_t(x_0) \quad (8)$$

1.2 灰色关联分析

灰色关联分析是一种多因素统计分析方法^[24],其核心机制在于用灰色关联度为量化指标,实现变量间的关系强度评估与重要性排序。该理论基石建立在时间序列曲线几何相似性分析基础之上,认为数据序列几何形态的趋近程度与变量间关联强度呈正相关关系:当序列几何形态趋近时,关联度数值升高;当形态差异增大时,关联度数值相应降低。灰色关联度计算流程^[25]如下:

步骤1 数据无量纲化。为便于计算,必须把数据进行无量纲化处理,极值化法^[8]对数据进行无量纲化的公式为:

$$q'_{ij} = \begin{cases} \frac{q_{ij} - q_j^{\min}}{q_j^{\max} - q_j^{\min}} & (\text{越大越好的指标}), \\ \frac{q_j^{\max} - q_{ij}}{q_j^{\max} - q_j^{\min}} & (\text{越小越好的指标}). \end{cases} \quad (9)$$

步骤2 确定参考序列和比较序列。选择一个理想的比较标准作为参考数据列,通常是各指标的最优值、最劣值或其他根据评价目的选定的参照值,本文选取区间值的中值作为参照值。

步骤3 计算关联系数。首先,计算差值序列

$$\Delta(x_i, x_0) = |x'_{i,j} - x'_{0,j}| \quad (10)$$

其中第*i*个比较序列,即每个待评样本的各个参数值构成的序列, x_0 表示参考序列,即某个等级的各指标参数值构成的序列; $\Delta(x_i, x_0)$ 表示比较序列 x_i 与参考序列 x_0 在某个指标上的绝对差。其次,确定两级最小差与最大差:

$$\Delta_{\min} = \min \Delta(x_i, x_0), \quad (11)$$

$$\Delta_{\max} = \max \Delta(x_i, x_0) \quad (12)$$

步骤4 计算关联系数

$$\gamma(x_i, x_0) = \frac{\Delta_{\min} + \varphi \Delta_{\max}}{\Delta(x_i, x_0) + \rho \Delta_{\max}} \quad (13)$$

其中 φ 为分辨系数,通常取0.5, $\gamma(x_i, x_0)$ 为比较序列 x_i 与参考序列 x_0 之间的灰色关联系数,取值通常在 $[0, 1]$ 之间,值越接近于1,表示比较序列与参考序列之间的关联度越高;

步骤5 计算综合灰色关联度。综合灰色关联度公式为:

$$R_i = \sum_{k=1}^m \omega_k \times \gamma_i(k), \quad (14)$$

其中 $\gamma(k)$ 表示比较序列关于第*k*个等级的关联度, m 为指标个数, ω_k 为各指标权重, $\gamma_i(k)$ 表示第*i*个样本关于第*k*个等级的灰色关联度。

1.3 信息熵

在信息论中,信息熵^[26]为随机变量不确定性的量化提供了一种科学的方法。它刻画了在未知

随机变量具体取值时,其可能状态所蕴含的平均不确定性水平:信息熵越大,表示随机变量的不确定性越高,需要更多的信息来描述它。信息熵计算公式如下:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i), \quad (15)$$

其中 X 为随机变量,其所有可能取值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 对应的概率分别为 p_1, p_2, \dots, p_n , 其中 $p_i \geq 0$, 且 $\sum_{i=1}^n p_i = 1$; b 是对数的底数,通常取 2。

2 基于信息熵的灰色-可拓决策模型

由于可拓关联度仅考虑样本关于各属性等级的关联度,存在孤立评估指标权重的局限性,而灰色关联度能够综合考虑多个指标之间的相互影响,弥补了这一不足。因此,本文通过引入灰色关联度来改进物元可拓决策模型,并以可拓关联度和灰色关联度的信息熵^[27]权重来综合评价样本等级的特性,进而提升样本分类决策的准确性。

2.1 灰色-可拓信息关联度

定义6 设决策系统中共有 m 个样本和 n 个等级,可拓综合关联度矩阵为 $K = [k_{ij}]_{m \times n}$, 其中 k_{ij} 表示第 i 个样本对第 j 个等级的关联度。对每个样本的关联度进行标准化、归一化处理,使其满足 $0 \leq k'_{ij} \leq 1$, 且 $\sum_{j=1}^n k_{ij} = 1 (\forall i = 1, 2, \dots, m)$, 对于每一个样本 i , 其可拓信息熵定义为:

$$E_{K,i} = -\sum_{j=1}^n k'_{ij} \log_2(k'_{ij} + \epsilon), \quad (16)$$

其中 $\epsilon > 0$ 为极小常数,用于避免 $k'_{ij} = 0$ 时的数值奇异性。

定义7 设灰色关联度矩阵 $R = [r_{ij}]_{m \times n}$, 其中 r_{ij} 表示第 i 个样本对第 j 个等级的灰色关联度,对每个样本的灰色关联度进行标准化和归一化处理,使其满足 $0 \leq r'_{ij} \leq 1$, 且 $\sum_{j=1}^n r_{ij} = 1 (\forall i = 1, 2, \dots, m)$, 对每个样本 i , 其灰色信息熵定义为:

$$E_{R,i} = \sum_{j=1}^n r'_{ij} \log_2(r'_{ij} + \epsilon), \quad (17)$$

其中 $\epsilon > 0$ 为极小常数,用于避免 $r'_{ij} = 0$ 时的数值奇异性。

定义8 设 E_R 和 E_K 分别为灰色信息熵和可拓信息熵,定义灰色-可拓信息熵权重为:

$$\alpha = \frac{1 - E_K}{(1 - E_K) + (1 - E_R)}, \quad (18)$$

设

$$\beta = \frac{1 - E_R}{(1 - E_K) + (1 - E_R)}. \quad (19)$$

则 α 和 β 值域均为 $[0, 1]$, 且满足归一化约束 $\alpha + \beta = 1$; α 表示可拓关联度分布偏离均匀性的程度,值越大表明可拓关联特征越显著; β 表示灰色关联度分布均匀性程度,值越大表明灰色关联特征越显著。

定义9 灰色-可拓关联度 T_i 定义为两类关联度的线性组合:

$$T_i = \alpha K_i + \beta R_i, \quad (20)$$

其中 T_i 为综合指标,其值越大,表明样本在可拓确定性或灰色模糊性中的综合关联强度越高。 α 和 β 通过熵值的逆向映射动态平衡两类关联度的贡献,当 α 无限接近于 1 时(这时 β 无限接近于 0),可拓关联度主导决策;当 α 无限接近于 0 时(这时 β 无限接近于 1),灰色关联度主导决策。

2.2 基于信息熵的灰色-可拓决策模型

本文提出一种基于信息熵的灰色-可拓决策模型,其基本思想是:首先通过信息熵求出灰色关联度和可拓关联度权重,并以二者的线性组合构建综合关联度,最终依据综合关联度实现对样本分类。具体实施流程如下:

输入:各指标等级值、待评样本的指标参数值;

输出:样本的综合关联度及最终分类结果。

步骤1 根据评价等级定义构建经典域物元、节域物元和待评样本物元;

步骤2 调用“可拓关联度的标准化计算流程”得到待评样本的可拓综合关联度;

步骤3 调用“灰色关联度计算流程”得到待评样本的综合灰色关联度;

步骤4 对每个样本的可拓关联度和灰色关联度分别进行标准化和归一化处理。

标准化公式为:

$$\varphi'_{ij} = \frac{\varphi_{ij} - \min(\varphi_{i,j})}{\max(\varphi_{ij}) - \min(\varphi_{i,j})}, \quad (21)$$

归一化公式为:

$$\varphi'_{ij} = \frac{\varphi_{ij}}{\sum_{j=1}^n \varphi_{ij}}, \quad (22)$$

其中 φ_{ij} 表示第 i 个样本关于第 j 个等级关联度;

步骤5 以归一化后的等级关联度 φ_{ij} 构建关联度矩阵,再根据公式(16)和公式(17)分别计算信息熵 E_K 和 E_R ;

步骤6 根据公式(18)和公式(19)计算样本的权重 α 和 β ;

步骤7 根据公式(20)计算灰色-可拓综合关联度,并做出决策,若

$$i_o = \arg \max(T_i),$$

则样本 i 与第 i_o 个等级具有最大关联度,样本划归为 i_o 等级所对应的类别。

3 案例分析

本文以布伦口-公格尔水电站地下洞群4个具有典型地质特征的标段为研究对象^[22],验证基于信息熵的灰色-可拓决策模型在围岩质量动态评价中的显著优势。

3.1 数据特征

本文选取单轴抗压强度、岩石质量指标、岩体完整性系数、地下水渗水量、岩体声波速度和结构面走向与洞轴线夹角等6个关键指标,对围岩质量进行全面的评估,并将岩体质量分为五个等级。各指标等级划分见表1^[28]。

表1 围岩质量指标参数值

Table 1 Parameters of surrounding rock quality index

围岩级别	单轴抗压强度/ MPa	岩石质量指标/ %	体积完整性 系数	地下水渗水量/ (L/(min·10 m))	岩体声波速度/ (m/s)	结构面走向与 洞轴线夹角/(°)
I	150~200	90~100	0.75~1.0	0~25	5 000~7 500	75~90
II	125~150	75~90	0.55~0.75	25~50	4 000~5 000	60~75
III	90~125	50~75	0.30~0.55	50~100	2 500~4 000	45~60
IV	40~90	25~50	0.15~0.30	100~125	2 000~2 500	30~45
V	10~40	0~25	0~0.15	125~200	100~2 000	0~30

根据布伦口-公格尔水电站地下洞室设计地质勘察报告,得到4个典型标段的6个围岩质量指标参数值(见表2)。

表2 各标段围岩指标参数值

Table 2 Parameter values of surrounding rock index of each section

围岩 标段	单轴抗压强度/ MPa	岩石质量指标/ %	体积完整性 系数	地下水渗水量/ (L/(min·10 m))	岩体声波速度/ (m/s)	结构面走向与 洞轴线夹角/(°)
1#	127	81	0.68	47	5 200	63
2#	106	68	0.57	73	3 500	54
3#	78	51	0.62	112	2 900	41
4#	83	49	0.45	105	3 200	32

3.2 决策模型构建

根据灰色-可拓决策模型的“具体实施流程”和以上围岩数据信息,建立围岩质量评价决策模型,具体过程如下:

步骤1 对照布伦口-公格尔水电站地下洞室围岩数据样本及指标等级,确定经典域物元、节域物元和待评物元;

经典域物元为:

$$E_o = \begin{bmatrix} R_i & c_1 & (150, 200) & (125, 150) & (90, 125) & (40, 90) & (10, 40) \\ & c_2 & (90, 100) & (75, 90) & (50, 75) & (25, 50) & (0, 25) \\ & c_3 & (0.75, 1.0) & (0.55, 0.75) & (0.3, 0.55) & (0.15, 0.3) & (0, 0.15) \\ & c_4 & (0, 25) & (25, 50) & (50, 100) & (100, 125) & (125, 200) \\ & c_5 & (5\,000, 7\,500) & (4\,000, 5\,000) & (2\,500, 4\,000) & (2\,000, 2\,500) & (100, 2\,000) \\ & c_6 & (75, 90) & (60, 75) & (45, 60) & (100, 2\,000) & (0, 30) \end{bmatrix},$$

节域物元为:

$$E_p = \begin{bmatrix} R & c_1 & (10, 200) \\ & c_2 & (0, 100) \\ & c_3 & (0, 1.0) \\ & c_4 & (0, 200) \\ & c_4 & (100, 7\,500) \\ & c_6 & (0, 90) \end{bmatrix},$$

待评物元为:

$$E_1 = \begin{bmatrix} U & c_1 & 127 \\ & c_2 & 81 \\ & c_3 & 0.68 \\ & c_4 & 47 \\ & c_4 & 5\,200 \\ & c_6 & 63 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} U & c_1 & 106 \\ & c_2 & 68 \\ & c_3 & 0.57 \\ & c_4 & 73 \\ & c_4 & 3\,500 \\ & c_6 & 54 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} U & c_1 & 78 \\ & c_2 & 51 \\ & c_3 & 0.62 \\ & c_4 & 112 \\ & c_4 & 2\,900 \\ & c_6 & 41 \end{bmatrix}, E_4 = \begin{bmatrix} U & c_1 & 83 \\ & c_2 & 49 \\ & c_3 & 0.45 \\ & c_4 & 105 \\ & c_4 & 3\,200 \\ & c_6 & 32 \end{bmatrix}.$$

步骤2 根据主成分分析法确定各指标权重,结果如表3所示;

表3 围岩指标权重值

Table 3 Weight values of surrounding rock index

符号	指标	权重
c_1	单轴抗压强度/MPa	0.18
c_2	岩石质量指标/%	0.16
c_3	体积完整性系数	0.16
c_4	地下水渗水量/(L/(min·10m))	0.17
c_5	岩体声波速度/(m/s)	0.15
c_6	结构面走向与洞轴线夹角/(°)	0.18

步骤3 根据公式(5)—公式(7),求得可拓关联度(表4),标准化、归一化后处理的结果如表5所示;

表4 各标段围岩可拓关联度值

Table 4 Extension correlation values of surrounding rock for each section

围岩标段	可拓关联度				
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_{IV}	K_V
1#	-0.221	0.179	-0.169	-0.490	-0.609
2#	-0.349	-0.129	0.320	-0.261	-0.434
3#	-0.435	-0.240	-0.042	0.078	-0.305
4#	-0.459	-0.327	0.055	0.022	-0.265

表5 可拓关联度归一化值

Table 5 Normalized values of extension correlation

围岩标段	可拓关联度				
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_{IV}	K_V
1#	0.224	0.454	0.254	0.069	0.000
2#	0.064	0.232	0.573	0.131	0.000
3#	0.000	0.158	0.319	0.417	0.106
4#	0.000	0.100	0.389	0.364	0.147

步骤4 根据公式(11)—公式(14),求得灰色关联度(表6),归一化后的结果见表7;

表6 各标段围岩灰色关联度值

Table 6 Grey correlation values of surrounding rock for each section

围岩标段	灰色关联度				
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_{IV}	K_V
1#	0.754	0.805	0.890	0.909	0.954
2#	0.700	0.835	0.707	0.845	0.557
3#	0.561	0.570	0.623	0.501	0.784
4#	0.947	0.922	0.926	0.813	0.656

表7 灰色关联度归一化值

Table 7 Normalized values of grey correlation

围岩标段	灰色关联度				
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_{IV}	K_V
1#	0.175	0.187	0.206	0.211	0.221
2#	0.192	0.229	0.194	0.232	0.153
3#	0.185	0.187	0.205	0.165	0.258
4#	0.222	0.216	0.217	0.191	0.154

步骤5 根据公式(16)—公式(19),求得灰色-可拓信息熵权重值,结果见表8;

表8 灰色-可拓信息熵权重值

Table 8 Weight values of grey-extension information entropy

围岩标段	基于信息熵的权重值	
	可拓关联度权重值	灰色关联度权重值
1#	0.369	0.631
2#	0.310	0.690
3#	0.385	0.615
4#	0.379	0.621

步骤6 将上述权重结果代入公式(20)和公式(23),得到综合关联度值和最终决策结果(表9)。

表9 各标段围岩灰色-可拓关联度综合值

Table 9 Grey-extension correlation comprehensive values of surrounding rock for each section

围岩标段	综合关联度					分类结果
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_{IV}	K_V	
1#	0.193	0.285	0.224	0.158	0.140	II
2#	0.152	0.230	0.312	0.201	0.105	III
3#	0.114	0.176	0.249	0.262	0.199	IV
4#	0.138	0.172	0.282	0.256	0.151	III

根据表9中的数据可以看出,1#标段在等级II处的综合关联度最大,这表明它与II类围岩的关联度最高,因此被确定为II类围岩;对于2#标段,其综合关联度在等级III处达到最大值,意味着它与III类围岩的关联度最高,所以被归类为III类围岩;3#标段的综合关联度在等级IV处表现最为显著,这表明其与IV类围岩的关联度最高,最终被划分为IV类围岩;最后,4#标段的综合关联度在等级III处达到峰值,说明它与III类围岩的关联度最高,因此被判定为III类围岩。

3.3 模型比较

为进一步验证基于信息熵的灰色-可拓决策模型在围岩质量动态评价应用中的有效性,本文将分别与其物元可拓决策模型、贴近可拓方法、野外现场定性分级法(QC法)以及岩体基本质量分级法(BQ法)等方法进行分类结果的对比。对比结果如表10所示。

表10 围岩质量分类结果对比

Table 10 Comparison of classification results of the mass of surrounding rock

围岩标段	本文模型	设计资料给出类别 ^[8]	物元可拓决策法 ^[23]	贴近可拓法 ^[23]	QC法 ^[23]	BQ法 ^[23]
1#	II	II	II	II	II	II
2#	III	III	III	III	III	III
3#	IV	IV	IV	IV	IV	IV
4#	III	III	IV	IV	IV	IV

从表10可以直观看出,本文模型对1#、2#和3#标段的分类结果与其他方法完全一致;而对于4#标段,本文模型将4#标段分类为III类,而其他方法将其分类为IV类,本文模型在处理4#标段时,能够更准确地反映设计资料^[8]给出的类别,这进一步表明了本文方法在围岩质量评价中的适用性和可靠性。

4 实验与结果分析

为验证所提出模型对不同数据对象的泛化能力,本文将该模型与物元可拓决策模型在健身俱乐部服务能力评价^[29]、体育馆火灾风险评价^[30]、石油储罐风险评价^[31]及2023年西安市城市空气质量评价^[32]等场景中开展对比实验,得到如图1—图4所示结果。其中绿色折线“Matter Element Extension Model”代表“物元可拓决策模型”;红色折线“Proposed Model”代表“本文模型”。

从图1—图4可以看出,基于信息熵的灰色-可拓决策模型与物元可拓决策模型在健身俱乐部服务能力评价、体育馆火灾风险评价、石油储罐风险评价及2023年西安市城市空气质量评价等研究中,分类结果(Grade)具有一致性。然而,两种模型的关联度结果呈现较大差异:物元可拓决策模型的等级划分曲线波动较大,而基于信息熵的灰色-可拓决策模型则表现出更高的平稳性。这一现象表明,基于信息熵的灰色-可拓模型通过融合多因素间的关联性,有效降低了单一因素波动对整体评估的影响,从而增强了结果的稳定性。这种特性不仅能够减少误判风险,还能为决策者提供更可靠的等级划分依据,尤其在复杂多变的实际场景中,其综合性与鲁棒性优势更为突出。

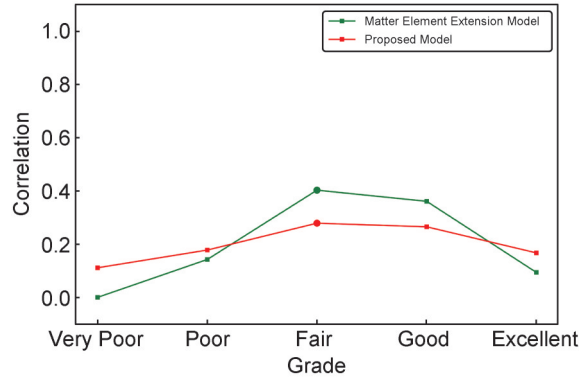


图1 “健身俱乐部服务能力评价”关联度结果对比

Fig. 1 Comparison of correlation degrees in "Fitness club service capability evaluation"

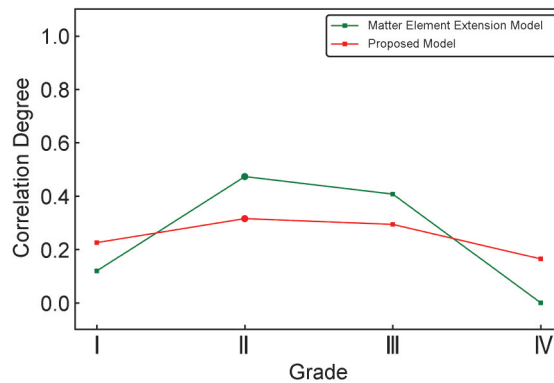


图2 “体育馆火灾风险评价”关联度结果对比

Fig. 2 Comparison of correlation degrees in "Gym fire risk evaluation"

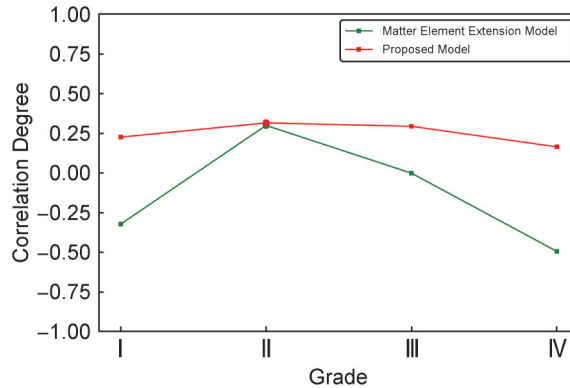


图3 “石油储罐风险评价”关联度结果对比

Fig. 3 Comparison of correlation degrees in "Petroleum tank farm risk evaluation"

5 结论

本文提出了一种基于信息熵的灰色-可拓决策模型,通过动态融合可拓关联分析与灰色关联分析,有效解决了物元可拓决策模型在处理样本关联度接近时无法精准决策的问题。模型引入信息熵理论,量化可拓关联度与灰色关联度对分类结果的不确定性贡献,并构建权重调整的动态机制,显著提升了决策的准确性和鲁棒性。在布伦口-公格尔水电站围岩质量评价实证研究中,该模型分类结果与工程勘察数据完全一致,优于其他对比模型和方法,展现了其在处理关联度差异小的“临界样本”时的优势。在多个异质化应用场景中的对比实验表明,本文所提出模型的分类能力展现出良好的鲁棒性,进一步验证了多指标协同分析的有效性。

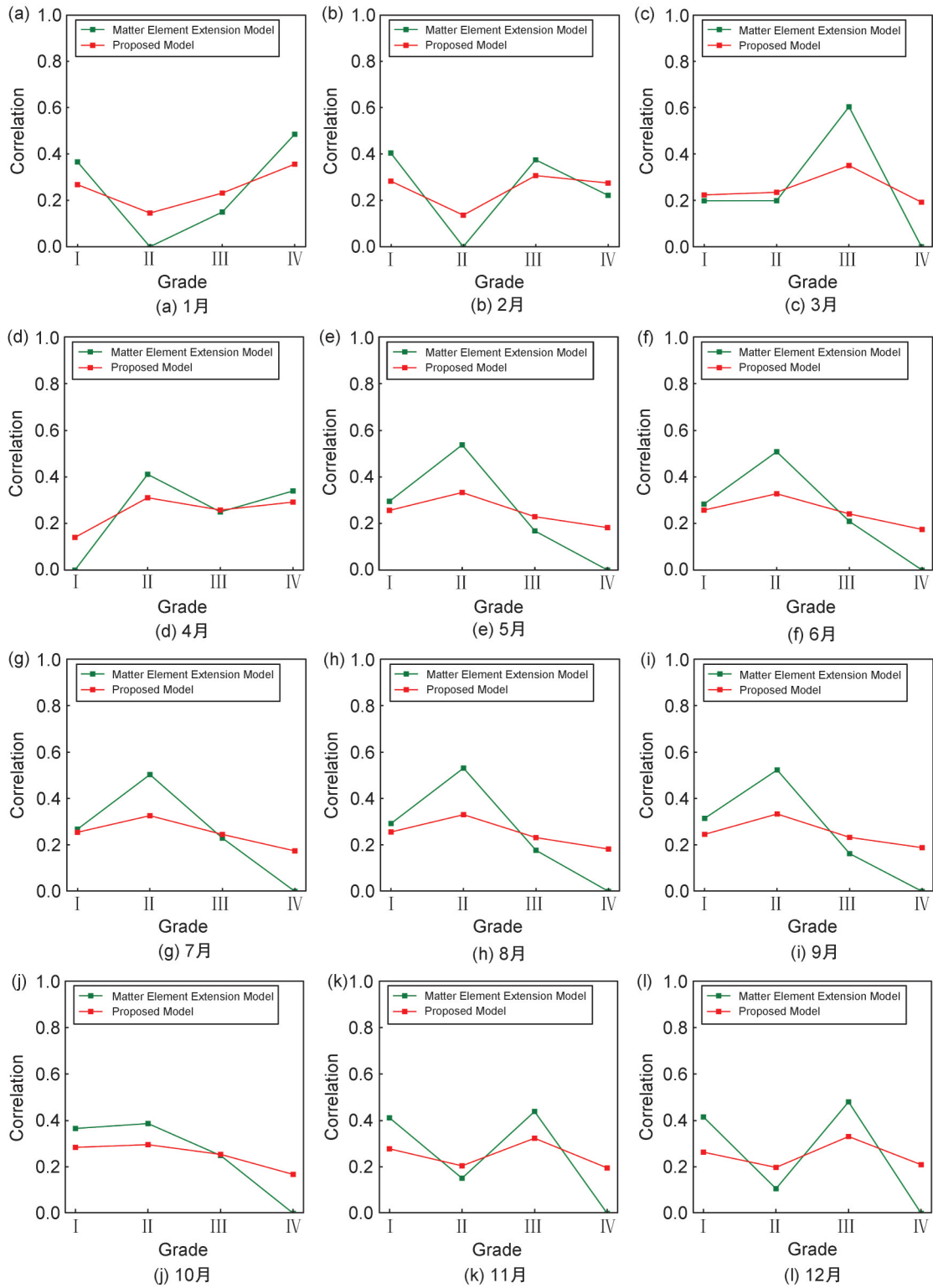


图4 “2023年西安市月度城市空气质量评价”关联度结果对比(a)—(l)

Fig. 4 Comparison of results for the 2023 monthly urban air quality assessment in Xi'an (a)—(l)

参考文献:

[1] CAI W. Extension Theory and Its Application[J]. *Chin Sci Bull*, 1999, **44**(17): 1538-1548. DOI: 10.1007/BF02886090.

[2] 刘大莲, 田英杰. 可拓数据挖掘在学生成绩分析中的应

用研究[J]. *智能系统学报*, 2022, **17**(4): 707-713. DOI: 10.11992/tis.202112020.

LIU D L, TIAN Y J. Application of Extension Data Mining in Student Achievement Analysis[J]. *CAAI Trans Intell Syst*, 2022, **17**(4): 707-713. DOI: 10.11992/tis.202112020.

- [3] 王金凤, 徐泽, 冯奕程, 等. 基于聚类分析与多维空间专利地图的技术机会识别与评价[J]. 工业工程与管理, 2024, **29**(6): 12-23. DOI: 10.19495/j.cnki.1007-5429.2024.06.002. WANG J F, XU Z, FENG Y C, *et al.* Technology Opportunity Identification and Evaluation Based on Cluster Analysis and Multi-dimensional Spatial Patent Map[J]. *Ind Eng Manag*, 2024, **29**(6): 12-23. DOI: 10.19495/j.cnki.1007-5429.2024.06.002.
- [4] LIANG Y, CAO L W, SANG S X, *et al.* Analysis of Rock Mechanical Characteristics and Establishment of an Evaluation System for Coal Measures in the Longtan Formation, Guizhou Province[J]. *ACS Omega*, 2024, **9**(32): 34380-34396. DOI: 10.1021/acsomega.4c01643.
- [5] WANG S G, YUAN C, LI L X, *et al.* Application of Research on Risk Assessment of Roadway Roof Falls Based on Combined Weight Matter Element Extension Model[J]. *Applied Sci*, 2024, **14**(10): 4111. DOI: 10.3390/app14104111.
- [6] LIU H X, HAO X. Electric Vehicle Supply Chain Risk Assessment Based on Combined Weights and an Improved Matter-element Extension Model: The Chinese Case[J]. *Sustainability*, 2024, **16**(10): 4249. DOI: 10.3390/su16104249.
- [7] WAN H J, LI X S, WANG L H, *et al.* How to Cultivate Problem-solving Ability Using the Extenics-based Teaching Model[J]. *Procedia Comput Sci*, 2024, **242**: 1118-1124. DOI: 10.1016/j.procs.2024.08.186.
- [8] 郝杰, 侍克斌, 白现军, 等. 基于组合权重非对称贴近度准则的可拓理论在围岩质量评价中的应用[J]. 新疆农业大学学报, 2015, **38**(1): 79-86. DOI: 10.3969/j.issn.1007-8614.2015.01.015
HAO J, SHI K B, BAI X J, *et al.* Application of Extenics Theory to Evaluation of Surrounding Rock Quality Based on Combination Weighting Asymmetric Approach Degree Criterion[J]. *J Xinjiang Agric Univ*, 2015, **38**(1): 79-86. DOI: 10.3969/j.issn.1007-8614.2015.01.015
- [9] 王伟, 王兴, 刘丹娜, 等. 基于博弈论与可拓云的盾构掘进安全稳定性评价[J]. 公路交通科技, 2024, **41**(2): 148-157. DOI: 10.3969/j.issn.1002-0268.2024.02.015. WANG W, WANG X, LIU D N, *et al.* Safety Stability Assessment on Shield Tunneling Based on Game Theory and Extension Cloud[J]. *J Highw Transp Res Dev*, 2024, **41**(2): 148-157. DOI: 10.3969/j.issn.1002-0268.2024.02.015.
- [10] YOU X L, ZHANG Y Q, TU Z G, *et al.* Research on the Sustainable Renewal of Architectural Heritage Sites from the Perspective of Extenics: Using the Example of Tulou Renovations in Lantian Village, Longyan City[J]. *international J Environ Res Public Health*, 2023, **20**(5): 4378. DOI: 10.3390/ijerph20054378.
- [11] PENG H, ZHANG J, WANG X Y, *et al.* A Novel Vulnerability Evaluation Model of a Public Service Building Based on Structural Equation Modeling and Matter-element Extension[J]. *Buildings*, 2025, **15**(6): 948. DOI: 10.3390/buildings15060948.
- [12] WEN H Z, ZHANG B, LI S Y, *et al.* Evaluating High-quality Development in the Construction Industry via the Matter-Element Extension Method: A Case Study of 11 Cities in Zhejiang, China[J]. *Buildings*, 2024, **14**(11): 3499. DOI: 10.3390/buildings14113499.
- [13] 王君宇, 杨亚锋, 薛静轩, 等. 可拓序贯三支决策模型及应用[J]. 山东大学学报(理学版), 2023, **58**(7): 67-79. WANG J Y, YANG Y F, XUE J X, *et al.* Extension Sequential Three-way Decision Model and Its Application[J]. *J Shandong Univ Nat Sci*, 2023, **58**(7): 67-79. DOI: 10.6040/j.issn.1671-9352.4.2022.9768.
- [14] 陈伟. 基于灰色关联度的可拓学理论在岩体质量评价中的应用[J]. 岩土工程技术, 2021, **35**(1): 32-37. CHEN W. Application of Extenics Theory Based on Grey Relevance Degree in Rock Mass Quality Evaluation[J]. *Geotech Eng Tech*, 2021, **35**(1): 32-37. DOI: 10.3969/j.issn.1007-2993.2021.01.007.
- [15] ZHAO H, HAO X. Location Decision of Electric Vehicle Charging Station Based on a Novel Grey Correlation Comprehensive Evaluation Multi-criteria Decision Method[J]. *Energy*, 2024, **299**: 131356. DOI: 10.1016/j.energy.2024.131356.
- [16] HAN S J, LI D Q, LI K Y, *et al.* Analysis and Study of Transmission Line Icing Based on Grey Correlation Pearson Combinatorial Optimization Support Vector Machine[J]. *Measurement*, 2024, **236**: 115086. DOI: 10.1016/j.measurement.2024.115086.
- [17] 曾彦伟, 蒋香, 何胜. 基于熵权灰色关联组合模型构建平陆运河核心城市 ESG 评价体系优化税收发展[J]. 大众标准化, 2025(10): 137-139. DOI: 10.3969/j.issn.1007-1350.2025.10.048. ZENG Y W, JIANG X, HE S. Constructing ESG Evaluation System of Pinglu Canal Core City Based on Entropy Weight Grey Relational Combination Model and Optimizing Tax Development[J]. *Pop Stand*, 2025(10): 137-139. DOI: 10.3969/j.issn.1007-1350.2025.10.048.
- [18] 黄晓鑫, 李卓峰. 基于 AHP-灰色关联度法的路基智能压实质量评价[J]. 华南师范大学学报(自然科学版), 2024, **56**(3): 40-49. DOI: 10.6054/j.jscn.2024036. HUANG X L, LI Z F. Quality Evaluation for Intelligent Compaction of Roadbeds Based on AHP-grey Relational Degree Method[J]. *J South China Norm Univ Nat Sci Ed*,

- 2024, **56**(3): 40–49. DOI: 10.6054/j.jscn.2024036.
- [19] 蒋海岩, 万嘉炜, 陈根杰, 等. 基于灰色关联分析的多级模糊评判优选压裂方案[J]. 模糊系统与数学, 2024, **38**(2): 46–54. DOI: 10.13329/j.issn.1001-7402.21090.
JIANG H Y, WAN J W, CHEN G J, *et al.* Optimization of Fracturing Scheme Based on Grey Correlation Analysis and Multistage Fuzzy Evaluation[J]. *Fuzzy Syst Math*, 2024, **38**(2): 46–54. DOI: 10.13329/j.issn.1001-7402.21090.
- [20] 徐久成, 段江豪, 牛武林, 等. 基于自信息和模糊邻域条件熵的特征选择方法[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2025, **48**(1): 77–88. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2024150.
XU J C, DUAN J H, NIU W L, *et al.* Feature Selection Method Based on Self-information and Fuzzy Neighborhood Conditional Entropy[J]. *J Shanxi Univ Nat Sci Ed*, 2025, **48**(1): 77–88. DOI: 10.13451/j.sxu.ns.2024150.
- [21] 蔡文. 物元模型及其应用[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1994: 21–25.
CAI W. Matter-element Model and Its Application[M]. Beijing: Scientific and Technical Documents Publishing House, 1994: 21–25.
- [22] 杨春燕, 蔡文. 可拓集中关联函数的研究进展[J]. 广东工业大学学报, 2012, **29**(2): 7–14. DOI: 10.3969/j.issn.1007-7162.2012.02.002.
YANG C Y, CAI W. Recent Research Progress in Dependent Functions in Extension Sets[J]. *J Guangdong Univ Technol*, 2012, **29**(2): 7–14. DOI: 10.3969/j.issn.1007-7162.2012.02.002.
- [23] 郝杰. 可拓物元理论在地下洞室围岩质量评价中的应用[J]. 人民长江, 2016, **47**(5): 45–47. DOI: 10.16232/j.cnki.1001-4179.2016.05.009.
HAO J. Application of Extension Assessment Method in Quality Evaluation of Surrounding Rock of Underground Cavities[J]. *Yangtze River*, 2016, **47**(5): 45–47. DOI: 10.16232/j.cnki.1001-4179.2016.05.009.
- [24] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 5版. 北京: 科学出版社, 2010.
LIU S F, DANG Y G, FANG Z G, *et al.* Grey System Theory and Its Application[M]. 5th ed. Beijing: Science Press, 2010.
- [25] 罗党, 刘思峰. 灰色关联决策方法研究[J]. 中国管理科学, 2005, **13**(1): 101–106. DOI: 10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2005.01.018.
LUO D, LIU S F. Study on the Method for Grey Incidence Decision-making[J]. *Chin J Manag Sci*, 2005, **13**(1): 101–106. DOI: 10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2005.01.018.
- [26] CUI Z H, QU C H, ZHANG Z X, *et al.* An Adaptive Interval Many-objective Evolutionary Algorithm with Information Entropy Dominance[J]. *Swarm Evol Comput*, 2024, **91**: 101749. DOI: 10.1016/j.swevo.2024.101749.
- [27] 黄耀英, 郑宏, 田斌. 信息熵理论在岩体结构加速流变破坏分析中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2011, **28**(8): 50–54. DOI: 10.3969/j.issn.1001-5485.2011.08.011.
HUANG Y Y, ZHENG H, TIAN B. Application of Information Entropy Theory to the Failure Analysis of Accelerated Rheology of Rock Structure[J]. *J Yangtze River Sci Res Inst*, 2011, **28**(8): 50–54. DOI: 10.3969/j.issn.1001-5485.2011.08.011.
- [28] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 工程岩体分级标准: GB/T 50218—2014[S]. 北京: 中国计划出版社, 2015.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for Engineering Classification of Rock Mass: GB/T 50218—2014 [S]. Beijing: China Planning Press, 2015.
- [29] 赵健, 吴俊芳. 基于物元可拓模型的健身俱乐部服务能力评价研究[J]. 体育科技, 2025, **46**(1): 101–105. DOI: 10.14038/j.cnki.tyky.2025.01.034.
ZHAO J, WU J F. Evaluation of Fitness Club Service Capability Based on Matter-element Extension Model [J]. *Sport Sci Technol*, 2025, **46**(1): 101–105. DOI: 10.14038/j.cnki.tyky.2025.01.034.
- [30] 谢尊贤, 张李慧, 杨欣琪, 等. 基于优化组合赋权-物元可拓模型的体育馆火灾风险研究[J]. 工业安全与环保, 2025, **51**(4): 91–97. DOI: 10.3969/j.issn.1001-425X.2025.04.016.
XIE Z X, ZHANG L H, YANG X Q, *et al.* Research on Fire Risk of Gymnasium Based on Optimized Combination Weighting-matter Element Extension Model[J]. *Ind Saf Environ Prot*, 2025, **51**(4): 91–97. DOI: 10.3969/j.issn.1001-425X.2025.04.016.
- [31] 潘李冬, 许皆乐, 古玉祺, 等. 基于物元可拓理论的石油储罐风险评价[J]. 化工机械, 2024, **51**(6): 938–943. DOI: 10.20031/j.cnki.0254-6094.202406019.
PAN L D, XU J L, GU Y Q, *et al.* Risk Assessment of Oil Storage Tank Based on Matter-element Extension Theory[J]. *Chem Eng Mach*, 2024, **51**(6): 938–943. DOI: 10.20031/j.cnki.0254-6094.202406019.
- [32] 任向红, 郎悦. 基于双权重物元可拓模型的城市空气质量评价研究[J]. 化工管理, 2024, **22**: 61–66. DOI: 10.19900/j.cnki.ISSN1008-4800.2024.22.015.
REN X H, LANG Y. Urban Air Quality Evaluation Based on Dual Weight Element Extension Model[J]. *Chem Enterp Manag*, 2024, **22**: 61–66. DOI: 10.19900/j.cnki.ISSN1008-4800.2024.22.015.