

物理信息神经网络对圆管内层流流动和换热的数值模拟验证与求解效率研究

姚嘉晔¹, 陈鹏飞¹, 洪钢^{1,2*}, 张尧立^{1,2}

(1. 厦门大学能源学院, 福建 厦门 361102; 2. 福建省核能工程技术研究中心, 福建 厦门 361102)

摘要: [目的] 提出了一种将在标准条件下训练的权重和偏置信息加载到模型中的方法, 以提升相邻条件下物理信息神经网络(physics-informed neural network, PINN)数值模拟效率。[方法] 以二维圆管为对象, 流动状态为稳态流动, 控制方程为受重力影响的 Navier-Stokes 方程组, 利用解析解对 PINN 模拟精度进行验证并对超参数进行敏感性分析, 进而对圆管内层流流动换热过程进行数值模拟, 并利用权重与偏置信息对邻近工况进行预测。[结果] PINN 数值模拟具有可行性和准确性, 与传统软件 Fluent 计算结果的相对误差约 $\pm 5\%$ 。载入已有工况权重和偏置信息可以显著提高 PINN 数值模拟的效率, 速度场与温度场同 Fluent 计算结果的相对误差均小于 $\pm 5\%$ 。[结论] 利用 PINN 可以对流体层流流动换热进行数值模拟, 同时可以利用预训练的权重和偏置信息提高数值模拟效率。

关键词: 物理信息神经网络; 对流换热; 数值模拟

中图分类号: TP312

文献标志码: A

文章编号: 0438-0479(2025)01-0156-13

Numerical simulation validation and solution efficiency study of physics-informed neural network for laminar flow and heat transfer in circular tubes

YAO Jiaye¹, CHEN Pengfei¹, HONG Gang^{1,2*}, ZHANG Yaoli^{1,2}

(1. College of Energy, Xiamen University, Xiamen 361102, China; 2. Fujian Research Center for Nuclear Engineering, Xiamen 361102, China)

Abstract: [Objective] Physics-informed neural network (PINN) has attracted great attention in the field of artificial intelligence due to their ability to bring interpretability to traditional machine learning and deep learning via embedding physical laws into the loss function. PINN exhibits a strong fitting ability for nonlinear problems, making them a promising tool for solving problems related to fluid mechanics and heat transfer. The numerical simulation of thermal fluids utilizing the meshless property of PINN has become a new hot trend in research. However, improving the efficiency of numerical solutions using PINN remains a key challenge that has attracted the attention of scholars. [Methods] In this study, a PINN-based numerical simulation solver for thermal fluids is coded with DeepXDE and other related libraries. Fluid flows steadily. The solver uses the Navier-Stokes system of equations as physical constraints, and boundary conditions are adopted to perform a complete numerical simulation process of the laminar flow and heat transfer of incompressible fluid. Sensitivity analysis of the hyperparameters is performed, and a vertical circular tube and a horizontal circular tube are selected as research objects for multi-operating condition solution, and the results are compared with those simulated by Fluent. The weights and biases of the numerical simulation results under this condition are used to predict and calculate the

收稿日期: 2024-06-06 录用日期: 2024-10-01

* 通信作者: honggang@xmu.edu.cn

引文格式: 姚嘉晔, 陈鹏飞, 洪钢, 等. 物理信息神经网络对圆管内层流流动和换热的数值模拟验证与求解效率研究[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2025, 64(1): 156-168.

Citation: YAO J Y, CHEN P F, HONG G, et al. Numerical simulation validation and solution efficiency study of physics-informed neural network for laminar flow and heat transfer in circular tubes[J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2025, 64(1): 156-168. (in Chinese)



operating conditions under similar boundary conditions. **[Results]** The results indicate that sensitivity analysis of hyperparameters (neural network structure, learning rate and collocation points) is essential for effective numerical simulation using PINN, and appropriate hyperparameters have positive effects on numerical simulation results. The optimization effect of numerical simulation is positively correlated with the number of hidden layers and neurons. When the number of hidden layers is 6, the numerical simulation results tend to stabilize. When the number of neurons per layer reaches 50, the influence of hidden layers on numerical simulation results is relatively small. For the learning rate, a proper learning rate can effectively improve the solving efficiency of PINN. When the learning rate is higher than 1×10^{-3} , the loss value does not show significant changes with iteration, and the optimization process renders the numerical simulation results meaningless for reference. When the learning rate is 5×10^{-4} , the loss value basically does not decrease after more than 1×10^{-4} iterations of numerical simulation. When the learning rate is 1×10^{-3} , the loss value is minimized and the optimization effect is optimal for the same number of iterations. As the number of collocation points increases, the relative error between numerical simulation and Fluent calculation results decreases. Beyond 5 000 collocation points, the relative error stabilizes at approximately 0.10%. The accuracy of the algorithm is verified by utilizing an analytical solution prior to numerical simulation. The numerical simulation results of PINN for laminar flow and heat transfer of thermal fluids in a circular tube are accurate, and the relative error between the output parameters at each axial and radial position is less than 5%. Heat transfer process of the flow at different Reynolds numbers is also in good agreement with the Fluent results. The efficiency of PINN numerical simulation can be effectively improved by utilizing pre-trained weight and bias information for prediction. The average time for predicting the velocity field and temperature field is 141.59 s and 144.24 s, respectively. With a pre-training (standard operating conditions) loss value of 4.59×10^{-4} , the effective prediction range of the velocity field for the neighboring conditions with different inlet velocities is 8%, which is better than the prediction range of the temperature field for the neighboring conditions with different wall temperatures (5%). With the increase of the prediction range, the relative error between the PINN prediction results and the numerical simulation results of Fluent under the same operating conditions also gradually increases. **[Conclusion]** The numerical simulation method of PINN, constrained by governing equations, demonstrates feasibility and accuracy in the field of numerical simulation of thermal fluids. The hyperparameter settings have an impact on the numerical simulation results, and a sensitivity analysis of the hyperparameters is required prior to numerical simulation of PINN. This study proposes a method predicting or retraining neighboring conditions under similar boundary conditions by using the weights and biases of pre-trained standard conditions. This approach effectively improves the numerical simulation efficiency of PINN while maintaining accuracy within a certain range and interpretability. The findings provide a new insight for scholars to perform numerical simulations with PINN.

Keywords: physics-informed neural network; convective heat transfer; numerical simulation

机器学习与深度学习已经在学术界得到广泛的应用,但是由于“黑盒模型”的存在,二者的数据和结果在可解释度上仍然存在较大的争议.为了解决这一问题,2019年 Raissi 等^[1]提出物理信息神经网络(physics-informed neural network, PINN),通过嵌入物理约束,使神经网络在拟合和输出结果时满足物理规律,从而大大提升神经网络的可解释度.此外, Lu 等^[2]在 2021 年提出了一种深度学习库:DeepXDE,将复杂的代码集成在深度学习库内,可便捷地编辑和使用深度学习解决偏微分方程(partial differential equation, PDE)问题.

近年来,神经网络与 PINN 已经被应用到流体力学与传热学领域. Hou 等^[3]利用 PINN 提出 $k \epsilon$ Net,通过载入数据集以及物理约束进行湍流建模,并用低雷诺数(Re)下的通道湍流流动进行验证,结果吻合良好. Eivazi 等^[4]将 PINN 应用于多个湍流流动案例(零压力梯度边界层、逆压力梯度边界层、NACA4412 机翼等),研究结果证明 PINN 在求解强压力梯度的层

流方面具有卓越的实用性,且在求解湍流流动相关问题、雷诺应力等方面也有较好的表现. Pioch 等^[5]利用 PINN 在向后阶跃模型中修正传统数值模拟结果,具有更快的训练速度和结果精度. Mahmoudabadbozchelou 等^[6]提出 nn-PINN(non-Newtonian PINN)用于研究非牛顿流体,通过将本构方程与剪切应力、变形联系起来进而研究不同边界条件下的流体行为. Rao 等^[7]对不可压缩流绕圆柱流动的经典案例进行 PINN 建模,将时间变量加入建模中并进行分析. Sun 等^[8]抛弃传统数据集,通过在 PINN 中强制执行初始条件和边界条件的方法研究流体力学问题. Manavi 等^[9]将一维、二维、三维情形下 PINN 对热传导问题的求解结果与传统数值方法以及解析解进行比较,证明 PINN 在高维度案例中具有更快的收敛速度与准确性. Bararnia 等^[10]聚焦热边界层发展问题,证明了 PINN 在 Blasius-Pohlhausen 方程、Falkner-Skan 方程与垂直平板自然对流流动换热计算结果的准确性. Jalili 等^[11]利用计算流体力学(computational fluid dynamic, CFD)仿真

数据对气泡在两相流中的上升行为进行研究,并探索 PINN 在多种流体性质和未观察场中的推断能力,为研究 PINN 在涉及热传递的多相流案例中的应用提供了参考. Cai 等^[12]考虑受热面上带有未知边界条件的强制对流以及混合对流问题,利用少量、稀疏的温度测量值和 PINN 推断移动界面、整个流体域的速度与温度场以及固相与液相间的不同导热系数,证明了 PINN 不仅能够解决传统计算方法无法解决的问题,还能够弥合实验传热与计算之间的差距. 余波等^[13]在求解二维/三维非稳态温度场时对计算域和时间间隔随机抽样生成样本集,以便同时解决非稳态温度场和热源的正反问题,并提出了一种改进后的自适应加权方法,从而提高了预测精度. 余波等^[14]还对一种 PINN 的域分解方法(eXtended PINN, XPINN)在功能梯度材料(functional gradient material, FGM)热传导问题中的应用进行了研究,结果表明在合适的网络结构下,XPINN 在求解几何复杂和热物性参数不连续的 FGM 热传导问题方面具有较高精度和强大的适用性. Jiang 等^[15]利用集成 PINN 对空间传热反问题的不确定度进行研究. 赵至忱等^[16]在求解二维稳态导热方程时引入可训练参数的自适应激活函数,从而加快神经网络预测解的收敛速度. 陆至彬等^[17]在使用 PINN 时通过软硬边界的设置构建传热过程物理场代理模型. 除上述研究外,还有大量学者利用 PINN 对传热过程进行研究^[18-21].

传统商用软件进行数值模拟时受限于网格质量^[22],而 PINN 通过在求解域及边界上布置配置点可以有效缓解该不足. PINN 在优化损失函数过程中不需要网格划分,对各种类型的 PDE 均可进行迭代求解,对研究人员的背景理论水平要求较低. 尤其在对本构方程复杂情形下(如多相流、非线性波动等)传统数值模拟方法无法发挥求解功能时, PINN 具有其独有的优势. 相较于传统的深度学习, PINN 将方程作为损失函数的一部分,大大加强了神经网络优化和拟合后结果的可解释度. 相较于传统数值模拟方法, PINN 与深度学习对结果的预测也是其亮点之一.

目前, PINN 在热工流体数值模拟领域应用较少,因此利用 PINN 构建求解器对热工流体进行数值模拟具有较高的工程研究意义和学术价值. 此外,在已有研究中, PINN 进行拟合时存在模拟时间过长和求解效率不足的问题^[23],因此如何提高 PINN 的求解效率也成为工程研究中的重点问题. 由于圆管内层流流动换热是流体力学经典问题,所以本研究以其为研究对象,提出了一种提升 PINN 数值模拟求解效率的方法,流动过程为稳态流动,通过载入标准工况数值模

拟的权重和偏置信息对新工况进行再计算,并将结果与软件 Ansys Fluent 2020R2 在相同工况下的数值模拟结果进行对比验证.

1 数学模型

1.1 不可压缩流体在二维圆管内层流流动换热控制方程

1.1.1 竖直圆管

不可压缩流体受重力影响在竖直圆管内稳态层流流动换热,二维情况下对应的 Navier-Stokes 方程组^[24](质量守恒、动量守恒、能量守恒)在简化后可以表示为:

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0, \tag{1}$$

$$u \cdot \partial u/\partial x + v \cdot \partial u/\partial y + 1/\rho \cdot \partial p/\partial x - \mu/\rho \cdot (\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2) + f_x = 0, \tag{2}$$

$$u \cdot \partial v/\partial x + v \cdot \partial v/\partial y + 1/\rho \cdot \partial p/\partial y - \mu/\rho \cdot (\partial^2 v/\partial x^2 + \partial^2 v/\partial y^2) + f_y = 0, \tag{3}$$

$$u \cdot \partial T/\partial x + v \cdot \partial T/\partial y - \lambda/(\rho C_p) \cdot \partial^2 T/\partial y^2 = 0. \tag{4}$$

其中: u 、 v 、 p 、 T 分别为流体的轴向速度、径向速度、压力和热力学温度; ρ 、 μ 、 λ 、 C_p 分别为流体的密度、动力黏度、导热系数和定压热容,其均为常数; f_x 、 f_y 分别为 x 、 y 方向上的体积力分量. 由于热力学温度数值较大,容易造成计算收敛困难^[25],所以采用无量纲温度 θ ($\theta = T/T_w$, T_w 为壁面温度)进行计算,则无量纲化后的能量方程可以表述为

$$1/T_w \cdot (u \cdot \partial \theta/\partial x + v \cdot \partial \theta/\partial y) = 1/T_w \cdot \lambda/(\rho C_p) \cdot \partial^2 \theta/\partial y^2. \tag{5}$$

对于 $-y$ 方向的重力影响,体积力 $f_y = g$. 数值模拟过程中边界条件如表 1 所示. 图 1 为该工况下求解域内速度分布与温度分布的 Fluent 数值模拟结果.

表 1 边界条件

Tab. 1 Boundary conditions

边界条件	数值
入口轴向速度 $u_{in}/(m \cdot s^{-1})$	1
入口径向速度 $v_{in}/(m \cdot s^{-1})$	0
出口压力 p_{out}/MPa	0.1
进口流体温度 T_{in}/K	273
壁面温度 T_w/K	300
进口无量纲温度 θ_{in}	0.91
壁面无量纲温度 θ_w	1

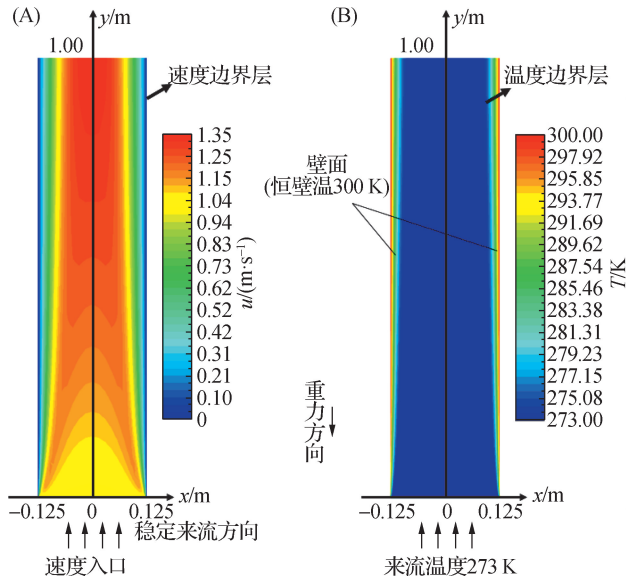


图 1 重力影响下不可压缩流体在竖直圆管内层流流动换热的速度场(A)与温度场(B)

Fig. 1 Velocity field (A) and temperature field (B) of laminar flow and heat transfer of incompressible fluid under the influence of gravity in a vertical circular tube

1.1.2 水平圆管

水平圆管内不可压缩流体作稳态流动,其层流流动换热特征与竖直圆管类似,控制方程组同式(1)~(5).其中,流体层流流动轴向速度在充分发展段存在解析解^[24],即轴向速度满足沿径向的抛物线分布:

$$u = -\Delta p / 4\mu l (r^2 - R^2), \quad (6)$$

其中, Δp 为压差, l 为长度, R 表示入口截面的半径, r 为流体域内某一点到管轴的距离.

1.2 数值模拟方法

PINN 利用多层隐藏层结构的全连接神经网络进行数值模拟.完整过程如图 2 所示.控制方程如式(1)~(5)所示.控制方程损失^[26]记为 J_E ,边界条件损失记为 J_{BC} .损失函数以均方误差形式进行优化,即

$$J = \sum_1^n (\Phi_{\text{pred}} - \Phi_{\text{true}})^2, \quad (7)$$

其中, Φ_{pred} 和 Φ_{true} 分别为输出层某一神经元输出的预测值及其对应的真实值, n 为配置点数量.如有必要,利用数据集对部分空间点上的数值模拟结果进行修正,该部分损失记为 J_{Data} .故完整损失函数可表示为

$$J = J_E + \alpha \times J_{BC} + \beta \times J_{\text{Data}}, \quad (8)$$

其中 α 和 β 分别为边界条件损失和数据驱动损失的权重,其值均大于 1.数值模拟过程中利用 Adam 优化器和 LBFGS 牛顿插值优化器对损失函数进行梯度下降,从而实现整体损失不断向 0 逼近.在上述的数值模拟过程中,利用激活函数、向前传播和向后传播算法等保证数值模拟结果的稳定.当损失总值小于 10^{-3} 时,认为结果已收敛^[10].

1.3 PINN 利用权重与偏置信息对邻近工况进行预测与计算

PINN 数值模拟过程中神经网络结构原理如图 3 所示.数值模拟过程中,不断更新隐藏层之间的权重信息,将各神经元上的加权值求和,并给出偏置进行修正.利用激活函数 $\varphi(X)$ 非线性的特点,赋予 PINN 强大的非线性拟合能力.实际运行过程中使用 tanh 激活函数.上述过程可以表述为

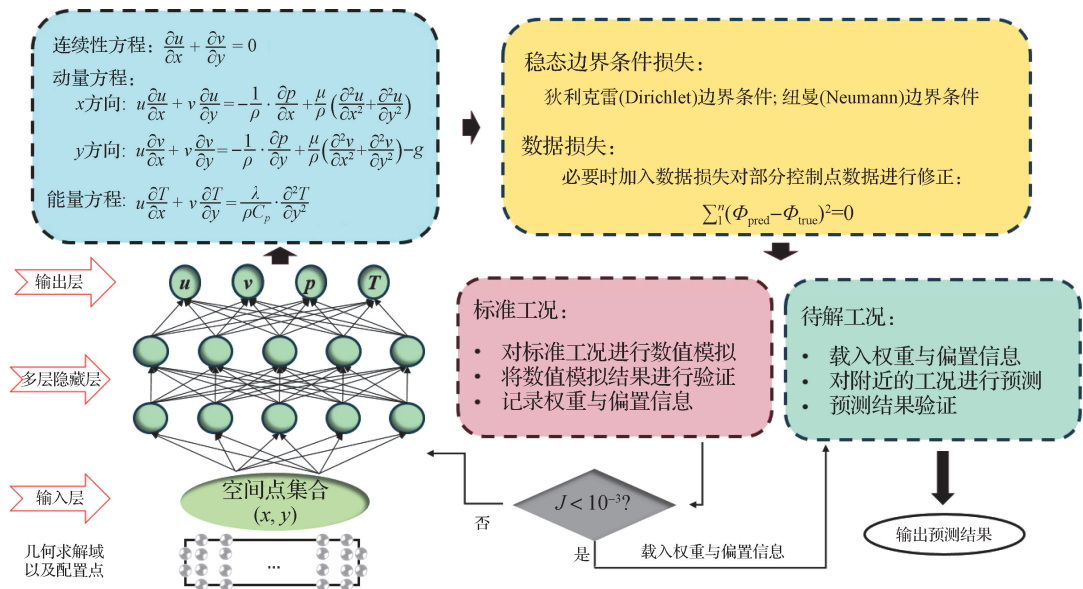


图 2 采用 PINN 进行数值模拟以及对待解工况再计算的完整过程

Fig. 2 Complete process of numerical simulation and recalculation for operating conditions to be solved using PINN

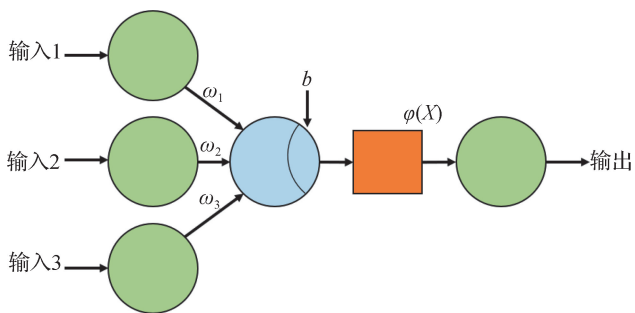


图3 PINN中的神经网络结构原理

Fig. 3 Principle of neural network structure in PINN

$$\xi_m = \varphi\left(\sum_1^n \omega_i \cdot \xi_{m-1} + b\right), \tag{9}$$

其中, ξ_m 为第 m 层隐藏层中神经元的输出参数, n 为每层隐藏层中神经元的数量, ω_i 为第 i 个神经元的权重, b 为偏置. 如图 2 所示, 输入层的空间坐标作为输入导入神经网络中, 再通过多层神经网络更新每层隐藏层中的权重和偏置信息, 并逐层传递至输出层. 输出层与最后一层隐藏层的关系可以表示为

$$\begin{pmatrix} u & v & p & T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_{n-1} & z_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & \cdots & D_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n & \cdots & D_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

其中: $z_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为最后一层隐藏层中第 i 个神经元的输出; $A_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为最后一层隐藏层中第 i 个神经元的权重信息, 4 个输出参数对应 4 列权重信息, 将其表示为 $\begin{pmatrix} A_1 & \cdots & D_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n & \cdots & D_n \end{pmatrix}$ 的形式, 称为权重矩阵; $(\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4)$ 为输出层的偏置矩阵. 通过多层隐藏层中的权重与偏置信息, 将输入参数拟合为输出参数. 通过梯度下降算法, 不断更新这些权重与偏置, 从而使各配置点上输出参数趋近真实值.

记第一次数值模拟的工况为标准工况. 改变边界条件为待解工况并载入权重与偏置信息. 足够准确的权重和偏置信息可以省去数值模拟前期大量的梯度下降过程, 直接计算待解工况的温度场和速度场, 甚至直接进行预测. 预测结果满足物理约束, 强化了 PINN 的求解效率与可解释度. 因此, PINN 数值模拟并对邻近工况再计算在数学层面上成立, 在保证求解精度的基础上, 改善了其时间成本过大的不足.

在此基础上, 进一步考察超参数(网络结构、学习率、配置点分布)对数值模拟结果的影响, 并选取最合适的超参数组合; 将水平圆管内轴向速度的解析解与

PINN 结果进行对比, 以验证求解精度与准确度; 比较 PINN 与 Fluent 在重力影响下竖直圆管中层流范围内不同雷诺数下的流动换热结果及其求解时间, 并给出利用标准工况权重与偏置信息进行再计算的时间优化结果与准确度分析. 本研究所有数值模拟均在处理器为 Intel(R) Xeon(R) Gold 6230 CPU @ 2.10 GHz 以及显示适配器为 NVIDIA Quadro RTX 6000 的工作站上进行, PINN 中调用的第三方库包括 Numpy、Matplotlib、DeepXDE 等, 初始权重与偏置采用随机输入.

2 结果与讨论

2.1 物性与超参数敏感性分析

雷诺数作为流体层流流动换热过程中的重要参数, 表征流体运动中惯性力与黏性力的相对大小. 在层流范围内, 相同速度下高黏度的流体具有更大的雷诺数, 进出口速度分布的变化更为明显, 故选择低密度、高黏度的流体作为介质进行分析. 选用的不可压缩假想流体的密度为 1 kg/m^3 , 黏度为 $1 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, 定压热容为 1000 J/kg , 热导率为 $0.05 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$.

对不同结构的神经网络进行敏感性分析, 改变隐藏层层数与神经元数量并进行 5×10^4 次迭代. 结果如表 2 所示, 证明 PINN 优化效果与隐藏层层数和神经元数量均正相关. 如图 4 所示, 选取圆管中心 ($x=0 \text{ m}$) 处流体轴向速度随流动距离的变化, 并比较不同网络结构计算结果与 6×50 网络结构计算结果的相对误差. 当隐藏层为 6 层时, 数值模拟结果趋于稳定, 相对误差逐渐减小; 当神经元数量大于 30 时, 隐藏层层数对数值模拟结果的影响较小.

表2 不同网络结构下 PINN 数值模拟迭代 5×10^4 次后的损失值

Tab. 2 Loss value after 5×10^4 iterations of numerical simulation of PINN with different network structures

隐藏层数	每层的神经元数量	$J/10^{-2}$
1	10	8.43
1	30	9.64
1	50	5.49
3	10	4.62
3	30	3.03
3	50	2.32
6	10	4.63
6	30	1.82
6	50	1.22

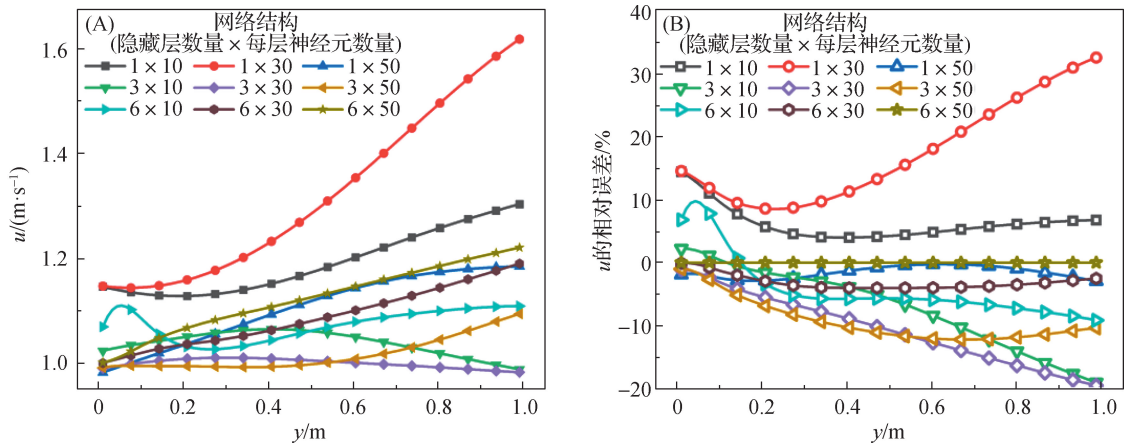


图 4 不同结构神经网络模拟迭代 5×10^4 次后在 $x=0$ m 的不同轴向位置处的速度分布(A)及其相对误差(B)
Fig. 4 Velocity distributions (A) and their relative errors (B) at different axial positions in $x=0$ m after 5×10^4 iterations of simulation with different structures of neural network

学习率(learning rate, r_1)的变化会对数值模拟结果造成影响:学习率过大会造成数值模拟结果发散,而学习率过小会增大时间成本.图 5 为在 6×50 的网络结构模型中对不同学习率进行敏感性分析的结果.当学习率较高($>1 \times 10^{-3}$)时,损失未随迭代次数发生明显变化,其优化过程的数值模拟结果不具备参考意义;当学习率较低(5×10^{-4})时,数值模拟迭代超过 1×10^4 次后损失基本不再下降;当学习率为 1×10^{-3} 时,相同数值模拟迭代次数下其损失最小,优化效果最佳.

误差如表 3 所示:当配置点数量较少时,求解结果相对误差较大;随着配置点数量的增加,出口处平均速度计算结果趋于稳定;当配置点数量大于 5 000 时,相对误差为 0.10%且趋于稳定.

表 3 不同配置点数量下的 PINN 数值模拟结果
Tab. 3 Numerical simulation results of PINN under different numbers of collocation points

配置点数量	出口处平均速度/ ($m \cdot s^{-1}$)	与 Fluent 结果的 相对误差/%
180	0.64	60.80
240	0.93	11.62
1 000	0.99	4.16
2 400	1.03	0.22
3 600	1.03	0.79
5 000	1.04	0.10
6 000	1.04	0.10

综上所述,完整的数值模拟过程采用分步优化,分别为 $r_1=1 \times 10^{-3}$ 优化 5×10^4 次且边界条件权重 $a=10$, $r_1=1 \times 10^{-4}$ 优化 5×10^4 次且 $a=1$, LBFGS 牛顿插值优化 1×10^5 次,网络结构为 6×50 ,配置点数量为 6 000.完整数值模拟过程损失函数曲线如图 6 所示.完成优化后 $J=4.59 \times 10^{-4}$.水平圆管工况采用同样的超参数与边界条件.

2.2 数值模拟

2.2.1 数值模拟精度验证

将 PINN 数值模拟结果与水平圆管内不可压缩

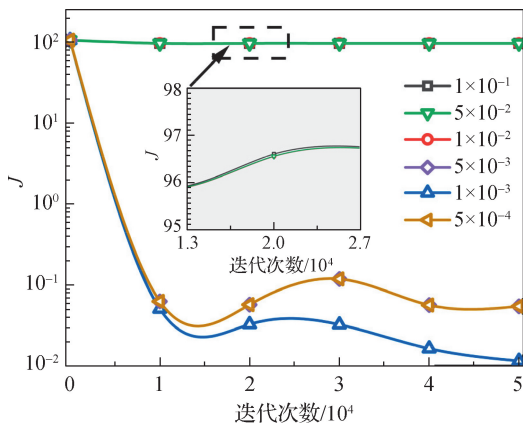


图 5 相同网络结构下不同学习率对损失函数的影响
Fig. 5 Influence of different learning rates on the loss function under the same network structure

配置点数量和分布方式对数值模拟结果的准确性会产生影响^[13].对整个求解域分布不同数量的配置点,其中在边界层区域对配置点进行加密处理.计算出口处平均速度与相同位置 Fluent 计算结果的相对

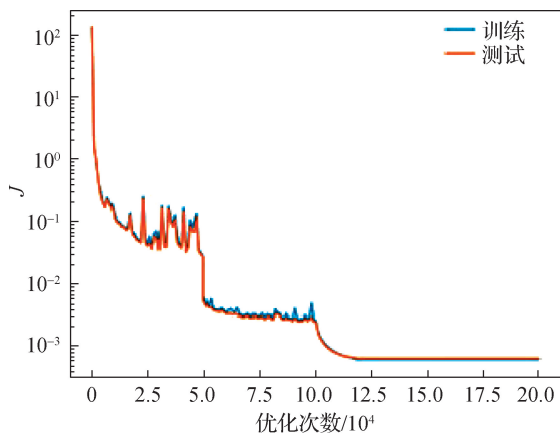


图 6 完整数值模拟过程中的损失函数曲线

Fig. 6 Loss function curve during complete numerical simulation process

流体稳态流动的解析解进行比较,结果如图 7 所示. PINN 数值模拟下的轴向速度沿径向的分布满足抛物线规律,与式(6)解析解在对应点上的相对误差最大为 3%,最大误差发生在边界层附近;主流区相对误差均小于 1%. 这证明 PINN 算法在进行数值模拟时具有较高精度,求解结果具有准确性.

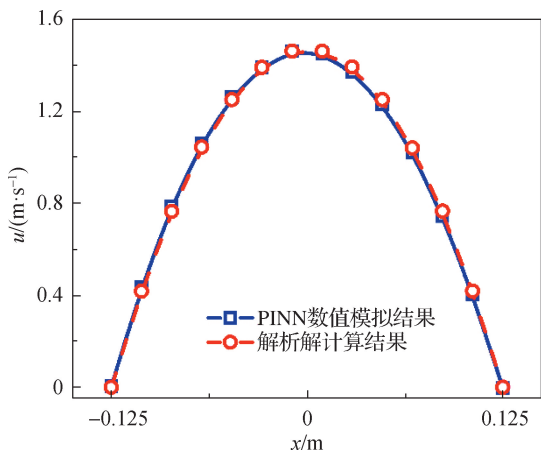


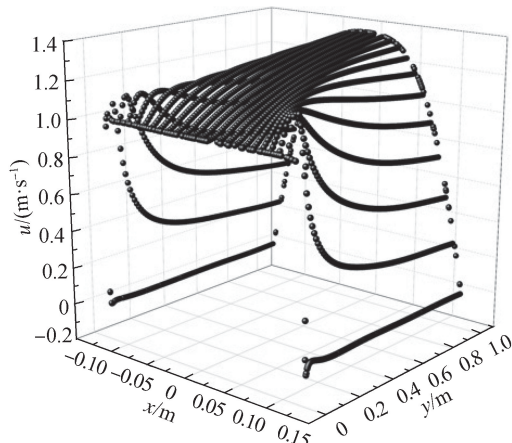
图 7 不可压缩流体在水平圆管内稳态流动的 PINN 数值模拟结果与解析解结果对比

Fig. 7 Comparison of PINN numerical simulation results and analytical solution results for steady flow of incompressible fluid in a horizontal circular tube

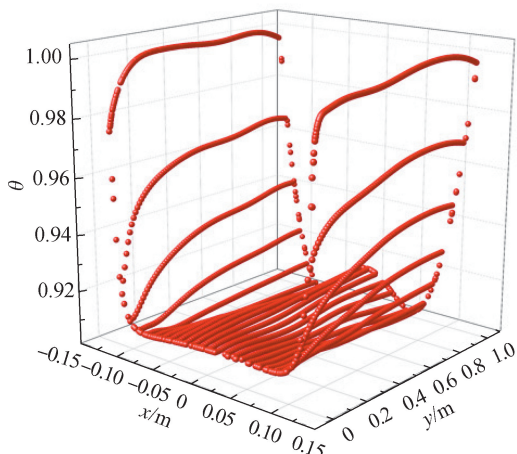
2.2.2 重力影响下的竖直圆管流动换热

图 8 为 PINN 对重力影响下竖直圆管内层流流动换热工况的数值模拟结果,边界条件同表 1,此时 $Re = 250$, PINN 中使用离散的配置点而非网格分布在计算域中. 图 8(A)中,圆管中心轴向速度随流动距离的增加不断上升,且在出口处仍未停止上升,符合流动入

口段规律;近壁面处,轴向速度逐渐降低,这与流体的黏性有关,在黏性作用下边界层附近流体轴向速度降低. 图 8(B)表明圆管中心处流体温度随流动距离的增加而上升;近壁面处流体温度接近壁面温度,显著大于主流温度.



(A) 轴向速度分布



(B) 无量纲温度分布

图 8 PINN 在各配置点对重力影响下竖直圆管内层流流动换热数值模拟的结果

Fig. 8 Results of numerical simulation of laminar flow and heat transfer in a vertical circular tube under the influence of gravity using PINN at collocation points

将 PINN 的数值模拟结果与商用软件 Fluent 计算结果进行比较,结果如图 9 所示. 由图 9(A)和(B)可以看出:PINN 数值模拟结果与 Fluent 在轴向速度以及无量纲温度上表现出极高的吻合度;在不同轴向位置, PINN 均很好地模拟出主流速度变化、近壁面黏性作用下的速度下降、流体温度上升. 将 PINN 数值模拟结果与 Fluent 结果进行比较并计算相对误差,结果如图 9(C)和(D)所示:轴向速度相对误差均在 $\pm 5\%$ 以内,相对误差较大处发生在近壁面附近;

主流部分的相对误差较小,一般不超过±2%.与速度误差相比,温度的相对误差波动更小,这是由于主流处温度尚未有较大变化.在不同轴向位置处温度

的相对误差具有相似的变化趋势,流道两侧的相对误差显著大于主流处,但相对误差较小,认为结果准确.

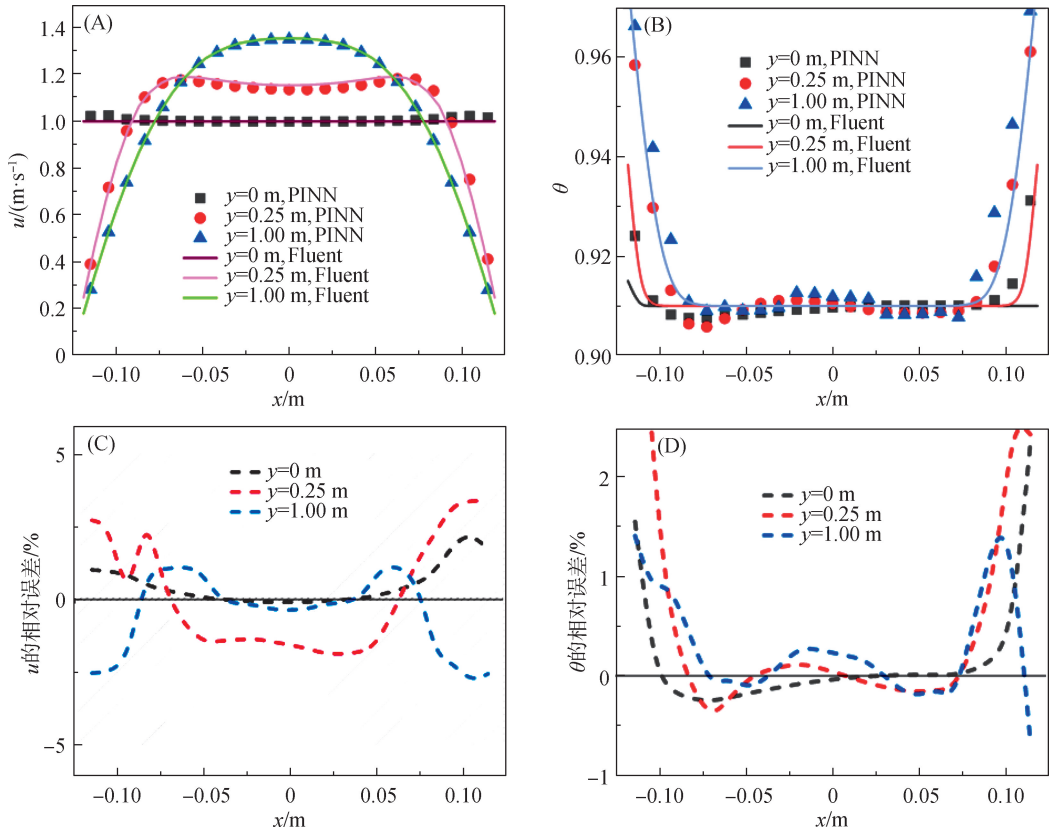


图 9 PINN 数值模拟的轴向速度(A)和温度(B)的径向分布及其与 Fluent 的相对误差(C,D)
Fig. 9 Radial distribution of axial velocity (A) and temperature (B) using PINN numerical simulation and their relative errors with Fluent (C,D)

PINN 数值模拟的不同径向位置的速度和温度的轴向分布如图 10 所示;图 10(A)中轴向速度以管轴即 $x=0$ m 为对称轴呈对称分布,主流速度在出口处仍在不断增长;而在 $x=\pm 0.050 0$ m 处,轴向速度在 $y=$

0.50 m 后已经逐渐趋于平稳,数值模拟结果与 Fluent 的吻合度较高; $x=\pm 0.062 5$ m 处,轴向速度在平稳后因流体间的黏性作用而缓慢降低,其变化趋势与 Fluent 相吻合.图 10(B)中径向对称位置的无量纲温

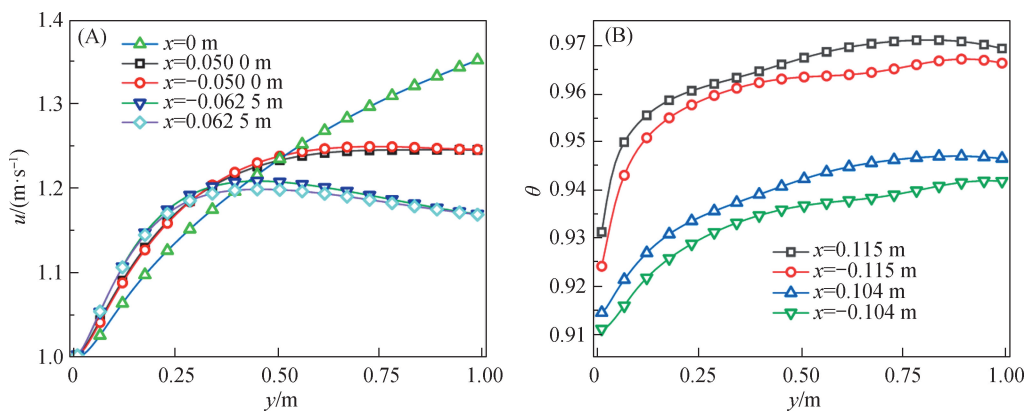


图 10 PINN 数值模拟的不同径向对称位置的速度(A)和温度(B)的轴向分布
Fig. 10 Axial distribution of velocity (A) and temperature (B) at different symmetric radial positions using PINN numerical simulation

度沿轴向的增长趋势相同,数值上也大致相同,可以认为是对称分布,其数值略有差异可能是 PINN 在数值模拟时受计算的不稳定性或初始随机权重的影响.

2.2.3 水平圆管内实际流体流动换热

为研究 PINN 在不同情景与工况下的模型有效性,利用 PINN 对水平圆管内的真实流体进行数值模拟.其中雷诺数在层流范围内变化;真实流体选择 0.1 MPa 下的干空气,其密度为 1.225 kg/m^3 ,黏度为 $1.785 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$,定压热容为 1005 J/kg ,热导率为 $0.0255 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$;水平圆管长 2 m,入口直径为 0.04 m;边界条件同表 1.

图 11 为雷诺数 $Re \approx 650$ 、普朗特数 $Pr = 0.704$ 时数值模拟的温度分布,清楚地展示了热边界层的发展过程.在入口段,管道中心处温度沿轴向发展缓慢,温度随着热边界层的发展逐渐上升.图 12(A)和(B)分别为恒壁温条件下不同轴向位置处流体温度沿径向的变化以及圆管中心流体温度沿轴向的变化,PINN 与 Fluent 计算结果吻合良好,最大温度相对误差发生在圆管出口处,为 0.69%.数值模拟结果得到的入口段长度满足经验公式^[24]:

$$l_d = 0.058dRe, \tag{11}$$

$$l_h = 0.058dRePr, \tag{12}$$

其中, d 为圆管直径, l_d 为流动边界层长度, l_h 为热边界层长度.

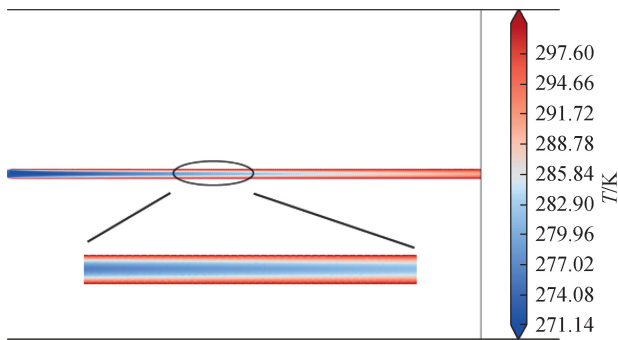
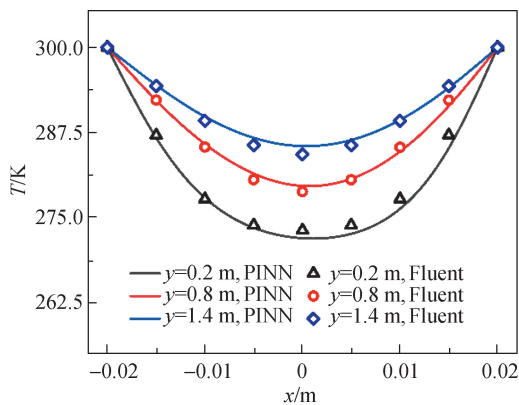


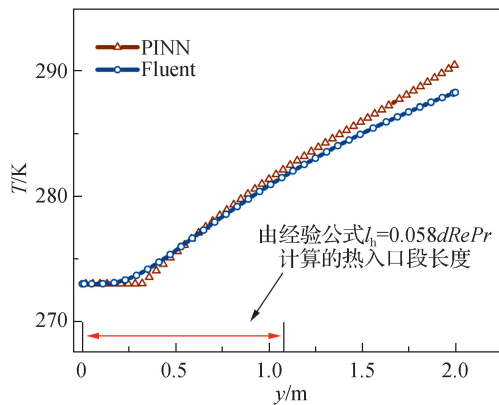
图 11 PINN 数值模拟的干空气在 2 m 长二维圆管中层流流动换热温度分布

Fig. 11 Laminar flow heat transfer temperature distribution of dry air in a 2 m long two-dimensional circular tube using PINN numerical simulation

$Re \approx 1379$ 时,完整管道流动与换热规律一致,为避免过多冗余的表述仅取入口段进行研究.如图 13(A)所示,在入口 Re 较高时,PINN 与 Fluent 计算所得入口附近的 Re 沿径向分布较一致,最大误差发生在边界层外表面附近,此处 Re 大于入口 Re ,这是由



(A) 不同轴向位置处温度沿径向的变化



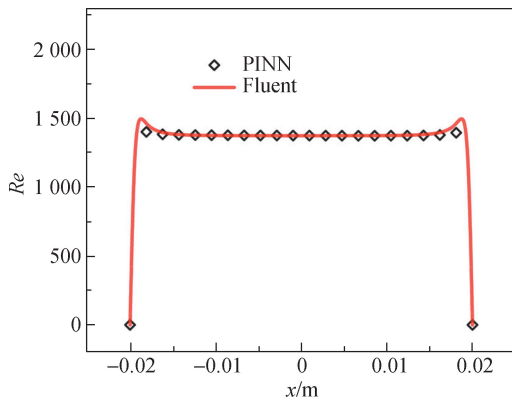
(B) 圆管中心干空气温度沿轴向的变化

图 12 $Re=650$ 时 PINN 与 Fluent 计算的圆管内温度变化
Fig. 12 Temperature variation inside the circular tube calculated using PINN and Fluent with $Re=650$

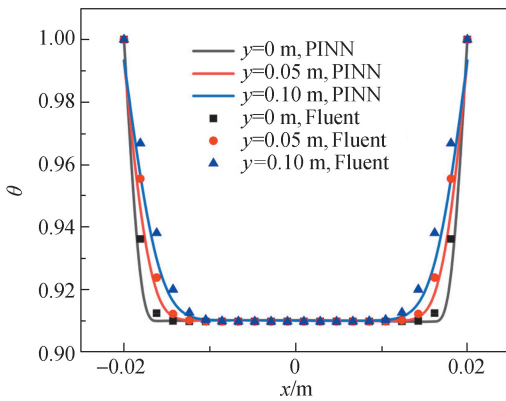
于入口效应造成流速局部增大.温度分布如图 13(B)所示,仍呈轴线对称分布,PINN 与 Fluent 计算结果中的无量纲温度分布吻合良好. Re 分布的最大相对误差为 4.15%,温度分布的最大相对误差为 2.70%.因此,可以认为基于 PINN 的圆管内流动换热数值模拟方法在层流范围内的高 Re 条件下同样具有可行性与准确性.以上研究说明用于圆管内流动换热数值模拟的 PINN 在层流范围内不同 Re 下具有普适性,该方法在进行假想流体或真实流体计算时均有可行性与准确性.

2.3 PINN 数值模拟求解效率

Fluent 采用有限体积法,通过结构化与非结构化网格构造几何模型,其优势在于速度较快,不足在于对边界条件出现变化的邻近工况,需要重复计算,过程繁琐,采用 120 万个网格进行本研究数值模拟的平均时间为 240 s.与传统 CFD 相比,PINN 求解的时间成本相对较高.利用已经训练好的工况,将其神经网络中的权重与偏置信息载入相似的待解工况中,再对对待解工况进行计算,可以大大提高 PINN 的求解效率.



(A) 入口附近雷诺数的径向分布



(B) 各截面无量纲温度的径向分布

图 13 PINN 与 Fluent 计算的层流范围内高 Re 情况下的参数分布对比

Fig. 13 Comparison of PINN and Fluent-calculated parameter distributions in the laminar flow range for the high Re case

将上述 $Re=250$ 的竖直圆管内层流流动换热的输出模型作为标准工况,并载入标准工况训练 20 万次后的权重与偏置信息(ω, b)以及优化器信息,对不同入口轴向速度和壁面温度条件的新工况进行速度场和温度场预测.预测过程中采用相同的神经网络结构,载入优化器后进行 1 000 次计算.最终损失与数值模拟时间信息如表 4 和 5 所示.

可以看出,利用预训练的权重与偏置信息极大缩短了数值模拟的时间,提升了 PINN 在数值模拟时的求解效率.对于不同的边界条件,相同结构的 PINN 数值模拟时间较稳定,变化较小.对不同速度条件与壁面温度条件,预测平均时间分别为 141.59 和 144.24 s.定义待解工况的边界条件偏离标准工况同一边界条件的程度为距离标准工况的相对偏差,该指标用于量化预测范围.由表 4 和 5 可见,本研究中速度场结果预测范围为 8%左右,优于温度场预测范围的 5%.预测结果对应的最终损失随着距离标准工况相对偏差的增大而增大.

表 4 对不同入口轴向速度邻近工况预测速度场的

最终损失及时间成本

Tab. 4 Final loss and time cost of predicted velocity field for neighboring conditions with different inlet axial velocities

$u_{in}/$ ($m \cdot s^{-1}$)	距离标准工况 的相对偏差/%	最终损失/ 10^{-4}	时间/s
1.00	0	4.59	14 367
1.01	1	6.11	141.06
1.03	3	7.19	140.71
1.05	5	8.85	141.73
1.08	8	11.8	142.86

表 5 对不同壁面温度邻近工况预测温度场的

最终损失及时间成本

Tab. 5 Final loss and time cost of predicted temperature field for neighboring conditions with different wall temperatures

T_w/K	距离标准工况 的相对偏差/%	最终损失/ 10^{-4}	时间/s
300	0	4.59	14 367
303	1	6.47	143.71
309	3	9.28	145.18
315	5	15.4	143.82

载入已有权重和偏置信息后 PINN 预测邻近工况结果如图 14 所示. $x=0$ m 处流体的轴向速度随流动距离的增加不断增大.对于不同入口轴向速度,预测结果的轴向速度场具有相同的生长趋势,且与 Fluent 结果相比,预测值普遍偏小.预测结果与 Fluent 的相对误差整体上随着入口轴向速度的增大而增大,当入口轴向速度为 1.08 m/s 时,其相对误差的波动较大.对于相同边界条件,PINN 预测结果与 Fluent 的相对误差的绝对值小于 2%,准确度较高.

图 15 为 PINN 预测的出口处流体轴向速度和无量纲温度沿径向的变化及其与 Fluent 之间的相对误差.可以看出:轴向速度沿径向分布的相对误差基本在 $\pm 2.5\%$ 以内,误差分布总体上从管轴往壁面沿径向增加;位置相同时,相对误差总体上随着边界入口轴向速度的增加逐渐增大.温度变化预测结果的相对误差在 $\pm 5\%$ 以内,温度分布在主流处出现波动,这是因为权重信息计算的影响使主流处温度增大.与速度分布相比,竖直圆管内无量纲温度预测值的相对误差较大,且随着壁面温度的升高相对误差增大,最大相对误差出现在 $x=\pm 0.1$ m 附近.事实上,通过增加优

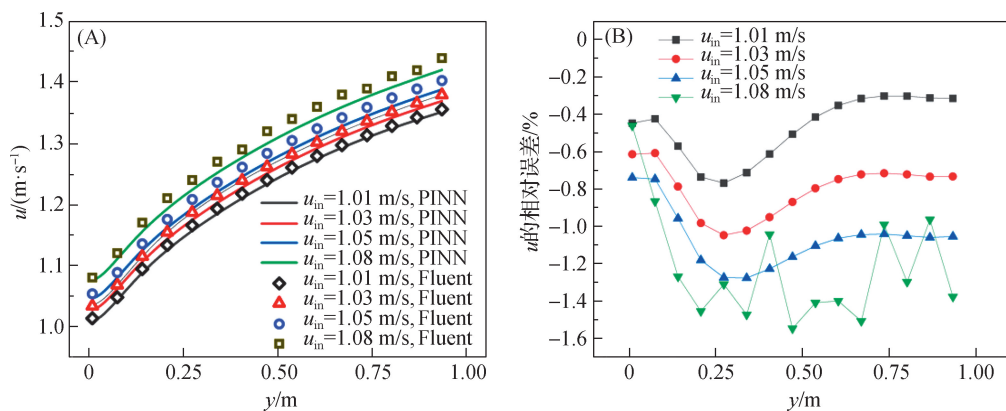


图 14 PINN 预测的不同入口轴向速度下的轴向速度变化(A)及其与 Fluent 的相对误差(B)
 Fig. 14 Axial velocity variation with different inlet axial velocities predicted using PINN (A) and their relative errors with Fluent (B)

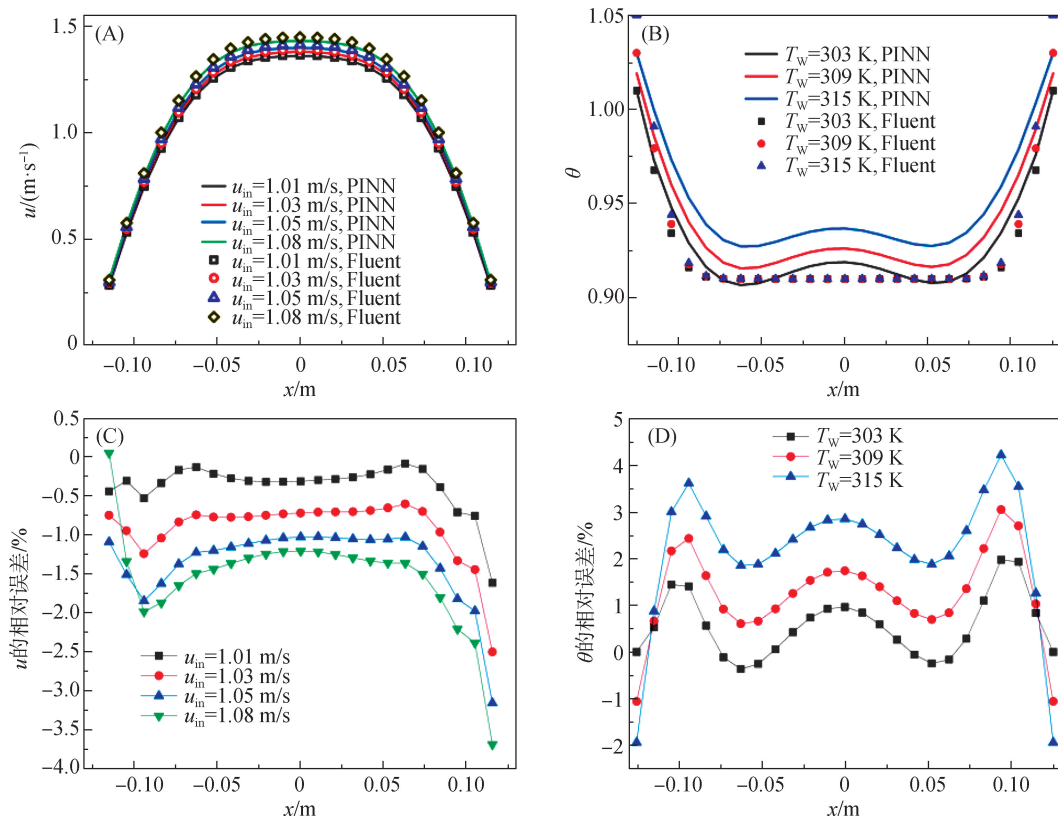


图 15 PINN 预测的出口处速度(A)和温度(B)沿径向的变化及其与 Fluent 的相对误差(C~D)

Fig. 15 Velocity (A) and temperature (B) variation at outlet along the radial direction predicted using PINN and their relative errors with Fluent (C - D)

化步骤可以有效降低这些误差。

3 结论

本研究利用 PINN 对圆管内层流流动换热进行热工流体流动换热建模,并进行数值模拟。流动过程

为稳态流动,数值模拟过程中对网络结构、学习率和配置点分布进行超参数的敏感性分析。将其数值模拟结果与 Fluent 进行对比,并利用权重和偏置信息对邻近待解工况进行计算与预测。该方法可以用于不同的几何模型、边界条件与控制方程,为 PINN 的数值模拟提供新的思路并提升求解效率。结论如下:

1) PINN 对圆管内层流流动换热进行数值模拟的结果具有准确性,与 Fluent 结果相比相对误差基本在 $\pm 5\%$ 以内. 数值模拟的损失越小,数值模拟结果越精确,对不同工况的预测结果更准确,预测范围更广. 与轴向速度场相比,数值模拟结果的温度场相对误差较小.

2) PINN 进行数值模拟时需要网络结构、学习率、配置点数量等超参数进行敏感性分析,合适的超参数可以提高数值模拟的准确性.

3) 通过载入标准工况权重和偏置信息进行预测的数值模拟方法具有可行性,可以提高数值模拟的求解效率. 利用训练后的权重和偏置信息对相同几何结构、不同边界条件的工况进行预测,结果分布准确,相对误差均在 $\pm 5\%$ 以内. 与温度场相比,速度场预测结果具有更高的精确度,预测范围更广.

参考文献:

[1] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.

[2] LU L, MENG X H, MAO Z P, et al. DeepXDE: a deep learning library for solving differential equations [J]. *SIAM Review*, 2021, 63(1): 208-228.

[3] HOU L F, ZHU B, WANG Y. $k \epsilon$ Net: discovering the turbulence model and applying for low Reynolds number turbulent channel flow[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2023, 39(5): 322326.

[4] EIVAZI H, TAHANI M, SCHLATTER P, et al. Physics-informed neural networks for solving Reynolds-averaged Navier-Stokes equations[J]. *Physics of Fluids*, 2022, 34(7): 075117.

[5] PIOCH F, HARMENING J H, MÜLLER A M, et al. Turbulence modeling for physics-informed neural networks: comparison of different RANS models for the backward-facing step flow[J]. *Fluids*, 2023, 8(2): 43.

[6] MAHMOUDABADBOZCHELOU M, KARNIADAKIS G E, JAMALI S. nn-PINNs: non-Newtonian physics-informed neural networks for complex fluid modeling[J]. *Soft Matter*, 2021, 18(1): 172-185.

[7] RAO C P, SUN H, LIU Y. Physics-informed deep learning for incompressible laminar flows [J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2020, 10(3): 207-212.

[8] SUN L N, GAO H, PAN S W, et al. Surrogate modeling for fluid flows based on physics-constrained deep learning without simulation data [J]. *Computer Methods in*

Applied Mechanics and Engineering, 2020, 361: 112732.

[9] MANAVI S, BECKER T, FATTAHI E. Enhanced surrogate modelling of heat conduction problems using physics-informed neural network framework [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2023, 142: 106662.

[10] BARARNIA H, ESMAEILPOUR M. On the application of physics informed neural networks (PINN) to solve boundary layer thermal-fluid problems[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2022, 132: 105890.

[11] JALILI D, JANG S, JADIDI M, et al. Physics-informed neural networks for heat transfer prediction in two-phase flows[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2024, 221: 125089.

[12] CAI S Z, WANG Z C, WANG S F, et al. Physics-informed neural networks for heat transfer problems [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2021, 143(6): 060801.

[13] 余波, 甘子玉, 张森林, 等. 基于物理信息神经网络预测 2D/3D 非稳态温度场及热源[J/OL]. *工程力学*. [2024-06-06]. <https://link.cnki.net/urlid/11.2595.03.20231013.1641.006>.

[14] 余波, 许梦强, 高强. 基于物理信息神经网络的功能梯度材料稳态/瞬态热传导分析[J]. *计算力学学报*, 2023, 40(4): 594-601.

[15] JIANG X C, WANG X, WEN Z M, et al. Practical uncertainty quantification for space-dependent inverse heat conduction problem via ensemble physics-informed neural networks [J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2023, 147: 106940.

[16] 赵至忱, 王彦凯, 丁铭. 二维稳态热传导方程的无监督自适应激活函数物理信息神经网络方法求解[J]. *应用科技*, 2024, 51(5): 278-283.

[17] 陆至彬, 瞿景辉, 刘桦, 等. 基于物理信息神经网络的传热过程物理场代理模型的构建[J]. *化工学报*, 2021, 72(3): 1496-1503.

[18] ZHANG Q Y, GUO X W, CHEN X H, et al. PINN-FFHT: a physics-informed neural network for solving fluid flow and heat transfer problems without simulation data[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2022, 33(12): 2250166.

[19] LAUBSCHER R. Simulation of multi-species flow and heat transfer using physics-informed neural networks [J]. *Physics of Fluids*, 2021, 33(8): 087101.

[20] LIU X, PENG W, GONG Z Q, et al. Temperature field inversion of heat-source systems via physics-informed neural networks[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2022, 113: 104902.

- [21] MERDASI A, EBRAHIMI S, YANG X, et al. Physics informed neural network application on mixing and heat transfer in combined electroosmotic-pressure driven flow [J]. *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, 2023, 193: 109540.
- [22] KATZ A, SANKARAN V. Mesh quality effects on the accuracy of CFD solutions on unstructured meshes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(20): 7670-7686.
- [23] LI S R, FENG X L. Dynamic weight strategy of physics-informed neural networks for the 2D Navier-Stokes equations[J]. *Entropy*, 2022, 24(9): 1254.
- [24] 陈卓如. 工程流体力学[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2013: 353.
- [25] WANG S F, SANKARAN S, WANG H W, et al. An expert's guide to training physics-informed neural networks[EB/OL]. [2024-06-06]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2308.08468>.
- [26] JIN X W, CAI S Z, LI H, et al. NSFnets (Navier-Stokes flow nets): physics-informed neural networks for the incompressible Navier-Stokes equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 426: 109951.

(责任编辑: 曾礼娜)

[上接第 92 页]

- [13] ZHOU P, WANG L P, ZHANG M Y, et al. ZIF-67 encapsulated CoNiSe₂ particles anchored on honeycomb structure as high-performance anode materials for sodium-ion battery[J]. *Mater Lett*, 2023, 349: 134846.
- [14] SUN Z Q, LIAO T, DOU Y H, et al. Generalized self-assembly of scalable two-dimensional transition metal oxide nanosheets[J]. *Nat Commun*, 2014, 5: 3813.
- [15] WANG H, FENG H B, LI J H. Graphene and graphene-like layered transition metal dichalcogenides in energy conversion and storage[J]. *Small*, 2014, 10(11): 2165-2181.
- [16] VAHID MOHAMMADI A, ROSEN J, GOGOTSI Y. The world of two-dimensional carbides and nitrides (MXenes)[J]. *Science*, 2021, 372(6547): eabf1581.
- [17] NAN J X, GUO X, XIAO J, et al. Nanoengineering of 2D MXene-based materials for energy storage applications [J]. *Small*, 2021, 17(9): 1902085.
- [18] JIN X, ZHANG W S, LIU S Y, et al. Highly stable Ti₃C₂T_x MXene-based sandwich-like structure via interfacial self-assembly of nitrogen-rich polymer network for superior sodium-ion storage performance[J]. *Chem Eng J*, 2023, 451: 138763.
- [19] BAI T, WANG W G, XUE G F, et al. Free-standing, flexible carbon@MXene films with cross-linked mesoporous structures toward supercapacitors and pressure sensors[J]. *ACS Appl Mater Interfaces*, 2021, 13(48): 57576-57587.
- [20] LIU Q, HONG X D, YOU X Y, et al. Designing heterostructured metal sulfide core-shell nanoneedle films as battery-type electrodes for hybrid supercapacitors[J]. *Energy Storage Mater*, 2020, 24: 541-549.
- [21] CHEN X, HE C F, WANG W G, et al. Electrochemical charge storage behavior of various NiCo₂S₄ hierarchical microstructures [J]. *Phys Rev Appl*, 2021, 15(6): 064042.

(责任编辑: 曾礼娜)