

连续函数空间上复合算子的拓扑传递性质

陆毅¹, 杨冲^{1*}, 孙英华²

(1. 华北电力大学河北省物理学与能源技术重点实验室, 数理学院, 河北 保定 071003;

2. 厦门大学数学科学学院, 福建 厦门 361005)

摘要: [目的] 在复平面 \mathbb{C} 上单连通区域 Ω 上赋予紧开拓扑的连续函数空间 $C(\Omega)$ 中, 研究复合算子 C_φ 和加权复合算子 $C_{\omega,\varphi}$ 的拓扑传递性质以及不交拓扑传递性质. [方法] 基于复合算子、加权复合算子、拓扑传递性质、不交拓扑传递性质的定义, 通过代数相关性给出新引理, 综合运用 Tietze's 延拓定理以及紧开拓扑相关性对上述问题进行研究. [结果] 给出了连续函数空间上复合算子 C_φ 拓扑传递性质的等价刻画, 加权复合算子 $C_{\omega,\varphi}$ 是拓扑传递的充分条件, 复合算子 C_φ 不交拓扑传递性质的等价刻画, 以及加权复合算子 $C_{\omega,\varphi}$ 是不交拓扑传递的充分条件. [结论] 刻画了连续函数空间上(加权)复合算子的拓扑传递性质以及不交拓扑传递性质, 这一成果对连续函数空间上复合算子的研究具有一定的借鉴意义, 推动了相关领域的发展.

关键词: 复合算子; 拓扑传递; 不交拓扑传递

中图分类号: O 177.2

文献标志码: A

文章编号: 0438-0479(2025)06-1022-04

Topologically transitive properties of composition operators on continuous function spaces

LU Yi¹, YANG Chong^{1*}, SUN Yinghua²

(1. Hebei Key Laboratory of Physics and Energy Technology, School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Baoding 071003, China; 2. School of Mathematical Sciences, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: [Objective] The study of the topological transitivity and disjoint topological transitivity of the composition operator C_φ and the weighted composition operator $C_{\omega,\varphi}$ on the continuous function space $C(\Omega)$ endowed with a compact-open topology on the simple connected domain Ω on the complex plane \mathbb{C} has attracted considerable research attention. Herein we participate in this study. [Methods] Based on definitions of composition operators, weighted composition operators, topological transitivity, and disjoint topological transitivity, a new lemma is derived through algebraic properties, and Tietze's extension theorem. Next, compact-open topological properties are comprehensively applied to study the problem. [Results] An equivalent characterization of the topologically transitive composition operator C_φ on the continuous function space is given. Furthermore, a sufficient condition for the topologically transitive weighted composition operator $C_{\omega,\varphi}$, an equivalent characterization of the disjoint topologically transitive composition operator C_φ , and a sufficient condition for the disjoint topologically transitive weighted composite operator $C_{\omega,\varphi}$ are also given. [Conclusions] The proposed study characterizes the topologically transitive and disjoint topologically transitive (weighted) composition operators on continuous function spaces. It may serve as a guiding reference for the research of composite operators on the continuous function space and effectively promotes the development of related fields.

Keywords: composition operator; topological transitivity; disjoint topological transitivity

收稿日期: 2024-11-29 录用日期: 2025-03-31

* 通信作者: yangch@ncepu.edu.cn

引文格式: 陆毅, 杨冲, 孙英华. 连续函数空间上复合算子的拓扑传递性质[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2025, 64(6): 1022-1025.

Citation: LU Y, YANG C, SUN Y H. Topologically transitive properties of composition operators on continuous function spaces [J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2025, 64(6): 1022-1025. (in Chinese)



文中用 \mathbb{C} 代表复数域, \mathbb{Z} 是整数集合, \mathbb{N} 是正整数集合且 $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

设 T 是拓扑向量空间 X 上的有界线性算子, 若对于拓扑向量空间 X 中的任意非空开集 U 和 V , 存在 $n \in \mathbb{N}$, 有 $T^n(U) \cap V \neq \emptyset$, 则算子 T 是拓扑传递的 (topologically transitive). 对作用在拓扑向量空间 X 上的有界线性算子 $T_1, T_2, \dots, T_N (N \geq 2)$, 如果对于拓扑向量空间 X 中的任意非空开集 V_0, V_1, \dots, V_N , 存在 $n \in \mathbb{N}$, 有 $V_0 \cap T_1^n(V_1) \cap \dots \cap T_N^n(V_N) \neq \emptyset$, 则算子 T_1, T_2, \dots, T_N 是不交拓扑传递的 (disjoint topologically transitive).

若存在向量 $x \in X$ 使得其在 T 下的轨道 $\text{orb}(x, T) = \{T^n x : n \in \mathbb{N}_0\}$ 在 X 中稠密, 则 T 是超循环的 (hypercyclic). 在研究超循环性质时, 经典的 Birkhoff 传递定理很重要:

定理 1 (Birkhoff transitivity theorem)^[1] 若 T 是没有孤立点的可分完备度量空间 X 上的连续算子, 则下列断言等价:

- (i) T 是拓扑传递的;
- (ii) 存在 $x \in X$ 使得 $\text{orb}(x, T)$ 在 X 中稠密.

若上述条件之一成立, 则 X 上具有稠密轨道的点的集合是一个稠密的 G_δ 集.

关于 Banach 空间、Fréchet 空间和局部凸空间上线性算子的动力学行为, 可参见文献[1-2].

本文目的是研究复平面 \mathbb{C} 上的单连通域 Ω 上赋予紧开拓扑的连续函数空间中的拓扑传递复合算子. 拓扑传递性质刻画了动力系统在迭代过程中的混合程度、遍历性、不可逆性、混沌性和全局性. 这些特性使拓扑传递系统能够在很长一段时间内表现出复杂和不可预测的动态行为, 是研究混沌系统的重要工具.

设 Ω 是一个复数域上的单连通开区域, $C(\Omega)$ 表示 Ω 上所有连续复值函数构成的空间, 对 $C(\Omega)$ 赋予紧开拓扑. Ω 上的每个连续自映射 $\varphi: \Omega \rightarrow \Omega$ 都可以诱导出一个非加权的复合算子 $C_\varphi: C(\Omega) \rightarrow C(\Omega)$, 使得对任意的 $f \in C(\Omega), C_\varphi(f) = f \circ \varphi$. 另外对任意的 $\omega \in C(\Omega)$, 都能诱导出一个逐点乘法算子 M_ω , 使得对任意的 $f \in C(\Omega)$, 有 $M_\omega(f)(z) = \omega(z)f(z)$. 因此可定义加权复合算子 $C_{\omega, \varphi} = M_\omega C_\varphi: C(\Omega) \rightarrow C(\Omega), C_{\omega, \varphi}(f)(z) = \omega(z)(f \circ \varphi)(z) (z \in \Omega)$.

关于复数域中区域上复合算子的动力学性质研究, 已经有了丰富的结论. Bourdon 和 Shapiro^[3] 研究了 Hardy 空间 H^2 中复合算子的超循环性, Bès^[4] 研究了单连通区域 Ω 上全纯函数空间 $H(\Omega)$ 赋予紧开拓扑的加权复合算子的动力学性质, Rezaei 等^[5] 研究了

向量值 Hardy 空间 $H^2(X)$ 上双边复合算子 $(C_{\varphi, T}: f \rightarrow T \circ f \circ \varphi)$ 的超循环性质, Meneu 等^[6] 研究了在无限维局部凸的连续函数空间上的加权复合算子的弱超循环性.

本文主要刻画 $C(\Omega)$ 上赋予紧开拓扑的(加权)复合算子的动力学性质, 给出了(加权)复合算子是拓扑传递和不交拓扑传递的性质刻画. 函数空间 $C(\Omega)$ 上的子基开集形式为 $[K; U] = \{f \in C(\Omega) : f(K) \subset U\}$, 其中: K 是 Ω 上的非空紧子集, U 是 \mathbb{C} 中的非空开集.

1 预备知识

设 \mathcal{A} 是由定义在集合 E 上的复值函数构成的集合, 若对任意的 $f \in \mathcal{A}, g \in \mathcal{A}$, 和任意复数 c , 满足: (i) $f + g \in \mathcal{A}$, (ii) $fg \in \mathcal{A}$, (iii) $cf \in \mathcal{A}$, 则称 \mathcal{A} 是一个代数. 令 \mathcal{B} 是 \mathcal{A} 中所有一致收敛序列的极限, 则 \mathcal{B} 被称为 \mathcal{A} 的一致闭包^[7].

若对 E 中任意两个不相同的点 x_1, x_2 , 存在 $f \in \mathcal{A}$ 使得 $f(x_1) \neq f(x_2)$, 则称 \mathcal{A} 在 E 上可分点. 若对任意 $x \in E$ 存在 $g \in \mathcal{A}$ 使得 $g(x) \neq 0$, 则称 \mathcal{A} 在 E 上任何点不为零 (vanishes at no point). 若对任意的 $f \in \mathcal{A}$, 其复共轭 $\bar{f} \in \mathcal{A}$, 则称 \mathcal{A} 是自伴的, 这里 \bar{f} 定义为 $\bar{f}(x) = \overline{f(x)}$ ^[7].

定理 2^[7] 设 \mathcal{A} 是由紧集 K 上的复值连续函数构成的自伴代数, \mathcal{A} 在 K 上可分点且 \mathcal{A} 在 K 上任何点不为零, 则 \mathcal{A} 的一致闭包 \mathcal{B} 是由 K 上的所有复值连续函数构成. 也就是 \mathcal{A} 在 $C(K)$ 中稠密.

引理 1 设 K 是 Ω 上的紧子集, 则

$$\mathcal{A} = \left\{ p(z) = \sum_n a_n z^n + \sum_m b_m^m \bar{z}^m + \sum_{i,j} c_{i,j} z^i \bar{z}^j : a_n, b_m, c_{i,j} \in \mathbb{C}, n, m, i, j \geq 0, z \in K \right\}$$

是 K 上的连续函数空间 $C(K)$ 的子代数, 且 \mathcal{A} 在 $C(K)$ 中稠密.

证明 首先证明 \mathcal{A} 是一个代数. 取 $p_1, p_2 \in \mathcal{A}$,

$$p_1(z) = \sum_n a_{1,n} z^n + \sum_m b_{1,m}^m \bar{z}^m + \sum_{i,j} c_{1,i,j} z^i \bar{z}^j,$$

$$p_2(z) = \sum_n a_{2,n} z^n + \sum_m b_{2,m}^m \bar{z}^m + \sum_{i,j} c_{2,i,j} z^i \bar{z}^j,$$

则

$$(p_1 + p_2)(z) = p_1(z) + p_2(z) = \sum_n (a_{1,n} + a_{2,n}) z^n + \sum_m (b_{1,m} + b_{2,m}) \bar{z}^m + \sum_{i,j} (c_{1,i,j} + c_{2,i,j}) z^i \bar{z}^j,$$

所以 $p_1 + p_2 \in \mathcal{A}$. 类似可证 $p_1 p_2 \in \mathcal{A}, cp_1 \in \mathcal{A} (\forall c \in \mathbb{C})$. 因此 \mathcal{A} 是一个代数. 显然 \mathcal{A} 中的元素是连续的, 即 $\mathcal{A} \subset C(K)$. 因为 \mathcal{A} 中存在非零常值函数, 则 \mathcal{A} 满足在 K 上任何点不为零, 显然 \mathcal{A} 是自伴的且在 K 上可分点, 由定理 2, \mathcal{A} 在 $C(K)$ 上是稠密的.

定理 3 (Tietze's 延拓定理)^[8] 设 K 是局部紧 Hausdorff 空间 X 的一个紧子集且 $f \in C(K)$, 则存在 $F \in C_c(X)$ 使得对任意 $x \in K, F(x) = f(x)$. ($C_c(X)$ 代表 X 上所有具有紧支撑的连续复值函数的集合).

定义 1 设 $\varphi: \Omega \rightarrow \Omega$ 是一个映射, 若对任意的紧子集 $K \subset \Omega$, 存在 $n \in \mathbb{N}$, 使得 $\varphi^n(K) \cap K = \emptyset$, 其中 $\varphi^n = \varphi \circ \varphi \circ \dots \circ \varphi$ 是 φ 的 n 次复合, 则 φ 在 Ω 上是逃逸的.

显然, 若 φ 在 Ω 上是逃逸的, 则 φ 在 Ω 上没有固定点 (否则取固定点 z 作为单点集, 则对 $\forall n \in \mathbb{N}, \varphi^n(z) = z$, 这与 φ 是逃逸的矛盾).

2 主要结果

定理 4 若 φ 是 Ω 上的连续自映射, 则 C_φ 在 $C(\Omega)$ 上是拓扑传递的当且仅当 φ 是 Ω 上逃逸的单射.

证明 \Rightarrow : 若 C_φ 是拓扑传递的. 对任意的 $\epsilon > 0$, 任意的紧子集 $K \subset \Omega$ 和 $f, g \in C(\Omega)$, 存在 $h \in C(\Omega)$ 和 $n \in \mathbb{N}$ 使得

$$\sup_{z \in K} |f(z) - h(z)| < \epsilon, \tag{1}$$

$$\sup_{z \in K} |C_{\varphi^n}(h)(z) - g(z)| < \epsilon. \tag{2}$$

取如下的 f, g :

$$f(z) = 0, g(z) = 4\epsilon, \forall z \in K.$$

$$\text{由式(1), 有 } \sup_{z \in K} |h(z)| < \epsilon.$$

假设 φ 不是逃逸的, 即对任意 $n \in \mathbb{N}$, 存在某个紧子集 K , 有 $\varphi^n(K) \cap K \neq \emptyset$, 则对任意的 $n \in \mathbb{N}$, 存在 $z \in K$ 使得 $|C_{\varphi^n}(h)(z)| < \epsilon$. 由 g 的定义知道, 这与式(2)矛盾. 所以 φ 是逃逸的.

假设 φ 不是单射, 则存在 $z \neq \omega$, 使得 $\varphi(z) = \varphi(\omega)$, 则对任意的 $h, C_{\varphi^n}(h)(z) = C_{\varphi^n}(h)(\omega)$. 取紧子集 $K \subset \Omega$ 使得 $z, \omega \in K$, 令式(2)中的 g 满足 $g(z) = g(\omega) + 2\epsilon$, 则由 $C_{\varphi^n}(h)(z) = C_{\varphi^n}(h)(\omega)$ 可得式(2)不成立, 因此 φ 是单射.

\Leftarrow : 取 K 是 Ω 上的紧子集. 由 φ 是单射且是逃逸的, 则存在 $n \in \mathbb{N}$ 使得 $\varphi^n(K) \cap K = \emptyset$ 且 $\varphi^n|_K$ 是单射. 定义 $\Phi = \varphi^{-n}: \varphi^n(K) \rightarrow K$, 由 φ 的连续性可知 $\varphi^n(K) \cup K$ 也是紧的. 对任意的 $f, g \in C(\Omega)$ 和 $\epsilon > 0$, 由引理 1, 存在 $p \in \mathcal{A}$, 使得对 K 上的连续函数 f 和

$\varphi^n(K)$ 上的连续函数 $g \circ \Phi$, 有

$$\sup_{z \in K} |f(z) - p(z)| < \epsilon,$$

$$\sup_{z \in \varphi^n(K)} |(g \circ \Phi)(z) - p(z)| < \epsilon.$$

因为 p 在 $K \cup \varphi^n(K)$ 上连续, 由 Tietze's 延拓定理, p 延拓为 Ω 上的连续函数 \bar{p} , 即存在 $C(\Omega)$ 上的连续函数 \bar{p} , 使得

$$\sup_{z \in K} |f(z) - \bar{p}(z)| < \epsilon,$$

$$\sup_{z \in \varphi^n(K)} |(g \circ \Phi)(z) - \bar{p}(z)| < \epsilon.$$

从而 $\sup_{z \in K} |(C_{\varphi^n} \bar{p})(z) - g(z)| < \epsilon, C_\varphi$ 是拓扑传递的.

注 1 在上述证明中, 如果定义

$$R(z) = \begin{cases} f(z), & z \in K, \\ (g \circ \Phi)(z), & z \in \varphi^n(K), \end{cases}$$

则 R 在 $K \cup \varphi^n(K)$ 上连续. 直接应用 Tietze's 延拓定理把 R 延拓到 Ω 上, 则定理的证明可得到简化. 因此对一般局部紧空间上的连续函数空间, 上述定理也成立.

推论 1 若 C_φ 是拓扑传递的, 则 φ 无固定点.

证明 若 C_φ 是拓扑传递的, 由定理 4 可得 φ 是逃逸的, 因此 φ 无固定点.

下面考虑 $C(\Omega)$ 空间上加权复合算子的拓扑传递性.

定理 5 设 φ 是 Ω 上的连续自映射, ω 是 Ω 上的连续函数. 若 φ 是逃逸的单射, ω 有界且对任意 $z \in \Omega, \omega(z) \neq 0$, 则 $C_{\omega, \varphi}$ 在 $C(\Omega)$ 上是拓扑传递的.

证明 取 Ω 的紧子集 K . 由 φ 是单射且是逃逸的, 则存在 $n \in \mathbb{N}$ 使得 $\varphi^n(K) \cap K = \emptyset$ 且 $\varphi^n|_K$ 是单射. 由 φ 的连续性, $\varphi^n(K) \cup K$ 也是紧的. 对任意的 $f, g \in C(\Omega)$ 和 $\epsilon > 0$, 定义

$$R(z) = \begin{cases} f(z), & z \in K, \\ \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{\omega \circ \varphi^i} g \circ \varphi^{-n} \right)(z), & z \in \varphi^n(K), \end{cases}$$

R 在 $K \cup \varphi^n(K)$ 上连续, 又因为 ω 有界, 则存在 $M > 0$, 使得对 $\forall z \in \Omega$, 有 $|\omega(z)| \leq M$, 因此

$$\sup_{z \in K} |f(z) - R(z)| < \epsilon,$$

$$\sup_{z \in \varphi^n(K)} \left| \left(\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\omega \circ \varphi^i} g \circ \varphi^{-n} \right)(z) - R(z) \right| < \frac{\epsilon}{|M|^n}.$$

由 Tietze's 延拓定理, R 可延拓为 Ω 上的连续函数 \bar{R} . 即存在 $C(\Omega)$ 上的连续函数 \bar{R} , 使得

$$\sup_{z \in K} |f(z) - \bar{R}(z)| < \epsilon, \tag{3}$$

$$\sup_{z \in \varphi^n(K)} \left| \left(\prod_{i=0}^{n-1} \frac{1}{\omega \circ \varphi^i} g \circ \varphi^{-n} \right)(z) - \bar{R}(z) \right| < \frac{\epsilon}{|M|^n}, \tag{4}$$

由式(4),有

$$\sup_{z \in K} |g \circ \varphi^n \circ \varphi^n(z) - \prod_{i=1}^n \omega \circ \varphi^i(z) \overline{R}(\varphi^n(z))| < \prod_{i=1}^n \omega \circ \varphi^i(z) \frac{\varepsilon}{|M|^n},$$

即 $\sup_{z \in K} |(C_{\omega, \varphi}^n \overline{R})(z) - g(z)| < \varepsilon$, 所以 $C_{\omega, \varphi}$ 是拓扑传递的.

下面给出连续函数空间中的复合算子 $C_{\varphi_1}, C_{\varphi_2}, \dots, C_{\varphi_N}$ 是不交拓扑传递的刻画.

定理 6 设 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N, (N \geq 2)$ 是 Ω 上两两不同的连续自映射,且都是单射,则下列说法等价:

(i) $C_{\varphi_1}, C_{\varphi_2}, \dots, C_{\varphi_N}$ 是不交拓扑传递的;

(ii) 对任意的紧子集 $K \subset \Omega$, 存在 $n \in \mathbb{N}$, 使得 $K, \varphi_1^n(K), \dots, \varphi_N^n(K)$ 两两不相交.

证明

(i) \Rightarrow (ii): 由 $C_{\varphi_1}, C_{\varphi_2}, \dots, C_{\varphi_N}$ 是不交拓扑传递的可得, 对任意的 $\varepsilon > 0$, 任意的紧子集 $K \subset \Omega$ 和 $f_0, f_1, \dots, f_N \in C(\Omega)$, 存在 $h \in C(\Omega)$ 和 $n \in \mathbb{N}$ 使得

$$\begin{aligned} \sup_{z \in K} |h(z) - f_0(z)| < \varepsilon, \\ \sup_{z \in K} |C_{\{\varphi_i^n\}}(h)(z) - f_i(z)| < \varepsilon (i \in \{1, 2, \dots, N\}). \end{aligned}$$

取如下的 $f_i (i \in \{0, 1, \dots, N\})$:

$$f_0(z) = 0, f_i(z) = 4\varepsilon (i \in \{1, 2, \dots, N\}), \forall z \in K.$$

若存在紧子集 $K \subset \Omega$ 和任意的 $n \in \mathbb{N}$ 使得 $K, \varphi_1^n(K), \dots, \varphi_N^n(K)$ 中有两个集合相交, 则有以下两种情况:

1) $K \cap \varphi_i^n(K) \neq \emptyset (i \in \{1, 2, \dots, N\})$.

此时 $\sup_{z \in K} |h(z)| < \varepsilon$, 若对任意 $n \in \mathbb{N}$, 任意的 $i, K \cap \varphi_i^n(K) \neq \emptyset$, 则存在 $z \in K$ 使得 $|C_{\varphi_i^n}(h)(z)| < \varepsilon$, 这与 f_i 的定义矛盾.

2) $\varphi_i^n(K) \cap \varphi_j^n(K) \neq \emptyset (i, j \in \{1, 2, \dots, N\}, i < j)$.

当 $z \in K$ 时, 有 $4^i\varepsilon - \varepsilon < h(\varphi_i^n(z)) < 4^i\varepsilon + \varepsilon$. $\varphi_i^n(K) \cap \varphi_j^n(K) \neq \emptyset$, 则存在 $z \in K$ 使得 $\varphi_i^n(z) = \varphi_j^n(z)$, 又 $|C_{\varphi_j^n}(h)(z) - f_j(z)| < \varepsilon$, 代入得 $|C_{\varphi_i^n}(h)(z) - f_j(z)| < \varepsilon$, 这与 f_j 的定义矛盾.

(ii) \Rightarrow (i): 取 K 是 Ω 上的紧子集. 由 $\varphi_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 是单射和(ii)可得, 存在 $n \in \mathbb{N}$ 使得 $K \cap \varphi_1^n(K) \cap \dots \cap \varphi_N^n(K) = \emptyset$ 且 $\varphi_i^n|_K (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 是单射. 定义 $\Phi_i = \varphi_i^{-n}: \varphi_i^n(K) \rightarrow K (i \in \{1, 2, \dots, N\})$. 由 $\varphi_i (i \in \{1, 2, \dots, N\})$ 的连续性可知 $K \cup \varphi_1^n(K) \cup \dots \cup \varphi_N^n(K)$ 是紧的. 对任意的 $f_0, f_1, \dots, f_N \in C(\Omega), \varepsilon > 0$, 定义

$$R(z) = \begin{cases} f_0(z), & z \in K, \\ (f_i \circ \Phi_i)(z), & z \in \varphi_i^n(K), \end{cases}$$

则

$$\begin{aligned} \sup_{z \in K} |f_0(z) - R(z)| < \varepsilon, \\ \sup_{z \in \varphi_i^n(K)} |(f_i \circ \Phi_i)(z) - R(z)| < \varepsilon (i \in \{1, 2, \dots, N\}). \end{aligned}$$

由 Tietze's 延拓定理, R 可延拓为 Ω 上的连续函数 \overline{R} , 满足

$$\begin{aligned} \sup_{z \in K} |f_0(z) - \overline{R}(z)| < \varepsilon, \\ \sup_{z \in \varphi_i^n(K)} |(f_i \circ \Phi_i)(z) - \overline{R}(z)| < \varepsilon (i \in \{1, 2, \dots, N\}), \end{aligned}$$

则 $\sup_{z \in K} |(C_{\varphi_i}^n \overline{R})(z) - f_i(z)| < \varepsilon (i \in \{1, 2, \dots, N\})$, 所以 $C_{\varphi_1}, C_{\varphi_2}, \dots, C_{\varphi_N}$ 是不交拓扑传递的, 即证.

由定理 5 及定理 6 的证明可得如下结论:

定理 7 设 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N (N \geq 2)$ 是 Ω 上两两不同的连续自映射且都是单射, $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 是 Ω 上连续函数. 对 $i \in \{1, 2, \dots, N\}, \omega_i$ 有界且对任意 $z \in \Omega, \omega_i(z) \neq 0$. $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ 满足对任意的紧子集 $K \subset \Omega$, 存在 $n \in \mathbb{N}$, 使得 $K, \varphi_1^n(K), \dots, \varphi_N^n(K)$ 两两不相交. 则 $C_{\omega_1, \varphi_1}, C_{\omega_2, \varphi_2}, \dots, C_{\omega_N, \varphi_N}$ 是不交拓扑传递的.

参考文献:

- [1] GROSSE E K G, PERIS M A. Linear chaos[M]. London: Springer-Verlag, 2011.
- [2] BAYART F, MATHERON É. Dynamics of linear operators[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [3] BOURDON P S, SHAPIRO J H. Cyclic phenomena for composition operators [M]. Providence: Am Math Soc, 1997.
- [4] BÈS J. Dynamics of weighted composition operators[J]. Complex Anal Oper Theory, 2014, 8(1): 159-176.
- [5] REZAEI H, AMINI AB ALVAN J. Hypercyclic operators on vector-valued Hardy spaces[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science, 2019, 43: 875-881.
- [6] MENEU B M J, JORDÁ E, MURILLO-ARCILA M. Supercyclicity of weighted composition operators on spaces of continuous functions[J]. Collect Math, 2020, 71: 493-509.
- [7] RUDIN W. Principles of mathematical analysis[M]. New York: McGraw-Hill, 1964.
- [8] RUDIN W. Real and complex analysis[M]. New York: McGraw-Hill, 1970.

(责任编辑:汪军)