

# 基于超螺旋算法的星舰自适应滑模姿态控制器设计

陈星宇, 王靖瑶\*

(厦门大学航空航天学院, 福建 厦门 361102)

**摘要:** [目的] 为了使星舰适应复杂的再入环境, 同时考虑到诸多不确定因素与大量扰动, 需要对飞行器的控制算法进行研究, 以实现星舰姿态控制的快速反应和精准稳定的控制。[方法] 本文设计了一种自适应超螺旋控制策略, 在扰动边界未知的情况下实现控制器对扰动的自适应, 避免对扰动边界的过估计。该控制策略不仅拥有滑模控制器的快速收敛特性, 自适应部分还使控制策略更加灵活, 在降低抖振的同时也能快速实现收敛, 参数的自动调节也使控制设计更加简单。首先建立对星舰的物理模型与控制模型, 为了细分控制过程, 基于控制模型, 将姿态模型分为内外环, 分别设计滑模控制器, 利用李雅普诺夫理论证明控制器的稳定性。然后分别设置星舰在再入过程中的各项参数与扰动, 模拟星舰可能遇到的情况。[结果] 利用 MATLAB 进行数值仿真, 在多种控制情形和高扰动环境下进行验证, 该控制器可以在复杂气动环境下稳定控制星舰姿态实现多控制情形的控制。[结论] 本文设计控制器相较于普通控制器具有更优良的控制性能, 可以在灵活调节控制效果的基础上满足星舰等类似可再入飞行器在复杂环境下的各种复杂控制需要。

**关键词:** 星舰; 姿态控制; 超螺旋滑模; 自适应控制

中图分类号: V 249.122<sup>+</sup>.2

文献标志码: A

文章编号: 0438-0479(2025)02-0253-10

## Adaptive sliding mode attitude controller design for starship based on super-twisting algorithm

CHEN Xingyu, WANG Jingyao\*

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen, 361102, China)

**Abstract:** [Objective] To adapt the starship to the complex reentry environment, many uncertain factors, and a large number of disturbances, the spiral controller of the spacecraft is studied. Herein, we aim to attain the fast response and accurate and stable control of the starship attitude control. [Methods] An adaptive hyperspiral control strategy is designed to establish the controller's self-adaptation to the disturbance when the disturbance boundary is unknown. Consequently, the overestimation of the disturbance boundary can be avoided. For the purposed of subdividing the control process based on the control model, (a) the attitude model is divided into inner and outer rings; (b) sliding mode controllers are designed respectively; and (c) Lyapunov theory is used to prove the stability of controllers. Finally, parameters and disturbances of the starship in the reentry process are set respectively to simulate situations that the starship may encounter. [Results] Numerical simulations are carried out with MATLAB to verify various control situations and the high disturbance environment. It is proved that the controller can stably control the attitude of starship in complex aerodynamic environments to achieve multi-control situation controls. Not only the control strategy secures the fast convergence characteristic of sliding mode controller, but also the adaptive part manages to increase the flexibility of the control strategy and can achieve rapid convergences while reducing buffeting. Finally, the automatic adjustment of parameters also enhances the simplicity of the control design. [Conclusions] We have demonstrated that the proposed controller outperforms ordinary ones, and can meet various

收稿日期: 2024-09-10 录用日期: 2025-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(62473323, 52372419); 厦门市自然科学基金(3502Z202471004)

\*通信作者: wangjingyao1@xmu.edu.cn

引文格式: 陈星宇, 王靖瑶. 基于超螺旋算法的星舰自适应滑模姿态控制器设计[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2025, 64(2): 253-262.

Citation: CHEN X Y, WANG J Y. Adaptive sliding mode attitude controller design for starship based on super-twisting algorithm [J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2025, 64(2): 253-262. (in Chinese)



complex control needs in complex environments of similar reentry aircrafts, such as starships, on the basis of flexible adjustment of control effects.

**Keywords:** starship; attitude control; super-twisting sliding mode; adaptive control

随着航天技术的快速发展,人类已经实现了发送飞行器到宇宙的壮举.但目前的运载手段都是使用一次性的运载火箭,成本高昂,无法支持越来越高的航天需求,降低航天成本成了亟待解决的问题.20世纪70年代研制可重复使用运载器的计划便被提出,可重复使用运载火箭是指从地面起飞完成预定发射任务后,全部或部分返回并安全着陆,经过检修维护与燃料加注,可再次执行发射任务的火箭.这样的飞行器极大地减少了运载成本,可经济高效地将货物运送至轨道,将成为未来空间战略的基石,具有广泛的应用前景,也是目前各国研究的焦点<sup>[1]</sup>.

在猎鹰9号成功后,SpaceX公司开始了星舰的研发工作,包含一个超重火箭级和一个星舰飞船级.超重火箭级采用28台“猛禽”液氧/甲烷火箭发动机,总推力约7590吨,此运输系统具备将约100吨货物运送至近地轨道的能力.目前已进行了3次试射,其中第3次试射顺利入轨,取得了重大进展.若星舰实现了可回收,将极大降低目前的造制成本.值得关注的是,星舰作为可回收运载飞行器,在其再入大气层的过程中,因外界环境对其运动具有相当大的扰动,且飞行器为高速移动,为飞行器的控制带来不少的困难<sup>[2]</sup>,而飞行器姿态控制则要求精准稳定且快速.

近年来,滑模控制被广泛应用于飞行器控制中.赵劲松<sup>[3]</sup>设计的基于神经网络的比例积分(PI)滑模控制律,可实现无抖振滑模控制,增强控制稳定性.管萍等<sup>[4]</sup>设计的基于干扰观测器的二阶滑模控制器,通过观测扰动的方式修正控制效果,可实现高扰动情形下的稳定控制.韩钊等<sup>[5]</sup>利用终端(terminal)滑模算法实现对高超声速飞行器的稳定跟踪控制.董琦<sup>[6]</sup>利用超螺旋滑模算法设计干扰观测器和控制器,实现对可重复使用运载器的姿态控制.刘金华等<sup>[7]</sup>利用神经网络与反步滑模控制相结合,将滑模算法用于四旋翼无人机的姿态控制,并实现了比普通滑模算法更好的性能和鲁棒性,但同时会带来较大的计算开销.浦甲伦等<sup>[8]</sup>利用行动-评价(actor-critic)架构结合滑模算法,通过在线强化学习训练出最优反馈控制模型,实现了良好的控制效果,但因为强化学习的加入,使控制增加了随机性,应用场景较为有限.以上这些方法都从不同方面提出了对高速飞行器姿态控制器的设计,但都容易出现控制器设计复杂,控制边界过拟合等情况.

本文将采用超螺旋滑模控制算法,以期利用其高阶滑模的特性,实现控制器的快速、精准收敛;同时,针对滑模算法出现的抖振现象,本文提出一种自适应控制思路,灵活调节控制效果,以达到抖振抑制.

### 1 星舰翻转控制模型

星舰三自由度姿态控制模型由绕质心旋转的三自由度转动方程组成.基于星舰再入过程中的情况,可做出以下假设:

- 1) 将飞行器视为刚体,不考虑弹性模态的变化.
- 2) 因为地球的自转速率远小于飞行器的转动角速率,所以忽略地球的自转速率.
- 3) 由于轨道运动比姿态运动慢得多,忽略姿态运动方程中的轨道运动项.

基于上述假设,考虑到近地复杂环境,面向控制环境可得到下列数学模型<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -p \cos \alpha \tan \beta - r \sin \alpha \tan \beta + \frac{\sin \sigma}{\cos \beta} [\dot{\chi} \cos \gamma - \dot{\phi} \sin \chi \sin \gamma + q - \sin \phi \cos \gamma + (\dot{\theta} + \Omega) \cos \phi \cos \chi \sin \gamma] - \frac{\cos \sigma}{\cos \beta} [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi - (\dot{\theta} + \Omega) \cos \phi \sin \chi], \\ \dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \sin \sigma [\dot{\gamma} - \dot{\phi} \cos \chi + (\dot{\theta} + \Omega) \cos \phi \sin \chi] + \cos \sigma [\dot{\chi} \cos \gamma - \dot{\phi} \sin \chi \cos \gamma - (\dot{\theta} + \Omega) (\cos \phi \cos \chi \sin \gamma - \sin \phi \cos \gamma)], \\ \dot{\sigma} = -p \cos \alpha \cos \beta - q \sin \beta - r \sin \alpha \cos \beta + \dot{\alpha} \sin \beta - \dot{\chi} \sin \gamma - \dot{\phi} \sin \chi \cos \gamma + (\dot{\theta} + \Omega) (\cos \phi \cos \chi \sin \gamma + \sin \phi \cos \gamma), \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\alpha, \beta, \sigma$  分别表示滚转角、俯仰角和偏航角,  $p, q, r$  分别表示滚转角、俯仰角和偏航角的变化速率,  $\theta$  表示纬度,  $\gamma$  表示航迹角,  $\phi$  表示经度,  $\chi$  表示航向角,  $\Omega$  表示地球自转角速度.再入飞行过程中,轨迹运动变化较慢,因此令轨迹变化相关项  $\dot{\theta}, \dot{\gamma}, \dot{\phi}, \dot{\chi}$  为0.外界干扰不可忽略,为了方便控制,故面向控制模型写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\Omega} = g_{\omega} \omega + a, \\ (I + \Delta I) \dot{\omega} = -g_{\omega} (I + \Delta I) \omega + M + b, \\ y = \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$  表示姿态角速率向量,  $\boldsymbol{\Omega} = [\alpha \ \beta \ \sigma]^T$  表示气动角向量,  $\mathbf{M} = [M_x \ M_y \ M_z]^T$  表示控制力矩,  $\mathbf{I}$  表示转动惯量矩阵标称部分,  $\Delta \mathbf{I}$  表示转动惯量矩阵不确定部分,  $\mathbf{b}$  为外界扰动,  $\mathbf{a}$  表示简化模型带来的不确定. 矩阵  $\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{g}_o$ 、 $\mathbf{g}_\omega$  表示如下, 其中,  $I_{ij} (i = x, y, z; j = x, y, z)$  表示星舰的转动惯量.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{XX} & -I_{XY} & -I_{XZ} \\ -I_{XY} & I_{YY} & -I_{YZ} \\ -I_{XZ} & -I_{YZ} & I_{ZZ} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}_o = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}_\omega = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \tan \beta & 1 & -\sin \alpha \tan \beta \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ -\cos \alpha \cos \beta & -\sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix}.$$

## 2 自适应超螺旋滑模算法

文献[9]提出了一种有限时间收敛模型(3):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = -k_1 \frac{\mathbf{x}_1}{\|\mathbf{x}_1\|^{\frac{1}{2}}} - k_2 \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_1, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = -k_3 \frac{\mathbf{x}_1}{\|\mathbf{x}_1\|^{\frac{1}{2}}} - k_4 \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_2, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  是系统状态,  $k_1, k_2, k_3, k_4$  为系统增益,  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  为系统不确定扰动. 假设扰动边界已知, 那么当增益满足一定条件时, 对应状态变量可以在有限时间收敛<sup>[10]</sup>, 该过程在李雅普诺夫意义下是稳定的. 该模型可以在有限时间内使被控量达到控制目标, 但与之相对的是该算法的设计相当复杂, 需要调节的参数过多. 同时, 对于星舰再入返回时的复杂气动环境, 本身就需要应对复杂的扰动设计, 直接使用此模型还需要再设计扩张观测器, 不仅增大了设计难度, 更容易对扰动过拟合. 基于上述需求, 本文设计一种自适应控制器让控制器自身适应扰动, 如此避免了对扰动产生过估计, 并且简化了控制器的设计, 在参数调整上也更方便.

由物理模型式(2)可得, 控制目标是控制姿态角达到目标控制量, 而实现姿态角的控制则需要控制姿态角速率, 若要控制姿态角速率则需要控制气动力矩. 所以需要分别设计外环和内环控制器用来分别控制姿态角速率和气动力矩<sup>[11]</sup>. 同时为了方便计算机控制, 用梯形法将连续算法化为离散形式, 设计如图 1 所示.

$$\begin{cases} \frac{k_{\Omega\alpha}(k) - k_{\Omega\alpha}(k-1)}{h} = \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}}, & k_{\Omega\alpha}(k-1) > k_T, \\ \eta_1, & \text{其他,} \end{cases} \\ k_{\Omega\beta}(k) = 2\varepsilon_1 k_{\Omega\alpha}(k), \end{cases}$$

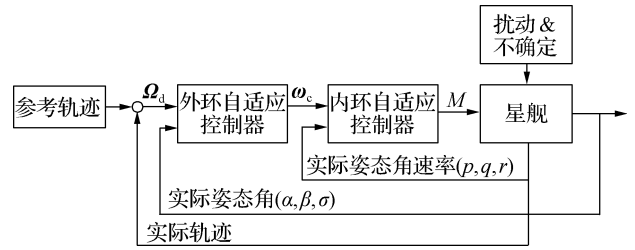


图 1 星舰再入控制器设计

Fig. 1 Design of starship reentry controller

### 2.1 外环控制器

外环控制器的控制目标是设计虚拟控制使姿态角快速跟踪制导指令, 即设置目标姿态角度  $\boldsymbol{\omega}_c$  使  $\boldsymbol{\Omega}(k)$  可以快速跟踪目标轨迹  $\boldsymbol{\Omega}_d(k)$ . 定义  $k$  时刻的跟踪误差为

$$\mathbf{e}_\Omega(k) = \boldsymbol{\Omega}(k) - \boldsymbol{\Omega}_d(k), \quad (4)$$

将其求导代入式(2), 并将控制律离散化, 有

$$\mathbf{e}_\Omega(k+1) - \mathbf{e}_\Omega(k) = h(\mathbf{g}_o \boldsymbol{\omega}(k) + \mathbf{a}) - \boldsymbol{\Omega}_d(k+1) + \boldsymbol{\Omega}_d(k), \quad (5)$$

其中,  $h$  为采样时间间隔,  $\mathbf{a}$  为确定扰动, 并假设  $\|\mathbf{a}\| < \delta_T, \delta_T$  为有限未知上界

基于有限时间收敛模型(3), 对  $\mathbf{e}_\Omega$  设计一个有限时间收敛滑模算法, 使  $\mathbf{e}_\Omega$  在有限时间内快速收敛. 取  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  为  $\mathbf{e}_\Omega(k), \bar{\mathbf{w}}_\Omega(k), \bar{\mathbf{w}}_\Omega(k) = [\bar{w}_{\Omega 1}(k), \bar{w}_{\Omega 2}(k), \bar{w}_{\Omega 3}(k)]$  为增广状态, 用以构建滑模算法模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_\Omega = -k_1 \frac{\mathbf{e}_\Omega}{\|\mathbf{e}_\Omega\|^{\frac{1}{2}}} - k_2 \mathbf{e}_\Omega + \bar{\mathbf{w}}_\Omega, \\ \dot{\bar{\mathbf{w}}}_\Omega = -k_3 \frac{\mathbf{e}_\Omega}{\|\mathbf{e}_\Omega\|^{\frac{1}{2}}} - k_4 \mathbf{e}_\Omega. \end{cases} \quad (6)$$

为了简化参数设计, 将  $k_2, k_4$  设为 0,  $k_1, k_3$  为自适应变化参数.

将式(6)代入式(5), 消去  $\dot{\mathbf{e}}_\Omega$  项, 将  $\boldsymbol{\omega}$  提出, 便得到了  $\boldsymbol{\omega}_c$  的计算公式. 将其离散化, 可得快速收敛律(7):

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_c(k) = \mathbf{g}_o^{-1}(k) \left( \frac{\boldsymbol{\Omega}_d(k+1) - \boldsymbol{\Omega}_d(k)}{h} - k_{\Omega\alpha}(k) \frac{\mathbf{e}_\Omega(k)}{\|\mathbf{e}_\Omega(k)\|^{\frac{1}{2}}} + \bar{\mathbf{w}}_\Omega(k) \right), \\ \bar{\mathbf{w}}_\Omega(k) = \bar{\mathbf{w}}_\Omega(k-1) - 0.5hk_{\Omega\beta}(k) \frac{\mathbf{e}_\Omega(k)}{\|\mathbf{e}_\Omega(k)\|^{\frac{1}{2}}}, \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $k_{\Omega\alpha}, k_{\Omega\beta}$  对应式(6)中  $k_1, k_2$ . 设置自适应参数  $k_{\Omega\alpha}, k_{\Omega\beta}$  如下, 当未达到控制目标时, 通过自适应调节控制增益, 增强控制效果, 加快控制器收敛.

其中,  $k_T$  为误差阈值,  $\omega_1, \gamma$  是调节自适应的变化率,  $\eta_1$  是动态变化下降率,  $\epsilon_1$  是两个自适应参数之比.

抖振是滑模控制的一般现象, 为了抑制抖振现

$$\begin{cases} k_{\Omega\alpha}(k) = \begin{cases} h\omega_1\sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \operatorname{sign}(\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\| - d_1) + k_{\Omega\alpha}(k-1), & k_{\Omega\alpha}(k-1) > k_T, \\ k_{\Omega\alpha}(k-1) + h\eta_1, & \text{其他}, \end{cases} \\ k_{\Omega\beta}(k) = 2\epsilon_1 k_{\Omega\alpha}(k), \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ ,  $\omega_1, \epsilon_1, \gamma_1$  为任意正常

数. 当  $\mathbf{e}_{\Omega}(k)$  值还未达到控制要求时,  $k_{\Omega\alpha}(k)$  会保持增加, 逐渐放大式(7)的控制效果, 以使其快速收敛; 而当  $\mathbf{e}_{\Omega}(k)$  进入到设定的  $d_1$  内时,  $k_{\Omega\alpha}(k)$  的变化方向会进行反转, 保持下降, 逐渐减弱式(7)的控制效果, 此举限制了滑模算法产生的抖振对控制产生的不利影响, 最终  $k_{\Omega\alpha}(k)$  下降到动态平衡处, 以便能快速反应.

定理 1: 对控制模型(2), 若对  $\forall \mathbf{a}, \mathbf{b}, \exists M_1, M_2$ , 使  $\|\mathbf{a}\| < M_1, \|\mathbf{b}\| < M_2$ , 在  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  未知的情况下, 利用控制律(7), 自适应参数增益设计为式(9)可以在有限时间内使  $\mathbf{e}_{\Omega}(k) = \mathbf{0}$ , 该过程在李雅普诺夫意义下是稳定的<sup>[6]</sup>.

证明: 定义  $\mathbf{e}_{\omega}(k) = \boldsymbol{\omega}(k) - \boldsymbol{\omega}_c(k)$ , 即  $\boldsymbol{\omega}(k) = \mathbf{e}_{\omega}(k) + \boldsymbol{\omega}_c(k)$ , 代入式(5), 有

$$\mathbf{e}_{\Omega}(k) = h[\mathbf{g}_o(\mathbf{e}_{\omega}(k-1) + \boldsymbol{\omega}_c(k-1)) + \mathbf{a}] + \mathbf{e}_{\Omega}(k-1) - \boldsymbol{\Omega}_d(k) + \boldsymbol{\Omega}_d(k-1). \quad (10)$$

将式(7)代入式(10)中, 消去  $\boldsymbol{\omega}_c(k)$  可得

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{\Omega}(k) = \mathbf{e}_{\Omega}(k-1) - \\ \quad hk_{\Omega\alpha}(k) \frac{\mathbf{e}_{\Omega}(k)}{\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\|^{\frac{1}{2}}} + \mathbf{z}_{\Omega}(k), \\ \mathbf{z}_{\Omega}(k) = \mathbf{z}_{\Omega}(k-1) + \mathbf{g}_o(k)(\mathbf{e}_{\omega}(k) - \\ \quad \mathbf{e}_{\omega}(k-1)) - 0.5hk_{\Omega\beta}(k) \frac{\mathbf{e}_{\Omega}(k)}{\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\|} + \\ \quad \mathbf{a}(k) - \mathbf{a}(k-1). \end{cases} \quad (11)$$

$k_{\Omega\alpha}(k)$  和  $k_{\Omega\beta}(k)$  的设计如式(9), 并假设  $\mathbf{a}$  有界但边界未知.

为分析(11)的稳定性, 引入如下李雅普诺夫候选函数

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}_1(k) + \frac{1}{2\gamma_1}(k_{\Omega\alpha}(k) - k_{\Omega\alpha}(k)^*)^2 + \frac{1}{2\gamma_3}(k_{\Omega\beta}(k) - k_{\Omega\beta}(k)^*)^2, \quad (12)$$

$$\mathbf{V}_1(k) = \mathbf{z}(k)^T \mathbf{P} \mathbf{z}(k), \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{z}_1(k), \mathbf{z}_2(k)]^T = \left[ \frac{\mathbf{e}_{\Omega}(k)}{\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\|^{\frac{1}{2}}}, \right.$

象, 对自适应参数添加一个抑制符号函数, 当收敛到控制目标附近时, 抑制控制器的效果, 从而减少抖振的产生. 最终的自适应参数表达式如下:

$$\mathbf{z}_{\Omega}(k)]^T, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \lambda + 4\epsilon_1^2 & -2\epsilon_1 \\ -2\epsilon_1 & 1 \end{bmatrix}. k_{\Omega\alpha}(k), k_{\Omega\beta}(k), \gamma_3 \text{ 都}$$

是大于 0 的常数. 当  $\lambda > 0$  和  $\epsilon_1$  为任意实数时,  $\mathbf{P}$  是正定的. 由此可得  $\mathbf{V}_1(k), \mathbf{V}(k)$  在上述条件下是正定的.

参考文献[6], 对  $\mathbf{V}(k)$  求导, 并将其转化, 可以得到下列不等式:

$$\begin{cases} \mathbf{V}(k) \leq \mathbf{V}(k-1) - h\eta_1 \sqrt{\mathbf{V}(k-1)} + h\xi, \\ \xi_1(k) = -|k_{\Omega\alpha}(k) - k_{\Omega\alpha}^*(k)| \\ \quad \left( \frac{k_{\Omega\alpha}(k) - k_{\Omega\alpha}(k-1) - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}}}{h\gamma_1} \right) - \\ \quad |k_{\Omega\beta}(k) - k_{\Omega\beta}^*(k)| \\ \quad \left( \frac{k_{\Omega\beta}(k) - k_{\Omega\beta}(k-1) - \frac{\omega_3}{\sqrt{2\gamma_3}}}{h\gamma_3} \right), \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\eta_3 = \min\left(\frac{\epsilon\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}, \omega_1, \omega_3\right)$ .

对添加抑制符号函数的情况作下列讨论.

情况 1: 假设对于所有  $k \geq 0$ , 都有  $k_{\Omega\alpha}(k) > k_T$  和  $\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\| - d_1 > 0$  成立, 由式(9)可得  $k_{\Omega\alpha}(k) = h\omega_1\sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} + k_{\Omega\alpha}(k-1)$ , 将该式代入式(14)中, 有

$$\begin{cases} \xi_1(k) = -|k_{\Omega\beta}(k) - \\ k_{\Omega\beta}^*(k)| \left( \frac{k_{\Omega\beta}(k) - k_{\Omega\beta}(k-1) - \frac{\omega_3}{\sqrt{2\gamma_3}}}{h\gamma_3} \right). \end{cases} \quad (15)$$

若取  $\epsilon_2 = \frac{\omega_3}{2\tau\omega_1\sqrt{\gamma_1}}$ , 代入式(15), 可得  $\xi(k) = 0$ .

由此可得:

$$\mathbf{V}(k) - \mathbf{V}(k-1) \leq -h\eta_3 \sqrt{\mathbf{V}(k-1)}. \quad (16)$$

因此  $\Delta\mathbf{V}(k) < 0$ , 又因为  $\mathbf{V}(k)$  是正定矩阵, 所以该控制器设计在  $\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\| > d_1$  的条件下可以使  $\mathbf{e}_{\Omega}(k)$  序列在有限时间内收敛到  $\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\| \leq d_1$  域内.

情况 2: 假设  $\|\mathbf{e}_{\Omega}(k)\| < d_1$ , 由式(9)可得

$$k_{\Omega\alpha}(k) = \begin{cases} -h\omega_1\sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} + k_{\Omega\alpha}(k-1), \\ k_{\Omega\alpha}(k-1) > k_T, \\ k_{\Omega\alpha}(k-1) + h\eta_1, \text{其它}. \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)代入式(14)中, 当  $k_{\Omega\alpha}(k-1) > k_T$  时, 有

$$\xi_1(k) = \frac{\sqrt{2} |k_{\Omega\alpha}(k) - k_{\Omega\alpha}(k)^*| \omega_1}{\sqrt{\gamma_1}} + |k_{\Omega\beta}(k) - k_{\Omega\beta}^*(k)| \left( \frac{\varepsilon_2 \omega_1 \sqrt{2\gamma_1}}{\gamma_3} + \frac{\omega_3}{\sqrt{2\gamma_3}} \right). \quad (18)$$

此时  $\xi_1(k) > 0$ ,  $\Delta V(k)$  具有符号不确定性, 对应  $\|e_{\Omega}(k)\|$  的值在一定时间后会变得大于  $d_1$ , 此时便回到情况 1, 由情况 1 可得该状态会在有限时间内回到情况 2, 实现动态平衡。

而当  $k_{\Omega\alpha}(k-1) \leq k_T$  时, 此时  $k_{\Omega\alpha}(k)$  序列等差并逐项递增。在有限时间内会使  $k_{\Omega\alpha}(k)$  大于  $k_T$ , 此时便符合式(17)的条件, 实现动态平衡, 关于此小邻域的有限时间可达性可以参考文献[12]。

综上,  $e_{\Omega}$  序列在自适应过程中会在  $\|e_{\Omega}(k)\| < d_1$  附近达成动态平衡, 且保持在一个比  $\|e_{\Omega}(k)\| < d_1$  更大的小邻域内。

证毕。

## 2.2 内环控制器

内环控制器的控制目标是设计控制力矩在扰动下能够在有限时间内跟踪期望指令, 即设置  $M$  值使  $\omega(k)$  快速跟踪上节得出的虚拟控制指令  $\omega_c(k)$ 。定义跟踪误差

$$e_{\omega}(k) = \omega(k) - \omega_c(k). \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{k_{\omega\alpha}(k) - k_{\omega\alpha}(k-1)}{h} = \begin{cases} \omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}}, & k_{\omega\alpha}(k-1) > k_m, \\ \eta_2, & \text{其他}, \end{cases} \\ k_{\omega\beta}(k) = 2\varepsilon_2 k_{\omega\alpha}(k). \end{cases}$$

为抑制抖振现象, 在自适应参数中加入抑制符号

$$\begin{cases} k_{\omega\alpha}(k) = \begin{cases} h\omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}} \text{sign}(\|e_{\omega}(k)\| - d_2) + k_{\omega\alpha}(k-1), & k_{\omega\alpha}(k-1) > k_m, \\ h\eta_2 + k_{\omega\alpha}(k-1), & \text{其他}, \end{cases} \\ k_{\omega\beta}(k) = 2\varepsilon_2 k_{\omega\alpha}(k), \end{cases}$$

其中:  $\omega_2, \varepsilon_2, \gamma_2, \eta_2$  为任意正常数,  $k_m$  为误差阈值;  $d_2$  为滑模窗口值, 此项将抑制在此范围内的抖振。

定理 2: 对于式(2)所表示的非线性模型, 若对  $\forall a, b, \exists M_1, M_2$ , 使  $\|a\| < M_1, \|b\| < M_2$ , 在  $a, b$  未知的情况下, 式(24)可以在有限时间内使  $e_{\omega}(k) = 0$ , 该过程在李雅普诺夫意义下是稳定的。该过程在李雅普诺夫意义下是稳定的<sup>[12]</sup>。证明过程参照 2.1 节。

## 3 数值仿真

### 3.1 对比控制器

为了体现本文设计控制器的优越性, 与光滑二阶

假设扰动项有界, 因为虚拟控制指令的导数在工程上很难得到, 因此设置新变量, 同时设置惯性环节使该新变量跟踪虚拟控制指令, 将其离散化后化为下式:

$$\omega_d(k+1) = \frac{\tau-h}{\tau} \omega_d(k) + \frac{h}{\tau} \omega_c(k). \quad (20)$$

借此变量, 基于有限时间收敛模型(3), 取  $x_1, x_2$  为  $e_{\omega}, \bar{w}_{\omega}, \bar{w}_{\omega}(k) = [\bar{w}_{\omega_1}(k), \bar{w}_{\omega_2}(k), \bar{w}_{\omega_3}(k)]$  为增广状态, 用以构建滑模算法模型:

$$\begin{cases} \dot{e}_{\omega} = -k_1 \frac{e_{\omega}}{\|e_{\omega}\|^{\frac{1}{2}}} - k_2 e_{\omega} + \bar{w}_{\omega}, \\ \dot{\bar{w}}_{\omega} = -k_3 \frac{e_{\omega}}{\|e_{\omega}\|^{\frac{1}{2}}} - k_4 e_{\omega}. \end{cases} \quad (21)$$

为了简化参数设计, 设置  $k_2, k_4$  为 0,  $k_1, k_3$  为自适应变化参数。代入式(19)、(20)、(2), 并将其离散化, 同理可得快速收敛律(22):

$$\begin{cases} M(k) = I \left( \frac{\omega_d(k+1) - \omega_d(k)}{h} + I^{-1} g_{\omega}(k) I \omega(k) - k_{\omega\alpha} \frac{e_{\omega}(k)}{\|e_{\omega}(k)\|^{\frac{1}{2}}} + \bar{w}_{\omega}(k) \right), \\ \bar{w}_{\omega}(k) = \bar{w}_{\omega}(k-1) - 0.5h k_{\omega\beta} \frac{e_{\omega}(k)}{\|e_{\omega}(k)\|^{\frac{1}{2}}}, \end{cases} \quad (22)$$

其中, 自适应参数可设计为

$$\begin{cases} k_{\omega\alpha}(k) = \begin{cases} \omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}}, & k_{\omega\alpha}(k-1) > k_m, \\ \eta_2, & \text{其他}, \end{cases} \\ k_{\omega\beta}(k) = 2\varepsilon_2 k_{\omega\alpha}(k). \end{cases} \quad (23)$$

函数, 可以得到自适应参数的最终表达式:

$$\begin{cases} k_{\omega\alpha}(k) = \begin{cases} h\omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}} \text{sign}(\|e_{\omega}(k)\| - d_2) + k_{\omega\alpha}(k-1), & k_{\omega\alpha}(k-1) > k_m, \\ h\eta_2 + k_{\omega\alpha}(k-1), & \text{其他}, \end{cases} \\ k_{\omega\beta}(k) = 2\varepsilon_2 k_{\omega\alpha}(k), \end{cases} \quad (24)$$

滑模控制器<sup>[4]</sup>和 PI 控制器进行对比。二阶滑模控制律设计如下。

定义  $e_{\Omega}(k) = \Omega(k) - \Omega_d(k)$ , 设置外环干扰观测变量  $p_f(k+1) = h(g_{\Omega}(k)\omega(k) - \frac{\Omega_d(k+1) - \Omega_d(k)}{h} + v_f) + p_f(k)$ , 定义滑模变量  $s_f(k) = e_{\Omega}(k) - p_f(k)$ , 设计干扰观测器:

$$\begin{cases} v_f(k) = k_{f1} \frac{s_f(k)}{\|s_f(k)\|^{\frac{1}{2}}} + k_{f2} s_f(k) + \varphi_f(k), \\ \varphi_f(k) = h \left( k_{f3} \frac{s_f(k)}{\|s_f(k)\|^{\frac{1}{2}}} + k_{f4} s_f(k) \right) + \varphi_f(k-1). \end{cases} \quad (25)$$

设计外环控制器:

$$\begin{cases} \omega_c(k) = g_o^{-1}(k) \left( -\hat{a} - \frac{\Omega_d(k+1) - \Omega_d(k)}{h} - k_1 f_{\text{sig}}^{\frac{m_1}{m_1+1}}(e_\Omega(k)) + w_\Omega(k) \right), \\ w_\Omega(k) = w_\Omega(k-1) - h k_1 f_{\text{sig}}^{\frac{m_1-1}{m_1+1}}(e_\Omega(k)), \end{cases} \quad (26)$$

其中:  $f_{\text{sig}}^{\gamma_1}(e_\Omega) = [|e_{\Omega 1}|^{\gamma_1} \text{sign}(e_{\Omega 1}), |e_{\Omega 2}|^{\gamma_1} \text{sign}(e_{\Omega 2}), |e_{\Omega 3}|^{\gamma_1} \text{sign}(e_{\Omega 3})]^T, k_\Omega > 0, \gamma_{\Omega 1} > 1, 0 < \gamma_{\Omega 2} < 1; \hat{a}$  为估计的不确定扰动值, 由干扰观测器观测可得;  $m_1 \geq 1, k_1, k_2$  为控制器设计参数。

定理 3: 对控制模型(2), 在干扰观测器(25)和控制率(26)作用下, 若选取合适的参数  $k_1, k_2$  和观测器增益能使  $e_\Omega$  序列在有限时间内达到相平面平衡点。

定义  $e_\omega(k) = \omega(k) - \omega_c(k)$ , 设置内环干扰观测变量  $p_M(k+1) = h(-I^{-1}g_\omega(k)I\omega(k) + I^{-1}M + v_M) + p_M(k)$ , 定义滑模变量  $s_M(k) = e_\omega(k) - p_M(k)$ , 设计干扰观测器:

$$\begin{cases} v_M(k) = k_{M1} \frac{s_M(k)}{\|s_M(k)\|^{\frac{1}{2}}} + k_{M2} s_M(k) + \varphi_M(k), \\ \varphi_M(k) = h \left( k_{M3} \frac{s_M(k)}{\|s_M(k)\|^{\frac{1}{2}}} + k_{M4} s_M(k) \right) + \varphi_M(k-1). \end{cases} \quad (27)$$

设计内环控制器:

$$\begin{cases} M(k) = I(-\hat{b} + I^{-1}g_\omega(k)I\omega(k) + \frac{\omega_c(k) - \omega_c(k-1)}{h} - k_3 f_{\text{sig}}^{\frac{m_2}{m_2+1}}(e_\omega(k)) + w_\omega(k)), \\ w_\omega(k) = w_\omega(k-1) - h k_4 \text{sig}^{\frac{m_2-1}{m_2+1}}(e_\omega(k)), \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $\hat{b}$  为估计的不确定扰动值, 由干扰观测器观测可得;  $m_2 \geq 1, k_3, k_4$  为控制器设计参数。

定理 4: 对控制模型(2), 在干扰观测器(25)和控制率(26)作用下, 当选取合适的控制器参数  $k_3, k_4$  和观测器增益时可以使  $e_\omega$  序列在有限时间内收敛到 0。

同样, 也对比例微分(PD)算法设计内外环控制器。利用上文设计的干扰观测器估计不确定扰动值。外环控制器设计如下

$$\omega_c(k) = g_o^{-1}(k) \left[ -\hat{a} - \frac{\Omega_d(k+1) - \Omega_d(k)}{h} + k_{P1} e_\Omega(k) + k_{D1} (e_\Omega(k) - e_\Omega(k-1)) \right], \quad (29)$$

其中,  $\hat{a}$  是由(25)式估计的不确定扰动值,  $k_{P1}$  和  $k_{D1}$  为 PD 控制器的两个参数。

内环控制器设计如下

$$M(k) = I(-\hat{b} + I^{-1}g_\omega(k)I\omega(k) +$$

$$\frac{\omega_c(k) - \omega_c(k-1)}{h} k_{P2} e_\Omega(k) + k_{D2} (e_\Omega(k) - e_\Omega(k-1))), \quad (30)$$

其中,  $\hat{b}$  是由(27)式估计的不确定扰动值,  $k_{P2}$  和  $k_{D2}$  为 PD 控制器的两个参数。

本小节设计的控制器将作为对比控制器和设计控制器进行对比, 以体现自适应控制器的控制优势。

### 3.2 参数设计

星舰的重量约为 135 t, 高度为 50 m, 直径为 9 m。假设星舰为一个质量均匀的刚体, 可求得星舰的大致转动惯量矩阵

$$I = \begin{bmatrix} 1.367 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 3.15 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 3.15 \times 10^7 \end{bmatrix}.$$

初始状态设置为  $\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \Omega(0) = [0.22 \ -0.2 \ -0.5]^T, \Delta I = 0, I I$ , 为了模拟星舰再入过程中复杂气动环境, 参考文献[13], 设计扰动为

$$\begin{aligned} a &= \begin{bmatrix} 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \end{bmatrix} \times 10, \\ b &= \begin{bmatrix} 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\pi t}{125}\right) + \sin\left(\frac{\pi t}{250}\right) \end{bmatrix} \times 10^5. \end{aligned}$$

控制器参数设计如下

a) 外环自适应控制器:  $\omega_1 = 2, \gamma_1 = 2, k_T = 0.5, \epsilon_1 = 1, d_1 = 0.1, \eta_1 = 1;$

b) 内环自适应控制器:  $\omega_2 = 1, \gamma_2 = 1, k_T = 0.5, \epsilon_2 = 1, d_2 = 0.5, \eta_2 = 1;$

c) 二阶滑模外环观测器与控制器:  $k_{P1} = 7, k_{D1} = 15, k_{P3} = 15, k_{D3} = 15, \gamma_{\Omega 1} = 1, \gamma_{\Omega 2} = 0.5, k_1 = 5, k_2 = 0.1, m_1 = 6, m_2 = 12;$

d) 二阶滑模内环观测器与控制器:  $k_{M1} = 10, k_{M2} = 1, k_{M3} = 1, k_{M4} = 1, \gamma_{\omega 1} = 1, \gamma_{\omega 2} = 0.5, k_3 = 1.5, k_4 = 0.5;$

e) PD 外环和内环控制器:  $k_{p1} = 5, k_{D1} = 1, k_{p2} = 5, k_{D2} = 1$ .

### 3.3 仿真结果与分析

#### 3.3.1 静态跟踪结果与分析

本文从两种控制情形中分析该控制器的优越性,首先设置控制目标为  $\Omega_d = [1, 1, 1]^T$ , 控制时间设置为 10 s, 用于验证当控制目标固定时的控制效果, 结果见图 2~4. 由图 2 可知, 自适应控制器具有更快的收敛速度, 光滑二阶滑模与 PID 的收敛速度接近; 同时, 除了对  $\beta$  的控制, 自适应控制器的超调量均最小, 控制更加稳定. 由图 3 知, 光滑二阶滑模与 PID 控制器在达到控制目标后还具有较为强烈的抖振现象, 而自适应控制器的力矩变化更加平缓, 当达到控制目标后几乎无抖振, 表现出其控制的稳定性.

为了说明自适应控制器有更好的抖振抑制功能, 设置评价指标  $D = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \|\Omega(k) - \Omega_d(k)\|$ , 该指标可有效得出控制结果和实际的偏差情况, 越小表示该控制器和控制目标越接近. 静态跟踪下得到 3 种控制器在稳定控制 ( $\Delta = \pm 5\%$ ) 下的评价指标  $D_{\text{滑模}} = 0.005 0, D_{\text{PD}} = 0.005 9, D_{\text{自适应}} = 0.003 7$ , 可见自适应控制器具有更优良的抖振抑制功能.

图 4 展示了自适应参数在控制过程中的变化情况, 可以直观看出参数变化趋势. 当还未达到控制目标时, 自适应参数快速增大, 增强控制效果, 体现在跟踪曲线中便是一段快速上升的曲线; 而当达到控制目标后, 自适应参数迅速降低, 降低控制效果, 从而实现抑制抖振的效果; 最终, 自适应参数保持动态平衡, 确保对控制变化有快速反应.

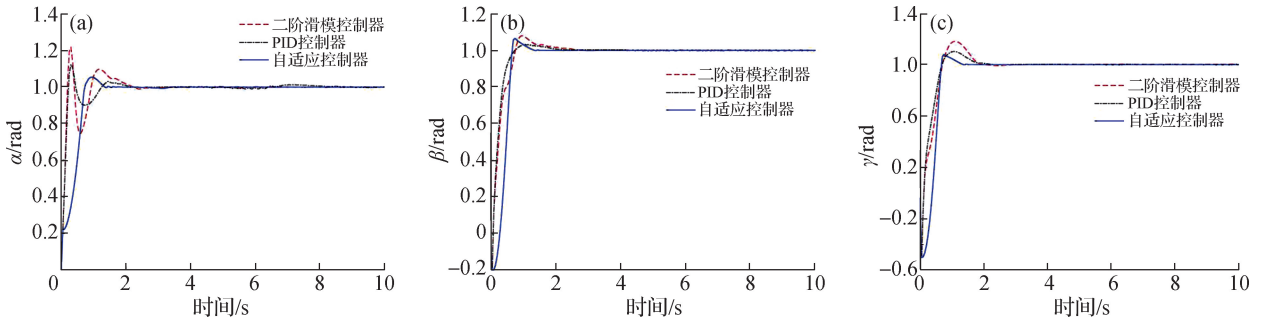


图 2 静态跟踪下光滑二阶滑模、PID 和自适应滑模控制器的固定姿态跟踪结果对比

Fig. 2 Comparison of fixed attitude tracking results obtained by smooth second-order sliding mode, PID and adaptive sliding mode controller under static tracking

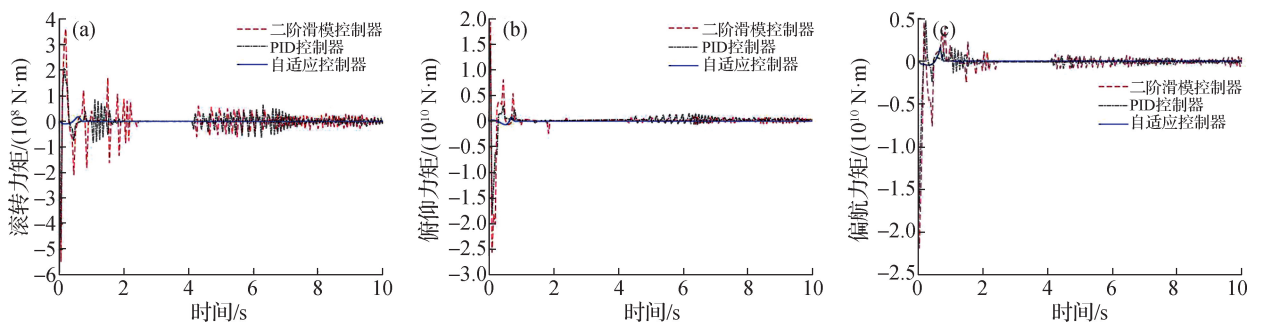


图 3 静态跟踪下光滑二阶滑模、PID 和自适应滑模控制器的控制力矩结果对比

Fig. 3 Comparison of control torque results obtained by smooth second-order sliding mode, PID and adaptive sliding mode controller under static tracking

#### 3.3.2 动态跟踪结果与分析

关于动态轨迹跟踪, 设置目标轨迹为  $\Omega_d = [\cos(0.25t), \cos(0.25t) + \sin(0.125t), e^{\sin(0.25t)}]^T$ , 控制时间设置为 200 s, 仿真结果见图 5~7. 由图 5 可知, 自适应控制器具有更加优良的动态跟踪性能, 控

制准确率更高; 由图 6 可知, 相对于光滑二阶滑模和 PID 控制器, 自适应控制器的控制力矩变化更加稳定, 不会出现力矩的突变情况, 控制更加稳定; 为了检验 3 种控制器的抖振情况, 运用评价指标  $D = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \|\Omega(k) - \Omega_d(k)\|$ , 可得  $D_{\text{滑模}} = 0.144 7, D_{\text{PD}} =$

0.307 5,  $D_{\text{自适应}} = 0.024 9$ . 显然,自适应控制器具有更优良的抖振抑制功能. 图 7 展现的自适应参数变化情

况可以说明,自适应参数可以根据控制情况的变化而快速反应,从而有效跟踪控制目标并极大抑制抖振.

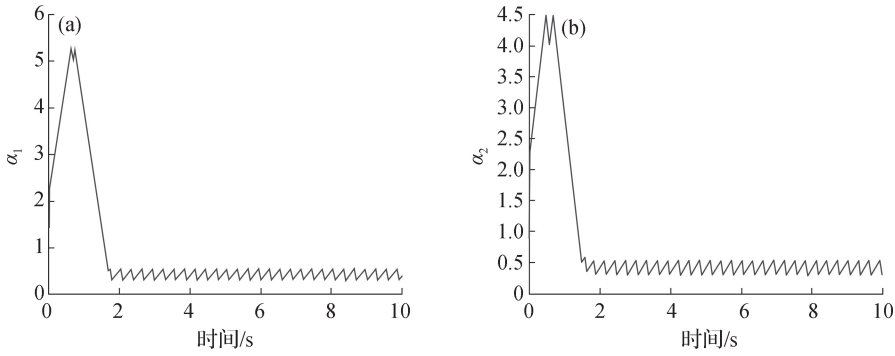


图 4 静态跟踪下自适应参数变化

Fig. 4 Adaptive parameter variation under static tracking

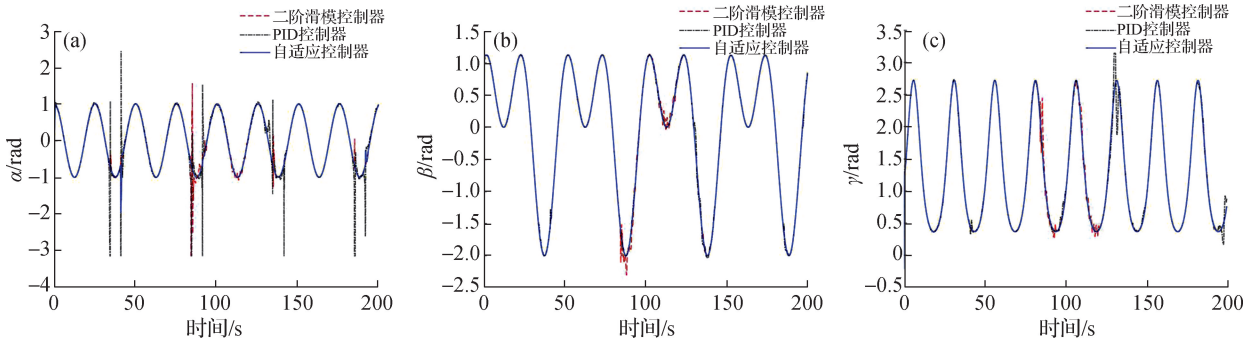


图 5 动态跟踪下光滑二阶滑模、PID 和自适应滑模控制器姿态跟踪结果对比

Fig. 5 Comparison of attitude tracking results obtained by smooth second-order sliding mode, PID and adaptive sliding mode controller under dynamic tracking

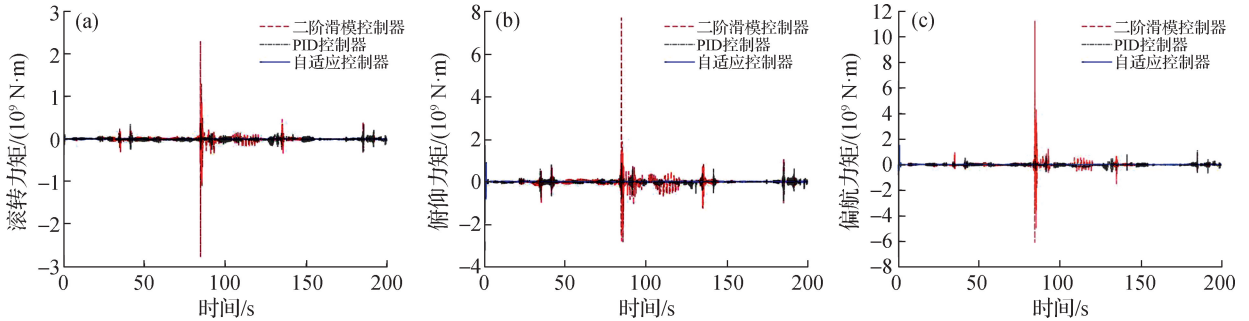


图 6 动态跟踪下光滑二阶滑模和自适应滑模控制器控制力矩曲线对比

Fig. 6 Comparison of control torque curves between smooth second-order sliding mode controller and adaptive sliding mode controller under dynamic tracking

### 3.3.3 参数敏感性分析

自适应控制算法的设计较为简单,影响其控制性能的主要是两个参数  $d$  和  $\omega$ . 参数  $d$  主要影响的是判断何时减弱控制器以削减抖振;而参数  $\omega$  主要影响的是自适应参数变化的速率. 分别改变这两种参数,对比对静态目标控制的效果,如图 8~11 所示. 其中,

$$d_{\text{low}} = 0.05, d_{\text{high}} = 1, \tau_{\text{low}} = 0.5, \tau = 10.$$

由图 8~9 可知,若取  $d$  值过小,控制器很难达到降低自适应参数范围的效果,自适应参数将持续增大,反而增大了抖振,最终导致控制不稳定;而取  $d$  值过大,在还未达到控制目标时就减弱了控制效果,会导致控制收敛变慢,不能快速达到控制目标. 由图 10~

11 可知,若取  $\omega$  值过小,自适应参数变化较慢,收敛速度变慢;若取  $\omega$  值过大,自适应参数变化过快,刚达

到控制目标附近时,控制器效果便迅速减弱,然而此时并未真正到达控制目标,反而导致收敛速度变慢。

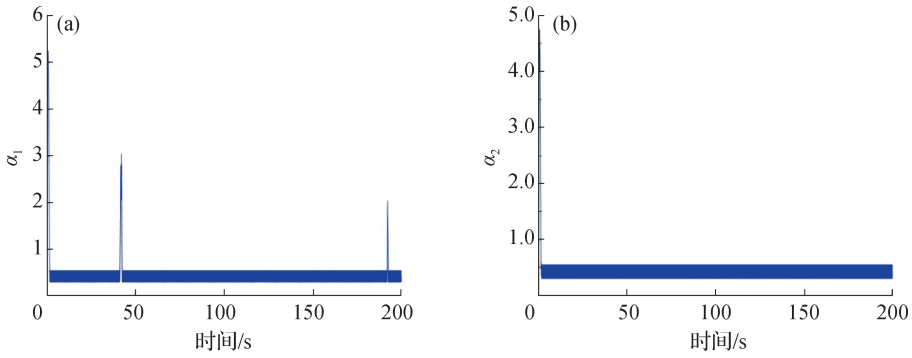


图 7 动态跟踪下自适应参数变化

Fig. 7 Adaptive parameter variation under dynamic tracking

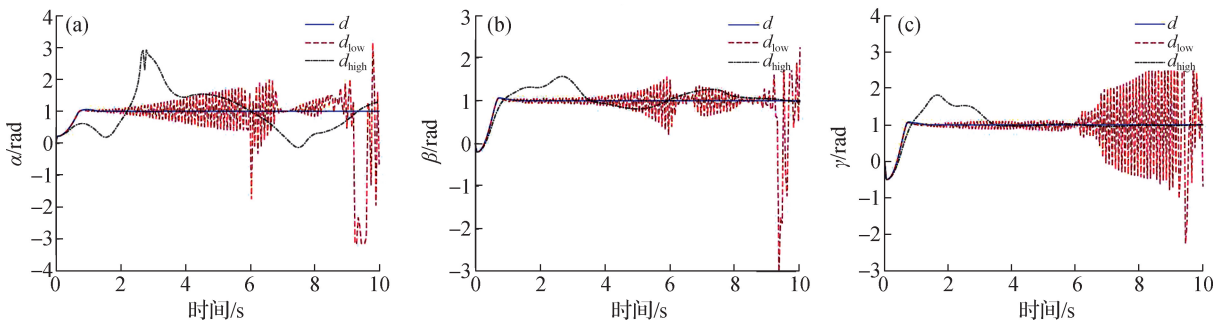


图 8 不同  $d$  值下的姿态跟踪

Fig. 8 Attitude tracking for different  $d$  values

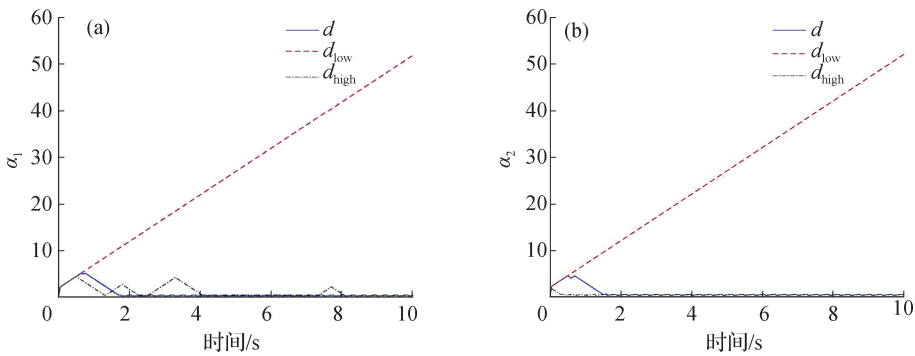


图 9 不同  $d$  值下的自适应参数变化

Fig. 9 Adaptive parameter variation for different  $d$  values

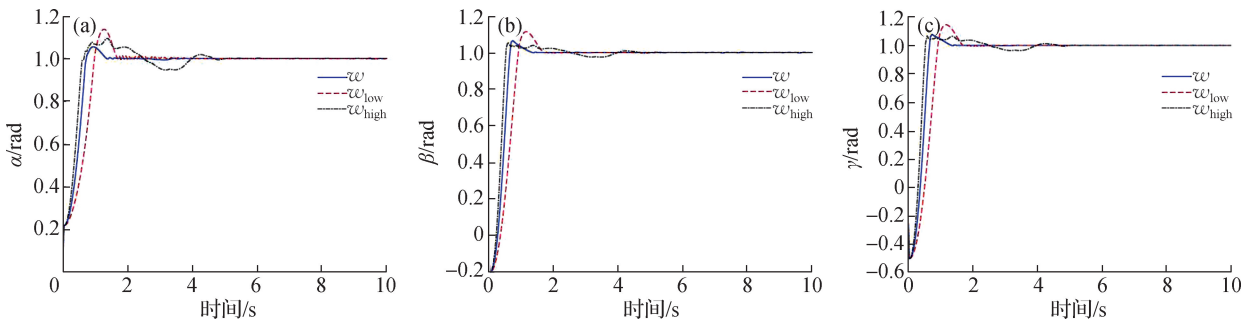


图 10 不同  $\omega$  值下姿态跟踪

Fig. 10 Attitude tracking for different  $\omega$  values

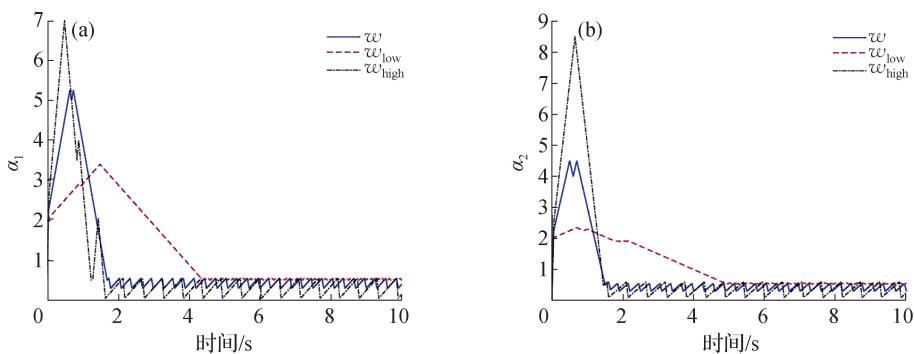


图 11 不同  $\omega$  值下自适应参数变化

Fig. 11 Adaptive parameter variation for different  $\omega$  values

## 4 结 论

本文针对星舰大角度姿态变换控制问题,基于超螺旋滑模算法设计了一种自适应滑模控制策略,并基于李雅普诺夫理论证明了该控制器的稳定性.相较于光滑二阶滑模控制策略,该自适应控制方案避免对不确定扰动进行估计,从而简化了控制设计,优化控制过程,避免过估计,同时自适应参数的变化使控制更灵活,既可以快速实现控制目标,更能降低滑模控制带来的抖振.本文基于复杂气动环境下的控制情形进行了仿真研究,与光滑二阶滑模控制策略和 PID 控制策略对比,本文设计的控制策略能够有效实现控制目标,同时抑制抖振产生,使姿态控制系统具有良好的控制性能和强鲁棒性.

### 参考文献:

[1] 王小军. 中国航天运输系统未来发展展望[J]. 导弹与航天运载技术, 2021(1): 1-6.  
 [2] GAFKA T L, KERR J H, YAP K C, et al. Structural health monitoring and risk management of a reusable launch vehicle[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2012, 49(6): 1099-1108.  
 [3] 赵劲松. 高超声速飞行器无抖振滑模姿态控制研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2018: 8-9.  
 [4] 管萍, 张世先. 高超声速飞行器自适应光滑二阶滑模姿态

控制[J]. 导弹与航天运载技术, 2018(5): 65-71.  
 [5] 韩钊, 宗群, 田柏苓, 等. 基于 Terminal 滑模的高超声速飞行器姿态控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 259-263.  
 [6] 董琦. 可重复使用运载器轨迹优化与姿态跟踪控制[D]. 天津: 天津大学, 2017.  
 [7] 刘金华, 王远, 张智轩, 等. 基于 RBF 网络的四旋翼无人机姿态鲁棒自适应反步滑模控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2025, 46(1): 36-42.  
 [8] 浦甲伦, 詹韬, 李博皓, 等. 可重复使用运载器扰动观测补偿强化学习控制[J]. 空天技术, 2024(5): 44-52.  
 [9] LEVANT A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control[J]. International Journal of Control, 1993, 58(6): 1247-1263.  
 [10] NAGESH I, EDWARDS C. A multivariable super-twisting sliding mode approach[J]. Automatica, 2014, 50(3): 984-988.  
 [11] STOTT J E, SHTESSEL Y B. Launch vehicle attitude control using sliding mode control and observation techniques[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 397-412.  
 [12] SHTESSEL Y B, TALEB M, PLESTAN F. A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: methodology and application[J]. Automatica, 2012, 48(5): 759-769.  
 [13] BOLLINO K P. High fidelity real time trajectory optimization for reusable launch vehicles[D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 2006.

(责任编辑: 任滢滢)