

# 基于物理模型驱动的神经网络的 OAM 复值谱重建:数值模拟

卢国栋,张武虹\*,陈理想

(厦门大学物理科学与技术学院,福建 厦门 361005)

**摘要:** [目的] 轨道角动量(orbital angular momentum, OAM)高维叠加态的远场衍射图像不仅包含 OAM 信息,还包含远场传输信息,且图样复杂,其复值谱重建的非神经网络方法效率低,传统神经网络又需要大量训练资源. 针对这一问题,对物理模型驱动训练的神经网络方法进行研究. [方法] 一方面利用 OAM 高维叠加态的远场衍射模型生成一系列的远场衍射图像,另一方面利用该物理模型验证 OAM 复值谱重建结果,从而将物理模型嵌入图像的生成与重建过程,以达到降低对训练数据规模的依赖,提高训练效率的目的. [结果] 仅需单次测量,通过 2 000 次迭代即可实现 OAM 复值谱重建神经网络的训练. 在强度为模拟图像强度最大值的 1/20 的均匀噪声下,多种模拟条件下该方案重建结果均有良好效果,且在较理想模拟条件下保真度可达 0.99. [结论] 这为高维 OAM 复值谱的重建提供了一种新的思路.

**关键词:** OAM 谱重建;深度学习;神经网络;物理模型驱动

中图分类号: TP 183; TN 929.1

文献标志码: A

文章编号: 0438-0479(2025)04-0675-07

## Reconstruction of the OAM complex-valued spectrum utilizing a physical model-driven neural network: numerical simulation

LU Guodong, ZHANG Wuhong\*, CHEN Lixiang

(School of Physical Sciences and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** [Objective] The far-field diffraction patterns of high-dimensional orbital angular momentum (OAM) superposition states contain not only OAM information but also far-field propagation details, with complex patterns. Non-neural-network methods for reconstructing its complex-valued spectrum are inefficient, while traditional neural networks require high training resource. To address this issue, we investigate a physics-model-driven neural network approach. [Methods] On one hand, the far-field diffraction model of high-dimensional OAM superposition states was used to generate a series of far-field diffraction images. On the other hand, the same physical model was employed to validate the reconstructed OAM complex-valued spectra. By embedding the physical model into both the image generation and reconstruction processes, the dependence on large-scale training data was reduced, and also the training efficiency was improved. [Results] With only a single measurement, the training of the OAM complex-valued spectrum reconstruction neural network was achieved in merely 2,000 iterations. Under uniform noise at 1/20 of the maximum simulated image intensity, the proposed method demonstrated robust reconstruction performance across various simulated conditions. In near-ideal simulation scenarios, the fidelity reached 0.99. [Conclusion] Hopefully, the proposed approach for reconstructing high-dimensional OAM complex-valued spectra can serve as a guide for the neural-network community.

**Keywords:** OAM spectrum reconstruction; deep learning; neural network; physical model-driven

收稿日期: 2024-10-08 录用日期: 2025-03-25

\* 通信作者: zhangwh@xmu.edu.cn

引文格式: 卢国栋, 张武虹, 陈理想. 基于物理模型驱动的神经网络的 OAM 复值谱重建[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2025, 64(4): 675-681.

Citation: LU G D, ZHANG W H, CHEN L X. Reconstruction of the OAM complex-valued spectrum utilizing a physical model-driven neural network: numerical simulation[J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2025, 64(4): 675-681. (in Chinese)



角动量作为旋转物体的固有属性,对光子而言可分为轨道角动量(OAM)和自旋角动量(SAM).它们分别描绘螺旋波前和电场极化的特征<sup>[1]</sup>.光束携带OAM最清晰的例证是与传播方向正交的横截面上 $l$ 重螺旋的相位分布,在数学上该相位分布表示为 $\exp(i l \varphi)$ ,其中: $\varphi$ 为角坐标; $l$ 为OAM量子数,取任意整数.1992年,Allen等<sup>[2]</sup>阐明了每个具有螺旋相位的光束本质上是每个光子携带了量子信息 $l$ ,因此OAM在大容量数据传输<sup>[3-4]</sup>和产生高维纠缠态方面有着巨大潜力<sup>[5-6]</sup>.然而,实现以上功能的前提是能对任意OAM叠加态,特别是高维叠加态光束的复值谱进行高效识别.因此,对于OAM的相关应用,精确测量OAM复值谱具有重要意义.

在过去,最为常见测量OAM谱的方法即是OAM的叠加模式经过一系列特定OAM全息光栅的空间光调制器(SLM)后,将第一阶衍射光耦合到单模光纤中检测光强度<sup>[6]</sup>,但由于该方案测量效率低下且精度受光纤耦合效率影响<sup>[7]</sup>,导致在实际应用中该方法掣肘颇多.因此,如何更好地实现高维OAM谱探测与表征成为了一个值得研究和讨论的课题.经过多年的研究发展,人们提出了诸多方案意图攻克这一难题,最为常用的是以级联马赫-曾德尔干涉仪为代表的光束干涉法<sup>[8-11]</sup>和以对数极坐标变换为代表的坐标变换法<sup>[12-14]</sup>.干涉法利用相位进行相消或相长,从而实现奇偶数拓扑荷数的有效分离,并以此为基础,将装置不断级联,从而将不同的拓扑荷数层层分类.但不断级联的装置整体过于庞大,极大影响实际应用.坐标变换法则对光束横向相位进行调制,使不同的OAM模式投影至投影平面的不同横向位置,从而实现分类.但该方案破坏了涡旋光波前相位的螺旋结构,不利于光束的继续传播.此外,还有利用角透镜直接将不同模式涡旋光投影至不同角向位置实现区分的方法<sup>[15-16]</sup>,但此种方法同样会对涡旋光的波前结构造成破坏.得益于机器学习的出现,近年来OAM模式识别又有了诸多发展<sup>[17-19]</sup>.已有研究人员通过神经网络与光学掩膜结合的方式测量光束的OAM强度谱<sup>[20]</sup>.本团队也通过对模型的前期训练,实现了15维OAM复值谱的恢复<sup>[21]</sup>.然而,传统的深度学习需要极长的模型训练过程,往往需要大量的训练时间.同时,庞大的训练集也很难在实际中得到.因此,构建一种适用于低资源的神经网络显得尤为重要.

事实上,低计算资源消耗的无监督神经网络已广泛地应用于全息图生成<sup>[22]</sup>、图像恢复<sup>[23]</sup>、材料特征提

取<sup>[24-26]</sup>、生物研究<sup>[27]</sup>等方面.2020年被提出的深度图像先验(deep image prior, DIP)理论更是深刻地揭示了神经网络结构本身即具有隐式先验信息<sup>[28]</sup>.在图像恢复领域,基于DIP的无监督神经网络应用逐渐出现<sup>[29-30]</sup>.特别是2020年,司徒国海团队率先使用物理定律驱动的未训练神经网络实现了相位图像的复原<sup>[30]</sup>.这一技术使得跳过预训练步骤,直接进行神经网络迭代输出复原图像结果成为可能.本文将该理念应用于OAM复值谱的重建,提出了一种基于未训练神经网络恢复OAM复值谱的方案.

## 1 OAM复值谱识别

### 1.1 OAM叠加态物理模型及识别难点

以OAM光束的典型代表拉盖尔-高斯(LG)模式为例,当将LG模式作为搭建希尔伯特空间的基态矢<sup>[2]</sup>时,OAM叠加态的波函数可表示为 $|\psi\rangle = \sum_l C_l |l\rangle$ .其中: $l$ 为LG模式的角向量量子数; $C_l = A_l \exp(i\phi_l)$ , $A_l$ 、 $\phi_l$ 为LG模式的辐值与相位,对应OAM复值谱的全部信息.对于该OAM叠加态,无法直接通过横向光场强度得到任何关于 $\phi_l$ 的相位信息.即使考虑直接通过光强图像使用深度学习识别OAM谱,也需要将光强图像与OAM谱唯一对应,而对于同一束腰半径的OAM光束,携带 $\pm l$ 拓扑荷数的模式其横向光场的光强分布相同,因此,需要经过特定的衍射传播过程使不同的拓扑荷数能够各自一一对应地联系某一幅光强图像<sup>[31-32]</sup>.在设计衍射过程时,应注意对于分别携带 $\pm l$ 拓扑荷数的模式,需要破坏两者光强在正负拓扑荷数上的对称性,才可使两者有效区分.

在仿真实验中,衍射物理模型采用三角形孔洞进行远场衍射.由文献<sup>[32]</sup>可知,携带不同拓扑荷数的OAM光束经过三角孔洞及单透镜成像后会形成排列整齐的三角状光斑阵列,阵列偏转方向与拓扑荷数正负有关、三角阵列边缘光斑数与拓扑荷数大小有关.图1为入射LG光束分别携带 $\pm 3$ 拓扑荷数的模拟图,可见 $l = \pm 3$ 的LG光束因相位分布不同,在通过三角孔衍射后呈现出易于区分的光斑阵列.

### 1.2 传统网络框架

对于传统OAM复值谱重建的深度学习模型,通常需要一定的训练集使神经网络习得输入量与输出量之间的映射函数.具体地:通过衍射实验,使得不同的OAM模式光束成像为一一对应的衍射光强图像 $I_{\text{diff}}$ ,再通过采集大量的对应OAM模式标签训练神经

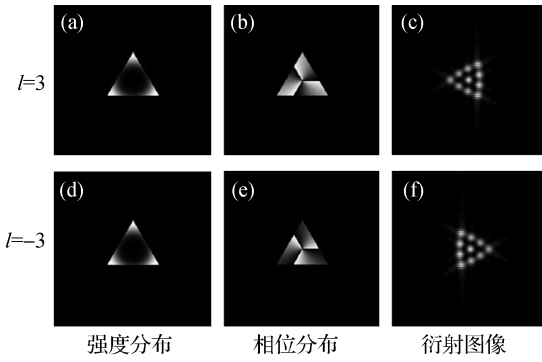


图 1 LG 光经三角孔后的强度分布、相位分布和远场衍射图像  
Fig. 1 Simulation of intensity distribution, phase distribution and far-field diffraction image of LG beams after passing through a triangular aperture

网络. 网络的训练过程, 可以视为是优化神经网络泛化函数的网络权重和偏置因子的过程:

$$\begin{cases} \arg \min_{\theta} L[\psi', \psi], \\ \psi' = R_{\theta}(I_{\text{diff}}), \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $L$  为神经网络所定义的损失函数;  $I_{\text{diff}}$  为衍射图像;  $\psi$  为待识别叠加态;  $R_{\theta}$  为神经网络的泛化函数<sup>[33]</sup>, 可将  $I_{\text{diff}}$  映射为  $\psi'$ , 其对应重建 OAM 复值谱的全部信息;  $\theta$  为神经网络的网络参数. 若将衍射过程函数记作  $\Theta$ , 可见, 传统的深度学习模式不需要关于物理实验过程  $\Theta$  的具体信息.

### 1.3 物理模型驱动的网络框架

与传统深度学习模式不同, 为了充分利用已知的衍射物理模型, 通过对比  $\Theta(\psi')$  与  $I_{\text{diff}}$  的差异确定  $\psi'$ . 如图 2 所示, 网络采用经典的 ResNet18, 并将衍射光强图像  $I_{\text{diff}}$  作为神经网络的输入. 在神经网络输出

OAM 谱  $R_{\theta}(I_{\text{diff}})$  后, 将其重建为 OAM 叠加态  $\psi'$ . 通过模拟重建态  $\psi'$  经过衍射过程  $\Theta$  的光学模型得到结果, 最后计算  $\Theta(\psi')$  与  $I_{\text{diff}}$  的损失函数值, 通过多次的迭代优化神经网络的网络权重和偏置因子:

$$\begin{cases} \arg \min_{\theta} L[\Theta(\psi'), I_{\text{diff}}], \\ \psi' = R_{\theta}(I_{\text{diff}}). \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可知, 该网络训练方案将具体的物理过程与神经网络相嵌套, 使其具备了无需预训练即可重建 OAM 谱的能力.

基于以上过程, 将该回归问题转换为一个图像比较的优化问题. 因此, 损失函数选择图像评价常用指标均方差(MSE,  $I_{\text{MSE}}$ )和结构相似性(SSIM,  $I_{\text{SSIM}}$ ). 一方面, LG 模式的衍射光斑具有较多细节, 且图像强度信息的区别较小, 对 OAM 复值谱的变化不太敏感, 需要引入改造后的 SSIM 对图像的整体结构、对比度等方面进行整体比较. 另一方面, 训练过程中希望函数能够较快收敛, 故引入 MSE 使损失函数更快下降, 并通过实际训练效果调控两者比重:

$$L = \beta \otimes \{1 - [I_{\text{SSIM}}(\Theta(\psi'), I_{\text{diff}}) + 1]/2\} + (1 - \beta) \otimes I_{\text{MSE}}(\Theta(\psi'), I_{\text{diff}}), \quad (3)$$

其中,  $\beta$  为调控 SSIM 与 MSE 比重的因子. 由于该方案搭建的是针对嵌套物理模型的专用网络,  $\beta$  取不同值可能适合于不同的物理模型. 其取值可在实际应用前视具体的模拟效果而定.

实际实验及模拟中, ResNet18 网络使用 Python 3.6 基于 TensorFlow 1.9.0 版本编写. 网络包含 18 个卷积层, 主要由  $3 \times 3$  卷积核、批量归一化、LeakyReLU 激活函数等构成, 并引入 8 个残差块有效缓解神经网络

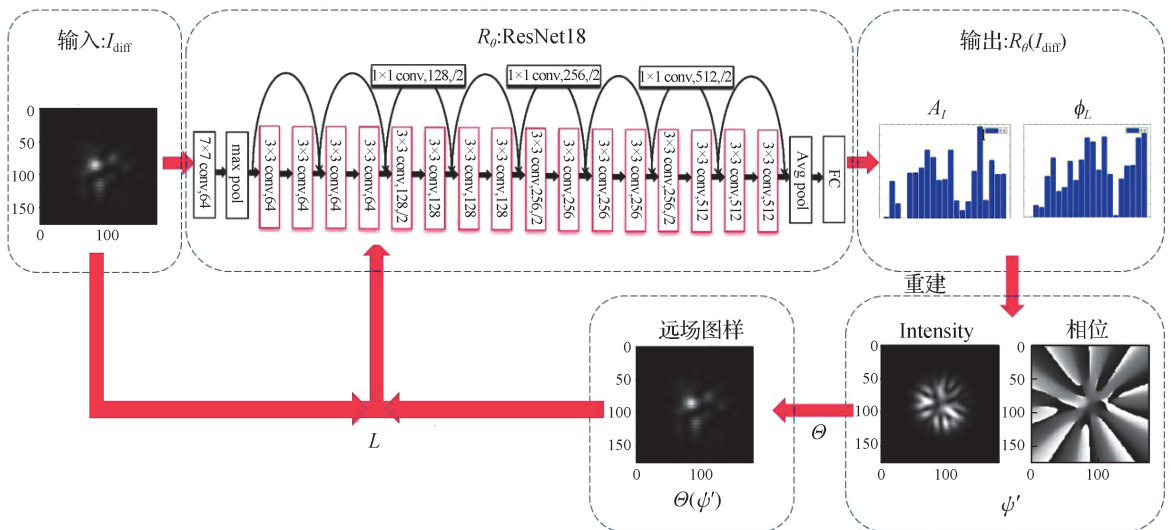


图 2 网络框架及训练过程

Fig. 2 Network framework and training process

络的梯度消失和梯度爆炸问题. 此外, 选用 Adam 优化器, 并且引入梯度全局归一化裁剪限制梯度大小, 防止梯度爆炸. 训练时, 所有的程序运行均在一台载有 Intel(R) Core(TM) i7-8750H CPU@2.20 GHz、8 GB RAM 及 NVIDIA GeForce GTX 1050 GPU 的个人电脑上进行.

## 2 仿真实验及结果

### 2.1 基于物理模型的图像数据构建

#### 2.1.1 远场衍射物理模型

由于需要将携带不同的 OAM 模式的光束, 在经过同一物理过程后, 能够形成与模式一一对应的衍射图像. 本文采用光束通过三角形孔洞进行远场衍射作为仿真模型. 模型的远场衍射过程利用菲涅尔衍射与会聚透镜的透过函数等效实现.

如图 3(a) 所示,  $P(x_0, y_0)$  为孔径函数(即三角形孔洞),  $U_0(x_0, y_0)$  为孔洞后输入面光场,  $U_a(x_1, y_1)$  为输出面光场,  $d_1$  为输入面距透镜 L 的距离,  $d_2$  为透镜 L 距输出面的距离. 当  $d_1 = d_2$ , 且与透镜 L 的焦距  $f$  相等时, 此时模型即为单透镜傅里叶变换. 前文中图 1 即为采用单透镜傅里叶变换时模拟的衍射图像, 可见模拟衍射结果明显.

将模拟波长固定为 632.8 nm, 随机生成 OAM 叠加态后通过上述模型获得衍射图像. 再将该衍射图像作为神经网络的输入, 即可获得初始 OAM 叠加态的重建态. 比较重建态与初始态, 定量分析两者的相似

度, 利用损失函数提升网络的重建能力.

为进一步检验网络还原能力, 令模型更具一般性: 使模型中透镜 L 的前后距离  $d_1, d_2$  在保持相等的前提下变化. 此时  $d_1 = d_2 \neq f$ , 透镜的作用转变为分数傅里叶变换<sup>[34]</sup>, 构成 Lohmann I 形光学系统<sup>[35]</sup>, 远场衍射表达式为<sup>[36]</sup>:

$$U_a(x_1, y_1) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U_0(x_0, y_0) AB dx_0 dy_0,$$

$$A = \exp\left[\frac{i\pi(x_0^2 + y_0^2 + x_1^2 + y_1^2)}{\lambda f_\varepsilon \tan \varphi}\right],$$

$$B = \exp\left[\frac{-i2\pi(x_0 x_1 + y_0 y_1)}{\lambda f_\varepsilon \sin \varphi}\right],$$
(4)

其中,  $f_\varepsilon$  为任意固定长度, 如图 3(b) 所示, 当  $d_1 = d_2 = f_\varepsilon \tan(\varphi/2)$  且  $f = f_\varepsilon / \sin \varphi$  时, 令  $a = 2\varphi/\pi$ , 则该光学系统对输入光束作  $a$  阶分数傅里叶变换<sup>[37]</sup>.

#### 2.1.2 OAM 叠加态的远场衍射图像数据

首先, 随机生成像素为  $176 \times 176$ ,  $l \in [-10, 10]$  共 21 个 LG 模式构成的高维 OAM 叠加态. 为便于处理控制, 叠加态波函数  $|\psi\rangle = \sum_l A_l \exp(i\phi_l) |l\rangle$ , 其中,  $A_l > 0$ ,  $\phi_l \in [0, 2\pi)$ . 在透镜 L 前后距离  $d_1, d_2$  为焦距  $f = 500$  mm 时, 分别取掩膜三角孔边长为 50, 70, 90 像素, 分别计算对应衍射图像  $I_{\text{diff}}$ . 为了验证神经网络的抗噪声能力, 在仿真时对每幅输入图像  $I_{\text{diff}}$  均添加均匀噪声作为干扰. 均匀噪声的强度为输入图像最大强度的 1/20. 仿真中损失函数比重因子  $\beta$  为 1/5.

## 2.2 仿真结果

### 2.2.1 掩膜孔径尺寸对结果的影响

图 4 为不同三角孔掩膜边长下生成 OAM 叠加态的远场衍射图像与 OAM 复值谱重建仿真结果.

对比生成的远场衍射图像, 不难看出, 掩膜孔径尺寸对远场衍射图像的图样影响明显, 说明远场衍射图像不仅包含光束的 OAM 复值谱信息, 还包含传输信息, 识别难度大. OAM 复值谱的重建结果表明采用物理模型驱动训练的神经网络可以较好地复原  $A_l$  和  $\phi_l$ . 同时, 取得该重建结果, 程序共迭代 2 000 次, 耗时 200.62 s. 该训练时长远低于传统依靠大量数据集的训练方式, 在应用效率的提升上有着巨大潜力.

计算重建态与理论态的保真度  $F = |\langle \psi | \psi' \rangle|^2$ , 验证物理模型驱动的神经网络的 OAM 复值谱重建性能. 将上述不同三角孔掩膜边长的重建结果分别计算, 保真度分别为:

$$F_a = 0.99 \pm 0.01,$$

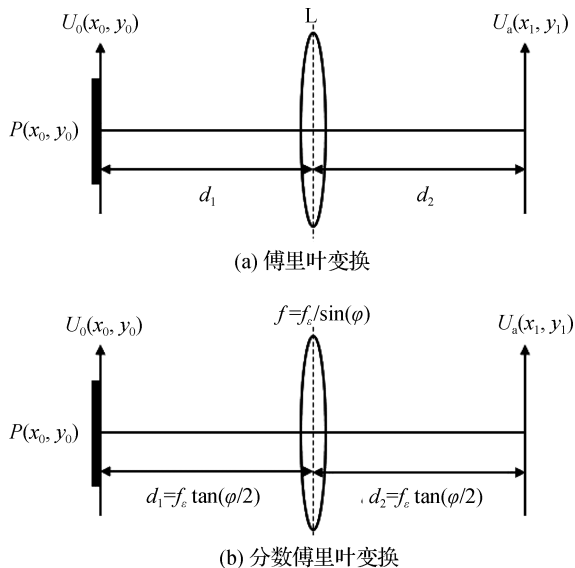


图 3 远场衍射模型

Fig. 3 Far-field diffraction model

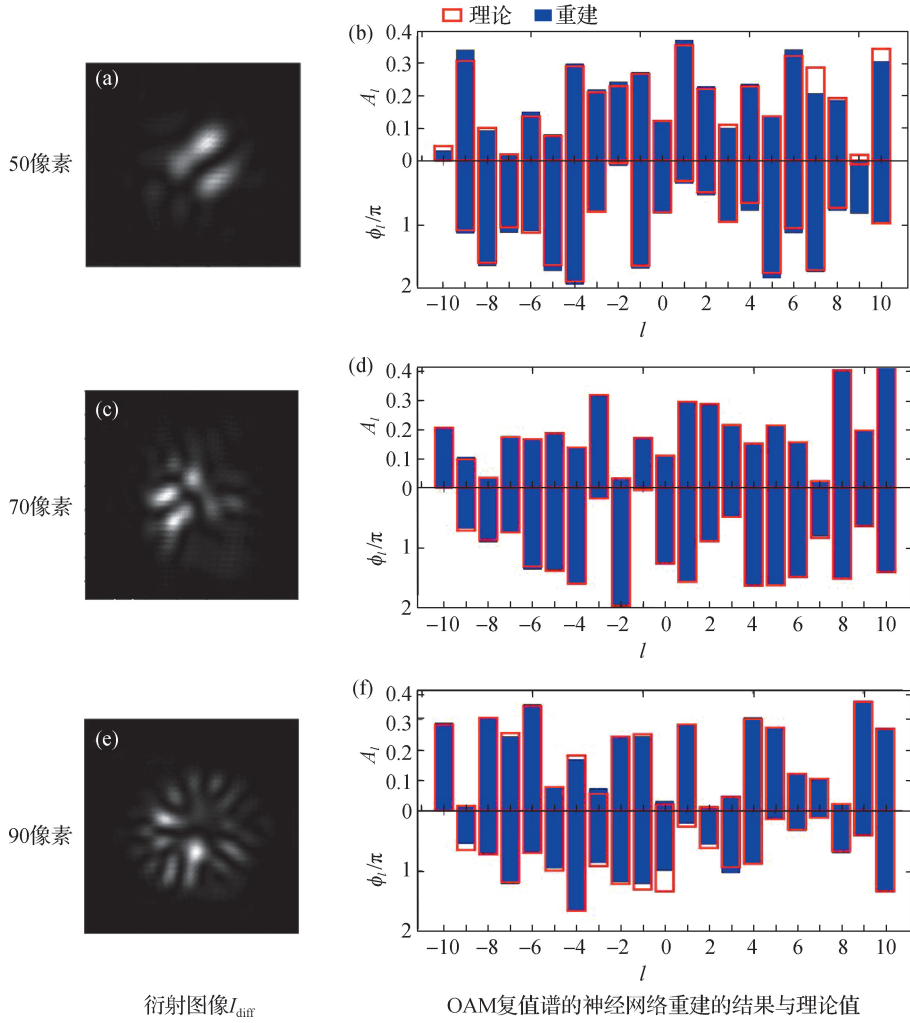


图 4 不同掩膜孔径尺寸下生成的 OAM 叠加态远场衍射图像与 OAM 复值谱的重建结果

Fig. 4 Far field diffraction images of OAM superposition state generated under different mask aperture sizes and reconstruction of OAM complex-value spectra

$$F_b = 0.96 \pm 0.05,$$

$$F_c = 0.94 \pm 0.05.$$

其中,  $F_a$ 、 $F_b$ 、 $F_c$  分别对应掩膜三角孔边长取 50、70、90 像素的情况. 所得结果均为十次仿真的均值与标准差, 且保留小数后两位. 由保真度变化可见, 虽然随着孔径的变化重建结果发生了劣化, 但是保真度结果仍然维持在较好水平.

### 2.2.2 远场衍射传输距离对重建结果的影响

当模型为分数傅里叶变换时, 对于 21 维的 OAM 叠加态, 在同样的噪声下取  $f=500$  mm,  $d_1$ 、 $d_2$  等于 400, 500, 600 和 700 mm 进行 OAM 复值谱重建的仿真实验, 所得结果如表 1 所示. 同样, 所得结果均为十次仿真的均值与标准差, 且保留小数后两位. 与改变孔径大小所得结果一样, 虽然衍射距离偏离透镜焦距后, 重建效果有一定减弱, 但仿真结果均在 0.9 以上, 同样维持着较好的保真度.

表 1 21 维 OAM 叠加态的分数傅里叶变换的重建保真度

Tab. 1 Reconstructed fidelity of the 21-dimensional OAM superposition state under fractional Fourier transform conditions

$(d_1, d_2)/\text{mm}$	保真度
$d_1=d_2=400$	$0.93 \pm 0.05$
$d_1=d_2=500$	$0.99 \pm 0.01$
$d_1=d_2=600$	$0.92 \pm 0.09$
$d_1=d_2=700$	$0.91 \pm 0.04$

由以上结果可以发现, 孔径大小的不同以及模型采用的分数傅里叶变换的阶数不同, 会得到差异明显的保真度结果. 这是由于三角孔径对 OAM 光束的最佳作用要求与光束束腰大小相近, 然而不同模式的 OAM 束腰半径不同, 这会导致最佳三角孔径大小的存在. 适宜的孔径大小会产生特点更鲜明的晶格阵列衍射图像, 从而使得输入光与输出衍射图像的对应关

系更唯一,有助于网络的谱识别及重建. 同样地,随着  $d_1$ 、 $d_2$  偏离透镜焦距, OAM 模式经过三角孔洞衍射所得图像的晶格阵列特征也在逐渐模糊,因此网络谱识别的准确性也随之降低.

### 3 结 论

本文提出一种基于未训练深度学习的 OAM 复值谱重建方法. 该方案通过将物理模型嵌入神经网络的训练过程,使其仅需单张强度图像即可进行 OAM 强度及相位重建. 从多种远场传输情况下的仿真可以看出,该方案具有理论正确性. 另外已有研究证明该训练模式同样可以迁移至 OAM 纠缠态的谱分析之中,这或许会对 OAM 纠缠态的其他应用提供便利<sup>[38]</sup>.

诚然,该 OAM 复值谱重建方法具有局限:首先,该方案依赖 OAM 模式经三角孔洞的特殊衍射,构造模式与图像唯一的对应关系,这种对应关系会随着孔洞偏离最佳大小、OAM 维度上升等原因逐渐模糊,以致难以被网络捕捉. 再者,由于本文训练过程仅涉及单张衍射图与某个明确的物理模型,每个重建 OAM 谱的训练后网络均是特定物理模型下的专用网络,这决定了此种训练架构训练出的网络在实际应用中并不具备迁移能力,对于新情形下的新模型则需要重新进行网络训练.

然而,该方案同样具有诸多优势. 相比于非神经网络的 OAM 谱重建方法,该方案装置简单,可同时还原强度及相位,同时习得 OAM 光束的传播信息;相比于传统的神经网络的 OAM 谱重建方法,该方案无需采集大量的数据集信息,训练效率高. 这为高维 OAM 复值谱的重建提供了一种新的思路.

### 参考文献:

- [1] BETH R A. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light[J]. *Physical Review*, 1936, 50 (2): 115-125.
- [2] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A, Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [3] BOZINOVIC N, YUE Y, REN Y X, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers[J]. *Science*, 2013, 340(6140): 1545-1548.
- [4] FU S Y, ZHAI Y W, ZHOU H, et al. Demonstration of free-space one-to-many multicasting link from orbital angular momentum encoding[J]. *Optics Letters*, 2019, 44 (19): 4753-4756.
- [5] DADA A C, LEACH J, BULLER G S, et al. Experimental high-dimensional two-photon entanglement and violations of generalized Bell inequalities[J]. *Nature Physics*, 2011, 7: 677-680.
- [6] MAIR A, VAZIRI A, WEIHS G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons [J]. *Nature*, 2001, 412(6844): 313-316.
- [7] QASSIM H, MIATTO F M, TORRES J P, et al. Limitations to the determination of a Laguerre-Gauss spectrum via projective, phase-flattening measurement [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2014, 31 (6): A20-A23.
- [8] LEACH J, COURTIAL J, SKELDON K, et al. Interferometric methods to measure orbital and spin, or the total angular momentum of a single photon [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92: 013601.
- [9] LEACH J, PADGETT M J, BARNETT S M, et al. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(25 Pt 1): 257901.
- [10] ZHANG W H, QI Q Q, ZHOU J, et al. Mimicking Faraday rotation to sort the orbital angular momentum of light [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112 (15): 153601.
- [11] GU X M, KRENN M, ERHARD M, et al. Gouy phase radial mode sorter for light: concepts and experiments [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(10): 103601.
- [12] BERKHOUT G C G, LAVERY M P J, COURTIAL J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105 (15): 153601.
- [13] MIRHOSSEINI M, MALIK M, SHI Z M, et al. Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light[J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2781.
- [14] WEN Y H, CHREMMOS I, CHEN Y J, et al. Spiral transformation for high-resolution and efficient sorting of optical vortex modes [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(19): 193904.
- [15] PU M B, LI X, GUO Y H, et al. Nanoapertures with ordered rotations: symmetry transformation and wide-angle flat lensing [J]. *Optics Express*, 2017, 25 (25): 31471-31477.
- [16] LV Y L, SHANG Z J, FU S Y, et al. Sorting orbital angular momentum of photons through a multi-ring azimuthal-quadratic phase [J]. *Optics Letters*, 2022, 47 (19): 5032-5035.

- [17] DOSTER T, WATNIK A T. Machine learning approach to OAM beam demultiplexing via convolutional neural networks[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(12):3386-3396.
- [18] GIORDANI T, SUPRANO A, POLINO E, et al. Machine learning-based classification of vector vortex beams[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(16):160401.
- [19] LIU Z W, YAN S, LIU H G, et al. Superhigh-resolution recognition of optical vortex modes assisted by a deep-learning method[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(18):183902.
- [20] WANG J Q, FU S Y, SHANG Z J, et al. Adjusted EfficientNet for the diagnostic of orbital angular momentum spectrum[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(6):1419-1422.
- [21] GUO H X, QIU X D, CHEN L X. Simple-diffraction-based deep learning to reconstruct a high-dimensional orbital-angular-momentum spectrum via single-shot measurement[J]. *Physical Review Applied*, 2022, 17(5):054019.
- [22] ZHENG Y H, SHEN C H, WANG Z, et al. Unsupervised deep neural network for fast computer-generated holography with continuous depth control[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2024, 180:108310.
- [23] HOIDN O, MISHRA A A, MEHTA A. Physics constrained unsupervised deep learning for rapid, high resolution scanning coherent diffraction reconstruction[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13(1):22789.
- [24] YAO Y D, CHAN H, SANKARANARAYANAN S, et al. AutoPhaseNN: unsupervised physics-aware deep learning of 3D nanoscale Bragg coherent diffraction imaging[J]. *NPJ Computational Materials*, 2022, 8:124.
- [25] XIE T, FRANCE-LANORD A, WANG Y M, et al. Graph dynamical networks for unsupervised learning of atomic scale dynamics in materials[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1):2667.
- [26] KYVALA L, MONTERO DE HIJES P, DELLAGO C. Unsupervised identification of crystal defects from atomistic potential descriptors[J]. *NPJ Computational Materials*, 2025, 11:50.
- [27] NG-KEE-KWONG J, PHILIPS B, SMITH F N C, et al. Supervised and unsupervised deep learning-based approaches for studying DNA replication spatiotemporal dynamics[J]. *Communications Biology*, 2025, 8(1):311.
- [28] ULYANOV D, VEDALDI A, LEMPITSKY V. Deep image prior[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2020, 128(7):1867-1888.
- [29] YANG Y X, TAO R, WEI K X, et al. Single-shot phase retrieval from a fractional Fourier transform perspective[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72:3303-3317.
- [30] WANG F, BIAN Y M, WANG H C, et al. Phase imaging with an untrained neural network[J]. *Light, Science & Applications*, 2020, 9:77.
- [31] BERKHOUT G C G, BEIJERSBERGEN M W. Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(10):100801.
- [32] HICKMANN J M, FONSECA E J S, SOARES W C, et al. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5):053904.
- [33] LIU S P, MENG X F, YIN Y K, et al. Computational ghost imaging based on an untrained neural network[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 147:106744.
- [34] MENDLOVIC D, OZAKTAS H M. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1993, 10(9):1875-1881.
- [35] LOHMANN A W. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1993, 10(10):2181-2186.
- [36] CHANG C L, XIA J, JIANG Y Q. Holographic image projection on tilted planes by phase-only computer generated hologram using fractional Fourier transformation[J]. *Journal of Display Technology*, 2014, 10(2):107-113.
- [37] BITRAN Y, MENDLOVIC D, DORSCH R G, et al. Fractional Fourier transform: simulations and experimental results[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(8):1329-1332.
- [38] ZHAO J X, LIU Z F, TU C H, et al. Correlation-pattern-based orbital angular momentum entanglement measurement through neural networks[J]. *Chinese Physics Letters*, 2025, 42(3):030205.

(责任编辑:任滢滢)