

区域尺度下地理坐标投影正变换的数值方法对比研究*

王匡序 叶思菁[†]

(1)北京师范大学地理科学学部,北京师范大学地表过程与资源生态国家重点实验室,100875,北京)

摘要 采用线性规则近似(LRA)法、双曲线变换(HT)法和正形变换(CT)法,3种数值法将3个研究区内基于WGS 1984(world geodetic system-1984 coordinate system)地理坐标系的采样点的坐标转换为WGS 1984-Lambert投影坐标。1)面向不同研究区,对比采用不同大小和形状的矩形格网的剖分方案时,各数值法的坐标转换误差和计算效率;2)研究格网长宽比对CT法坐标转换误差的影响;3)分析基于CT法的采样点误差空间分布格局。结果表明:与其他数值法相比,CT法更好地平衡了误差和效率;将误差控制在<0.75 m对格点数据执行坐标转换,3种数值方法的转换耗时相近,均低于解析法转换耗时的30%;CT法的误差受格网大小变化的影响较小,当格网尺寸达到 $10^{\circ}\times 10^{\circ}$ 时,最大误差均<0.22 m;当格网面积一定时,格网形状为方形误差最小;在同一格网内,采样点的误差分布离散程度和最大误差都随采样点到格网边缘的最小距离的增大而减小,即越靠近格网中心,误差越小。

关键词 地图投影;数值法;正形变换法;空间大数据;格网

中图分类号 P282

DOI: 10.12202/j.0476-0301.2022239

0 引言

近年来,遥感数据量的快速增长对空间坐标处理效率提出更高要求^[1-3]。由于高分系列等遥感影像通常基于WGS 1984地理坐标系或CGCS2000(China geodetic coordinate system 2000)坐标系组织,且局部分幅规则和时空分辨率多样化,将多源异构的局部遥感影像数据集,从地理坐标系快速变换到适用于更大范围的圆锥或圆柱投影坐标系(例如Lambert投影坐标系),对于实现高频分幅遥感影像的快速合并、检索和分析具有重要意义^[4]。

坐标转换方法主要分为解析法和数值法。解析法具有严密的数学基础,需要已知参考椭球体参数和解析方程,通常比数值法更准确,但也更复杂,计算效率更低^[5]。数值法使用多项式作为近似函数进行坐标转换,多项式系数通过多个控制点求解^[6]。通常数值法不需要参考椭球体参数,相比于解析法更适用于高计算效率要求的坐标转换应用场景^[7]。因此,研究者主要从以下几方面对坐标转换的数值方法进行了深入的分析与应用。

1)多项式法(如二元 n 次多项式、乘积多项式等)

适用于具有不同变形特征的投影坐标系之间的坐标转换^[8]。其中,二元 n 次多项式常用于地理配准。例如,Liu等^[9]开发的基于现场可编程门阵列的优化二次多项式方程,应用于基于UTM(universal transverse meicator)投影和NAD 27(North American datum of 1927)坐标系的数据集配准。结果表明,配准速度比基于PC(personal computer)快8倍,精度与ENVI(the environment for visualizing images)相当。袁修孝等^[10]将二元一次多项式应用于多级空间信息格网^[11-12]坐标转换,并以1980西安坐标系与1954北京坐标系间坐标转换为例,对比了该方法与解析方法在不同尺度格网间的误差。根据Bildirici^[13]和Ye等^[14]的比较分析,多二次变换法、双曲线变换(hyperbolic transformatio, HT)法和线性规则近似(linear rule approximation, LRA)法是具有代表性和稳定性的3种多项式法。多二次变换法由Hardy^[15]提出,用于表示地形和不规则表面,相比传统的求和幂级数具有更高的效率。在之后,多二次变换法被广泛应用于地球物理学、测绘科学与技术、地理学、水文学和信号处理等领域^[16]。HT法,也称为双线性变换法,属于乘积型多项式。Zhao等^[17]应用HT法将栅格数据从兰伯特投影转换为墨卡托投影,

*“美丽中国”科学院先导科技资助项目(XDA23100303);国家自然科学基金资助项目(42171250, 41801300);地表过程与资源生态国家重点实验室自主课题资助项目(2022-ZD-04)

[†]通信作者:叶思菁(1988—),男,副教授,硕士生导师,研究方向:空间大数据分析与应用。E-mail: yesj@mail.bnu.edu.cn

收稿日期: 2022-07-29

在精度和效率之间实现了良好的平衡. Bildirici^[13] 比较了多二次变换法与 HT 法在等积投影和等角投影逆变换中的适用性. 结果表明, HT 法比多二次变换法精度更高、计算更简单, 并且 HT 法在等角投影逆变换中的误差分布比等积投影逆变换更均匀. LRA 法通过构造线性多项式来表示局部区域内地理坐标系与投影坐标系之间的变换规则, 并应用于 WGS 1984 地理坐标系与 WGS 1984-UTM 投影坐标系之间的正向和逆向变换. 实验结果表明, 在用 0.5' 或 1 km 正方形格网划分研究区域的情况下, LRA 法的精度和稳定性均高于 HT 法^[14]. LRA 法在 3°×3° 区域上, 采用 0.5'×0.5' 格网将基于 WGS 1984 坐标系的 32 400 000 个样本点转换到 WGS 1984-UTM Zone 50N 坐标系下, 所需时间仅为截断级数法的 0.046 倍. Mu 等^[18] 将 LRA 法应用于基于多层匹配的大型卡车车队调度, 以满足坐标转换的近实时计算效率要求.

2) 使用简单多项式方法进行坐标转换时, 误差的稳定性受控制点分布的影响很大^[18]. 为了缓解这个问题, 杨启和^[19-20]、李家权^[21] 和刘宏谟^[22] 提出了基于复变函数理论的等角投影间的坐标转换方案. 相关的典型方法是正形变换法 (conformal transformation, CT)、差分法、有限元法和插值法^[8]. CT 法由杨启和^[19] 提出, 首先应用于高斯投影不同分带坐标之间的转换, 结果表明该方法比传统的转换方法更有效. 随后, 将 CT 法推广到不同等角投影之间的转换及等角投影坐标的正向和逆向转换中, 表现出较少参数要求、低误差和高稳定性的特点, CT 法的实现比有限元法和差分法更灵活、更容易. 童晓冲等^[23] 应用双谐波样条插值法进行数值投影转换, 以进行全球离散格网的构建, 相比基于 Snyder 投影构建全球离散格网, 该方法边、角变形更小, 计算效率更高.

3) 除了多项式的类型及其求解参数的方法, 坐标转换误差与计算耗时之间的权衡, 也受到局部转换区域面积和控制点数量及分布的综合影响^[14]. 转换误差通常随着转换区域面积的增加而增加. 在实践中, 通过采用规则的矩形或三角形格网将待转换区域分成多个子区域, 以减轻误差传播. 对于每个子区域, 通常以格网顶点作为控制点来拟合独立的多项式参数. 通过减小子区域的面积, 可以在一定程度上减少转换误差. 随着子区域数量增加, 坐标转换误差减少并趋于收敛, 计算效率则趋于降低.

YE 等^[24-28] 面向中国地区海量 GF-1 WFV 等多源遥感数据的大范围应用分析 (如农业干旱监测、作物

类型识别、耕地质量分析等需求), 设计实现了多层次栅格数据集清洗与重组格网体系 (raster dataset clean & reconstitution multi-grid architecture, RDCRMG). 根据 RDCRMG 的架构, 不同类型的栅格数据在 WGS 1984 地理坐标系或 WGS 1984-UTM 投影坐标系下, 以不同层级方里格网 (如 10、100 km 格网) 将统一单元分割为若干独立的子块, 并加载到不同的数据结点. 在大范围遥感计算的应用场景中, 需要根据时空查询条件从不同数据结点中提取数据块, 通过投影变换重组到 Lambert 投影坐标系下, 以实现空间“连续”的数据表达. 在此应用场景中, 如何实现海量栅格数据的快速投影变换成为亟待解决的重要问题. 针对这一问题, WANG 等^[29] 对比了不同经度带下应用 LRA、改进的 LRA、HT、CT 等多种数值方法, 将栅格数据由 WGS 1984-UTM 投影坐标系转换到 Lambert 投影坐标系的误差、耗时, 定量评估了格点坐标转换误差的空间分异特征及其主导影响因素, 进而提出了执行数值法投影变换的优化策略.

基于以上研究, 本文采用 LRA 法、HT 法和 CT 法将 3 个基于 WGS 1984 地理坐标系的区域内格点转换为 Lambert 坐标. 在每个转换区域, 模拟栅格数据的组织形式, 以 0.25' 的间隔布设 2 400×2 400 个格点. 将研究区以不同规则的格网划分为若干子区, 以格网顶点为控制点计算数值法参数, 对比不同格网划分方案下不同数值方法的坐标转换误差. 此外, 测试不同方法的计算耗时, 通过控制格网面积, 调整经线、纬线方向长度比值, 研究格网形状对 CT 法误差的影响. 最后, 分析了 10°×10° 格网基于 CT 法的样点误差空间分布特征.

1 方法

1.1 坐标转换数值法 记一个北半球内矩形格网的西南、东南、东北、西北 4 个角点, 中心点依次记为 A 、 B 、 C 、 D 、 O , WGS 1984 地理坐标记为 $A(b_a, l_a)$ 、 $B(b_b, l_b)$ 、 $C(b_c, l_c)$ 、 $D(b_d, l_d)$ 、 $O(b_o, l_o)$, 在 Lambert 投影坐标系下的坐标记为 $A'(X_a, Y_a)$ 、 $B'(X_b, Y_b)$ 、 $C'(X_c, Y_c)$ 、 $D'(X_d, Y_d)$ 、 $O'(X_o, Y_o)$, 格网的纬度跨度记为 Δb , 经度跨度记为 Δl , $b_a = b_b$, $b_c = b_d = b_a + \Delta b$, $l_a = l_d$, $l_b = l_c = l_a + \Delta l$, (b, l) 为待转换点在地理坐标系下的坐标, (X, Y) 为其在投影坐标系下的坐标.

1.1.1 LRA 法 LRA 法应用于地图投影时计算式为

$$\begin{aligned} X &= X_a + m(b - b_a) + n(l - l_a), \\ Y &= Y_a + p(b - b_a) + q(l - l_a), \end{aligned} \quad (1)$$

式中参数 m 、 n 、 p 、 q 计算式为

$$\begin{aligned} m &= \frac{X_b - X_a}{\Delta b}, \\ n &= \frac{X_d - X_a}{\Delta l}, \\ p &= \frac{Y_b - Y_a}{\Delta b}, \\ q &= \frac{Y_d - Y_a}{\Delta l}. \end{aligned} \tag{2}$$

1.1.2 HT 法 HT 法计算式为

$$\begin{aligned} X &= e_1 b + e_2 l + e_3 bl + e_4, \\ Y &= f_1 b + f_2 l + f_3 bl + f_4, \end{aligned} \tag{3}$$

式中参数 $e_1 \sim e_4$ 、 $f_1 \sim f_4$ 的计算线性方程组为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} b_a l_a b_a l_a 1 \\ b_b l_b b_b l_b 1 \\ b_c l_c b_c l_c 1 \\ b_d l_d b_d l_d 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \\ X_d \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} b_a l_a b_a l_a 1 \\ b_b l_b b_b l_b 1 \\ b_c l_c b_c l_c 1 \\ b_d l_d b_d l_d 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Y_a \\ Y_b \\ Y_c \\ Y_d \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{4}$$

1.1.3 CT 法 4 次 CT 法计算式为

$$\begin{aligned} X &= X_o + \sum_{i=1}^4 (g_i P_i - h_i Q_i), \\ Y &= Y_o + \sum_{i=1}^4 (g_i Q_i + h_i P_i), \end{aligned} \tag{5}$$

式中的参数通过 5 个控制点直接求解:

$$\begin{aligned} P_1 &= d_q = q - q_o, \\ Q_1 &= d_l = l - l_o, \\ P_{i+1} &= d_q P_i - d_l Q_i, i = 1, 2, 3, \\ Q_{i+1} &= d_l P_i + d_q Q_i, i = 1, 2, 3, \end{aligned} \tag{6}$$

$$q = \ln \left[\left(\frac{1 - e \sin b}{1 + e \sin b} \right)^{e/2} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right) \right], \tag{7}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 (g_i P_{ij} - h_i Q_{ij}) = X_j - X_o, \\ \sum_{i=1}^4 (g_i Q_{ij} + h_i P_{ij}) = Y_j - Y_o, \end{cases} \tag{8}$$

式中: Q_i 和 P_i 的计算为式(6)所示; q 为等量纬度, 计算如式(7)所示; e 为椭球体第一偏心率 (0.081 819 190 842 552 33); $g_1 \sim g_4$ 、 $h_1 \sim h_4$ 参数通过式(8)线性方程组得出; 其中下标 j 为控制点的编号, 即 1、2、3、4; 控制点选择格网顶点 A 、 B 、 C 、 D (图 1)。 P_{ij} 和 Q_{ij} 的计算采用式(6)和(7)。

1.2 坐标转换解析 (analytical transformation, AT)

法 本文将基于 AT 法求解的坐标作为“真值”, 用以计算每种数值转换方法的转换参数和转换误差。

$$\begin{aligned} x &= r_o - r \cos [n(L - L_o)], \\ y &= r \sin [n(L - L_o)], \end{aligned} \tag{9}$$

式中 r_o 为原点的 r 值, r 、 n 的计算式为

$$\begin{aligned} m &= \cos B \sqrt{1 - (e \sin B)^2}, \\ t &= \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{B}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin B}{1 + e \sin B} \right)^{e/2}, \\ n &= \frac{\ln(m_1/m_2)}{\ln(t_1/t_2)}, \\ F &= m_1 / (nt_1^n), \\ r &= a F t^n, \end{aligned} \tag{10}$$

式中: e 为椭球体第一偏心率; a 为长半轴长度 (6, 378, 137 m); m_1 、 m_2 为标准纬线 B_1 、 B_2 处的 m 值; t_1 、 t_2 为标准纬线 B_1 、 B_2 处的 t 值。

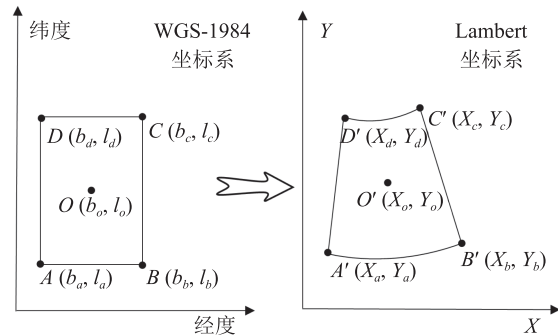


图 1 数值法投影示意

2 试验流程设计

2.1 试验区域与数据 为了适应在中国的应用需求, 兰伯特投影参数如表 1 所示, 在转换区域 CA1、CA2、CA3 进行试验. 如图 2 所示, 上述 3 个研究区的范围依次为 CA1: 10°~20°N, 125°~135°E; CA2: 30°~40°N, 125°~135°E; CA3: 50°~60°N, 125°~135°E. 在每个转换

表 1 兰伯特投影参数

参数	值
东偏移	0°
北偏移	0°
中央经线 (L_0)	105.00°E
标准纬线 1 (B_1)	25.00°N
标准纬线 2 (B_2)	47.00°N
比例因子	1.00
起始纬度 (B_0)	0°

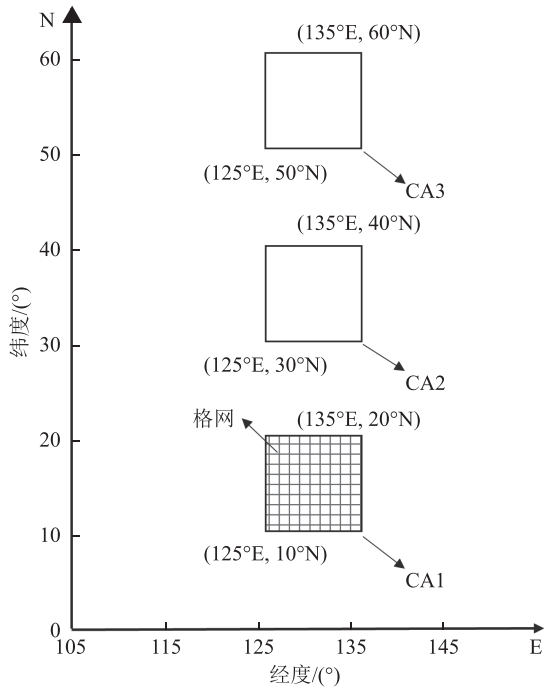


图 2 转换区域总体分布(CA1、CA2、CA3 为转换区)

区域, 模拟栅格数据的组织形式, 以 0.25' 的间隔布设 2 400×2 400 个格点. 将研究区以规则格网划分为若干子区, 以格网顶点为控制点计算数值法参数, 进而对比不同数值方法的坐标转换误差. 规则格网划分方案包括: 1'×1'、2'×2'、3'×3'、4'×4'、5'×5'、6'×6'、10'×10'、12'×12'、15'×15'、20'×20'、30'×30'、60'×60'.

2.2 软硬件环境 试验流程: 1) 计算各格网的转换参数并保存在内存中; 2) 根据格网的空间范围与采样点的空间坐标对采样点分组; 3) 按分组查询转换参数和待转换点原始坐标, 执行投影. 试验的硬件和软件环境如表 2 所示.

表 2 试验软硬件环境

参数	值
CPU	Intel Core i9 9900 @ 3.10 GHz(8 cores 16 threads)
内存	16 GB DDR4 @ 2 666 MHz
操作系统	Microsoft Windows 11 pro 64bit
开发平台	Microsoft Visual Studio 2019
编程语言	C#

3 结果

3.1 3 种数值转换方法的误差对比 LRA 法、HT 法和 CT 法在不同格网大小和转换区域的最大、最小、平均和中值误差如图 3 所示, 绿色实线表示误差平均值, 橙色虚线表示误差中位数. 3 种数值转换方法误

差: 1) 格网大小相同时, CT 法的 x 误差和 y 误差显著低于其他 2 种方法. 但这并不意味着其他方法不适用, 因为通过调整实施坐标转换时应用的格网大小可以将误差控制在阈值内. 2) 随着格网大小的增加, x 、 y 误差和误差增大的幅度逐渐增大. 当格网尺寸为 60'×60' 时: CT 法最大 x 误差 $< 5.6 \times 10^{-6}$ m, 最大 y 误差 $< 3.6 \times 10^{-6}$ m; LRA 法最大 x 误差接近 400 m, 最大 y 误差接近 1 000 m; HT 法最大 x 误差接近 220 m, 最大 y 误差接近 65 m. LRA 法的 y 误差大于 x 误差; HT 法和 CT 法的 x 误差大于 y 误差. 3 种方法中 CT 法的误差增大幅度最小. 3) 在纬度不同的转换区, 3 种方法误差的最大值和离散程度也不同. 其中, 随着转换区域纬度的增加, LRA 法的 x 误差增大, 而 y 误差受纬度变化影响较小, 误差变化有限. HT 法的 x 误差和 y 误差都随纬度增加而增大. 总体上随着纬度增加, CT 法的 x 误差和 y 误差最大值和离散程度在格网为 $< 12' \times 12'$ 时减小, $> 12' \times 12'$ 时增大.

由于格网为 60'×60' 时 CT 法仍保持微米级误差, 本文进一步在研究区 CA2 内采用 CT 法计算 $1^\circ \times 1^\circ$ 、 $2^\circ \times 2^\circ$ 、 $5^\circ \times 5^\circ$ 、 $10^\circ \times 10^\circ$ 格网下的最大坐标转换误差, 结果如表 3 所示. 在格网为 $10^\circ \times 10^\circ$ 时, 最大误差均 ≤ 0.22 m.

为了将坐标转换的最大误差控制在 < 0.75 m, 将 LRA、HT 和 CT 法的格网尺寸分别设置为 $1.5' \times 1.5'$ 、 $4' \times 4'$ 、 $10^\circ \times 10^\circ$, 计算 CA2 中 5 760 000 个采样点的误差累计百分比, 如图 4 所示. 在 x 误差方面, CT 法收敛速度最快, 所有采样点的 x 误差 ≤ 0.22 m. LRA 法和 HT 法 x 误差 < 0.22 m 的采样点百分比分别为 99.95%、26.63%. 在 y 误差方面, HT 法在 0.17 m 处累计百分比达到 100%, 此时 CT 法累计百分比为 96.95%, 而 LRA 法则为 47.70%. 总体上 CT 法具有最高的收敛稳定性, 尽管其格网面积是 HT 法的 160 000 倍, 是 LRA 法的 22 500 倍.

3.2 不同坐标转换方法的计算耗时比较 在 3 个转换区域(CA1、CA2、CA3), 基于不同的格网尺寸, 应用 LRA 法 ($1.5' \times 1.5'$)、HT 法 ($4' \times 4'$) 和 CT 法 ($10^\circ \times 10^\circ$) 分别执行投影, 与 AT 法对比计算耗时(图 5). 采样点数为 5.76×10^6 、 2.88×10^7 、 5.76×10^7 、 1.44×10^8 、 2.88×10^8 、 4.32×10^8 和 5.76×10^8 . 坐标转换计算在单线程环境下执行, 转换耗时取在 3 个转换区域转换时间的平均值. 这 4 种方法的计算耗时随着采样点数量的增加而线性增加, 由小到大依次表现为 HT、LRA、CT、AT. 前 3 种数值法的计算耗时近似, 均显著小于 AT 法, 对 5.76 亿个采样点进行转换的时间消耗都 ≤ 25 s. 这是由于 CT 方法适用于更大的格网尺寸, 降低了转换参数调用的时间消耗, 一定程度上弥补了

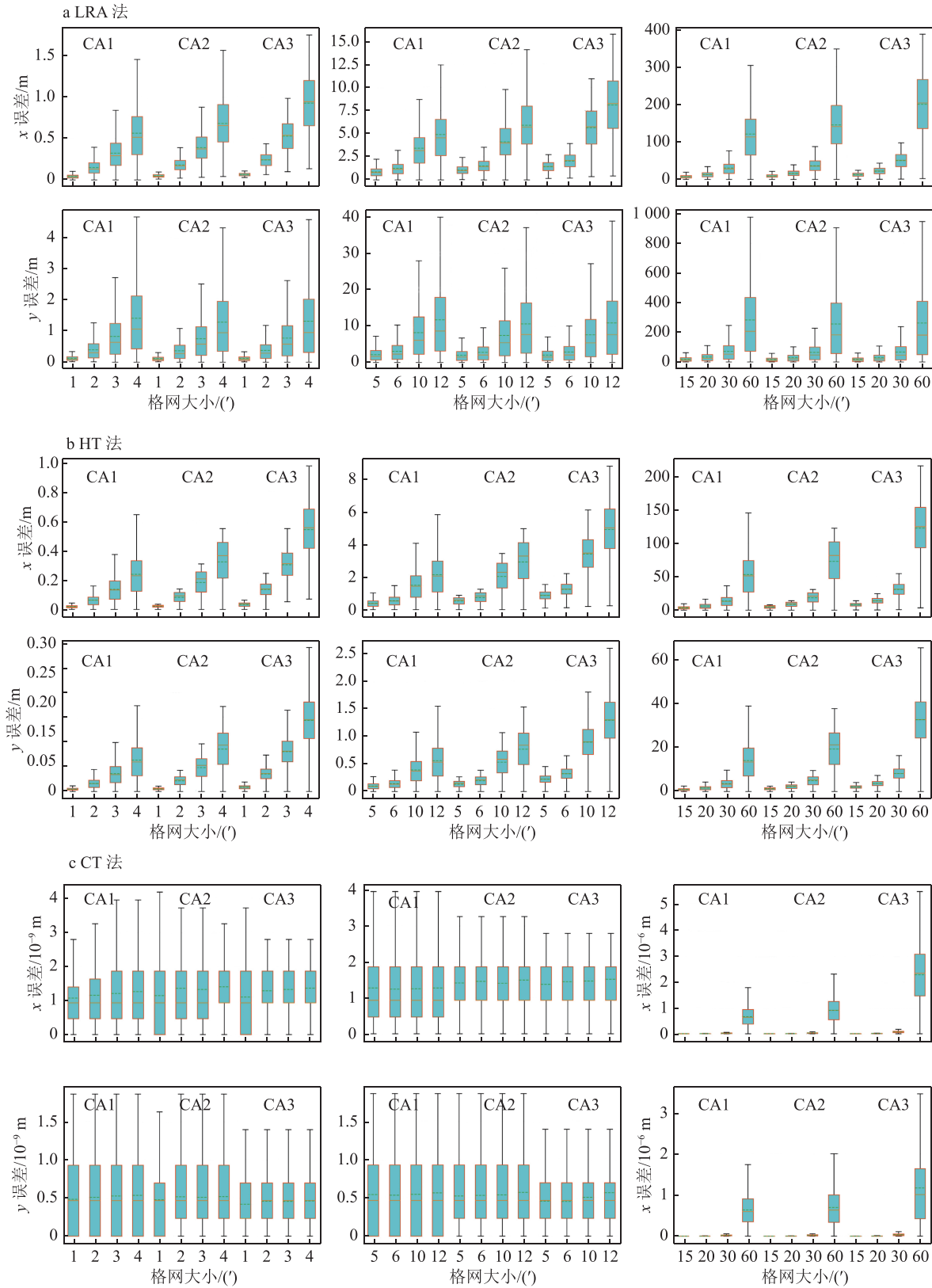


图 3 不同转换区内不同格网划分方案下 3 种数值法坐标转换的 x、y 坐标误差

其算法复杂度方面的劣势。

3.3 格网形状对 CT 法坐标转换最大误差的影响

保持格网中心坐标为 35°N、120°E, 格网在经线和纬线方向长度(°)乘积为 36, 依次设置格网经线方向

长度(L)与纬线方向长度(B)之比为 9/100、1/9、9/64、1/4、4/9、4/25、9/25、9/16、25/36 和 1, 计算 CT 法的坐标转换最大误差, 如图 6-a、b 所示。当 B/L 为 1 时, 最大 x 误差和最大 y 误差最小; 当比值偏离 1 时, 误差

表 3 研究区 CA2 内不同格网划分方案下 CT 法最大误差

最大误差/m	格网大小			
	$(1^\circ \times 1^\circ)/10^{-6}$	$(2^\circ \times 2^\circ)/10^{-5}$	$(5^\circ \times 5^\circ)/10^{-3}$	$10^\circ \times 10^\circ$
<i>x</i>	2.5	7.8	7.4	0.22
<i>y</i>	2.4	7.5	7.0	0.21
<i>d</i>	2.5	7.9	7.5	0.22

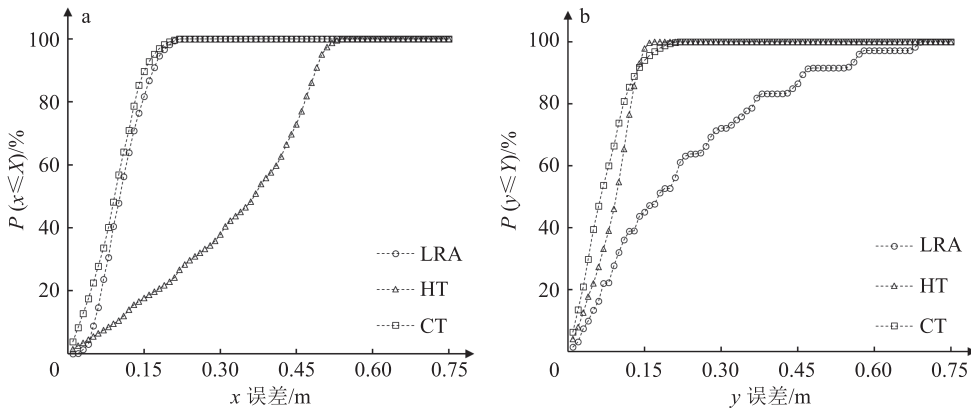


图 4 3 种数值法(LRA、HT、CT)坐标转换的 *x*、*y* 误差累计百分比

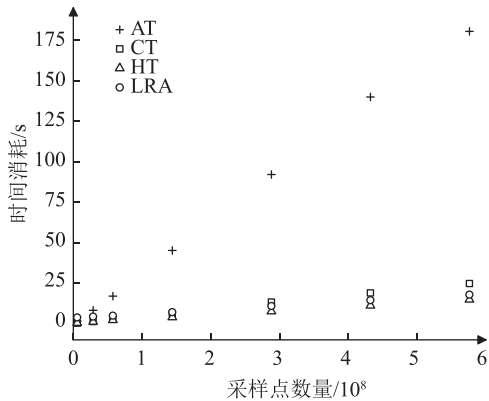


图 5 3 种数值法和解析法坐标转换的时间消耗

增加,且偏离程度越大,误差增幅越大,即格网越接近正方形误差越小.此外,分别沿纬线方向和经线方向以相等的比例拉伸格网,格网的形状相同,但误差并不一致.*L/B* 与 *B/L* 的值相等的两格网中,“*B/L* 格网”的

最大 *x* 误差显著小于“*L/B* 格网”,最大 *y* 误差与“*L/B* 格网”相近.因此,采用矩形格网时将其沿东西方向布设,有助于减小距离误差.

3.4 CT 法坐标转换误差的空间分布 对于每个转换区域(CA1、CA2、CA3),经线和纬线方向间隔为 0.01° ,以 $1\,000 \times 1\,000$ 的矩阵形式布设了 $1\,000\,000$ 个采样点.考虑到采样点的 *x* 误差、*y* 误差和距离误差(*d* 误差)遵循重尾分布特征,将头尾分割模型^[30]应用于采样点误差空间分布的分级渲染(图 7).

1)不同格网内采样点的 *x*、*y*、*d* 误差都随着格网纬度增加而增加. 2)采样点的坐标转换误差也受其在格网内位置的影响.对于每个格网:*x* 误差较大的采样点主要分布在格网上下两侧,*x* 误差较小的采样点主要在格网中间沿东西方向呈条带状分布;*y* 误差较大的采样点集中在格网东西两侧,*y* 误差较小的采

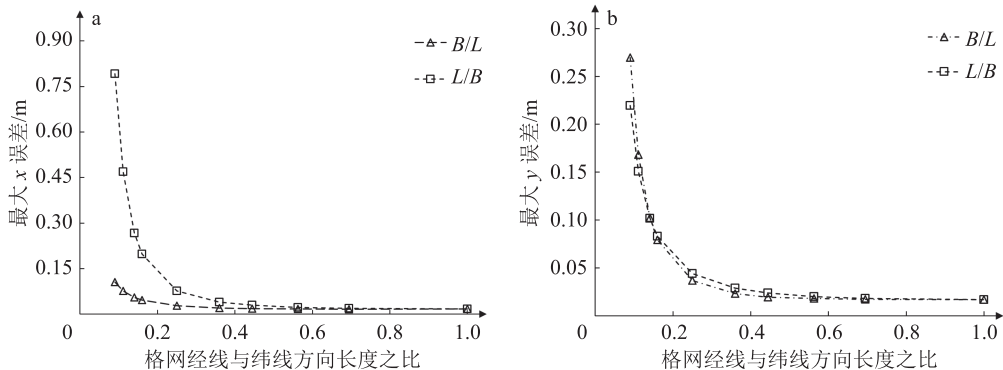


图 6 固定格网面积下在不同格网经线纬线方向长度比用 CT 方法进行坐标转换的误差变化

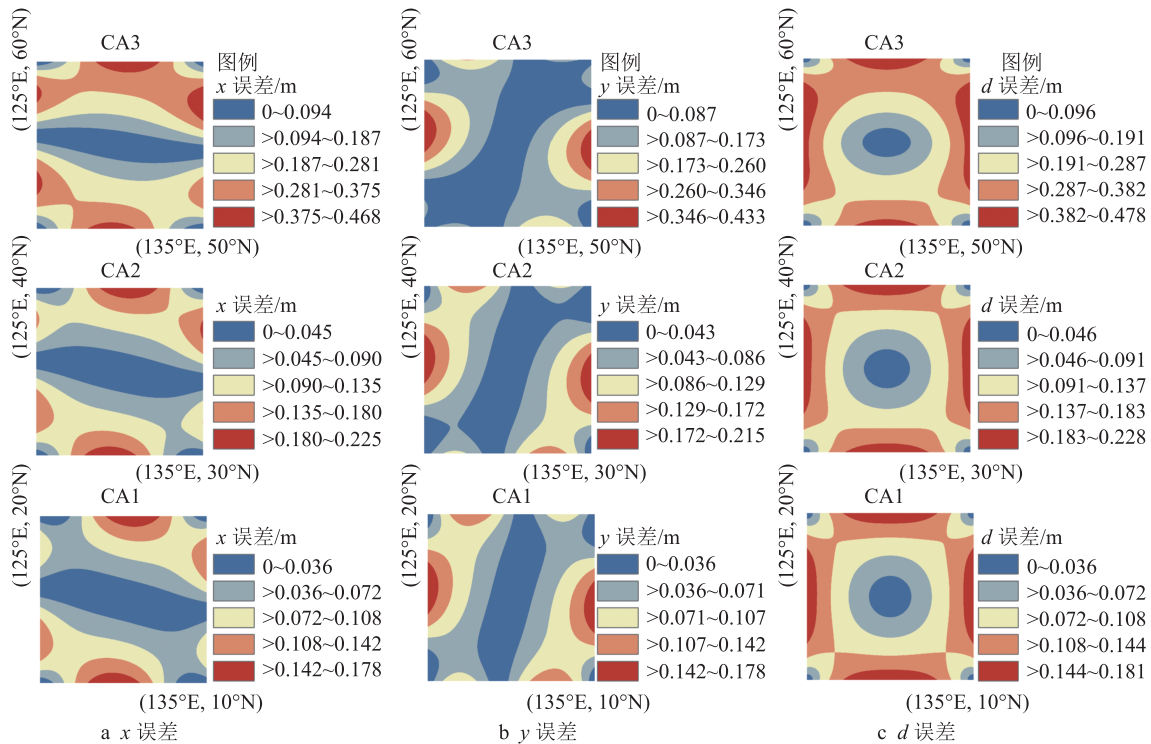


图 7 3 个转换区(CA1、CA2、CA3)内 $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ 格网误差的空间分布

样点集中分布于格网东北—西南对角线附近; d 误差较大的采样点集中分布于格网 4 条边附近, 距离误差较小的集中于格网中央区域和 4 个顶点附近. 3) 格网内采样点的 x 、 y 误差呈现出中心对称特征, d 误差呈现轴对称特征.

为进一步研究格网内的误差分布, 将 90 000 个采样点以 $2'$ 为间隔, 均匀布设在 CA2 中 $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ 格网内. 对于转换区域中的每个采样点, 采样点的坐标转换 x 、 y 、 d 误差与其到格网边的最小距离 (min

distance to grid edge, MinDGE) 之间的关系, 如图 8-a-c 所示. 随着 MinDGE 的增加, 最大距离误差逐渐趋于 0, 最小距离误差先增大, 在 MinDGE 为 1.42° 处再开始线性减小, 在 MinDGE 为 5° 处趋于 0. 在 MinDGE 为 1.42° 处, 最大距离误差是全局最大距离误差的 63.6%. 而最大 x 误差和最大 y 误差均随 MinDGE 的增加由 0.22 m 左右减小至近 0. 此外, 总体上 x 误差、 y 误差和 d 误差的离散程度都随 MinDGE 的增加而减小.

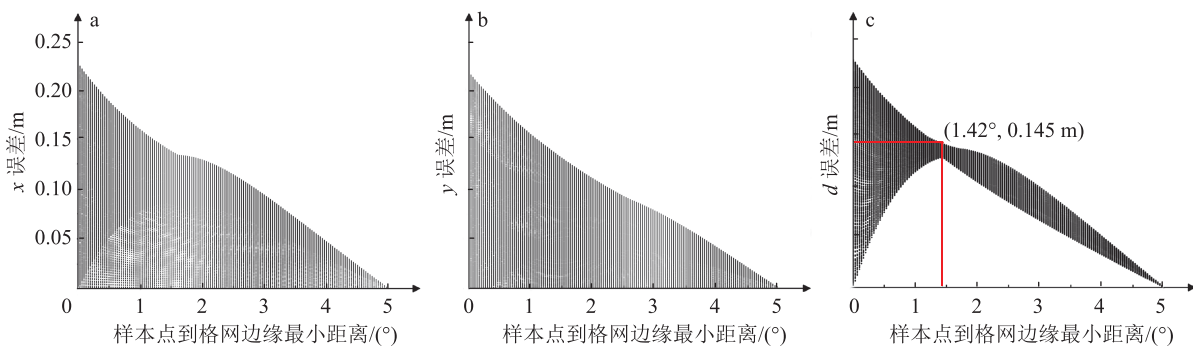


图 8 样本点到格网边缘最小距离与误差的关系

4 结论

在不同研究区(CA1: $10^{\circ} \sim 20^{\circ}\text{N}$, $125^{\circ} \sim 135^{\circ}\text{E}$; CA2: $30^{\circ} \sim 40^{\circ}\text{N}$, $125^{\circ} \sim 135^{\circ}\text{E}$; CA3: $50^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{N}$, $125^{\circ} \sim 135^{\circ}\text{E}$), 对比研究了在不同格网尺度下 ($1' \times 1'$ 、 $2' \times 2'$ 、 $3' \times 3'$ 、 $4' \times 4'$ 、 $5' \times 5'$ 、 $6' \times 6'$ 、 $10' \times 10'$ 、 $12' \times 12'$ 、 $15' \times 15'$ 、 $20' \times 20'$ 、

$30' \times 30'$ 、 $60' \times 60'$), 基于 3 种数值法 (LRA 法、HT 法、CT 法) 将格点数据从 WGS 1984 地理坐标系转换为兰伯特投影坐标系的转换误差和计算耗时. 在此基础上, 面向 CT 法, 分析了格网形状与投影误差的关系; 揭示误差空间特征及其影响因素. 试验表

明,在相同格网尺度下,CT法的 x 误差和 y 误差明显小于其他2种方法.当格网尺寸达到 $10^{\circ}\times 10^{\circ}$ 时,CT法最大 x 误差和最大 y 误差仍 <0.22 m,且该方法具有最高的误差综合稳定性.将误差控制在 <0.75 m对格点数据执行坐标转换,3种数值方法的转换耗时相近,且随着采样点数量的增加而线性增加,均低于AT法转换耗时的30%.综合对比误差与转换耗时,CT法比其他方法更适于将海量格点数据从WGS 1984地理坐标快速转换为Lambert平面坐标.对于CT法,除了格网尺寸外,格网形状也会显著影响误差.格网面积一定时,将格网长宽比设置为接近1可以有效减小误差.在CT法误差空间分布方面,不同格网内采样点的误差随格网纬度的增加而增大.在同一格网内,采样点误差的分布离散程度和最大值都随其到格网边缘最小距离的增大而减小,即越靠近格网中心,误差越小.所以在应用CT法时可优先考虑采用方形格网,并构建有重叠格网体系,将转换参数应用于格网中间区域.本研究可为实现中高分辨率栅格数据的大范围集成计算提供支持.

5 参考文献

- [1] 叶思菁,张超,王媛,等. GF-1遥感大数据自动化正射校正系统设计与实现[J]. 农业工程学报, 2017, 33(增刊1): 266
- [2] 叶思菁. 大数据环境下遥感图谱应用方法研究: 以作物干旱监测为例[J]. 测绘学报, 2018, 47(6): 892
- [3] 王媛,叶思菁,岳彦利,等. 面向高分一号遥感影像的自动几何配准算法对比[J]. 农业机械学报, 2015, 46(增刊1): 260
- [4] 叶思菁. 大数据环境下遥感图谱应用方法研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2016
- [5] IPBUKER C. An inverse solution to the Winkel tripe projection using partial derivatives[J]. Cartography and Geographic Information Science, 2002, 29(1): 37
- [6] 吴忠性. 如何从一种地图投影点的坐标变换到另一种地图投影点的坐标问题[J]. 地理学报, 1979(1): 55
- [7] YANG Q H, JHON S, WALDO T. Map projection transformation: principles and applications[M]. London: CRC Press, 1999
- [8] 吕晓华,刘宏林. 地图投影数值变换方法综合评述[J]. 测绘学院学报, 2002, 19(2): 150
- [9] LIU D Q, ZHOU G Q, HUANG J J, et al. On-board georeferencing using FPGA-based optimized second-order polynomial equation[J]. Remote Sensing, 2019, 11(2): 124
- [10] 袁修孝,付迎春,张过,等. 多级空间信息网格间的平面坐标变换精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2005, 30(2): 110
- [11] 李德仁,肖志峰,朱欣焰,等. 空间信息多级网格的划分方法及编码研究[J]. 测绘学报, 2006, 35(1): 52
- [12] 李德仁,崔巍. 地理本体与空间信息多级网格[J]. 测绘学报, 2006, 35(2): 143
- [13] BILDIRICI I O. Numerical inverse transformation for map projections[J]. Computers & Geosciences, 2003, 29(8): 1003
- [14] YE S, YAN T, YUE Y, et al. Developing a reversible rapid coordinate transformation model for the cylindrical projection[J]. Computers & Geosciences, 2016, 89: 44
- [15] HARDY R L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces[J]. Journal of Geophysical Research, 1971, 76(8): 1905
- [16] HARDY R L. Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method 20 years of discovery 1968–1988[J]. Computers & Mathematics with Applications, 1990, 19(8): 163
- [17] ZHAO Q, DUAN M, YIN C, et al. Rapid algorithm of raster map projection transformation[C]//SPIE. Second International Conference on Image and Graphics. Hefei, China: SPIE, 2002, 4875: 154
- [18] MU C, CHOU T, HOANG T V, et al. Development of multilayer-based map matching to enhance performance in large truck fleet dispatching[J]. ISPRS International Journal of Geo-Information, 2021, 10: 79
- [19] 杨启和. 论高斯投影换带的数值计算方法[J]. 测绘学报, 1982(1): 18
- [20] 杨启和. 等角投影数值变换的研究[J]. 测绘学报, 1982(4): 268
- [21] 李家权. 等角投影有限元变换法研究[J]. 测绘学报, 1985(3): 214
- [22] 刘宏谟. 等角投影变换的数值方法[J]. 测绘学报, 1985(1): 61
- [23] 童晓冲,贵进,汪滢. 利用数值投影变换构建全球六边形离散格网[J]. 测绘学报, 2013, 42(2): 268
- [24] YE S J, LIU D Y, YAO X C, et al. RDCRMG: a raster dataset clean & reconstitution multi-grid architecture for remote sensing monitoring of vegetation dryness[J]. Remote Sensing, 2018, 10(9): 1376
- [25] YE S J, SONG C Q, SHEN S, et al. Spatial pattern of arable land-use intensity in China[J]. Land Use Policy, 2020, 99: 104845
- [26] YE S J, ZHU D H, YAO X C, et al. Development of a highly flexible mobile GIS-Based system for collecting arable land quality data[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(11): 4432
- [27] YE S, REN S, SONG C, et al. Spatial patterns of county-level arable land productive-capacity and its coordination with land-use intensity in mainland China[J]. Agriculture,

- Ecosystems & Environment, 2022, 326: 107757
- [28] YE S, SONG C, GAO P, et al. Visualizing clustering characteristics of multidimensional arable land quality indexes at the county level in mainland China[J]. Environment and Planning A: Economy and Space, 2021, 54(2): 222
- [29] WANG K, YE S, GAO P, et al. Optimization of numerical methods for transforming UTM plane coordinates to lambert plane coordinates: remote sensing[Z]. 2022: 14
- [30] JIANG B. Head/tail breaks: a new classification scheme for data with a heavy-tailed distribution[J]. The Professional Geographer, 2013, 65(3): 482

Comparative study of numerical methods for normal transformation of geographical coordinate projection at regional scale

WANG Kuangxu YE Sijing

(1) Faculty of Geographical Science, State Key Laboratory of Earth Surface Processes and Resources Ecology, Beijing Normal University, 100875, Beijing, China)

Abstract Rapid transformation from WGS 1984 (World Geodetic System-1984 Coordinate System) geographic coordinate system to Lambert projection coordinate system helps to realize timely merging, inversion and analysis of some of high frequency partitioned raster data. In this study, three numerical methods (linear rule approximation method, hyperbolic transformation method and conformal transformation method) were used to transform coordinates of sample points in three regions from WGS 1984 coordinate system to WGS 1984-Lambert projection coordinates. For each area, coordinate transformation error and calculation efficiency of each numerical method when using segmentation scheme of rectangular grid with different sizes and shapes were compared. Influence of grid aspect ratio on coordinate transformation error of conformal transformation method was studied. Spatial distribution pattern of sampling point error based on conformal transformation method was analyzed. Conformal transformation method was found to show better balance of error and efficiency than other numerical methods. The error was controlled within 0.75 m to perform coordinate transformation on grid point data, conversion time of the 3 numerical methods was similarly less than 30% of the transformation time of the analytical method. Error of conformal transformation method was less affected by change of grid size; when the grid size reached $10^{\circ} \times 10^{\circ}$, maximum error was < 0.22 m. When grid area was fixed, grid in square shape had the least error. Within the same grid, both error distribution dispersion and maximum error of sample points decreased with their minimum distance to grid edge: the closer to the center of the grid, the smaller the error.

Keywords map projection; numerical method; conformal transformation method; geospatial big data; grid

【责任编辑:刘先勤】