

原子核集体激发性质约束对称能的密度依赖性<sup>\*</sup>曹李刚<sup>†</sup> 程诗慧 温 静

(北京师范大学核科学与技术学院, 教育部射线束技术重点实验室, 100875, 北京)

**摘要** 通过实验测得<sup>90</sup>Zr、<sup>144</sup>Sm 和<sup>208</sup>Pb 的同位旋矢量巨偶极共振能量, <sup>68</sup>Ni、<sup>132</sup>Sn 的矮共振强度以及其占能量权重和规则的百分比, <sup>208</sup>Pb 的 anti-analog 巨偶极共振及同质异位相似态的能量; 基于相对论和非相对论平均场理论, 采用不同的有效相互作用计算了原子核的集体激发性质, 并通过理论结果和实验数据的对比约束对称能的密度依赖性.

**关键词** 对称能; 同位旋矢量集体激发; 中子皮; 平均场理论

**中图分类号** O571

**DOI:** 10.12202/j.0476-0301.2022117

## 0 引言

当前, 对称能的密度依赖行为是核物理研究中的热点内容. 对称能对理解核物理与核天体物理学中许多物理现象起重要作用, 它直接影响不稳定原子核的性质、重离子碰撞的动力学过程、中子星的质量半径关系以及超新星爆等<sup>[1-2]</sup>.

一般情况下, 非对称核物质的状态方程可以表示为同位旋不对称度 $I$ 的函数, 即

$$E(\rho, I) = E_{\text{sym}}(\rho) + S(\rho)I^2, \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为核体系的核子总密度;  $E_{\text{sym}}(\rho)$  为对称核物质的状态方程;  $S(\rho)$  为密度依赖的对称能<sup>[3]</sup>. 对称能在饱和密度 $\rho_0$ 处可展开为

$$S(\rho) = S_0 + L(\rho - \rho_0)\rho_0/3 + K_{\text{sym}}(\rho - \rho_0)^2\rho_0^2/18, \quad (2)$$

式中 $S_0$ 、 $L$ 和 $K_{\text{sym}}$ 分别为对称能在饱和点处的值、斜率和曲率<sup>[4]</sup>.

研究发现许多实验观测量对于对称能的密度依赖行为比较敏感, 如原子核的质量、中子皮、镜像核的电荷半径差、同质异位相似态、原子核集体激发态以及重离子碰撞中的集体流等, 因此, 可以用这些实验观测量直接或者间接约束对称能的密度依赖行为<sup>[5-7]</sup>. 在同位素链原子核中, 随着中子数的增加, 由于对称能的作用, 使得中子和质子在原子核中的密度分布差别越来越大, 形成中子皮. 质子的密度分布可以通过电子散射实验精确测量, 中子皮的测量精度决定于对

中子密度分布的测量. 美国杰斐逊实验室通过宇称破缺电子散射实验测量<sup>208</sup>Pb 的中子密度分布, 获得了较高的实验精度<sup>[8]</sup>; 实验给出<sup>208</sup>Pb 的中子皮厚度为 $(0.283 \pm 0.071)$  fm, 进而用此数值去约束对称能在饱和点处的值 $S_0$ 以及它的密度依赖参数 $L$ 分别为 $(38.1 \pm 4.7)$ 和 $(106.0 \pm 37.0)$  MeV, 这是目前约束对称能密度依赖行为的最新结果<sup>[9]</sup>.

对称能对原子核的集体激发性质也有很大的影响. 宏观流体动力学计算结果显示, 同位旋矢量巨偶极共振(IVGDR)是核内中子流和质子流的异相振动, 振动的恢复力与对称能成正比<sup>[10-11]</sup>. 微观分析IVGDR的激发过程发现中子和质子的跃迁密度在原子核内呈反相, 意味着对称能在IVGDR激发中可能起到很重要的作用, 可采用原子核的同位旋矢量集体激发性质来约束核物质的对称能<sup>[12-14]</sup>. 通过实验积累了丰富的稳定原子核IVGDR的数据, 如<sup>90</sup>Zr、<sup>144</sup>Sm和<sup>208</sup>Pb原子核. 德国Land-FRS和意大利米兰大学的实验组在德国GSI分别测量了不稳定原子核<sup>132</sup>Sn和<sup>68</sup>Ni的矮共振强度, 以及它占能量权重和规则(EWSR)的百分比<sup>[15-16]</sup>, 并通过实验测量了<sup>208</sup>Pb的anti-analog巨偶极共振(AGDR)和它的同质异位相似态(IAS)的能量差<sup>[17]</sup>.

## 1 理论模型

理论上有许多描述原子核结构性质的方法与模型, 如从头计算方法、壳模型, 以及自洽的平均场方

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(11975096); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2020NTST06)

<sup>†</sup> 通信作者: 曹李刚(1974—), 男, 博士, 教授. 研究方向: 理论核物理. E-mail: caolg@bnu.edu.cn

收稿日期: 2022-04-28

法等. 受限于处理核多体计算的能力, 从头计算方法目前主要应用于核物质以及轻原子核性质的描述. 由于相互作用以及壳模型计算的复杂性, 它目前主要应用于轻或者中等质量原子核性质的描述, 可以给出较好的基态和低能集体激发态性质. 被广泛采用的理论方法是平均场理论, 它是目前唯一的能够描述从轻原子核到超重原子核、从 $\beta$ 稳定线原子核到滴线原子核性质的自洽方法, 而且在平均场基态之上, 可以比较容易地建立起描述原子核各种集体激发态性质的无规位相近似方法, 从而能够研究原子核的各种集体运动规律和物理机制.

过去 30 多年, 各种平均场理论模型被发展出来, 典型的如相对论和非相对论理论方法. 这些平均场模型的出发点是原子核的能量密度泛函, 其中包括各种相互作用耦合常数. 一般情况下, 通过拟合核物质饱和点性质以及一些偶偶原子核基态性质来确定相互作用耦合常数. 这些有效相互作用可被推广来预言其他有限原子核的结合能、均方根半径、自旋-轨道劈裂以及集体激发性质等. 相对论和非相对论平均场理论及无规位相近似方法已经比较成熟<sup>[18-22]</sup>.

## 2 结果与讨论

**2.1 同位旋矢量巨偶极共振** 基于相对论无规位相近似方法, 分别计算了稳定原子核 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{144}\text{Sm}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的 IVGDR 的激发能量. 计算中采用了 NLSH、NL3、NLBA、NLE、NLZ2 和 NLVT 这 6 种不同的非线性相对论有效拉格朗日量<sup>[23]</sup>. 这些非线性模型计算得到的核物质饱和密度下的对称能不同, 呈现由小到大增加的变化规律, 分别为 36.1、37.4、37.7、38.6、39.0 和 39.8 MeV, 不同的对称能将影响计算的结果. 图 1 展示了通过计算所得的原子核 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{144}\text{Sm}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的 IVGDR 激发能量和对称能的关系.

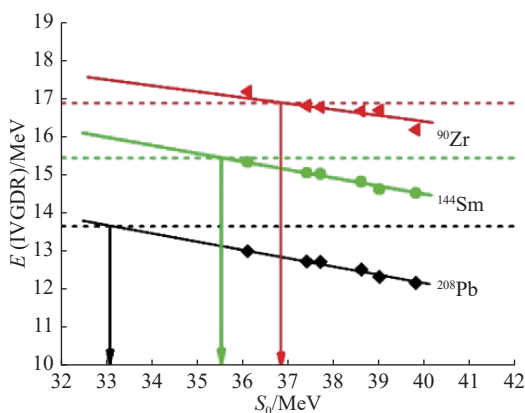


图 1 稳定原子核 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{144}\text{Sm}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的 IVGDR 激发能量与对称能的关系

如图 1 所示, 实心三角( $^{90}\text{Zr}$ )、圆点( $^{144}\text{Sm}$ )以及菱形( $^{208}\text{Pb}$ )代表理论计算结果; 实线为最小拟合的结果; 虚线从上向下分别代表 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{144}\text{Sm}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的实验激发能量<sup>[24-25]</sup>. 对于每个原子核的计算结果, 从左到右分别表示 NLSH、NL3、NLBA、NLE、NLZ2 和 NLVT 的相应值. 结果显示巨偶极共振的激发能随对称能的增加而线性降低, 这种现象不仅发生在重原子核 $^{208}\text{Pb}$ 中, 也存在于中等质量原子核 $^{144}\text{Sm}$ 和 $^{90}\text{Zr}$ 中. 箭头实线所指的对称能分别是理论结果与实验虚线交叉点所对应的值. 通过比较, 对称能在饱和点处的值为 $S_0 = (35.0 \pm 2.0) \text{ MeV}$ , 限制了相对论有效相互作用的对称能, 这与文献 [13] 相关的结论基本一致.

**2.2 矮共振模式** 实验和理论研究均发现, 丰中子原子核 IVGDR 在低能区有一定响应强度的分布, 这些集体激发的强度比巨共振的强度要小很多, 因此称为矮共振. 研究还发现矮共振的一些性质与对称能的密度依赖行为有关. 实验还测得了丰中子原子核 $^{68}\text{Ni}$ 和 $^{132}\text{Sn}$ 矮共振能量分布, 并获得了它们的响应强度占 EWSR 的百分比<sup>[15-16]</sup>. 本节将讨论丰中子原子核 $^{68}\text{Ni}$ 和 $^{132}\text{Sn}$ 矮共振的 EWSR 与对称能密度依赖行为的关系, 研究中同时使用了相对论和非相对论模型, 分别使用了 19 种 Skyrme 有效相互作用和 9 种相对论有效拉格朗日量, 这些参数组给出的饱和点处的对称能斜率参数由小到大变化<sup>[26]</sup>.

图 2-a、b 分别展示了采用无规位相近似方法计算获得的 $^{68}\text{Ni}$ 和 $^{132}\text{Sn}$ 矮共振响应强度占能量权重和规则的百分比与对称能斜率 $L$ 之间的关系.

如图 2 所示: 蓝色方块和红色实心点分别代表非相对论和相对论方法计算的结果, 实线代表最小拟合的结果; 清楚地显示 2 种核素的响应强度占 EWSR 的百分比与对称能斜率 $L$ 之间存在线性关系, 斜率参数的范围可由实验数据约束, 即图 2-c 方框阴影区域所代表的部分; 利用 $^{68}\text{Ni}$ 和 $^{132}\text{Sn}$ 的实验数据所提取的斜率参数分别在 50.3~89.4 和 29.0~82.0 MeV 之间, 对二者求加权平均值, 可得到对称能斜率参数 $L = (64.8 \pm 15.7) \text{ MeV}$ ; 图 2-d 显示了斜率参数 $L$ 与对称能 $S_0$ 的关系, 直线为线性拟合结果, 利用图 2-c 获得的斜率值可以对对称能进行约束, 结果为 $S_0 = (32.3 \pm 1.3) \text{ MeV}$ .

**2.3  $^{208}\text{Pb}$  的 anti-analog 巨偶极共振和同质异位相似态** 1980 年, Sterrenburg 通过电荷交换反应首次研究了原子核的 AGDR<sup>[27]</sup>. 文献 [28] 指出, 原子核的 AGDR 能量敏感于中子皮的厚度, 可以用来约束对称能的大小. 通过直接的伽马衰变实验, 文献 [29-30] 分别测得了 $^{208}\text{Pb}$ 的 AGDR 和 IAS 的能量差.

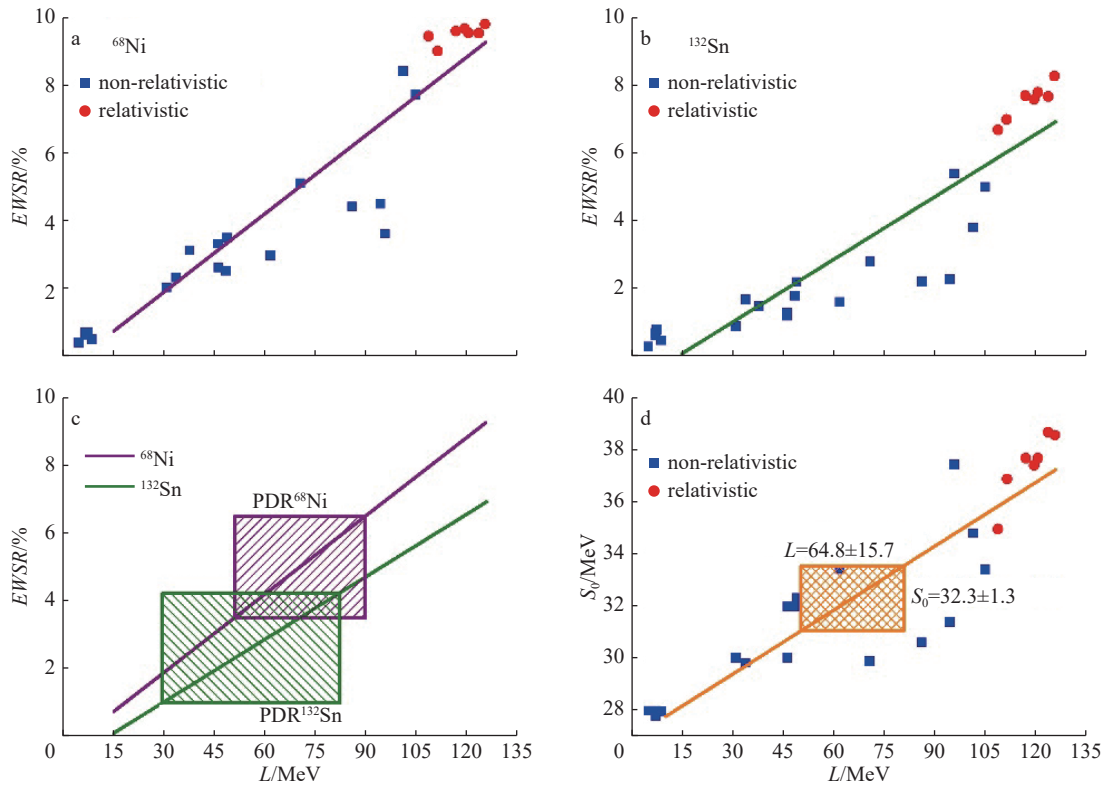


图 2  $^{68}\text{Ni}$  和  $^{132}\text{Sn}$  矮共振强度占 EWSR 百分比和对称能斜率的关系 (a 和 b); 利用实验数据对 a、b 中拟合的线性关系进行约束的结果 (c); 斜率参数  $L$  与对称能  $S_0$  之间的约束关系 (d)

从可分离的无规位相近似色散关系和 EWSR 出发, 利用 Bohr-Mottelson 量子谐振子模型与 Tamm-Dancoff 近似, 可获得 AGDR 与 IAS 激发能之差以及中子皮的经验关系为

$$E_{\text{AGDR}} - E_{\text{IAS}} \approx \alpha(\beta I - 3((\Delta R_{\text{np}} - \Delta R_{\text{np}}^{\text{surf}})/2\langle r^2 \rangle^{1/2} - 3I_C/7)), \quad (3)$$

式中:  $\alpha$  和  $\beta$  分别为与增强因子、精细结构常数、费米能相关的常数;  $\Delta R_{\text{np}}^{\text{surf}}$  为中子皮的表面修正;  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$  为核物质的均方根半径;  $I_C$  为同位旋不对称度的库仑修正. 这些量皆可视为常数. 由式 (3) 可知,  $E_{\text{AGDR}} - E_{\text{IAS}}$  与给定核素的中子皮厚度  $\Delta R_{\text{np}}$  具有负线性关联<sup>[31]</sup>.

为了验证经验关系式 (3), 本节采用无规位相近似方法对  $^{208}\text{Pb}$  的  $E_{\text{AGDR}} - E_{\text{IAS}}$  项进行了微观理论计算, 并采用 SAMi-J 相互作用, 其系列参数在饱和密度处的对称能  $S_0$  由 27~35 MeV 单位递增, 可以得到不同的中子皮厚度 (图 3).

图 3 所示实心圆点对应于 SAMi-J 参数的结果, 实线是对计算结果的线性拟合. 图中显示能量差和中子皮存在明显的负线性关系, 微观方法得到的结果与解析模型给出的经验结果式 (3) 相一致; 黑色五角星和实线代表相对论平均场的计算结果和线性拟合

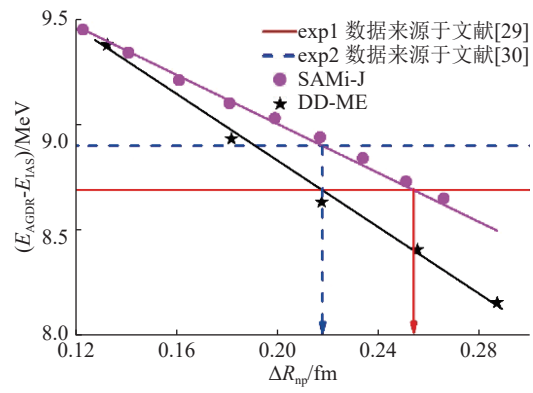


图 3  $^{208}\text{Pb}$  的  $E_{\text{AGDR}} - E_{\text{IAS}}$  与中子皮的关系

结果. 同样, 相对论方法也给出能量差和中子皮存在负线性关系. 通过实验测量得到的 AGDR 和 IAS 的能量差, 可限制  $^{208}\text{Pb}$  的中子皮厚度. 本文采用 2 种不同方法测量所得的实验结果, 如图 3 所示, 洋红线代表  $^{208}\text{Pb}(p,n)$  反应的结果<sup>[29]</sup>, 能量差值为  $(8.69 \pm 0.36)$  MeV, 记为 exp1; 蓝线为  $^{208}\text{Pb}(p,n\gamma p)$  反应的结果<sup>[30]</sup>, 测量值为  $(8.90 \pm 0.09)$  MeV, 记为 exp2. 将实验数据与拟合的线性关系进行比较, 可获得  $^{208}\text{Pb}$  的中子皮厚度, 即 exp1 和 exp2 所获得的  $\Delta R_{\text{np}}$  分别为  $(0.254 \pm 0.062)$  和  $(0.218 \pm 0.015)$  fm, 二者加权平均后, 可得  $\Delta R_{\text{np}} = (0.236 \pm 0.018)$  fm, 与文献 [8] 中最新的测量结果基本一致.

图 4-a、b 分别展示了利用获得的中子皮约束饱和密度处的对称能及其斜率参数。

如图 4 所示: exp1 实验结果提取对称能  $S_0 = (34.2 \pm 3.5)$  MeV, 斜率参数  $L = (108.5 \pm 35.8)$  MeV; exp2

的  $S_0 = (32.2 \pm 0.9)$  MeV,  $L = (86.1 \pm 9.1)$  MeV. 通过加权平均, 由 2 种实验结果约束的饱和密度处的对称能及斜率参数的值分别为  $S_0 = (33.2 \pm 1.0)$  MeV 和  $L = (97.3 \pm 11.2)$  MeV.

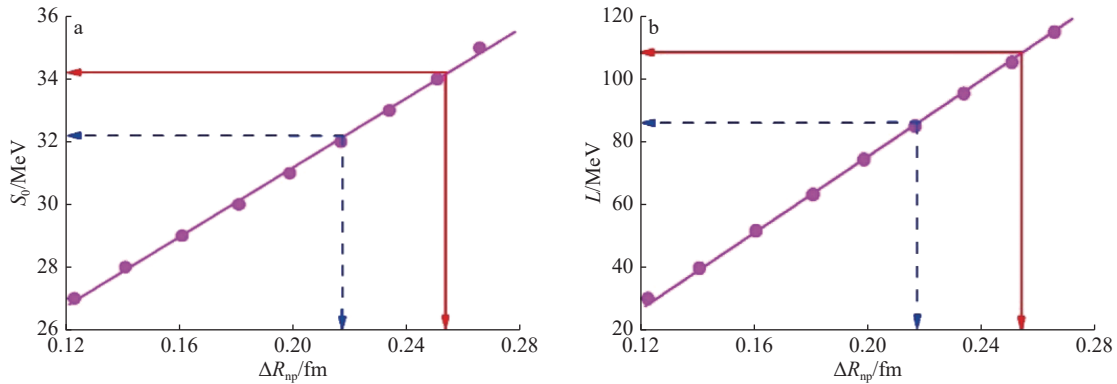


图 4 中子皮厚度与对称能的关系(a)、中子皮厚度与斜率参数的关系(b)

### 3 结语

核物质对称能的密度依赖行为影响着有限原子核的性质、重离子碰撞过程以及中子星的质量半径关系, 对称能的研究是核物理和核天体物理的重要研究课题之一. 本文探究了使用原子核集体激发性质约束核物质对称能的密度依赖行为.

研究发现有限核的 IVGDR 能量与对称能呈线性关系, 与实验数据的比较, 得到相对论有效相互作用的对称能  $S_0 = (35.0 \pm 2.0)$  MeV; 同时采用相对论和非相对论的理论研究了  $^{68}\text{Ni}$  和  $^{132}\text{Sn}$  这 2 种丰中子原子核的矮共振及其占 EWSR 百分比, 发现它与对称能的斜率参数之间存在线性关联, 约束得到对称能斜率参数  $L = (64.8 \pm 15.7)$  MeV, 继而得到对称能  $S_0 = (32.3 \pm 1.3)$  MeV; 最后, 在非相对论无规位相近似方法下研究了  $^{208}\text{Pb}$  的中子皮与 AGDR 和 IAS 的激发能之差的关系, 发现它们存在很强的负线性关系, 并由此提取了  $^{208}\text{Pb}$  中子皮厚度  $\Delta R_{np} = (0.236 \pm 0.018)$  fm, 以及对称能和它的斜率参数分别为  $(33.2 \pm 1.0)$  MeV 和  $(97.3 \pm 11.2)$  MeV.

采用不同的集体激发性质约束对称能的密度依赖行为, 可以看出不同的实验约束条件得到的结果基本一致, 说明了计算结果的可靠性. 对称能密度依赖行为的精确约束, 还需要理论和实验研究的进一步深入, 以为核物理以及核天体物理的研究提供更可靠的理论基础.

### 4 参考文献

[1] BALDO M, BURGIO G F. The nuclear symmetry energy

[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2016, 91: 203

[2] LI B A, CAI B J, XIE W J, et al. Progress in constraining nuclear symmetry energy using neutron star observables since GW170817[J]. Universe, 2021, 7(6): 182

[3] ZUO W, BOMBACI I, LOMBARDO U. Asymmetric nuclear matter from an extended Brueckner-Hartree-Fock approach[J]. Physical Review C, 1999, 60(2): 024605

[4] DUTRA M, LOURENC O, MARTINS J S, et al. Skyrme interaction and nuclear matter constraints[J]. Physical Review C, 2012, 85(3): 035201

[5] HOROWITZ C J, PIEKAREWICZ J. Neutron star structure and the neutron radius of  $^{208}\text{Pb}$ [J]. Physical Review Letters, 2001, 86(25): 5647

[6] BROWN B A. Neutron radii in nuclei and the neutron equation of state[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(25): 5296

[7] DIEPERINK A E L, DEWULF Y, NECK D V, et al. Nuclear symmetry energy and the neutron skin in neutron-rich nuclei[J]. Physical Review C, 2003, 68(6): 064307

[8] ADHIKARI D, ALBATAINEH H, ANDROIC D, et al. Accurate determination of the neutron skin thickness of  $^{208}\text{Pb}$  through parity-violation in electron scattering[J]. Physical Review Letters, 2021, 126(17): 172502

[9] REED B T, FATTOYEV F J, HOROWITZ C J, et al. Implications of PREX-2 on the equation of state of neutron-rich matter[J]. Physical Review Letters, 2021, 126(17): 172503

[10] LIPPARINI E, STRINGARI S. Surface and temperature

- effects in isovector giant resonances[J]. Nuclear Physics A, 1988, 482(1/2): 205
- [11] KAMERDZHIEV S, SPETH J, TERTYCHNY G. Microscopic description of the  $E_0$ ,  $E_2$  and  $E_1$  giant resonances in  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  and  $^{56}\text{Ni}$ [J]. Nuclear Physics A, 1997, 624(3): 328
- [12] TRIPPA L, COLO G, VIGEZZI E. Giant dipole resonance as a quantitative constraint on the symmetry energy[J]. Physical Review C, 2008, 77(6): 061304
- [13] KLIMKIEWICZ A, PAAR N, ADRICH P, et al. Nuclear symmetry energy and neutron skins derived from pygmy dipole resonances[J]. Physical Review C, 2007, 76(5): 051603
- [14] SAGAWA H, YOSHIDA S, ZHOU X R, et al. Charge exchange spin-dipole excitations in  $^{90}\text{Zr}$  and  $^{208}\text{Pb}$  and the neutron matter equation of state[J]. Physical Review C, 2007, 76(2): 024301
- [15] ADRICH P, KLIMKIEWICZ A, FALLOT M, et al. Evidence for pygmy and giant dipole resonances in  $^{130}\text{Sn}$  and  $^{132}\text{Sn}$ [J]. Physical Review Letters, 2005, 95(13): 132501
- [16] WIELAND O, BRACCO A, CAMERA F, et al. Search for the pygmy dipole resonance in  $^{68}\text{Ni}$  at 600 MeV/nucleon[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(9): 092502
- [17] KRASZNAHORKAY A, PAAR N, VRETENAR D, et al. Anti-analog giant dipole resonances and the neutron skin of nuclei[J]. Physics Letters B, 2013, 720(4/5): 428
- [18] BENDER M, HEENEN P H, REINHARD P G. Self-consistent mean-field models for nuclear structure[J]. Review of Modern Physics, 2003, 75(1): 121
- [19] COLO G, CAO L G, GIAI N V, et al. Self-consistent RPA calculations with skyrme-type interactions: the skyrme\_rpa program[J]. Computer Physics Communications, 2013, 184(1): 142
- [20] VRETENAR D, AFANASJEV S A, LALAZISSIS G A, et al. Relativistic Hartree-Bogoliubov theory: static and dynamic aspects of exotic nuclear structure[J]. Physics Reports, 2005, 409(3/4): 101
- [21] RING P, MA Z Y, GIAI N V, et al. The time-dependent relativistic mean-field theory and the random phase approximation[J]. Nuclear Physics A, 2001, 694(1/2): 249
- [22] MA Z Y, WANDEL T A, GIAI N V, et al. Collective multipole excitations in a microscopic relativistic approach[J]. Nuclear Physics A, 2002, 703(1/2): 222
- [23] CAO L G, MA Z Y. Symmetry energy and isovector giant dipole resonance in finite nuclei[J]. Chinese Physics Letters, 2008, 25(5): 1625
- [24] PLUJKO V A, CAPOTE R, GORBACHENKO O M. Giant dipole resonance parameters with uncertainties from photo-nuclear cross sections[J]. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 2011, 97(5): 567
- [25] RYEZAYEVA N, HARTMANN T, KALMYKOV Y, et al. Nature of low-energy dipole strength in nuclei: the case of a resonance at particle threshold in  $^{208}\text{Pb}$ [J]. Physical Review Letters, 2002, 89(27): 272502
- [26] CARBONE A, COLO G, BRACCO A, et al. Constraints on the Symmetry energy and neutron skins from pygmy resonances in  $^{68}\text{Ni}$  and  $^{132}\text{Sn}$ [J]. Physical Review C, 2010, 81(4): 041301
- [27] STERRENBURG W A, AUSTIN S M, DEVITO R P, et al. Q-value systematics for isovector giant resonances excited by (p, n) reactions on Zr, Nb, Mo, Sn, and Pb isotopes[J]. Physical Review Letters, 1980, 45(23): 1839
- [28] KRMPOTIC F, NAKAYAMA K, GALEAO A P. Giant first-forbidden resonances[J]. Nuclear Physics A, 1983, 399(2): 478
- [29] YASUDA J, WAKASA T, OKAMOTO M, et al. Extraction of anti-analog giant dipole resonance and neutron skin thickness for  $^{208}\text{Pb}$ [J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2013, 2013(6): 063D02
- [30] KRASZNAHORKAY A, CSATLOS M, CSIGE L, et al. Neutron-skin thickness of  $^{208}\text{Pb}$ , and symmetry-energy constraints from the study of the anti-analog giant dipole resonance[EB/OL]. (2013-11-13)[2022-03-10]. <https://arxiv.org/abs/1311.1456v2>
- [31] CAO L G, ROCA-MAZA X, COLO G, et al. Constraints on the neutron skin and symmetry energy from the anti-analog giant dipole resonance in  $^{208}\text{Pb}$ [J]. Physical Review C, 2015, 92(3): 034308

# Density dependence of symmetric energy constrained by collective excitation properties of atomic nuclei

CAO Ligang CHENG Shihui WEN Jing

(The Key Laboratory of Beam Technology of the Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology,  
Beijing Normal University, 100875, Beijing, China)

**Abstract** The isovector giant dipole resonance energies of  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{144}\text{Sm}$ , and  $^{208}\text{Pb}$ , the pygmy resonance strengths and their exhausted energy-weighted sum rules of  $^{68}\text{Ni}$  and  $^{132}\text{Sn}$ , and the anti-analog giant dipole resonance of  $^{208}\text{Pb}$  as well as its isobaric analog state have been measured experimentally. The collective excited properties of finite nuclei are calculated in relativistic and non-relativistic mean field methods with different effective interactions. Compared to the experimental data, the density dependence of symmetry energy can be extracted.

**Keywords** symmetry energy; isovector collective excitations; neutron skin; mean field theory

【责任编辑: 陆有忠】