

小行星“北师大星 8050”的测光性质研究*

乔柯霖¹⁾ 高 健^{1)†} 贾涵箴¹⁾ 任 逸¹⁾ 宋腾飞²⁾

(1)北京师范大学天文系, 100875, 北京; (2)中国科学院云南天文台, 650216, 云南昆明)

摘要 为得到小行星“北师大星 8050”的相关性质, 使用中国科学院国家天文台兴隆观测站 85 cm 和云南天文台稻城选址点 50 cm 望远镜的观测数据, 利用基于蒙特卡洛-马尔科夫链算法的盘积分 Lommel-Seeliger 椭球模型, 对北师大星的相关参数进行了反演, 得到北师大星的椭球半径长度分别为 (5.140 ± 0.010) 、 (1.698 ± 0.004) 、 (1.077 ± 0.004) km, 自转周期为 (5.397 ± 0.003) h, 几何反照率 $p_v = 0.195 \pm 0.001$; 在 $H-G_1-G_2$ 星等系统下的相位因子 $G_1 = 0.259 \pm 0.002$ 、 $G_2 = 0.373 \pm 0.001$, 自转轴指向的黄道坐标为 $(104.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$ 或 $(284.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$.

关键词 小行星; 北师大星 8050; 测光; 光变曲线反演; Lommel-Seeliger 椭球; 蒙特卡洛-马尔科夫链

中图分类号 P185.7

DOI: 10.12202/j.0476-0301.2021046

0 引言

小行星等小天体是太阳系早期星子物质的遗物, 是研究太阳系早期及其演化规律的重要对象. 开展对小行星的形状、表面物质组分、自转周期及其自转轴指向等性质的研究, 有利于进一步了解太阳系的演化过程、小行星带的动力学情况、太阳系早期物质组成结构等信息^[1]. 小行星的形状研究较复杂, 除了要考虑小行星本身的形状外, 还要考虑小行星的自转周期、相位、表面材料性质等因素影响. 当前, 研究小行星形状主要是通过多面体盘积分模型或 Lommel-Seeliger(L-S)盘积分椭球模型^[2]对小行星的光变曲线进行形状反演.

小行星北师大星是 1996 年被中国科学院国家天文台兴隆观测站发现的, 而后被命名为“北师大星”. 目前对北师大星的了解主要局限于其轨道和大致形状的参数(表 1). 按照表面物质组分归类, 研究者认为它是一颗 S 型^[3](以硅元素为主要物质)小行星. 然

而, 对北师大星的形状参数^[4]、相位因子、自转周期和几何反照率等更详细的信息了解较少.

为此, 本文利用中国科学院国家天文台兴隆观测站 85 cm 望远镜(国家天文台-北京师范大学望远镜, NBT)和中国科学院云南天文台稻城选址点 50 cm 望远镜(DFT)观测得到的光变数据, 采用等视截面积法(普通三轴椭球模型)对北师大星的椭球半径长度、相位因子、自转周期等性质进行粗略估计, 再利用基于蒙特卡洛-马尔科夫链(MC-MC)算法的 L-S 盘积分模型, 对北师大星的各项性质进行精确反演, 最终得到了北师大星的三轴椭球模型参数、自转周期、相位因子和几何反照率.

1 数据与观测处理

使用 NBT^[5](V、R 波段滤光片)和 DFT(无滤光片, 用 W 表示), 分别观测了 3 和 13 d(望远镜参数详见表 2, 观测列表详见表 3). 经过图像预处理后, 选择其中观测质量较好的 4 d(图 1). 利用 Python 的

表 1 北师大星的轨道参数和物理性质信息

轨道参数						物理性质		
半长轴	离心率	平近点角	轨道倾角	升交点黄经	近日点幅角	直径/km	V波段反照率	绝对星等
ua		(°)						
2.1336	0.1602	129.17	1.8567	213.64	143.24	2.388±0.692	0.282±0.109	15.3

注: 取自国际天文联合会小行星中心[IAU, minor planet center(MPC)], 参见<https://www.minorplanetcenter.net/iau/MPCORB/MPCORB.DAT>; 半长轴的单位为天文单位(AU), $1 \text{ ua} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$.

* 国家自然科学基金资助项目(U2031209, U2031148, 11873092)

† 通信作者: 高健(1977—), 男, 博士, 教授. 研究方向: 星际/星周尘埃、太阳系小天体. E-mail: jiangao@bnu.edu.cn

收稿日期: 2021-04-30

表 2 观测所使用的 2 台望远镜的相关参数

参数	NBT ^[5]	DFT
光学系统	主焦式	R-C
口径/cm	85.0	50.8
焦比	$F/3$	$F/6.8$
视场	$32' \times 32'$	$36.5' \times 36.5'$

表 3 北师大星的观测时间与对应坐标参数¹⁾

观测日期	Δ ²⁾ ua	r ³⁾	相位/ (°)	视星等	观测时 间/h	滤光片	观测 设备
2018-09-12	0.911	1.798	21.4	17.4	3.0	V	NBT
2018-10-12	0.821	1.816	3.5	16.5	8.0	V/R	NBT
2018-10-13	0.821	1.817	2.9	16.5	8.0	V/R	NBT
2020-03-01	1.534	2.475	9.1	18.8	3.0	W	DFT
2020-03-02	1.529	2.475	8.7	18.8	4.0	W	DFT
2020-03-03	1.524	2.475	8.2	18.8	4.0	W	DFT
2020-03-04	1.519	2.475	7.7	18.7	3.5	W	DFT
2020-03-20	1.479	2.475	0.7	18.2	3.0	W	DFT
2020-03-21	1.479	2.475	1.0	18.3	3.0	W	DFT
2020-03-23	1.479	2.475	1.5	18.3	3.5	W	DFT
2020-03-25	1.481	2.474	2.9	18.4	3.5	W	DFT
2020-03-28	1.486	2.474	4.4	18.5	2.0	W	DFT
2020-03-29	1.488	2.474	4.9	18.5	2.0	W	DFT
2020-03-30	1.491	2.473	5.4	18.6	2.0	W	DFT
2020-03-31	1.493	2.473	5.9	18.6	3.0	W	DFT

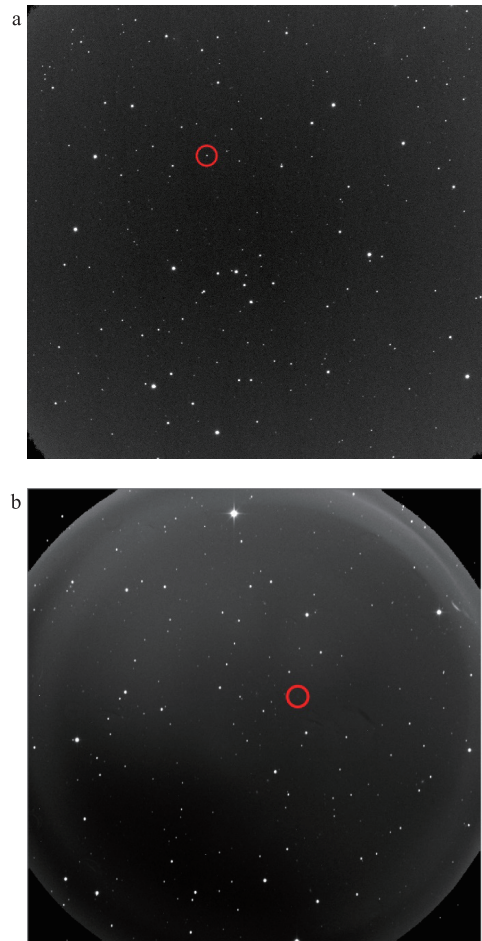
注: ¹⁾数据来自IAU, MPC, 观测时间使用世界时(UT), 下同;

²⁾ Δ 为小行星到地球的距离; ³⁾ r 为小行星到太阳的距离

astropy^[6] 以及 numpy (<https://numpy.org/>) 模块, 消除 bias 与平场的影响后, 通过 astrometry.net^[7] 构建观测图像的 WCS(world coordinate system). 再利用 SExtractor^[8] 在北师大星和比较星的坐标处孔径测光, 采用较差测光法

$$V_0 - V_s = -2.5 \lg (E_0 / E_s), \quad (1)$$

得到北师大星的观测星等, 式中 V_0 为小行星的视星等, V_s 为比较星的观测星等, E_0 与 E_s 分别为小行星和比较星的辐射通量. 2018 年数据使用 NBT 的 BVRI 多色测光系统进行观测, 其多色测光系统为标准 Johnson-Cousins (J-C) 测光系统^[9]; 2020 年数据使用 DFT 无滤光片进行观测, 需要转化为 V 波段星等; 因此 DFT 的透射曲线近似采用 CCD 相机的量子响应曲线 (该数据取自 Finger Lakes Instrumentation 公司 ML09000 型号 CCD 相机的说明书). 本文参考 Gaia data release 2 (Gaia DR2) 中 G 波段的透射曲线, Gaia DR2 的透射曲线数据已



a NBT 于 2018 年 10 月 12 日拍摄: DFT 的 CCD 靶面大于望远镜的视场, 因此视场形成圆形图像;
b DFT 于 2020 年 3 月 3 日拍摄

图 1 CCD 图像 (已进行 bias 和平场改正)

经考虑了滤光片、光学系统、探测器量子效率等综合因素, 其透射效率曲线类似 DFT 无滤光片 (图 2) 与 J-C 测光系统^[10]. 在忽略小量情况下, 给出近似的修正公式^[10] 为

$$V_0 = G + 0.02269 + 0.01784(V - R), \quad (2)$$

式中 $V - R$ 为北师大星的观测色指数. 本文使用 NBT 观测的色指数修正 $V - R = 0.56$, 该色指数来自于 2018 年 10 月 12 日 NBT 对北师大星的多色测光观测, 利用当天全部 $V - R$ 的色指数进行平均而得出.

利用星等归算公式^[11]

$$V(\alpha) = V_0 - 5 \lg (r \Delta), \quad (3)$$

对观测星等进行归算, 式中 $V(\alpha)$ 为归算星等, r 为小行星到太阳的距离, Δ 为小行星到地球的距离. 综合计算后, 得到 NBT 观测北师大星的星等平均误差仅为 0.02, 而 DFT 得到北师大星的星等观测误差较大, 平均误差为 0.13. 根据式 (1) ~ (3) 对观测数据修正后,

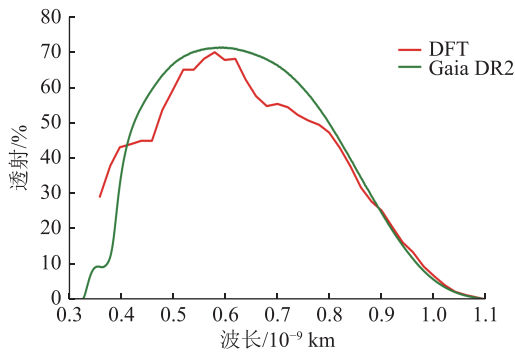


图 2 DFT (红色曲线) 与 Gaia DR2 的 G 波段 (绿色曲线) 透射曲线对比

得到归算星等的光变曲线(图 3).

2 方法与模型

小行星形状反演方法很多. 一般使用振幅-星等 (AM) 方法进行小行星形状的低精度估算, 其间精确估算时, 经常使用椭球或多面体模型来表征小行星的形状. Muinonen 等^[2] 利用 L-S 椭球模型对小行星光变曲线进行反演, 不仅可以估算出小行星的椭球模型, 还能高精度对小行星的自转轴指向、几何反照率、相位因子等参数进行反演. 本文主要利用基于 M-C 的 L-S 椭球模型 (简称 LS-MC-MC 模型) 对北师大星的参数进行估算, 并通过等视截面面积法 (method of equal section area, MESA) 对 LS-MC-MC 模型的初值进行估算.

2.1 MESA 方法 MESA 方法假设小行星为表面反照率均匀的椭球, 且亮度仅与小行星在视线方向投影面积相关: 若投影面积为 S 、表面几何反照率为 p_v , 则将 S 归算为 1 个直径为 D (km) 的圆面积. 根据 D 和理论绝对星等 H 的换算关系, 对小行星的理论绝对星等

D 进行估算^[12], 即

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p_v}} 10^{-0.2H}. \quad (4)$$

S 由小行星的椭球半径长度 (a 、 b 、 c)、自转轴指向的黄道坐标, 以及自转周期 P 等参数计算得出. 设小行星的黄道坐标为 (λ_p, β_p) , 周期为 P , 则 S 的计算式^[11, 13] 为

$$\begin{cases} S = \pi abc \sqrt{e^T C e}, \\ e = (\sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi \sin \theta, \cos \theta)^T, \\ C = \begin{pmatrix} a^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & b^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & c^{-2} \end{pmatrix}, \\ \varphi = \varphi_0 + 2\pi \frac{\delta t}{P}, \\ \cos \theta = -\sin \beta_p \sin \beta_p - \cos \beta_p \cos \beta_p \cos (\lambda - \lambda_p), \end{cases} \quad (5)$$

式中 φ 为自转相位 (φ_0 为初相位), δt 为自初相位起算的时间差, θ 为视线方向矢量与自转轴指向矢量的夹角.

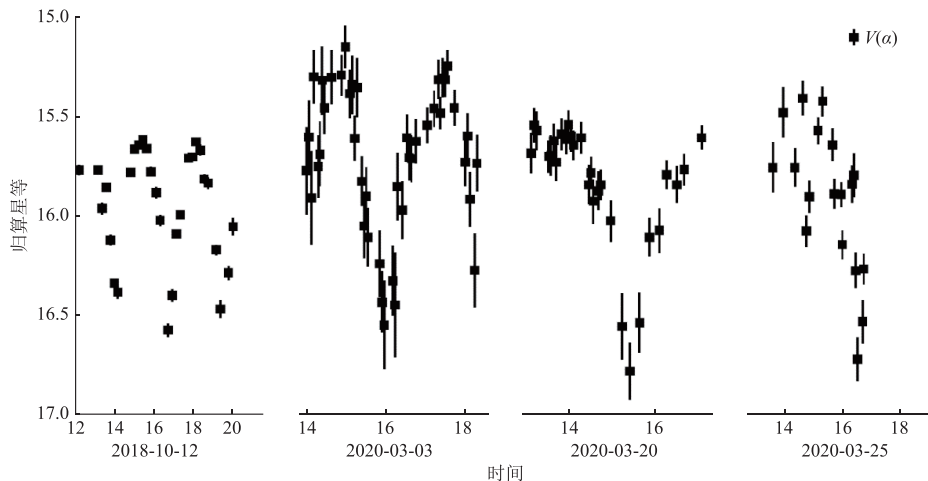
MESA 法采用 $H-G$ 星等系统计算, 该星等系统是基于 Lumme-Bowell (L-B) 光度模型^[14-15] 建立的, 并于 1985 年被 IAU 指定为统一的绝对星等计算方法^[16], 计算式为

$$V(\alpha) = H_0 - 2.5 \lg((1-G)\Phi_1(\alpha) + G\Phi_2(\alpha)), \quad (6)$$

式中: G 为与几何反照率相关的相位曲线斜率因子; $\Phi_i(\alpha)$ ($i=1, 2$) 为相位函数, 其形式较为复杂^[11].

利用 H 和 H_0 可以计算出 a 、 b 、 c 、 P 、 G 、 λ 、 β 等. MESA 方法采用计算较快、逻辑结构简单的 M-C 方法进行估算. 北师大星被分类为 S 型小行星, 根据 Muinonen 等^[2] 的统计, 拟定 $p_v = 0.223$.

2.2 LS-MC-MC 模型 进行参数估算时, 采用 LS-MC-MC 模型, 该方法相比于 MESA 方法, 考虑了太阳



1) 横坐标轴上的“12、14、.....”为该日的 12 时、14 时.....

图 3 根据式 (1) ~ (3) 修正后所得 NBT 与 DFT 观测北师大星的光变曲线

入射面积、小行星表面物质组分性质等因素对小行星光度的影响, 采用 L-S 模型计算小行星的理论光度值 $L(\alpha)$, 进而得到理论绝对星等 H , 并利用 $H-G_1-G_2$ 星等系统, 将归算星等 $V(\alpha)$ 转化为观测绝对星等 H_0 , $L(\alpha)$ 的计算式^[17] 为

$$L(\alpha) = \frac{1}{8} \pi F_0 \bar{\omega} P(\alpha) abc \frac{S_s S_e}{S} \left\{ \cos(\lambda' - \alpha') + \cos(\lambda') + \sin \lambda \sin(\lambda' - \alpha') \ln \left(\cot \frac{\lambda'}{2} \cot \frac{(\alpha' - \lambda')}{2} \right) \right\}. \quad (7)$$

考虑到式 (7) 中单次散射反照率 $\bar{\omega}$ 和相位函数 $P(\alpha)$ 不易估算, Muinonen 等^[17] 在 2015 年对这 2 个参数进行了合理的模型假设, 即

$$\bar{\omega} P(\alpha) = 8 p_v \frac{\Phi(\alpha)}{\Phi_{LS}(\alpha)}, \quad (8)$$

式中 $\Phi(\alpha)$ 为 $H-G_1-G_2$ 星等系统的相位系数. 为了保证

星等系统使用的一致性, 在对归算星等 $V(\alpha)$ 换算时, 采用 $H-G_1-G_2$ 绝对星等系统^[18]

$$\begin{cases} V(\alpha) = H - 2.5 \lg \Phi(\alpha), \\ \Phi(\alpha) = G_1 \varphi_1(\alpha) + G_2 \varphi_2(\alpha) + (1 - G_1 - G_2) \varphi_3(\alpha). \end{cases} \quad (9)$$

为了简化小行星的光度模型, 根据 Shevchenko 等^[19] 对 G_1 、 G_2 之间以及 G_1 、 G_2 二者与几何反照率 p_v 的研究, 并对 LS-MC-MC 模型的几何反照率和相位因子加以约束:

$$G_2 = 0.535 - 0.635 G_1, \quad (10)$$

$$\begin{cases} G_1 = -0.107 - 0.643 \lg p_v, \\ G_2 = 0.644 + 0.433 \lg p_v. \end{cases} \quad (11)$$

本文采用 MC-MC^[20] 对 L-S 椭球模型参数进行计算. 但是 LS-MC-MC 模型中参数较多, 因此需要对初值进行合理预估 (图 4).

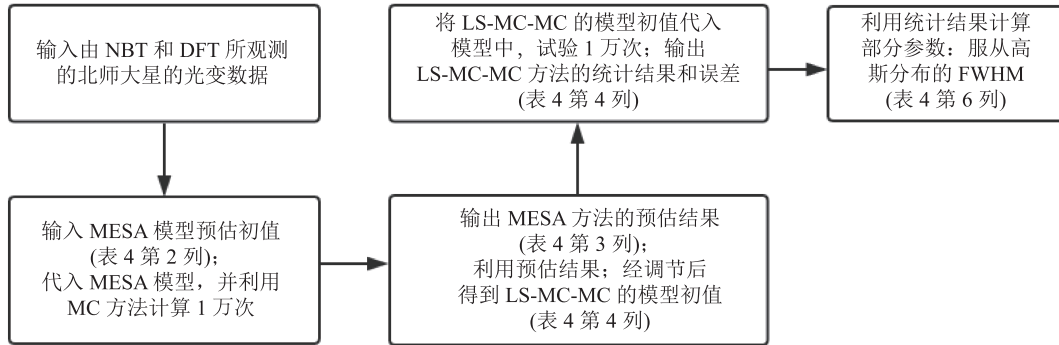


图 4 计算北师大星各项参数的流程

3 结果与讨论

本文调整预估给定参数的范围, 通过基于 MC 的 MESA 方法试验 1 万次, 得到了 MESA 的预估结果. 利用该结果对 LS-MC-MC 模型的初值进行估算后, 将

初值代入 LS-MC-MC 模型, 再试验 1 万次, 即得到北师大星的各项统计结果 (表 4).

3.1 椭球半径长度估算 根据 LS-MC-MC 模型, 可以得到北师大星的椭球半径长度 (表 4), 以及 3 个椭球半径长度 a 、 b 、 c 的统计分布 (图 5).

表 4 MESA 方法与 LS-MC-MC 模型的初值、结果及服从高斯分布的 FWHM

参数	MESA 初值范围	MESA 预估结果	LS-MC-MC 初值	LS-MC-MC 统计中值/极值	高斯分布 FWHM
a/km	[4.300, 4.500]	4.350	6.000	5.140 ± 0.010	0.920
b/km	(0, 0.600]	0.440	2.000	1.698 ± 0.004	0.310
c/km	(0, 0.500]	0.350	2.000	1.077 ± 0.004	0.280
r/km	—	0.875	—	2.110 ± 0.010	—
P/h	[5.300, 5.500]	5.400	5.400	5.397 ± 0.003	—
t_0	—	—	2018-10-12T15:34:04.2	—	—
$\varphi_0/(\circ)$	0	—	90.00	90.10	—
$\lambda/(\circ)$	[80.00, 100.00]	90.00	90.00	76.80/104.68	—
$\beta/(\circ)$	[70.00, 90.00]	81.00	80.00	80.06	9.17
p_v	0.223	/	0.223	0.195 ± 0.001	0.024
G	[0.100, 0.500]	0.126	—	—	—
G_1	—	—	0.260	0.259 ± 0.002	0.112
G_2	—	—	0.380	0.373 ± 0.001	0.088

注: 1) “—”表示数据不存在或无意义; 2) a 的 LS-MC-MC 初值调整为 MESA 方法结果的 1.4 倍并取整, b 、 c 的 LS-MC-MC 初值调整为 MESA 结果的 5 倍并取整; 3) 约化半径 $r = \sqrt[3]{abc}$; 4) t_0 采用 UT; 5) 自转轴指向的黄道坐标有镜象解, 只需求出其中 1 个解即可, 限定 $0^\circ \leq \lambda < 180^\circ$ 、 $\beta > 0$.

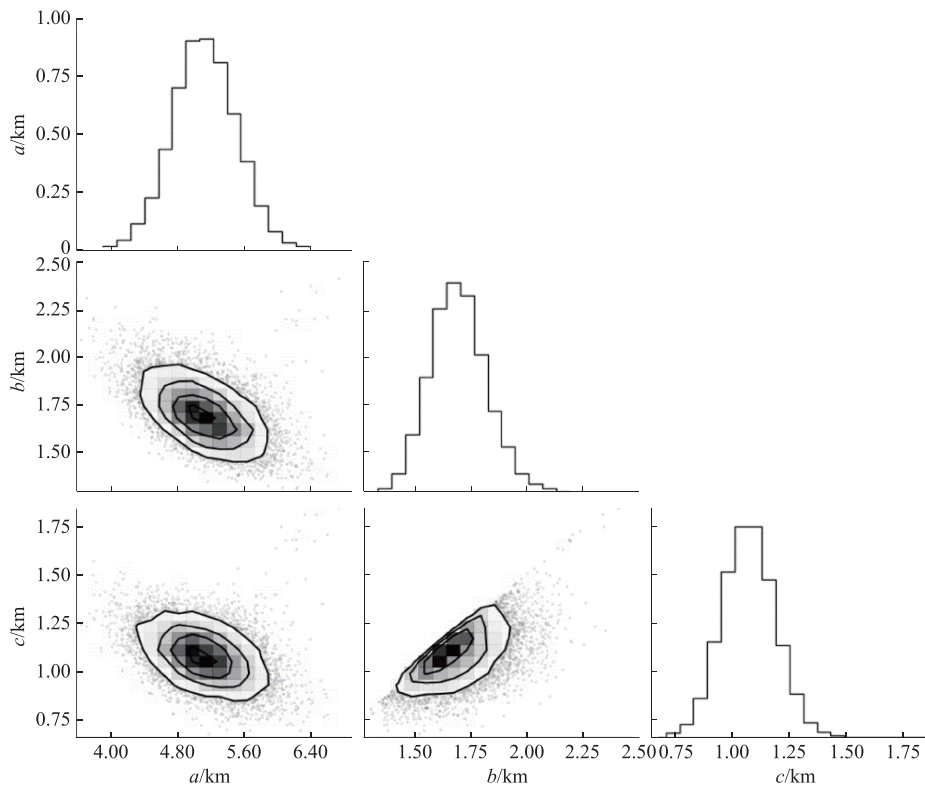


图 5 LS-MC-MC 模型得出的椭球半径长度结果统计示意

表 4 中, MESA 预估结果(第 3 列)和 LS-MC-MC 初值的椭球半径长度 a 、 b 、 c (第 4 列)之间存在差异的主要原因是: 尽管 MESA 方法预估结果是 LS-MC-MC 模型初值的判断标准, 但是 MESA 方法假定观测者的视截面积与小行星受太阳光照面积相等, 而 LS-MC-MC 方法考虑了部分受太阳光照面积可能无法被观测者观测的因素, 因此会导致在同等椭球半径长度下, LS-MC-MC 模型得到的光度较 MESA 方法小. 若直接以 MESA 方法的结果作为 LS-MC-MC 模型初值, 则会影响 LS-MC-MC 模型的收敛速度、方向和精度. 一般地, 椭球半径长度中, a 的大小是影响光变曲线的主要原因, 因此本文将 a 的 LS-MC-MC 初值设定为 MESA 结果的 1.4 倍并取整; b 、 c 的 LS-MC-MC 初值设定为 MESA 结果的 5 倍并取整.

图 5 中, 3 个椭球半径长度的频次统计都近似服从高斯分布, 除椭球半径长度 a 的 FWHM 较大以外 (0.920 km), 另外 2 个椭球半径长度 b 、 c 的 FWHM 都较小, 分别为 0.310 和 0.280 km. 利用 LS-MC-MC 模型得到的北师大星椭球半径长度而绘制的椭球模型详见图 6.

北师大星椭球 3 轴参数 a 、 b 、 c 的 FWHM 宽度受以下因素影响: 1) LS-MC-MC 模型维数较大, 各维数的分辨率决定了运算速度与收敛速度, 因此在合理情况下, 需要降低分辨率; 2) LS-MC-MC 模型参数维数

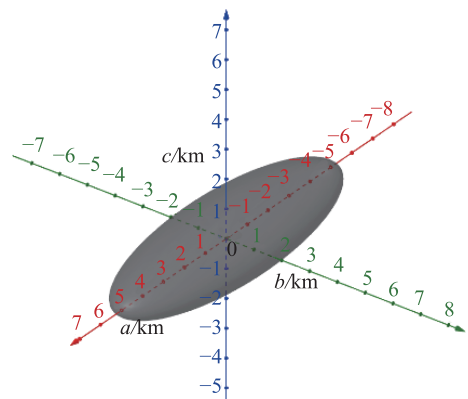


图 6 北师大星椭球模型示意

较大, 形成的“陷阱”较多, 存在多个趋近解, 这些趋近解周围的势垒较高, 截至最大运算量时只能输出趋近解, 这些趋近解分布较散, 从而导致 FWHM 偏高. 总体而言, 单个参数在 FWHM 内的波动对结果影响都较小. 以 a 为例, 当其他参数不变, a 上下波动 0.450 km, 总残差变化仅为 0.390, 小于 LS-MC-MC 模型的总残差分辨率 (≥ 0.500).

LS-MC-MC 模型给出的椭球半径长度更优, 原因是: 1) MESA 方法中, 椭球和球在几何性质上有一定差异, 所以该方法只能得到近似估算的值; 2) LS-MC-MC 模型中考虑了太阳直射面积与观测者视线投影面积 2 种因素, 并采用了更精确的星等系统, 而 MESA 只考虑了正对观测者视线方向的投影面积, 且运用较为

模糊的星等模型; 3) MC-MC 方法较 MC 方法精细程度更高, 因此 LS-MC-MC 模型较 MESA 方法得到的参数也更为精确.

3.2 自转周期估算 采用不同的光度模型会对小行星的自转周期计算造成影响. 本文应用 MESA 和 LS-MC-MC 模型确定北师大星的自转周期(结果分别为 5.400 h、(5.397 ± 0.003) h).

本文同时应用 LS-MC-MC 模型和 Period04^[21](FFT 方法)对北师大星的自转周期进行了估算, 并将数据分 2 种情况进行处理与比较: 1) 汇总 2018 与 2020 年观测数据, 对周期进行估算; 2) 将数据分别按照 2018 与 2020 年分 2 段对周期加以估算(表 5). 在本文中主要使用第 1 种方法所给出的周期数据.

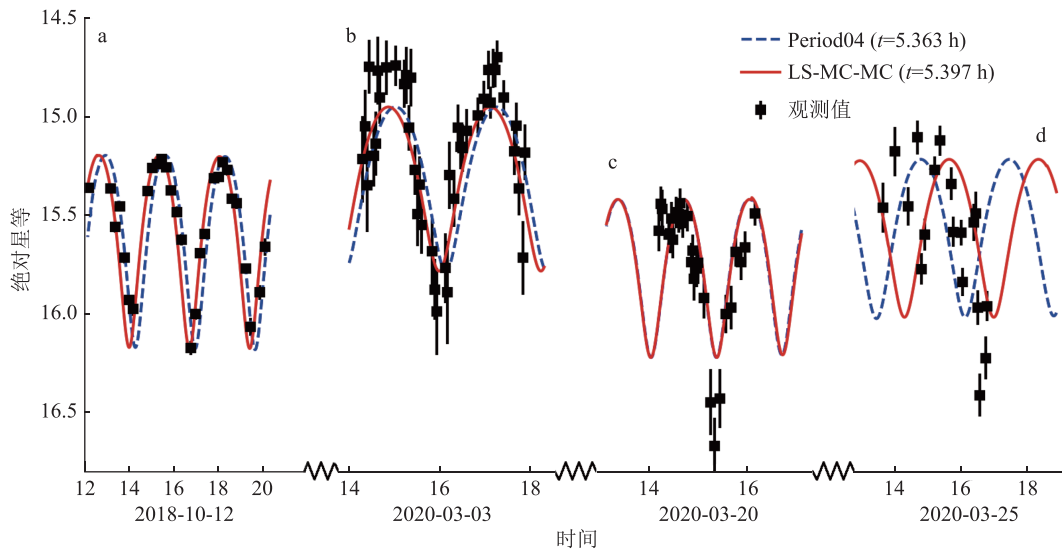
依据 LS-MC-MC 模型与 Period04 方法所得到自转周期(观测数据汇总)的北师大星时序光变曲线(图 7, 幅 · d⁻¹). 图 7-c 二者光变几乎重合; Period04

表 5 LS-MC-MC 模型与 Period04 方法分别求得的周期

模型/方法	2018、2020年观测数据汇总	2018年观测数据	2020年观测数据
LS-MC-MC模型/h	5.397 ± 0.003	5.640 ± 0.002	5.394 ± 0.004
Period04方法/h	5.363	5.550	5.387

注: 与LS-MC-MC模型的统计方法不同, Period04所采用的FFT方法一般使用谱密度峰值, 此处仅给出LS-MC-MC模型的误差数值大小.

结果与 LS-MC-MC 模型的结果均有差异, 尤其是最后 1 d(7-d)二者差异十分明显. 2 种方法结果相近, 残差有差异的主要原因是: 不同组数据之间间隔时间较长, 微小的周期变化都会导致较大的相位误差. 相比之下, LS-MC-MC 模型在每个观测日的残差均小于利用 Period04 计算所得到的残差, LS-MC-MC 模型的平均残差为 0.15, Period04 的平均残差相近, 比 LS-MC-MC 模型大, 为 0.17. 因此 LS-MC-MC 模型给出的周期更为准确.



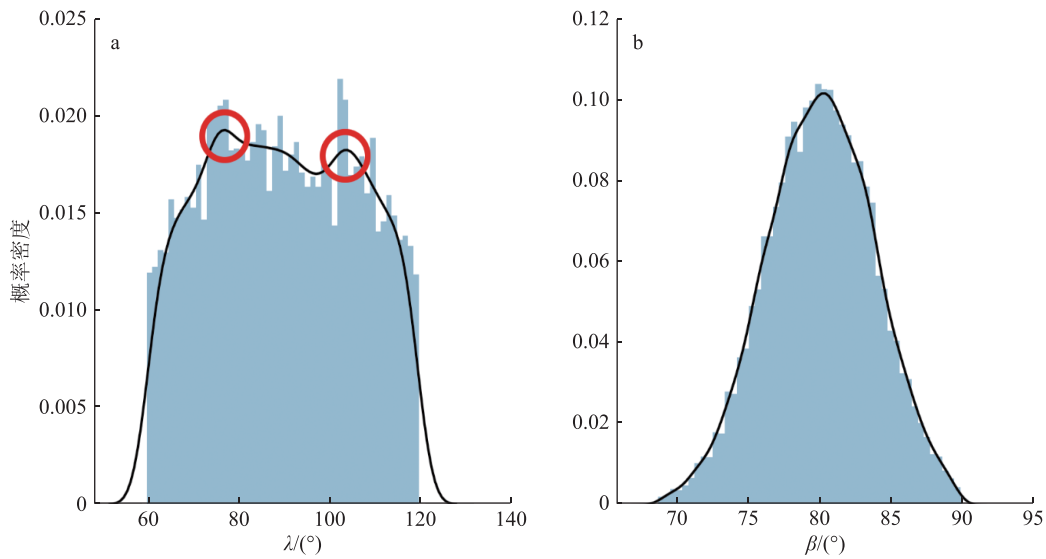
注: 红色实线是 LS-MC-MC 模型所获得的自转周期而计算的光变; 蓝色虚线是 Period04 所获得的周期而计算的光变; 相位图自转轴指向指定为(104.68°, 80.06°), 分别以 2018 年 10 月 12 日 15:34:04 为相位图的起始时间. 时间坐标轴上的“12、14、.....”为该日的 12 时、14 时.....

图 7 北师大星分别用 LS-MC-MC 模型与 Period04 方法计算周期的光变时序

3.3 自转轴指向的估算 小行星自转轴指向难以确定, 需要在轨道不同处进行精确测量. 本文先通过 MESA 方法对其进行估算, 再通过 LS-MC-MC 模型进行估算. 假定北师大星自转轴指向的黄道坐标为(λ, β), 且 $\lambda \in [0^\circ, 180^\circ]$ 、 $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$. 自转轴指向存在镜像解, 只需求出其中 1 个解即可, 其他结果可通过椭球的对称性计算得出(表 4). 由 LS-MC-MC 模型得到的北师大星自转轴指向坐标统计分布见图 8. 图 8-a 中, 根据 LS-MC-MC 模型得到北师大星自转轴的指向黄经 λ 有 2 个较明显的峰值, 分别为 76.80°和 104.68°(图 8-a

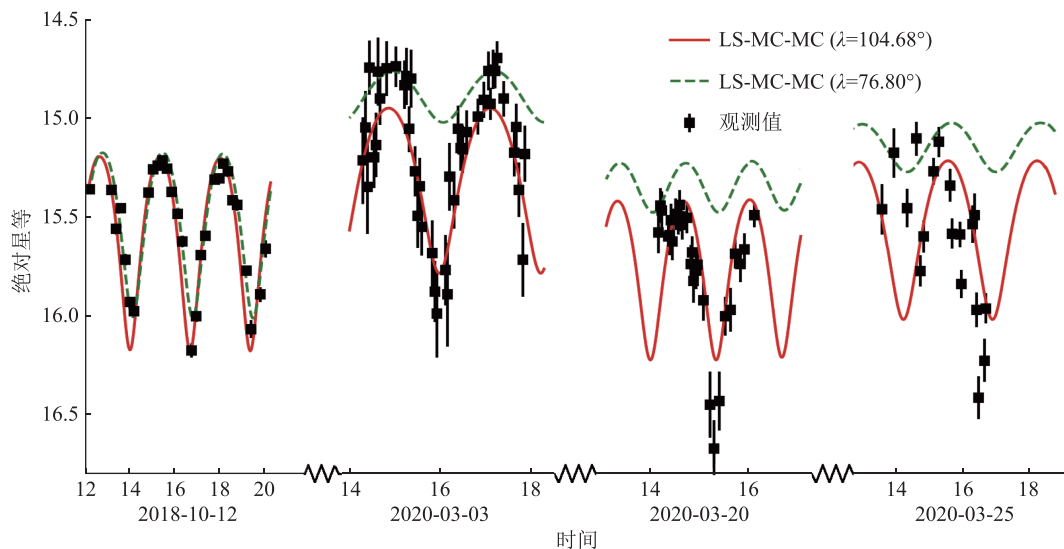
中用红色圆圈圈出); 图 8-b 中北师大星自转轴指向黄纬 β 近似呈现高斯分布, 且峰值对应 LS-MC-MC 模型的统计结果 80.06°.

图 9 为 2 个黄经峰值 ($\lambda=76.80^\circ$ 、 104.68°)对北师大星光变曲线的影响. 其中黄经 $\lambda=76.80^\circ$ 的结果较差, 除了 2018 年 10 月 12 日与观测结果相近以外, 其他时间段的结果均比实际观测结果亮, 且光变幅度比实际观测小. 这主要是由于自转轴指向决定了小行星在太阳和地球方向的投影面积. 当 $\lambda=76.80^\circ$ 时, 北师大星的 c 轴(图 5)与公转轨道法向量之间的夹角较



注：黑线为利用核密度估计法得到的密度函数； β 的密度函数可近似为高斯分布函数。

图 8 LS-MC-MC 模型下北师大星自转轴指向的参数分布



注：红色实线为自转轴黄经 $\lambda=104.68^\circ$ 时的光变曲线；绿色虚线为自转轴黄经为 $\lambda=76.80^\circ$ 时的光变曲线。时间坐标轴上的“12、14、.....”为该日的 12 时、14 时.....

图 9 北师大星在 LS-MC-MC 模型下不同自转轴黄经取值时的光变时序

小；因此投影面积很大，光变幅度较小； $\lambda=104.68^\circ$ 时较为准确，因此可以认为北师大星自转轴的黄经坐标约为 104.68° (图 9)。北师大星自转轴黄纬坐标呈现高斯分布 (表 4)。根据椭球旋转与镜像对称性^[11-22]，给出北师大星自转轴指向坐标的可能值为 $(104.68^\circ/284.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$ 。

3.4 其他光学参数估算 除了已讨论参数以外， H - G_1 - G_2 星等系统中的几何反照率与相位因子对北师大星模型的影响也较大。在式 (10) 和 (11) 的约束下，本文得到 LS-MC-MC 模型相关的北师大星的光学参数还有几何反照率为 $p_v=0.195$ 、相位因子 $G_1=0.259$ 、 $G_2=0.373$ ，这 3 个光学参数的统计关系见图 10。

根据 Shevchenko 等^[9]对几何反照率、相位因子，以及小行星表面物质之间关系的分类研究，北师大星的相位因子更接近于 S 型小行星的参数关系 (表 6)，而与其他类型小行星 (如 M 型小行星) 的相位因子相差较大。因此，本文的结果进一步验证了北师大星是一颗 S 型小行星，主要成分是硅。

4 结论

本文利用中国科学院国家天文台兴隆观测站 NBT 望远镜和云南天文台稻城选址点 50 cm 望远镜所观测的数据，以 MESA 所得结果作为初始估算，应用基于 MC-MC 算法的 L-S 盘积分椭球模型，对北师大星

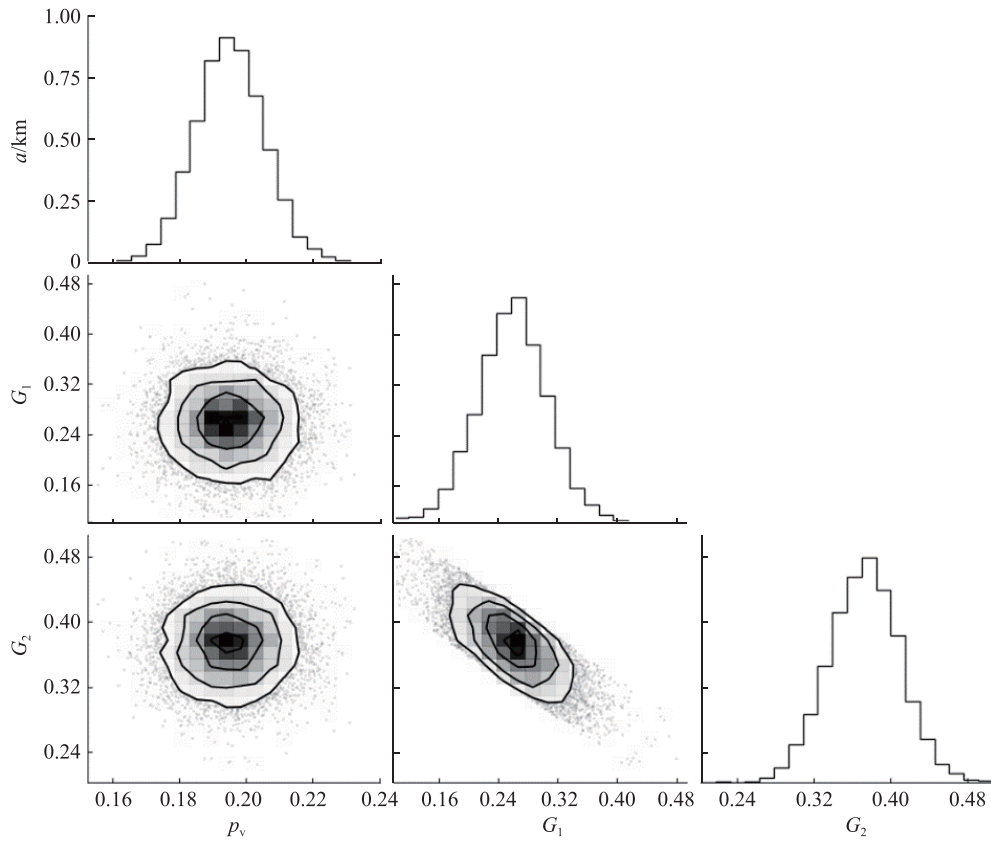


图 10 北师大星光学参数的统计分布

表 6 各类型小行星几何反照率和相位因子与北师大星的对比^[9]

类型/天体	p_v	G_1	误差	G_2	误差
北师大星8050	0.195 ± 0.001	0.259	± 0.002	0.373	± 0.001
S	0.220 ± 0.050	0.260	± 0.010	0.380	± 0.010
M	0.170 ± 0.070	0.270	0.030 ± 0.020	0.350	± 0.010
C	0.061 ± 0.017	0.820	± 0.020	0.020	0.020 ± 0.010

的相关形状和光学参数进行了估算, 结论如下:

1)第 1 次得到了北师大星在 LS-MC-MC 模型下的 3 轴椭球半径长度分别为 (5.140 ± 0.010) 、 (1.698 ± 0.004) 、 (1.077 ± 0.004) km;

2)应用 LS-MC-MC 模型, 得到北师大星自转周期的最优结果为 (5.397 ± 0.003) h;

3)北师大星自转轴指向坐标为 $(104.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$ 或 $(284.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$;

4)LS-MC-MC 模型下, 北师大星的几何反照率为 $p_v = 0.195 \pm 0.001$, 相位因子 $G_1 = 0.259 \pm 0.002$, $G_2 = 0.373 \pm 0.001$, 验证了北师大星为一颗 S 型小行星。

致谢: 感谢中国科学院国家天文台兴隆观测基地 85 cm 望远镜 (NBT) 的全体工作人员; 中国科学院稻城天文台选址点 50 cm 望远镜的全体工作

人员; 国际天文联合会小行星中心。

5 参考文献

[1] 王夷博. 小行星测光相位曲线观测研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2017

[2] MUINONEN K, LUMME K. Disk-integrated brightness of a Lommel-Seeliger scattering ellipsoidal asteroid[J]. Astronomy & Astrophysics, 2015, 584: A23

[3] NEESE C. Asteroid taxonomy V6.0[EB/OL]. (2010-06-15) [2021-04-29]. <https://pds.nasa.gov/ds-view/pds/view/Dataset.jsp?Identifier=EAR-A-5-DDR-TAXONOMY-V6.0&resclass=data.dataset>

[4] MAINZER A, BAUER J, CUTRI R, et al. NEOWISE diameters and albedos V2.0[EB/OL]. (2019-07-18) [2021-04-29]. <https://doi.org/10.26033/18S3-2Z54>

[5] BAI C H, FU J N, LI T R, et al. Upgraded photometric system on the 85-cm telescope at Xinglong station[J]. Research in Astronomy and Astrophysics, 2018, 18(9): 23

[6] Astronomy & Astrophysics manuscript. Astropy: a community Python package for astronomy [EB/OL]. (2015-07-25) [2021-04-29]. <https://arxiv.org/pdf/1307.6212v1.pdf>

[7] LANG D, HOGG D W, MIERLE K, et al. Astrometry. net: blind astrometric calibration of arbitrary astronomical images[J]. The Astronomical Journal, 2010, 139(5): 1782

- [8] BERTIN E, ARNOUITS S. SExtractor: software for source extraction[J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 1996, 117(2): 393
- [9] ZHOU A Y, JIANG X J, ZHANG Y P, et al. MiCPhot: a prime-focus multicolor CCD photometer on the 85-cm telescope[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2009, 9(3): 349
- [10] EVANS D W, RIELLO M, ANGELI F D, et al. Gaia data release 2 photometric content and validation[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2018(6): 616
- [11] 王晓彬. 小行星形状和自转参量的观测研究:直径125公里左右的小行星的CCD测光研究[D]. 北京:中国科学院大学, 2002
- [12] BURBINE T H. Asteroids: astronomical and geological bodies[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2016
- [13] CONNELLY R, OSTRO S J. Ellipsoids and lightcurves[J]. *Geometriae Dedicata*, 1984, 17(1): 87
- [14] LUMME K, BOWELL E. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies I-theory[J]. *Astronomical Journal*, 1981, 86: 1694
- [15] LUMME K, BOWELL E. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies II-interpretation[J]. *The Astronomical Journal*, 1981, 86: 1705
- [16] MARSDEN B G. Notes from the IAU general assembly[J]. *Minor Planet Circulars*, 1985: 10193
- [17] MUINONEN K, WILKMAN O, CELLINO A, et al. Asteroid lightcurve inversion with Lommel-Seeliger ellipsoids[J]. *Planetary and Space Science*, 2015, 118(12): 227
- [18] MUINONEN K, BELSKAYA I, CELLINO A, et al. A three-parameter magnitude phase function for asteroids[J]. *Icarus*, 2010, 209(2): 542
- [19] SHEVCHENKO V G, BELSKAYA I, MUINONEN K, et al. Asteroid observations at low phase angles IV average parameters for the new H , G_1 , G_2 magnitude system[J]. *Planetary and Space Science*, 2014, 123(3): 101
- [20] O'HAGAN A, FORSTER J J, FÖRSTER J. Kendall's advanced theory of statistics: Vol. 2B, Bayesian inference [M]. New Jersey: John Wiley and Sons, 2004
- [21] LENZ P, BREGER M. Period04: a software package to extract multiple frequencies from real data[J]. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 2004, 224(11): 786
- [22] MAGNUSSON P. Distribution of spin axes and senses of rotation for 20 large asteroids[J]. *Icarus*, 1986, 68(1): 1

Photometric properties of asteroid 8050 Beishida

QIAO Kelin¹⁾ GAO Jian^{1)†} JIA Hanqiong¹⁾ REN Yi¹⁾ SONG Tengfei²⁾

(1)Department of Astronomy, Beijing Normal University, 100875, Beijing, China;

2)Chinese Academy of Science, Yunnan Observatory, 650216, Kunming, Yunnan, China)

Abstract The physical properties of asteroid such as albedo, shape and pole determination can be figured out by analyzing the light curves of the asteroid. In this paper, photometric data observed by the 85 cm telescope at Xinglong Station of NAOC (National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Science) and 50 cm telescope at Yading Station of CASYO (Chinese Academy of Science, Yunnan Observatory) were used to obtain physical properties of Asteroid 8050 Beishida, by adopting disk-integrated brightness model of Lommel-Seeliger scattering ellipsoid based on Monte Carlo-Markov chain method. The ellipsoidal parameters of Beishida were found to be (5.140 ± 0.010) , (1.698 ± 0.004) , (1.077 ± 0.004) km; the spinning period was (5.397 ± 0.003) h; the geometric albedo was 0.195 ± 0.001 ; the phase parameters were $G_1 = 0.259 \pm 0.002$ and $G_2 = 0.373 \pm 0.001$, respectively. The ecliptic coordinates of pole determination were found to be $(104.68^\circ/284.68^\circ, \pm 80.06^\circ)$.

Keywords asteroids; asteroids 8050 Beishida; photometry; lightcurve inversion; Lommel-Seeliger ellipsoid; Monte Carlo-Markov chain

【责任编辑: 陆有忠】