

# 基于弱值放大的量子精密测量的评估分析\*

刘迎新 秦陆培 李新奇<sup>†</sup>

(天津大学理学院量子交叉研究中心, 300072, 天津)

**摘要** 针对弱值放大方案与常规方案相比是否具有优越性这一颇具争议问题, 本文对不同情况做了探讨和澄清. 利用 Fisher 信息, 分别刻画了 meter 态为高斯型波函数及光学相干态的计量精度, 指出高斯型 meter 态在弱值放大测量中所包含的 Fisher 信息最多只能达到与常规标准测量相同的结果; 而利用光学相干态作为 meter 态, 基于光子数测量提取编码在相位移动相干态中的 Fisher 信息, 弱值放大测量技术可以明显优于标准测量方案.

**关键词** 测量精度; 弱值放大; Fisher 信息

**中图分类号** O413

**DOI:** 10.12202/j.0476-0301.2022123

## 0 引言

量子弱测量最初是由 Aharonov、Albert 和 Vaidman (AAV) 在他们开创性的工作中提出的<sup>[1-2]</sup>. 不同于通常的强投影测量, 量子弱测量只是很微弱地影响量子波函数, 仅引起波函数的部分坍缩. 对受前选择和后选择操作的系统进行弱测量的测量结果称为量子弱值(weak value, WV). WV 的显著特征是其可以远远超越可观测量本征值的范围. 这一反常性质在量子计量学领域引发了激烈的讨论和深入的研究, 并使其得以广泛的应用. 在此基础上, 发展了一种被称为弱值放大(weak-value amplification, WVA) 技术的新方案, 这为检测微小效应和测量微弱信号提供了新的解决办法<sup>[3-8]</sup>. 例如, 测量光束的微小横向偏移量, 理论分析<sup>[9]</sup> 和实验结果<sup>[10]</sup> 均表明, WVA 技术优于常规标准测量方案, 可以达到超过探测器分辨率的实验灵敏度. 另外, WVA 技术可以有效地降低特定技术噪声带来的不良影响<sup>[11-17]</sup>. 甚至, 虚弱值放大技术能够利用好技术噪声<sup>[14-15]</sup>, 使得最终估计精度比标准测量方案优越好几个数量级. 尽管, WVA 技术可以显著地提高估计精度并降低特定技术噪声对弱测量的影响, 但关于 WVA 技术在参数估计方案中是否具备优势这一问题的讨论仍在持续.

WVA 技术包含着对被测系统的状态进行后选择这一基本过程. 在进行参数估计时, 后选择操作成功对应的 meter 状态比常规标准测量中的 meter 状态包

含更多待估参数的信息. 但是, 因为后选择成功的概率非常小, 所以实际获得的 Fisher 信息被极大地缩减. 正是基于后选择成功概率与可获得信息之间平衡的考虑, 引发了许多有争议的讨论<sup>[18-21]</sup>. 例如文献 [19] 指出, WVA 技术通过后选择操作将待估参数的全部 Fisher 信息放在一小部分事件中, 并证明了这一事实本身如何带来技术优势. 与此同时, 也有文章表达了对 WVA 技术优势的不同看法, 甚至是负面评论<sup>[18-20]</sup>. 例如, 文献 [20] 认为, 无论是弱测量, 还是后选择, 都不能提高计量精度.

为探究 WVA 方案与常规标准测量方案相比是否存在优势, 本文在超越 AAV 弱测量极限下, 分别考虑以高斯型波函数和光学相干态作为 meter 态, 研究 WVA 技术在量子计量中可能存在的一些优势. 尤其是光学相干态作为 meter 态, 将与腔量子电动力学或固态电路量子电动力学的实现特别相关. 通过分析 Fisher 信息这一用于衡量估计精度的参量, 本文的研究表明 WVA 方案能否实现超越常规标准方案的计量精度与 meter 态的选择相关.

## 1 高斯型 meter 态

依照 AAV 原始方案, 考虑将施特恩-盖拉赫装置作为一个具体模型, 这种模型类似于量子光学中的光束偏转测量等实验系统. 当电子通过不均匀磁场时, 轨迹会发生偏转. 在这个过程中, 将电子的自旋自由

\* 国家重点研究开发资助项目(2017YFA0303304); 国家自然科学基金资助项目(11675016, 11974011, 61905174)

<sup>†</sup> 通信作者: 李新奇(1965—), 男, 四川大英县人, 教授, 2009—2017 年在北京师范大学工作. 研究方向: 量子物理与量子信息; 凝聚态物理. E-mail: xinqi.li@tju.edu.cn

收稿日期: 2022-04-25

度看作被测“系统”，将空间自由度(坐标或动量)看作“测量仪器”(meter)，二者之间的相互作用由  $H = \kappa \hat{P} \hat{A}$  描述，其中  $\hat{P}$  是动量算符， $\hat{A} = \hat{\sigma}_z$  是自旋的泡利算符。设定系统和 meter 初始态为直积态  $|\Psi_T\rangle = |i\rangle|\Phi\rangle$ ，其中系统状态为  $|i\rangle = (|1\rangle + |2\rangle) / \sqrt{2}$ ，meter 状态为高斯函数  $\Phi(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/4} \exp[-x^2/(4\sigma^2)]$ ， $\sigma$  为波包宽度。考虑耦合哈密顿量，直积态的演化由么正算符  $\hat{U} = e^{-id\hat{P}\hat{A}}$  描述，其中  $d = \int_0^\tau dt \kappa = \kappa\tau$  ( $\tau$  是相互作用时间)。相互作用之后，直积态演化为纠缠态

$$|\tilde{\Psi}_T\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle|\Phi_1\rangle + |2\rangle|\Phi_2\rangle), \quad (1)$$

其中，meter 波函数为

$$\Phi_j(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(x - \bar{x}_j)^2}{4\sigma^2}\right], \quad (2)$$

式中  $\bar{x}_{j=1,2} = \pm d$  分别为系统状态  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  中的高斯中心移动量。设定后选择状态为  $|f\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|1\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|2\rangle$ ，对系统状态进行后选择之后，归一化的 meter 状态读作

$$|\Phi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{p_a}} \langle f | \tilde{\Psi}_T \rangle = \frac{1}{\sqrt{2p_a}} \left( \cos\frac{\theta}{2} |\Phi_1\rangle + \sin\frac{\theta}{2} |\Phi_2\rangle \right), \quad (3)$$

式中， $p_a = \left| \langle f | \tilde{\Psi}_T \rangle \right|^2$  为归一化因子，同时也是后选择成功的概率，下标“a”表示后选择“接受(accept)”的情况。对 meter 进行测量之后的概率分布为

$$P_f(x) = |\langle x | \Phi_a \rangle|^2 = \frac{1}{2p_a} \left| \cos\frac{\theta}{2} \Phi_1(x) + \sin\frac{\theta}{2} \Phi_2(x) \right|^2. \quad (4)$$

利用 Fisher 信息对 WVA 方案的精度进行计量。定义随机变量  $x$  的概率分布与待估参量  $\Omega$  相关，为  $P(x|\Omega)$ ，则 Fisher 信息被定义为

$$F(\Omega) = \int dx P(x|\Omega) [\partial_\Omega \ln P(x|\Omega)]^2. \quad (5)$$

Fisher 信息描述了未知参量  $\Omega$  中的可得信息或是  $P(x|\Omega)$  相对于  $\Omega$  的测量敏感度。此外，Fisher 信息具有可加性，即对于  $N$  次独立实验，总的 Fisher 信息由  $F_N(\Omega) = NF(\Omega)$  给出。在参数估计中， $\Omega$  的估计子定义为  $\hat{\Omega}$ ，有以下性质：1) 期望值满足  $E(\hat{\Omega}) = \Omega$ ；2) 方差上限为 Cramér-Rao Bound (CRB)，即  $\delta^2(\hat{\Omega}) \geq 1/F(\Omega)$ ，此不等式表明 Fisher 信息为  $\Omega$  设置了最小估计不确定性。

**1.1 AAV 极限下的分析** 首先，考虑标准测量方案。定义  $\Omega = d$  和估计子  $\hat{\Omega} = \hat{d}$ ，满足  $E(\hat{d}) = d$ 。将方程(2)中的高斯分布代入到 Fisher 信息表达式(5)中，可以得到  $F = 1/\sigma^2$ 。将其与估计精度  $\delta^2(\hat{d}) = \sigma^2$  相结合，可以发现 CRB 不等式满足  $\delta^2(\hat{d}) = 1/F$ 。

接下来，考虑 WVA 方案。在 AAV 极限下，对系统状态进行后选择操作后，meter 的波函数可近似表达为

$$\tilde{\Phi}(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(x - A_w d)^2}{4\sigma^2}\right], \quad (6)$$

式中

$$A_w = \frac{\langle f | A | i \rangle}{\langle f | i \rangle}, \quad (7)$$

这就是由 AAV 提出的著名的弱值，放大后的参数为  $\tilde{d} = (\text{Re} A_w) d$ 。可以看出， $A_w$  可以非常大，甚至可以远远超过  $A$  的本征值范围，放大倍数为  $\eta = |\text{Re} A_w|$ 。此外，AAV WV 是后选择的结果，后选择成功的概率为

$$\gamma = |\langle f | i \rangle|^2. \quad (8)$$

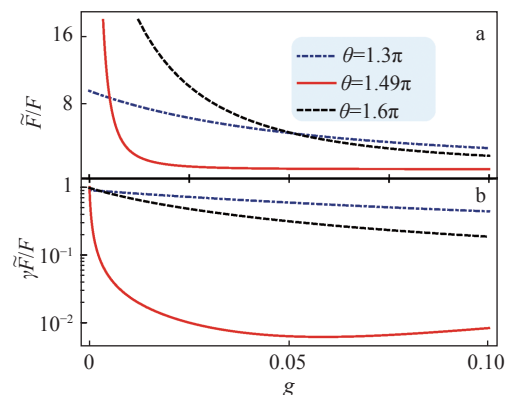
定义  $\Omega = d$  和  $E(\hat{\Omega}) = E(\tilde{d}) = \eta d$ 。可以得到 Fisher 信息为  $\tilde{F} = \eta^2/\sigma^2$ ，也满足  $\delta_w^2(\hat{d}) = 1/\tilde{F}$ 。准确地说，每个后选择数据携带的 Fisher 信息比没有后选择的数据增强了  $\eta^2$  倍。

考虑后选择概率的影响，进行  $N$  次测量，后选择成功  $N'$  次。那么， $N'$  次实验的总 Fisher 信息为

$$\tilde{F}_N = N' \eta^2 / \sigma^2 = \gamma \eta^2 F_N. \quad (9)$$

式中， $F_N = N/\sigma^2$  为没有后选择时  $N$  次测量的总 Fisher 信息。在 AAV 极限下， $\gamma \eta^2 = |\langle f | A | i \rangle|^2$  几乎接近于 1，表明即使  $N \gg N'$ ，后选择也使得一小部分数据几乎拥有与整体一样的 Fisher 信息。

**1.2 超越 AAV 极限的分析** 考虑有限强度弱测量的情况，利用后选择之后 meter 的概率分布(方程(4))数值模拟 Fisher 信息来描述后选择的作用效果。图 1-a 通过数值刻画  $\tilde{F}/F$  随测量强度  $g = (d/2\sigma)^2$  的变化，展示了单次测量 Fisher 信息的增强。增强的根本原因在



a. 不计入后选择成功概率的 Fisher 信息增强随测量强度的变化；b. 计入后选择成功概率的影响后，折合 Fisher 信息随测量强度的变化。

图 1 Fisher 信息随测量强度的变化

于后选择使得数据移动或者放大,从而得到后选择数据的全新分布.文献[20]则是通过后选择包含更多 Fisher 信息的事实来强调这一增强,即  $\tilde{F}/F \gg 1$ . 然而,考虑到后选择概率  $\gamma = N'/N$  的影响,发现折合效果  $\gamma\tilde{F}/F$  在任意测量强度和后选择态下均无法超越 1, 如图 1-b 所示.

## 2 相干态 meter

**2.1 模型** 考虑一个两态量子系统(量子比特), 与一个初始状态为相干态  $|\alpha\rangle$  的光学 meter 耦合, 最终 meter 的状态由一个经典装置通过光子数测量的方法来检测. 在色散区域, 耦合相互作用哈密顿量可以写为  $H_{\text{int}} = \chi \hat{\sigma}_z \hat{n}$ , 其中,  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  为系统的泡利算符,  $|g\rangle$  和  $|e\rangle$  为系统的状态,  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$  为光子数算符 ( $\hat{a}^\dagger$  和  $\hat{a}$  分别为光子的产生和湮灭算符). 一段时间后, 此耦合相互作用将会在系统与仪器的联合态上生成一个么正操作  $\hat{U} = e^{i\lambda \hat{\sigma}_z \hat{n}}$ , 其中  $\lambda = \int_0^{\tau} dt \chi$  为耦合相互作用强度, 也正是需要被计量估计的参数.

假设系统初始状态为叠加态  $|\psi_i\rangle = \cos \frac{\theta_i}{2} |g\rangle + \sin \frac{\theta_i}{2} e^{i\phi_i} |e\rangle$ , 在耦合相互作用下, 系统和 meter 的联合态将纠缠在一起, 即

$$|\Psi_j\rangle = \cos \frac{\theta_j}{2} |g\rangle |\alpha e^{-i\lambda}\rangle + \sin \frac{\theta_j}{2} e^{i\phi_j} |e\rangle |\alpha e^{i\lambda}\rangle. \quad (10)$$

在 WVA 方案中, 一个后选择过程是在最后测量 meter 状态以估计参数之前, 通过对系统进行投影测量完成的. 假设后选择的状态为  $|\psi_f\rangle = \cos \frac{\theta_f}{2} |g\rangle + \sin \frac{\theta_f}{2} e^{i\phi_f} |e\rangle$ , 对系统状态进行后选择之后, meter 状态读作

$$|\tilde{\Phi}_f\rangle = \cos \frac{\theta_f}{2} \cos \frac{\theta_j}{2} |\alpha e^{-i\lambda}\rangle + \sin \frac{\theta_f}{2} \sin \frac{\theta_j}{2} e^{i\phi_j} |\alpha e^{i\lambda}\rangle. \quad (11)$$

这里, 引入相位差  $\phi_0 = \phi_i - \phi_f$ . 可以注意到, 态  $|\tilde{\Phi}_f\rangle$  还未归一化. 将归一化的 meter 状态记作  $|\Phi_f\rangle = |\tilde{\Phi}_f\rangle / \sqrt{p_a}$ , 归一化因子由  $p_a = \langle \tilde{\Phi}_f | \tilde{\Phi}_f \rangle$  给出. 在实际中, 对系统状态进行后选择之后, 应该对 meter 状态完成后续的测量, 比如可以进行光子数测量并得到其概率分布  $P_f(n)$ . 这个概率中编码了参数  $\lambda$  的信息; 我们可以计算其中的 Fisher 信息  $F_a$ , 并通过 CRB 不等式表征出参数  $\lambda$  的计量精度.

**2.2 量子 Fisher 信息** 在 WVA 方案中, 与常规标准测量相比较的关键量是“减少的”Fisher 信息  $p_a F_a$ . 若对 meter 状态进行测量时未明确具体的测量方案, 我们可以讨论并计算编码在 meter 状态  $|\Phi_f\rangle$  中的量子 Fisher 信息  $Q_a$ , 其计算公式为

$$Q_a = 4 \left[ \left( \frac{d\langle \Phi_f |}{d\lambda} \right) \left( \frac{d|\Phi_f\rangle}{d\lambda} \right) - \left\langle \Phi_f \left| \left( \frac{d|\Phi_f\rangle}{d\lambda} \right) \right. \right]^2. \quad (12)$$

实际上, “减少的”量子 Fisher 信息  $p_a Q_a$  表示 WVA 测量所能获得的最大信息量.

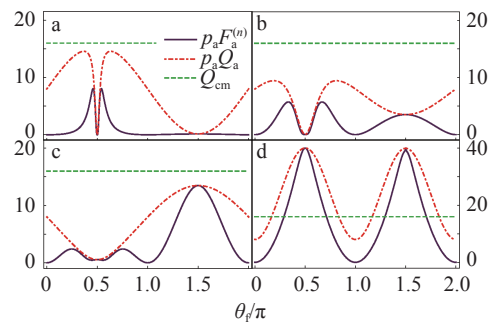
**2.3 光子数测量下的 Fisher 信息** 考虑对 meter 状态  $|\Phi_f\rangle$  进行光子数测量这一具体测量方案, 则其光子数概率分布为

$$P_f(n) = \left| \langle n | \Phi_f \rangle \right|^2 = \frac{e^{-|\alpha|^2}}{p_a} \left( \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} [A + B \cos(2\lambda n + \phi_0)] \right). \quad (13)$$

为了使表达式更简洁, 引入了  $A = \cos^2 \frac{\theta_i}{2} \cos^2 \frac{\theta_f}{2} + \sin^2 \frac{\theta_i}{2} \sin^2 \frac{\theta_f}{2}$  和  $B = \frac{1}{2} \sin \theta_i \sin \theta_f$ . 可以清楚地看到, 这个概率函数编码了参数  $\lambda$  的信息, 并且可以通过 Fisher 信息得以量化, 即

$$F_a^{(n)} = \sum_n \frac{1}{P_f(n)} \left( \frac{dP_f(n)}{d\lambda} \right)^2. \quad (14)$$

$F_a^{(n)}$  表示与光子数测量相关的 Fisher 信息. 图 2 绘制了  $p_a F_a^{(n)}$  的数值结果随后选择极化角  $\theta_f$  的函数变化. 可以发现, 通过恰当地选择后选择极化角  $\theta_f$ , 光子数测量方案中的 Fisher 信息  $p_a F_a^{(n)}$  可以达到量子 Fisher 信息  $p_a Q_a$ . 而其他后选择极化角度下, Fisher 信息便小于量子 Fisher 信息. 此外, 从图 2-d 可以清楚地看到, 弱值放大测量在一定的耦合强度下得到的 Fisher 信息, 可以超越常规标准测量下的量子 Fisher 信息.



基于光子数测量的弱值放大技术的 Fisher 信息  $p_a F_a^{(n)}$  (紫色实线) 和量子 Fisher 信息  $p_a Q_a$  (红色点虚线) 以及标准方法量子 Fisher 信息  $Q_{\text{cm}}$  (绿色虚线) 的比较. a.  $\lambda = 0.01$ ; b.  $\lambda = 0.05$ ; c.  $\lambda = 0.1$ ; d.  $\lambda = 1$ . 数值计算中用到的参数设定为  $\theta_i = \pi/2$ ,  $\phi_0 = \pi$ ,  $\bar{n} = |\alpha|^2 = 4$ .

图 2 不同测量强度下相关结果随后选择角度的行为变化

## 3 结论

本文探讨了 WVA 方案相比常规标准测量方案是否存在优势的问题. 利用 Fisher 信息评估方案, 分别

刻画了 meter 态为高斯型波函数及光学相干态时的计量精度, 并发现 WVA 方案的计量精度能否超越常规标准测量方案与 meter 态的选取密切相关. 对于高斯型 meter 态, 在恰当的参数选择下, WVA 方案可以达到却无法突破标准方案的计量精度. 但对于选取相干态作为 meter 态, 发现 WVA 方案的计量精度可以超越标准方案.

#### 4 参考文献

- [1] AHARONOV Y, ALBERT D Z, VAIDMAN L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100[J]. *Physical Review Letters*, 1988, 60(14): 1351
- [2] AHARONOV Y, VAIDMAN L. Properties of a quantum system during the time interval between two measurements[J]. *Physical Review A*, 1990, 41(1): 11
- [3] HOSTEN O, KWIAT P. Observation of the spin Hall effect of light via weak measurements[J]. *Science*, 2008, 319(5864): 787
- [4] DIXON P B, STARLING D J, JORDAN A N, et al. Ultrasensitive beam deflection measurement via interferometric weak value amplification[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(17): 173601
- [5] STARLING D J, DIXON P B, JORDAN A N, et al. Optimizing the signal to noise ratio of a beam-deflection measurement with interferometric weak values[J]. *Physical Review A*, 2009, 80: 041803
- [6] STARLING D J, DIXON P B, WILLIAMS N S, et al. Continuous phase amplification with a Sagnac interferometer[J]. *Physical Review A*, 2010, 82: 011802
- [7] STARLING D J, DIXON P B, JORDAN A N, et al. Precision frequency measurements with interferometric weak values[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(6): 27938
- [8] XU X Y, KEDEM Y, SUN K, et al. Phase estimation with weak measurement using a white light source[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(3): 33604
- [9] HARRIS J, BOYD R W, LUNDEEN J S. Weak value amplification can outperform conventional measurement in the presence of detector saturation[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(7): 070802
- [10] XU L, LIU Z X, DATTA A, et al. Approaching quantum-limited metrology with imperfect detectors by using weak-value amplification[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(8): 080501
- [11] BRUNNER N, SIMON C. Measuring small longitudinal phase shifts: weak measurements or standard interferometry?[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(1): 010405
- [12] FEIZPOUR A, XING X X, STEINBERG A M. Amplifying single-photon nonlinearity using weak measurements[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(13): 133603
- [13] NISHIZAWA A, NAKAMURA K, FUJIMOTO M K. Weak-value amplification in a shot-noise-limited interferometer[J]. *Physical Review A*, 2012, 85(6): 062108
- [14] KEDEM Y. Using technical noise to increase the signal-to-noise ratio of measurements via imaginary weak values[J]. *Physical Review A*, 2012, 85(6): 121
- [15] JORDAN A N, MARTÍNEZ-RINCÓN J, HOWELL J C. Technical advantages for weak-value amplification: when less is more[J]. *Physical Review X*, 2014, 4(1): 011031
- [16] REN J H, QIN L P, FENG W, et al. Weak-value-amplification analysis beyond the Aharonov-Albert-Vaidman limit[J]. *Physical Review A*, 2020, 102(4): 042601
- [17] MARTÍNEZ-RINCÓN J, MULLARKEY C A, VIZA G I, et al. Ultrasensitive inverse weak-value tilt meter[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(13): 2479
- [18] FERRIE C, COMBES J. Weak value amplification is suboptimal for estimation and detection[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(4): 040406
- [19] KNEE G C, GAUGER E M. When amplification with weak values fails to suppress technical noise[J]. *Physical Review X*, 2014, 4: 011032
- [20] ZHANG L J, DATTA A, WALMSLEY I A. Precision metrology using weak measurements[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(21): 210801
- [21] JORDAN A N, TOLLAKSEN J, TROUPE J E, et al. Heisenberg scaling with weak measurement: a quantum state discrimination point of view[J]. *Quantum Studies: Mathematics and Foundations*, 2015, 2(1): 5

# Analysis of quantum precision measurement based on weak-value-amplification technique

LIU Yingxin QIN Lupei LI Xinqi

(Center for Joint Quantum Studies and Department of Physics, School of Science, Tianjin University, 300072, Tianjin, China)

**Abstract** Analysis of the controversial issue of whether weak-value-amplification (WVA) technique can be superior to conventional standard scheme is presented. Fisher information is used to characterize measurement precision when applying the Gaussian meter and optical coherence state as a meter. It is found that WVA scheme of using Gaussian meter could at most reach the same precision as conventional measurement. However, WVA scheme of using optical coherent state as meter could outperform conventional method.

**Keywords** precision measurement; weak value amplification; Fisher information

【责任编辑:武佳】

## 不应使用“单位+数”构成错误的量名称

本刊2022年第2期以及以往刊登的多篇文章的原稿中,作者一再使用“天数”作为量名称,如暴雨天数、特大暴雨天数、强降水天数、满足生态基流天数等。当学科编辑与作者交流,指出这些包含天数的量名称是错误的名称,应将“天数”修改为“时间”时,他们都会说这在行业中通用,表示出不情愿修改的态度。那么,用“天数”究竟是否正确呢?

答案是肯定的:不正确!理由如下:

1)“天数”是时间的计量单位“天”加“数”构成的量名称,这违反了ISO 80000-1:2009《量和单位 第1部分:总则》附录A(规范性附录)《物理量名称中所用术语的规则》的规定:“由于量本身总是独立于它们所选用的单位的,因此,量名称中不应包含任何相应的单位名称。”时间的法定计量单位之一为“天”,用“天数”作为时间的名称,显然错误。

2)《现代汉语词典》(第7版)对词条“天数”的释义为:“迷信的人把一切不可解的事、不能抗御的灾

难都归于上天安排的命运,称为天数。”这里的“天数”,与物理量名称更是风马牛不相及。

在科技论文中,目前采用“单位+数”命名量名称的错误相当普遍。现列出若干常见示例(见表1),供大家参考,并望在实践中予以纠正。

表1 常见“单位+数”的错误量名称及正确名称示例

错误名称	正确名称
克数,公斤数,吨数	质量
米数,毫米数,公里数	长度,厚度,高度,半径
秒数,时数,天数,年数	时间
摩尔数	物质的量
瓦[特]数	功率
安[培]数,毫安数	电流
卡路里数,大卡数,焦[耳]数	热,热量
平米数,公顷数,亩数	面积

(陈浩元)