

DOI:10.11784/tdxbz202401019

基于替代模型和贝叶斯推理的 EIT 电阻率反演

李颖^{1,2}, 郝虎鹏², 王贤哲¹, 林坤强¹, 何益人¹

(1. 河北工业大学生命科学与健康工程学院河北省生物电磁与神经工程重点实验室, 天津 300130;

2. 河北工业大学电气工程学院省部共建电工装备可靠性与智能化国家重点实验室, 天津 300130)

摘要: 在生物组织电阻抗成像(EIT)技术中, 介质电特性分布具有不确定性, 因而研究概率框架下的重建方法具有重要意义。针对 EIT 中电阻率的不确定性反演及正问题调用过程中计算负荷庞大的问题, 提出了基于替代模型和贝叶斯推理的参数反演方法。首先, 针对 4 层同心圆头模型, 采用拉丁超立方抽样方法进行训练, 建立了 EIT 正问题计算的 Kriging 模型、BP 神经网络模型和径向基函数(RBF)神经网络模型, 并且甄别出精度最高的 RBF 神经网络替代模型。结果表明, 替代模型在保证计算精度的条件下大幅提高了计算效率。然后, 基于贝叶斯推理框架下的差分进化自适应多链并行 DREAM_zs 算法和在此基础上加入卡尔曼激励建议分布的 DREAM_kzs 算法, 对 EIT 中的电阻率进行反演。结果表明, 两种算法均能进行有效反演, DREAM_kzs 算法有着更快的收敛速度和更高的识别精度, 且灵敏度越高的参数反演效果越好, 即头皮的反演效果最好, 其次依次为颅骨、大脑和脑脊液。进一步, 构造了基于真实 CT 图像的胸腔仿真模型, 采用 RBF 模型作为正问题替代模型, 利用 DREAM_zs 算法和 DREAM_kzs 算法对正常肺部组织和两种病变情况进行电阻率分布的图像重构。结果表明, 两种方法均能有效反演, DREAM_kzs 算法的性能均优于 DREAM_zs 算法, 且外层单元的反演效果整体上要优于内层单元。仿真实验结果表明, 基于替代模型和贝叶斯推理的方法可实现 EIT 电阻率的有效反演, 可望为临床应用提供依据。

关键词: 电阻抗成像; 替代模型; 贝叶斯推理; 电阻率反演; DREAM_kzs 算法

中图分类号: TM152

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2024)11-1187-13

EIT Resistivity Inversion Based on Alternative Models and Bayesian Inference

Li Ying^{1,2}, Hao Hupeng², Wang Xianzhe¹, Lin Kunqiang¹, He Yiren¹

(1. Hebei Key Laboratory of Bioelectromagnetics and Neural Engineering, School of Health Sciences and Biomedical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China;

2. State Key Laboratory for Reliability and Intelligentization of Electrical Equipment, School of Electrical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

Abstract: In the biological tissue electrical impedance tomography(EIT) technique, the distribution of dielectric and electrical properties exhibits uncertainty. Thus, it is important to study the reconstruction method in a probabilistic framework. Herein, we proposed a parameter inversion method based on alternative models and Bayesian inference for the uncertainty inversion of resistivity in EIT and large computational load issue in the forward problem-solving process. First, the Kriging model, backpropagation(BP) neural network model, and radial basis function(RBF) neural network model were established for EIT forward problem calculation using the Latin hypercube sampling method for training a four-layer concentric sphere head model, and the RBF neural network alternative model with the highest accuracy was identified. The results show that alternative models greatly improve computational efficiency under the condition of guaranteed computational accuracy. Then, the resistivity in EIT was inverted based on the differential evolutionary adaptive multichain parallel DREAM_zs algorithm under the Bayesian inference framework and

收稿日期: 2024-01-24; 修回日期: 2024-03-25.

作者简介: 李颖(1973—), 女, 博士, 教授.

通信作者: 李颖, yli@hebut.edu.cn.

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(E2015202050).

Supported by the Natural Science Foundation of Hebei Province, China(No. E2015202050).

the DREAM_kzs algorithm that incorporates the Kalman excitation suggestion distribution based on the DREAM_zs algorithm. The results show that both algorithms can perform effective inversion, and the DREAM_kzs algorithm has a faster convergence speed and higher recognition accuracy than the DREAM_zs algorithm. Moreover, the higher the sensitivity, the better the parameter inversion; that is, the inversion effect is the best for the scalp, followed by the skull, brain, and cerebrospinal fluid. Further, a chest simulation model based on real computed tomography images was constructed, the RBF model was used as the forward problem alternative model, and image reconstruction of the resistivity distribution of normal lung tissue and two lesion cases was performed using the DREAM_zs and DREAM_kzs algorithms. The results show that both algorithms are effective in inversion, the performance of the DREAM_kzs algorithm is better than that of the DREAM_zs algorithm, and the inversion effect of the outer element is better than that of the inner element. The simulation results show that the method based on alternative models and Bayesian inference can realize the effective inversion of the EIT resistivity, which is expected to provide a basis for clinical applications.

Keywords: electrical impedance tomography(EIT); alternative model; Bayesian inference; resistivity inversion; DREAM_kzs algorithm

生物电阻抗成像(electrical impedance tomography, EIT)是一种通过在人体表面施加安全激励电流,测量相应的电压信号,重建反映体内组织生理病理状态的电阻抗图像的功能成像技术,具有无创、成本低、时间分辨率高、可连续监测等优点,可被应用于人体肺部损伤的诊断、机械通风的实时监测和脑水肿的检测等领域^[1-3]。电阻抗成像逆问题是根据测量的边界电压信号求解目标内部的阻抗分布,实际上是一个参数反演问题,其求解方法主要有牛顿迭代类算法、模拟退火法、进化类算法和声搜索算法等局部寻优或全局优化算法^[4-6]。这些在确定性框架下的算法通常假定所研究的生物组织的电特性是恒定量,未考虑各种不确定性因素的影响,得到的结果是确定量,可能会与真值产生偏差。事实上,生物组织的电阻抗分布受多种因素影响,如组织结构、生命状态、温度等,因此对 EIT 中电阻率的反演进行不确定性量化(uncertainty quantification, UQ)研究是有必要的。

不确定性广泛存在于各类工程实际问题中。不确定性量化是确定输入不确定性对响应度量的影响的过程,是指将模型中所有不确定性信息最终以数学的形式表达出来的能力。近年来,不确定性分析方法尤其是贝叶斯推理被广泛用于解决各领域的反演问题,如医学反问题、热传导反问题、生态系统反问题等^[7-9],取得了良好的反演效果。贝叶斯推理基于先验信息、模型结构、现有资料等信息严密地以后验概率分布的形式给出反演结果^[10]。在贝叶斯反演中,后验概率密度就是反演的结果,但由于难以形成解析式,直接求解比较复杂,通常用统计抽样的方法来实现。马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)法是被广泛采用的方法之一。MCMC 可以分为单链和多链。单链算法主要包括

Methopolis-Hastings(MH)和 Gibbs 采样算法等^[11-12], 容易存在反演不收敛和反演结果局部最优的问题^[13],且收敛速度比较慢,而多链算法可以通过不同链之间进行跨链转移,提高收敛速度。多链 MCMC 主要是 DREAM 家族^[14]的算法,它采用自适应随机子空间采样技术及能够自适应调整的交叉概率,并且运用 IQR 统计方法^[15]去除无用链,显著地提高了搜索效率和求解结果的精度。DREAM_zs 是在 DREAM 算法的基础上增加了简化离散和组合搜索参数空间的扩展功能,具有较强的收敛能力和鲁棒性。DREAM_kzs 算法又是在 DREAM_zs 算法的基础上引入了卡尔曼激励的建议分布,进一步提高了后验搜索效率^[16]。

另外,在电阻率反演过程中需要多次调用正演模型,而数值计算方法耗时较长,效率较低。通常的做法是构建替代模型,它能够以较小的计算负荷逼近模拟模型的输入输出响应关系^[17]。常见的替代模型有 Kriging 模型^[18]、反向传播(back propagation, BP)神经网络模型^[19]和径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络模型^[20]等。

本文充分考虑了模拟模型参数的不确定性及测量误差的不确定性,先是构造了电阻抗成像的正演数值模型;然后,建立了原模拟模型的 3 种替代模型,即 Kriging 模型、BP 神经网络模型和 RBF 神经网络模型,并且甄别出精度最高的 RBF 神经网络替代模型;最后,基于 RBF 神经网络替代模型和贝叶斯推理,并采用 DREAM_zs 算法和 DREAM_kzs 算法对电阻抗成像中的电阻率进行反演,分别建立了模拟头部和胸腔的仿真模型,得到了模拟模型参数的后验概率分布,实现了对 EIT 逆问题的不确定性量化,为图像重构奠定良好基础。

1 理论和方法

1.1 贝叶斯推理与抽样算法

贝叶斯推理是基于统计理论的随机反演算法, 主要以贝叶斯框架为理论基础, 贝叶斯公式是贝叶斯推理的数学基础^[21], 贝叶斯公式为

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}) = \frac{p(\boldsymbol{\theta})p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta})}{\int p(\boldsymbol{\theta})p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}$ 表示待反演的参数; \mathbf{y} 表示测量值; $p(\boldsymbol{\theta})$ 表示待反演参数的先验分布, 通常由历史资料获得, 一般取为均匀分布; $p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta})$ 表示待反演参数取值为 $\boldsymbol{\theta}$ 的条件下, 模型输出值与观测数据的似然度, 即似然函数; $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y})$ 表示待反演参数的后验分布, 分母部分为归一化常数. 因此, 贝叶斯公式也可以表示为

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y}) \propto p(\boldsymbol{\theta})p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) \quad (2)$$

似然函数表示的是模型输出值和现有测量值数据之间的似然度, 它的构造影响着反演结果的可靠性与稳定性^[22]. 贝叶斯推理有一个显著的优点, 就是它考虑了测量误差, 即

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{F}(\cdot)$ 表示正演算子; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 表示测量误差. 当测量误差服从均值为 0、协方差为 \mathbf{R} 的正态分布时, 似然函数的表达式为

$$p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{(n/2)} |\mathbf{R}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})]\right\} \quad (4)$$

式中 n 为测量数据的个数.

后验概率分布是待反演变量的反演识别结果. 当它的形式比较简单时, 可以直接求解, 但在大部分情况下其形式都是比较复杂的, 需要借助 MCMC 抽样方法进行求解.

DREAM_zs 算法是一种能够自适应随机抽样的多链 MCMC 算法, 它仅需要极少数的马尔可夫链, 就能够保证多数随机参数反演问题中后验分布的收敛性. DREAM_zs 算法的操作步骤如下.

步骤 1 根据待反演参数的先验分布抽样出 \bar{N} 个初始样本, 作为每条链的起始值, 代入正演模型, 计算样本的后验概率分布.

步骤 2 对第 k 代每一个个体进行变异操作, 即

$$\mathbf{v}^k = \boldsymbol{\theta}^k + \gamma(\delta) \left[\sum_{j=1}^{\delta} \boldsymbol{\theta}^{\gamma(j)} - \sum_{n=1}^{\delta} \boldsymbol{\theta}^{\gamma(n)} \right] + \mathbf{h} \quad (5)$$

式中: \mathbf{v}^k 为变异后的个体; γ 为缩放因子, 一般 $\gamma = 2.38/\sqrt{2\delta d}$, d 为待反演的参数个数; δ 为用于产

生候选样本的平行链对数; \mathbf{h} 为方差.

步骤 3 按照交叉概率 p_c 进行交叉操作, 之后判断是否取代新样本. 若 $U \leq 1 - p_c$, 则使未变异样本点取代变异后的样本点, 反之不取代.

$$\mathbf{v}_j^k = \begin{cases} \boldsymbol{\theta}_j^k & U \leq 1 - p_c \\ \mathbf{v}_j^k & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

式中: U 是一个 0~1 之间的随机数; 交叉概率 $p_c \in [0, 1]$ 根据抽样自适应性发生变化.

步骤 4 对新样本计算接受概率. 若接受新样本, 则取变异后的样本点; 若不接受, 保持原位置状态使平行序列继续进化.

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}^k, \mathbf{v}^k) = \begin{cases} \min\left(\frac{p(\mathbf{v}^k | \mathbf{y})}{p(\boldsymbol{\theta}^k | \mathbf{y})}, 1\right) & p(\boldsymbol{\theta}^i | \mathbf{y}) > 0 \\ 1 & p(\boldsymbol{\theta}^i | \mathbf{y}) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

步骤 5 判断平行链的收敛性. 采用 Gelman-Rubin 收敛诊断方法^[23]对算法的采样过程进行收敛性分析, 收敛性诊断指标为

$$S_R = \sqrt{\frac{g-1}{g} + \frac{q+1}{q} \frac{\bar{B}}{W}} \quad (8)$$

式中: S_R 表示待反演变量的诊断指标, 为尺度降低分数; g 表示马尔可夫链的长度; q 表示马尔可夫链条数; \bar{B} 表示 q 条马尔可夫链的平均值的方差; W 表示 q 条马尔可夫链的链内方差的平均值. 一般当 S_R 小于 1.2 时认为算法采样过程已收敛.

建议分布指导着采样过程中每一步的前进方向, 因此建议分布的选择在很大程度上决定了马尔可夫链的采样效率和收敛速度. DREAM_zs 算法在一些非线性问题中收敛速度仍然很慢, 而卡尔曼激励的建议分布可以加速链向后验分布的运动, 于是便在此基础上发展了 DREAM_kzs 算法. 这种新的建议分布利用模型参数、测量值和模型输出的互协方差, 生成与卡尔曼滤波器中的分析步骤非常相似的候选状态. 由于受卡尔曼启发的提议分布是不对称的, 它的使用被限制在相对较短的老化期内, 在此之后, 并行方向和斯诺克候选状态的混合被用于发展 DREAM_kzs 算法中的链^[16].

1.2 贝叶斯框架下的 EIT 逆问题求解方法

根据生物电磁问题的特点, 通常将 EIT 问题作为稳态电流场处理, 其数学模型为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \nabla u = 0 & \text{目标区域 } \Omega \text{ 内} \\ u = u_0 & \text{目标边界 } \Gamma_1 \text{ 上} \\ \boldsymbol{\sigma} \frac{\partial u}{\partial n_0} = -\mathbf{J}_{n_0} & \text{目标边界 } \Gamma_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (9)$$

式中: u 为场域内电位分布函数; σ 为目标内电导率分布; u_0 和 J_{n_0} 分别为边界区域的电位和电流密度; Ω 为物体所在区域; Γ_1 和 Γ_2 为物体所在区域的边界. EIT 逆问题是在已知边界电位分布 u 分布的情况下, 根据给定的边界激励条件求取目标电导率 σ 的情况.

在贝叶斯框架下, 电阻率的先验信息用先验分布来表示, 边界电位的测量信息 φ 用似然函数来表示, 二者相结合可以得到电阻率的后验分布, 即

$$p(\rho|\varphi) = \frac{p(\rho)p(\varphi|\rho)}{\int p(\rho)p(\varphi|\rho)d\rho} \quad (10)$$

式中: $p(\rho|\varphi)$ 表示电阻率 ρ 的后验分布; $p(\rho)$ 表示电阻率 ρ 的先验分布; $p(\varphi|\rho)$ 表示似然函数, $\int p(\rho)p(\varphi|\rho)d\rho$ 为归一化常数.

假设 EIT 模型中的电阻率参数共有 s 个, 它们的先验分布都服从均匀分布, 且相互独立, 则某个电阻率的先验分布 $p(\rho_i)$ 可表示为

$$p(\rho_i) = \begin{cases} \frac{1}{B_i - A_i} & \rho_i \in [A_i, B_i] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

式中 B_i 和 A_i 分别为该电阻率先验分布的上、下限. 则总的先验分布 $p(\rho)$ 可以表示为

$$p(\rho) = \prod_{i=1}^s p(\rho_i) \quad (12)$$

由 EIT 正演模型可以得到模拟电位值 $F(\rho)$, ε 表示模拟电位值与测量电位值之间的测量误差, 即

$$\varphi = F(\rho) + \varepsilon \quad (13)$$

当测量误差服从均值为 0、协方差为 R 的正态分布时, 似然函数 $p(\varphi|\rho)$ 的表达式为

$$p(\varphi|\rho) = \frac{1}{(2\pi)^{(s/2)} |R|^{1/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}[\varphi - F(\rho)]^T R^{-1}[\varphi - F(\rho)]\right\} \quad (14)$$

联立式 (10)、(11)、(12)、(14) 可以得到电阻率的后验分布 $p(\rho|\varphi)$. 最后, 基于抽样算法 MCMC 求解后验分布.

1.3 EIT 正问题计算替代模型的建立与检验

EIT 逆问题的求解是以正问题为基础的. 对于模型结构比较复杂的问题, EIT 正问题很难用解析法求解, 通常要采用有限元法等数值计算方法来求解. 随着对计算精度的要求, 有限元网格剖分规模需要相应增加, 这导致正问题计算时间的大幅增加. 而在电阻率反演的过程中, 需要多次调用正问题计算模型, 这会导致很长的计算时间. 为了提高计算效率, 可建立

原有限元计算模型的替代模型.

1.3.1 替代模型的建立方法

1) Kriging 模型

Kriging 模型是一种基于无偏差估计与方差估计的插值近似模型, 该模型依据已知样本数据之间的相互关联程度信息, 赋予每个样本点不同的权重, 并予以滑动加权平均, 据此预测待测样本点信息, 它本质上是一种半参数化的插值技术, 主要由回归模型和高斯随机过程组成^[24], 即

$$Y(x) = \beta f(x) + z(x) \quad (15)$$

式中: $Y(x)$ 为响应面函数; β 为回归待定系数; $f(x)$ 为待定多项式函数; $z(x)$ 为待定随机函数, 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 的随机分布, 它的协方差矩阵为

$$\text{Cov}[z(x_i), z(x_j)] = \sigma^2 \tilde{R}[r(x_i, x_j)] \quad (16)$$

式中: σ^2 为 $z(x)$ 的方差; \tilde{R} 为 $\tilde{N} \times \tilde{N}$ 沿对角线正定的协方差矩阵; $r(x_i, x_j)$ 为任意 \tilde{N} 个样本点中 x_i 和 x_j 的空间相关函数.

2) BP 神经网络模型

BP 神经网络是一种基于误差反向传播算法进行训练的多层前馈神经网络, 它包括信号的正向传播和误差的反向传播两个过程^[25]. 输入信号由输入层途经隐含层向输出层实现正向传播, 所得的误差信息则反向传播, 从输出层向隐含层反向传递, 再经由隐含层传到输入层. BP 神经网络的输出可以表示为

$$C_j = f\left(\sum_{i=1}^{\tilde{m}} \omega_{ij} - \tilde{t}_j\right) \quad j=1, 2, \dots, l \quad (17)$$

式中: \tilde{m} 为输入参数的个数; ω_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的权值; \tilde{t}_j 为偏置参数; l 为隐含层节点个数.

对于 BP 神经网络, 根据 Hornik 等^[26]的证明: 只需一个包含足够多神经元的隐层, 多层前馈网络就能以任意精度逼近任意复杂度的连续函数. 因此, 在该网络中, 确定隐含层的节点数是非常重要的问题. 当隐含层的节点数过少时, 往往模型的精度不够; 当隐含层节点个数过多时, 又会产生过拟合现象. 对此, 先根据经验公式大致判断隐含层节点数的范围, 公式为

$$w = \sqrt{a+e+c} \quad (18)$$

式中: w 为隐藏层神经元的数量; a 和 e 分别为输入层和输出层神经元的数量; c 为调节常数, 范围为 1~10. 然后, 在该范围内经过多次调试, 直到得到达到训练效果最好的神经元数量即可.

3) 径向基函数神经网络模型

径向基函数神经网络是一种前馈式 3 层神经网络, 包括 1 个输入层、1 个输出层和 1 个隐含层, 其中

输入层到隐含层采用非线性变换, 隐含层到输出层采用线性变换^[27]. 它的响应值可以表示为

$$y = f(x) = \sum_{i=1}^m \omega_i \phi(\|x - c^i\|) \quad (19)$$

式中: m 为样本点个数; c^i 为样本点; ω_i 为加权系数; $\phi(\cdot)$ 为径向基函数; $\|x - c^i\|$ 为 x 与 c^i 的欧式距离. 径向基函数神经网络虽然只有一个隐含层, 但当它的隐含层节点足够多时, 便可以逼近任何一个非线性函数. 与 BP 神经网络相比, 它的泛化能力更强.

1.3.2 替代模型的检验

本文借助 3 个评价指标评价替代模型的精度: 确定性系数 (R^2), 均方根误差 (E_{RMS}) 和平均相对误差 (E_{MR}). 其中, R^2 是皮尔逊积差相关系数的平方, 是表征替代模型输出和模拟模型输出吻合程度的指标. R^2 越接近于 1, 替代模型的精度越高. E_{RMS} 是用来衡量替代模型输出与模拟模型输出之间的偏差. E_{RMS} 值越小, 替代模型的精度越高. 而 E_{MR} 则能够更好地反映替代模型预测误差的实际情况, 其值越小, 替代模型的精度越高. 它们的表达式分别为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{\bar{n}} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{\bar{n}} (y_i - \bar{y})^2} \quad (20)$$

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\bar{n}} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\bar{n}}} \quad (21)$$

$$E_{\text{MR}} = \frac{\sum_{i=1}^{\bar{n}} |y_i - \hat{y}_i| / y_i}{\bar{n}} \times 100\% \quad (22)$$

式中: \bar{n} 为检验样本个数; y_i 为模拟模型的输出; \hat{y}_i 为替代模型输出; \bar{y} 为模拟模型输出的平均值.

2 仿真实验与结果

2.1 4层同心圆头模型的建立

首先利用 4 层同心圆头模型进行仿真实验, 4 层同心圆从里到外分别模拟的是人的大脑、脑脊液、颅骨和头皮, 如图 1 所示, 各部位的相对半径 r 和电阻率 ρ 如表 1 所示.

在头皮表面放置 16 个电极来激励电流和测量边界电压. 本文电流采用的是相对激励的方式, 利用 1—9 电极对注入电流, 即由 1 号电极流入, 9 号电极流出, 激励电流为 1 mA, 以 9 号电极作为参考零电位. 在该模型中, 输入的是每层的电阻率值, 输出的是 16 个电极的电位值.

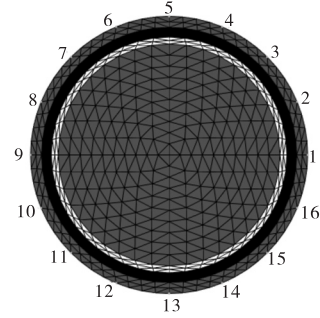


图 1 4层同心圆头模型

Fig.1 Four-layer concentric sphere head model

表 1 4层同心圆头模型各部分的相对半径及电阻率
Tab.1 Relative radiuses and resistivities of each part of the four-layer concentric sphere head model

部位	r	$\rho / (\Omega \cdot \text{m})$
大脑	0.80	3.030 3
脑脊液	0.85	1.000 0
颅骨	0.92	238.095 2
头皮	1.00	3.030 3

2.2 基于 4 层同心圆头模型的 EIT 正问题替代模型的建立与检验

替代模型的建立是为电阻率的反演做准备的, 它是在先验分布的区间内进行的. 在不确定电阻率先验分布的情况下, 为了尽量减少主观的影响, 将其分布设置为均匀分布, 范围设置为表 1 参考值的 $\pm 5\%$.

2.2.1 替代模型的建立

采用拉丁超立方抽样方法^[28]获取训练样本. 理论上当输入参数的数目为 \hat{m} 时, 所需的最小训练样本数目 n_{min} ^[29]为

$$n_{\text{min}} = \frac{(\hat{m}+1)(\hat{m}+2)}{2} \quad (23)$$

在 4 层同心圆头模型中, 输入参数数目为 4, 所需的最小训练样本数目为 15. 但是为了达到更高的精度, 一般会增加训练样本的数目, 但样本数目的增加会导致计算时间过长. 经过实验, 将训练样本数目设为 40. 根据输入参数设置的范围, 采用拉丁超立方抽样获取 40 组输入样本. 然后, 将这 40 组输入样本代入有限元模型中, 得到相应的 40 组输出样本, 这样便得到了 40 组输入-输出样本.

样本取好之后, 为了减小参数量纲不同的影响, 对输入的电阻率参数和输出的电位分布进行归一化处理, 即

$$X = \frac{X_s - X_{\text{min}}}{X_{\text{max}} - X_{\text{min}}} \quad (24)$$

式中: X 为参数归一化之后的值; X_s 为参数的实际

值; X_{\min} 为抽取的样本中参数的最小值; X_{\max} 为抽取的样本中参数的最大值. 需要注意的是, 当用替代模型预测输出时, 需要对输出进行反归一化处理.

对训练样本进行抽样之后, 分别采用 Kriging 模型、BP 神经网络和径向基函数神经网络作为替代模型进行分析.

对于 Kriging 模型的建立, 回归模型选择常数回归, 相关模型选择高斯函数, 拟合参数都设置为 10, 控制参数下限都设置为 0.1, 控制参数上限都设置为 20.

对于 BP 神经网络, 采用单隐层结构, 激活函数选择为 tansig, 采用 Levenberg-Marquardt 算法, 传递函数使用 purelin, 训练次数设置为 1 000, 学习速率为 0.01, 隐含层神经元个数设置为 6, 训练方法采用梯度下降法.

对于径向基函数神经网络, 本文选取的径向基函数为高斯核函数, 径向基函数的扩展速度设置为 100.

2.2.2 替代模型的检验

模型建好之后, 需要进行精度的检验. 采用跟获取训练样本相同的步骤再获得 10 组输入-输出检验样本, 以此对创建的替代模型进行精度检验. 在本文中, 检验样本数量为 10, 故 $\bar{n} = 10$.

4 层同心圆头模型的输出是 16 个电极的电位值, 由于 9 号电位为参考值, 对其余 15 个电极的指标进行平均处理, 3 种替代模型的精度评价指标结果如表 2 所示.

表 2 3 种替代模型的精度评价

Tab.2 Accuracy evaluation of three alternative models

模型	R^2	E_{RMS}	E_{MR}	t/s
Kriging	0.907 1	0.070 6	0.161 1	0.086
BP 神经网络	0.974 2	0.007 4	0.013 1	0.077
RBF 神经网络	0.999 5	0.002 0	0.003 7	0.075

由表 2 可以看出, 径向基函数神经网络的 R^2 在 3 种替代模型中是最高的, 最接近于 1.000 0, 同时它的 E_{RMS} 和 E_{MR} 在三者之中又是最低的, 因此, 径向基函数神经网络对 4 层同心圆头模型的逼近程度是最高的. 另外, 从检验样本在替代模型中的运行时间可以看出, 径向基函数神经网络的计算时间 t 也是最短的. 基于此, 在后续的研究中, 将用径向基函数神经网络代替原模拟模型, 以降低电阻率反演过程中的计算量.

2.2.3 替代模型与有限元模型计算代价比较

进行电阻率反演时需要多次调用正问题的有限元模型, 以 20 000 次为例. 有限元法进行正问题计算

的时间就是 20 000 组样本在有限元程序里运行的时间, 替代模型法进行正问题计算的时间 t 就是获取训练样本的时间 t_1 、获取检验样本的时间 t_2 、训练替代模型的时间 t_3 、检验替代模型的时间 t_4 和 20 000 组样本在替代模型里运行的时间 t_5 的和, 即

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 \tag{25}$$

基于有限元模型和替代模型进行正问题计算的时间比较如表 3 所示, 其中 \hat{N} 是有限元模型仿真的次数.

表 3 计算时间比较

Tab.3 Comparison of the calculation time

方法	\hat{N}	t/s
有限元模型	20 000	> 18 000.00
替代模型	40 + 10 = 50	2.33 + 0.58 + 0.20 + 0.08 + 0.61 = 3.80

从表 3 可以看出, 基于替代模型的正问题计算时间远远小于基于有限元模型的正问题计算时间, 极大地提高了计算效率. 而且, 当替代模型建好之后, 就可以一直使用, 不用再考虑替代模型的建立和检验问题, 它的计算时间仅仅是 t_5 . 还可以看出, 调用有限元模型的次数越多, 替代模型的优势越明显.

2.3 基于 4 层同心圆头模型的头部电阻率参数反演

2.3.1 电阻率真值为参考值的仿真结果

在对 4 层同心圆头模型的仿真实验中, 将各层电阻率真值选为表 1 中的参考值, 通过正演模型计算边界电位分布作为观测值, 分别采用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法来进行电阻率反演. 先验分布取为参考值的 $\pm 5\%$.

对于两种算法, 都设置 10 条马尔可夫链, 每条链的数目均为 5 000. 假设测量误差服从均值为 0、标准差为 0.01 的独立正态分布. 对于 DREAM_kzs 算法, 将选择概率设置为 0.3, 仅在老化期使用卡尔曼激励的建议分布.

先对两种算法的收敛速度进行分析, 结果如图 2 所示, 其中 N 是模型评估次数, S_R 是诊断指标.

对于 DREAM_zs 算法, 模型评估次数大于 9 000 以后, 4 个待求变量都收敛于稳定的后验概率分布; 对于 DREAM_kzs 算法, 模型评估次数大于 5 000 以后, 4 个待求变量都收敛于稳定的后验概率分布. 可以看出, 相比于 DREAM_zs 算法, DREAM_kzs 算法采样过程的收敛速度更快, 收敛效率更高. 当模型评估次数达到 9 000 时, 两种算法均进入收敛状态. 因此, 选取模型评估次数的最后 10 000 组样本进行统计分析, 得到后验概率分布. 后验概率密度曲线如图 3 所示, 其中 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_3 和 ρ_4 分别代表大脑、脑脊

液、颅骨和头皮的电阻率。

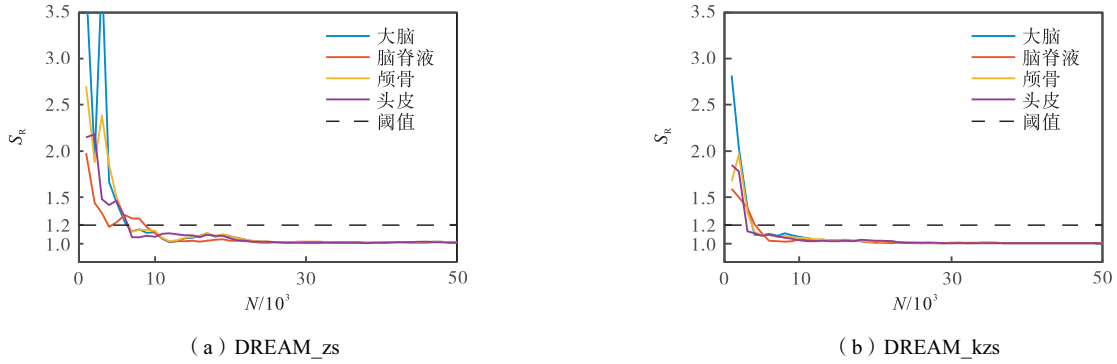


图2 马尔可夫链收敛图

Fig.2 Convergence graph of the Markov chain

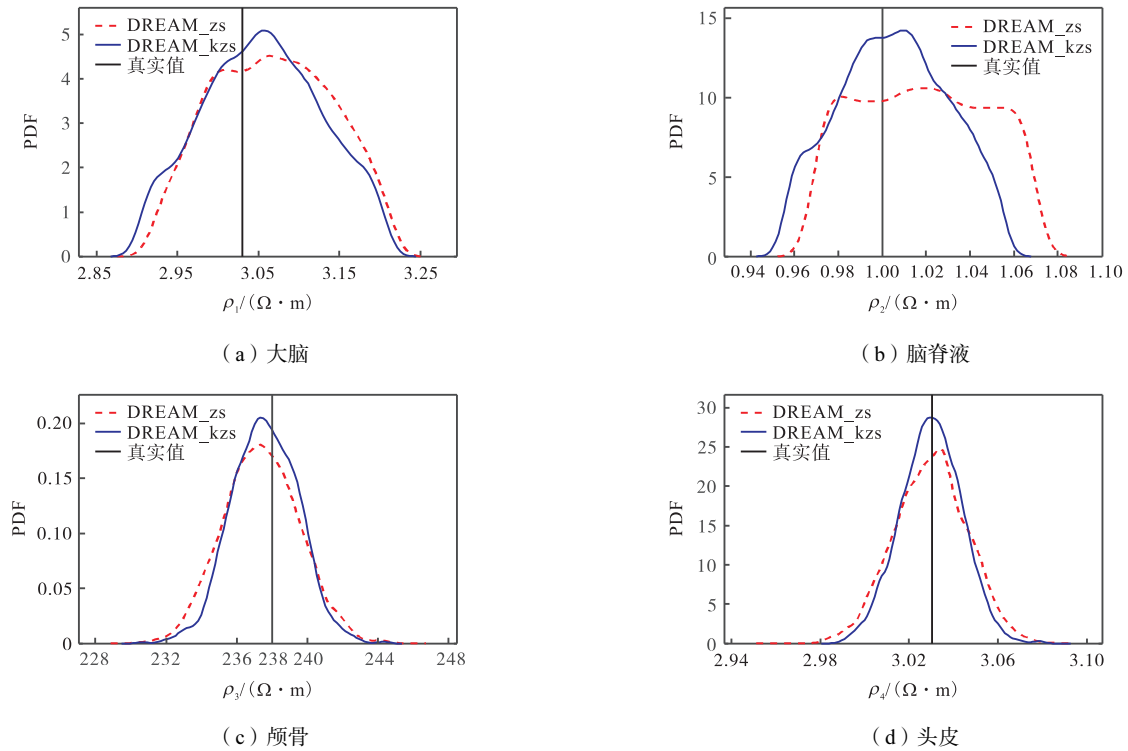


图3 后验概率分布

Fig.3 Distribution of posterior probability

由图3可见,对于大脑、颅骨和头皮的电阻率,两种算法得到的后验分布均接近正态分布,存在明显的峰值,说明这两种算法均能实现对这3个电阻率的有效识别。对于脑脊液电阻率,DREAM_zs算法得到的后验分布峰值不明显。基于以往的研究可知,这4个参数的灵敏度不同^[30],脑脊液的灵敏度最低,导致DREAM_zs算法结果不太理想。但是,DREAM_kzs算法对于脑脊液也能明显地表征出后验分布的峰值,改善了反演效果。这说明对于灵敏度低的参数,DREAM_kzs算法也能够很好地识别。

另外,可以明显看出,所有待求电阻率的真实值均能落在后验概率分布的高密度区域。同时,相比于

DREAM_zs算法,DREAM_kzs算法得到的最大后验概率值与待求电阻率的真实值更接近,且后验分布峰值更高,不确定性也更低。

在不确定性量化中通常用后验分布的均值作为反演结果。为了更加明确地比较两种算法的反演识别精度,对后验分布的平均值 M 进行了统计分析,结果如表4所示。其中,均值相对误差 K 的表达式为

$$K = \frac{|M - Q|}{Q} \times 100\% \quad (26)$$

式中 Q 为参数真值。 K 越小,反演效果越好。

从表4可以看出,不论对于哪个参数,相比于DREAM_zs算法,由DREAM_kzs算法得到的 K 值

更小,即 DREAM_kzs 算法的识别精度更高. 另外,还可以看出,对于由同一种算法得到的后验分布,各个参数的 K 值也不一样: 不论是哪种算法,头皮的 K 值都是最小的,其次是颅骨,然后是大脑,最后是脑脊液. 这和之前的灵敏度研究结果是相吻合的.

表 4 两种算法的后验均值
Tab.4 Posteriori mean of the two algorithms

部位	Q	$\rho / (\Omega \cdot m)$			
		DREAM_zs		DREAM_kzs	
		M	$K/\%$	M	$K/\%$
大脑	3.030 3	3.067 5	1.221	3.052 4	0.732
脑脊液	1.000 0	1.018 2	1.823	1.011 2	1.129
颅骨	238.095 2	237.495 0	0.255	237.595 2	0.217
头皮	3.030 3	3.029 7	0.018	3.029 9	0.013

2.3.2 电阻率真值为随机选择时的仿真结果

由于电阻率分布的不确定性,电阻率真值可能在一定范围内波动,因此,可在先验分布区间随机选择电阻率真值进行仿真实验. 假设先验分布为表 1 电阻率参考值的 $\pm 5\%$,为了减少统计误差,在先验分布区间内运用拉丁超立方抽样随机选择 10 组电阻率真值进行仿真实验,算法设置同电阻率真值为参考值的情况.

先对两种算法的收敛速度进行一下分析,结果如图 4 所示. 其中, L 为样本序号, N 为模型评估次数.

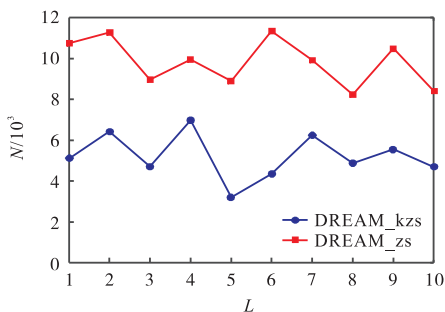


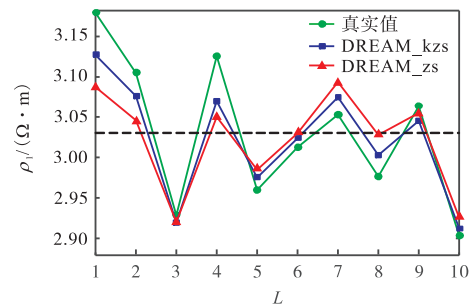
图 4 收敛性比较

Fig.4 Convergence comparison

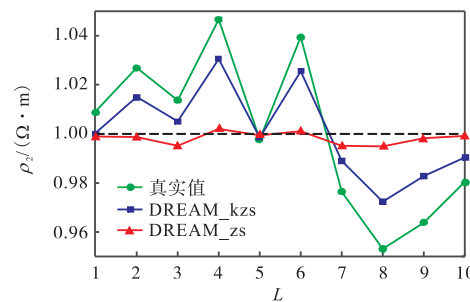
从图 4 可以看出,不论对于哪组参数的反演, DREAM_kzs 算法的收敛速度总是快于 DREAM_zs 算法. 当模型评估次数达到 12 000 时,对于两种算法,每组都进入收敛状态. 因此,每组均选取模型评估次数的最后 10 000 组样本进行统计分析,得到后验概率分布.

为了清楚地看到两种算法对各个参数的反演情况,本文对每组参数反演得到的后验均值和真值进行了比较分析,结果如图 5 所示. 其中,横坐标为样本序号 L ,纵坐标为参数的电阻率,红色实线是由 DREAM_zs 算法得到的后验均值,蓝色实线是由

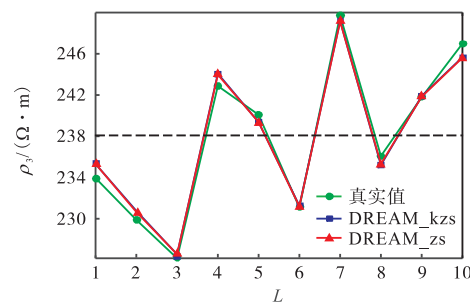
DREAM_kzs 算法得到的后验均值,绿色实线表示的是电阻率真实值,纵坐标范围为先验分布的范围,横虚线对应的纵坐标为先验分布中值.



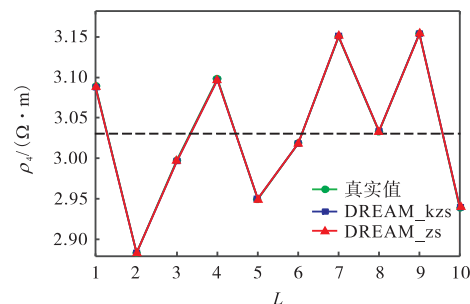
(a) 大脑



(b) 脑脊液



(c) 颅骨



(d) 头皮

图 5 反演值和真实值的比较

Fig.5 Comparison between the inverse and true values

从图 5 可以看出,对于颅骨和头皮电阻率,两种算法都能进行有效的反演. 每组反演的值都和真实值非常接近,尤其是头皮. 对于大脑电阻率来说,两种算法反演出来的值和真实值虽然不是非常接近,但

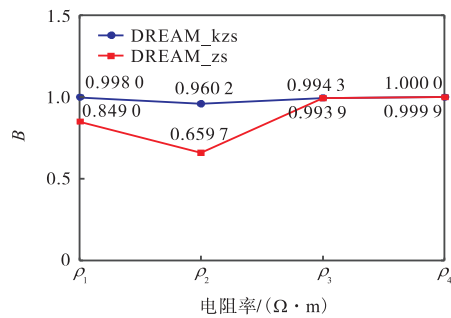
具有较大的相关性,说明也能够进行有效的反演. 对于脑脊液电阻率来说, DREAM_zs 算法反演出来的值基本是一条直线,集中在先验分布中值的附近,和真实值的相关性比较小,说明 DREAM_zs 算法对脑脊液的反演效果很差;由 DREAM_kzs 算法反演出来的值和真实值有很大的相关性,并且误差相对来说也很小,说明相对于 DREAM_zs 算法, DREAM_kzs 算法对脑脊液反演的效果更好.

进一步,用均值相对误差和 Spearman 相关系数两个指标来评价两种算法的识别精度. Spearman 相关系数表达式为

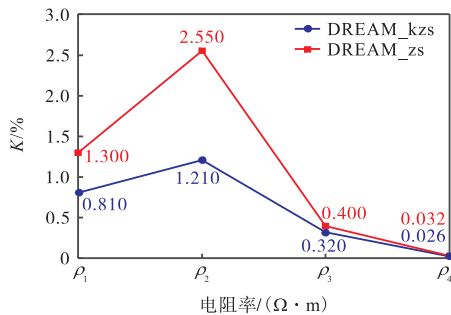
$$B = \frac{\sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^T (b_i - \bar{b})^2}} \quad (27)$$

式中: x 和 b 是两个变量; \bar{x} 和 \bar{b} 是变量 x 和 b 的平均值; T 是变量的元素个数. 当相关系数大于 0.6 时,可认为两者强相关.

相对误差取 10 组的平均值,结果如图 6 所示. 从图 6(a)可以看出,由两种算法得到的所有参数的相关系数都大于 0.600,可认为两种算法都能进行有效的反演. 对于头皮和颅骨电阻率,两种算法得到的相关系数基本一样,并且都接近于 1.000,说明两种算法对这两个参数都进行了非常有效的反演,尤其是



(a) Spearman 相关系数



(b) 均值相对误差

图 6 参数的相关系数和相对误差对比

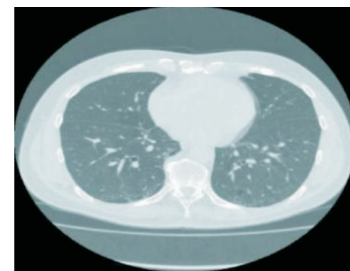
Fig.6 Comparison of the correlation coefficients and relative errors of parameters

DREAM_kzs 算法;对于大脑和脑脊液电阻率,两种算法得到的相关系数差距很大,尤其是脑脊液电阻率,说明在灵敏度低的参数上, DREAM_kzs 算法反演的优势更加明显. 另外,还可以看出,不论对于哪种算法,头皮的相关系数总是最大的,其次是颅骨,然后是大脑,最后是脑脊液,这与前文的灵敏度研究相互吻合. 均值相对误差分析同相关系数,不再赘述.

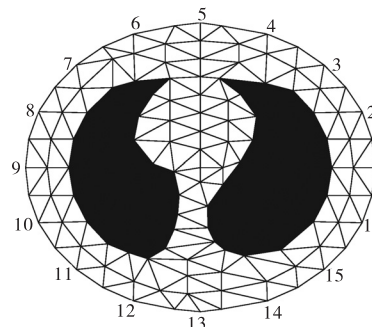
2.4 基于真实胸腔 CT 图像的肺部电阻率参数反演

2.4.1 胸腔仿真模型的建立与基于替代模型的正问题计算

对于胸腔组织,不能利用分层均匀模型来模拟,研究者们往往借助 CT 等医学成像方法获取信息进行建模. 由于不是分层均匀结构模型,问题求解的参数增多. 胸腔 CT 断层图像如图 7(a)所示. 基于胸腔的 CT 扫描图片来提取人体真实的胸部轮廓与肺部轮廓,建立相应的胸腔有限元模型,如图 7(b)所示. 场域的剖分对实际成像效果有重要的影响,剖分越细,单元数越多,成像的分辨率就越高,但求解难度和时间成本会大大增加.



(a) 胸腔 CT 断层图像



(b) 有限元模型

图 7 胸腔 CT 断层图像及其有限元模型

Fig.7 Thoracic computed tomography image and its finite element model

在胸腔仿真模型表面放置 16 个电极来激励电流和测量边界电压. 本文采用相对电流激励方式,利用 1—9 电极对注入电流,即由 1 号电极流入,9 号电极流出,激励电流为 1 mA. 对于正问题的计算,输入的是 256 个单元的电阻率值,输出的是 16 个电极的电位值. 在该模型中,每个单元都有固定的序号. 编号

的原则如下:将该模型从里到外分为 8 层,每层从 1—9 号电极的右连线上方第 1 个单元开始逆时针编号,先从内层开始,以此类推.

对于胸腔仿真模型,正常情况下的胸腔电阻率为 $2.08 \Omega \cdot m$,肺部的电阻率是 $8.33 \Omega \cdot m^{[31]}$. 在不确定电阻率先验分布的情况下,为了尽量减少主观的影响,将先验分布设置为均匀分布,均以各自的参考值为中心值,变化率为 $\pm 5\%$. 胸腔仿真模型的 3 种替代模型建立和检验过程同 4 层同心圆头模型,为了保持较高的精度,同时又不至于有较大的计算量,将训练样本数目设置为 33 000,检验样本数目设置为 100,具体精度结果如表 5 所示. 从表 5 可以看出,径向基函数神经网络的 R^2 在 3 种替代模型中是最高的,最接近于 1.000 0,同时它的 E_{RMS} 和 E_{MR} 在三者之中又是最底的,因此,径向基函数神经网络对胸腔仿真模型的逼近程度是最高的,所以在后续研究中将

其作为胸腔仿真模型的替代模型.

表 5 3 种替代模型的精度评价

Tab.5 Accuracy evaluation of three alternative models

模型	R^2	E_{RMS}	E_{MR}	t/s
Kriging	0.889 3	0.081 3	0.181 4	0.153
BP 神经网络	0.967 9	0.010 1	0.015 7	0.134
RBF 神经网络	0.986 3	0.002 9	0.004 3	0.101

2.4.2 基于胸腔仿真模型的电阻率参数反演

对于正常的胸腔肺部模型,将各自的电阻率(胸腔电阻率 $2.08 \Omega \cdot m$,肺部电阻率 $8.33 \Omega \cdot m$)代入正演模型得到边界电位分布作为观测值,然后分别采用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法来进行电阻率反演,每个单元的先验分布取为各自参考值的 $\pm 5\%$. 当算法收敛之后,取收敛后样本的后验均值作为重构的结果,将重构结果经过归一化处理,结果如图 8 所示.

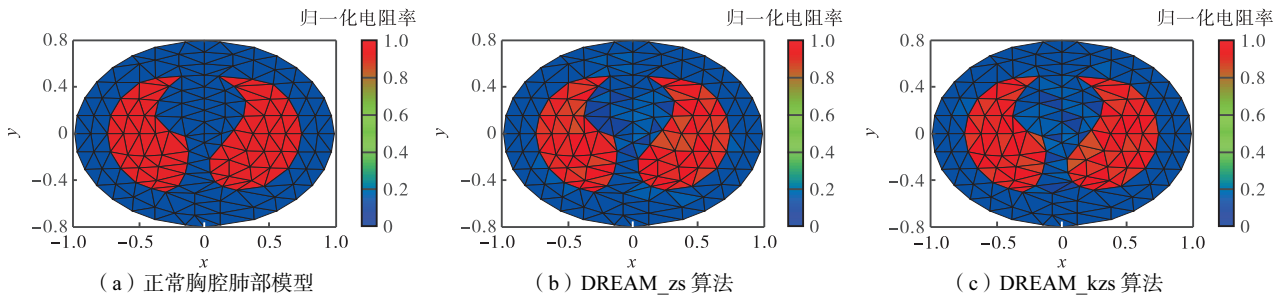


图 8 正常胸腔肺部模型电阻率反演结果

Fig.8 Resistivity inversion results of normal thoracic lung model

由图 8 可以看出,两种算法均能实现对正常胸腔肺部模型的重建,整体上来看两种算法的重构效果差别不大. 对于肺部图像,由 DREAM_zs 算法得到的最大值和最小值分别为 8.94 和 7.75,由 DREAM_kzs 算法得到的最大值和最小值分别为 8.80 和 7.76;对于胸腔图像,由 DREAM_zs 算法得到的最大值和最小值分别为 2.34 和 1.89,由 DREAM_kzs 算法得到的最大值和最小值分别为 2.25 和 1.92. 因此,由 DREAM_kzs 算法得到的图像更加集中,最大误差也更小.

通过检测组织电阻率的变化有利于对肺部病变的早期发现和诊断. 当发生肺气肿时,大量胸腔积气压迫肺组织,引起肺组织通气异常,进而引起电阻率发生变化. 为了进行仿真实验,可假定左肺和右肺的电阻率整体发生变化,左肺电阻率为 $25 \Omega \cdot m$,右肺电阻率为 $6.25 \Omega \cdot m^{[31]}$. 分别采用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法来进行电阻率反演,每个单元的先验分布取为各自参考值的 $\pm 5\%$. 当算法收敛之后,取收敛后样本的后验均值作为重构的结果,将重构结果经过归一化处理,结果如图 9 所示.

当肺部发生病变时,其组织电阻率会发生变化,

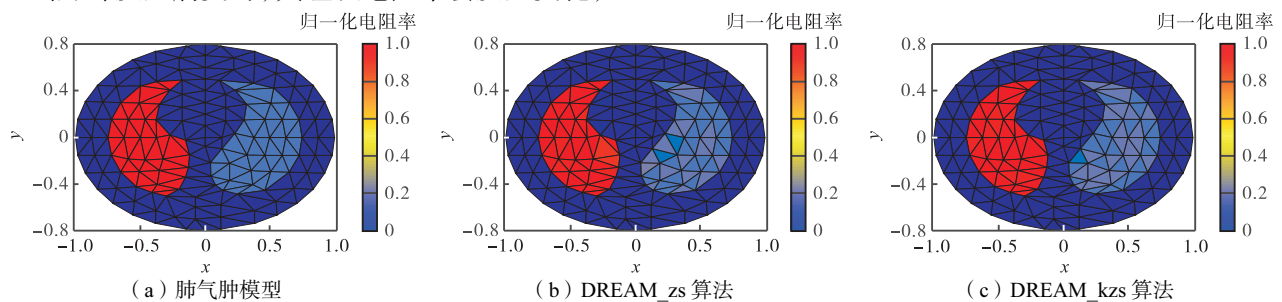


图 9 肺气肿模型电阻率反演结果

Fig.9 Resistivity inversion results of emphysema model

由图 9 可以看出,两种算法均能实现对肺气肿模型的重建.对于左肺和右肺来说,由 DREAM_kzs 算法得到的图像更加符合实际情况;对于胸腔来说,两种算法差别不大.相比于 DREAM_zs 算法,由 DREAM_kzs 算法得到的最大值和最小值与真值的误差要更小.因此,对于左肺、右肺和胸腔,由 DREAM_kzs 算法得到的图像更加集中.

另外,当发生胸腔积液的时候,肺部局部电导率会发生变化.对左肺出现积液的情况进行仿真分析,假定左肺的部分组织电阻率为 $8.33 \Omega \cdot m$,其余组织电阻率为 $3.33 \Omega \cdot m^{[31]}$,如图 10(a)所示.分别采用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法进行电阻率反演,

每个单元的先验分布取为各自参考值的 $\pm 5\%$.当算法收敛后,取收敛后样本的后验均值作为重构结果,将重构结果经过归一化处理,结果如图 10 所示.

从图 10 可以看出,两种算法均能实现对胸腔积液模型的有效识别.对于非病变部分的重构,两种算法差别不大;对于病变部分的重构,DREAM_kzs 算法要更加符合实际情况.整体来说,对于左肺、右肺和胸腔,由 DREAM_kzs 算法得到的图像更加集中,最大误差也更小.

为了定量评价两种算法,计算了肺部正常组织和两种病变情况下的平均相对误差、相关系数和收敛次数,结果如表 6 所示.

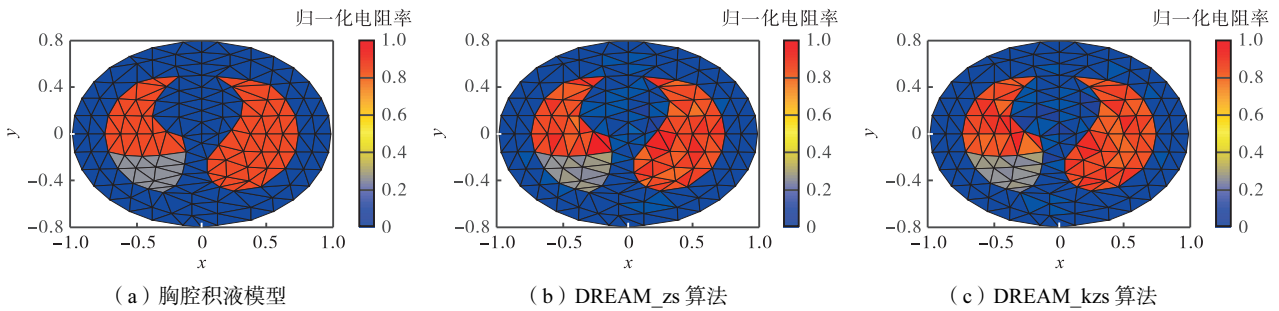


图 10 胸腔积液模型电阻率反演结果

Fig.10 Resistivity inversion results of pleural effusion model

表 6 两种算法的对比

Tab.6 Comparison between the two algorithms

模型	DREAM_zs 算法			DREAM_kzs 算法		
	K/%	B	N	K/%	B	N
正常肺部	1.77	0.888 1	55 000	1.59	0.918 7	41 000
肺气肿	1.76	0.889 0	53 000	1.41	0.899 4	42 000
胸腔积液	1.65	0.888 5	56 000	1.53	0.898 6	44 000

从表 6 可以看出,不论是对哪种模型的图像重构,相比于 DREAM_zs 算法,由 DREAM_kzs 算法得到的平均相对误差更小,相关系数更大,收敛次数更少.这表明 DREAM_kzs 算法优于 DREAM_zs 算法.

为了对所有单元的反演效果进行评估,对每个单元的平均相对误差 K 值进行统计分析,结果如图 11 所示,其中红色线是由 DREAM_zs 算法得到的,蓝

色线是由 DREAM_kzs 算法得到的,横坐标 E 为单元序号,纵坐标为 K 值,处于外层单元的序号大.

由图 11 可以看出,利用两种方法得到的所有单元的 K 值均小于 15%,说明反演结果合理.对于大部分单元的参数反演,DREAM_kzs 算法优于 DREAM_zs 算法.相比于 4 层同心圆头模型,胸腔仿真模型得出的 K 值更大,其反演效果不如 4 层同心圆头模型.这是因为胸腔仿真剖分的单元更多,反演参数更多.由图 11 还可以看出,随着单元序号的增大,均值相对误差 K 值呈下降的趋势,这说明外层单元的反演效果整体上要优于内层单元,这与灵敏度研究的结论是相对应的.

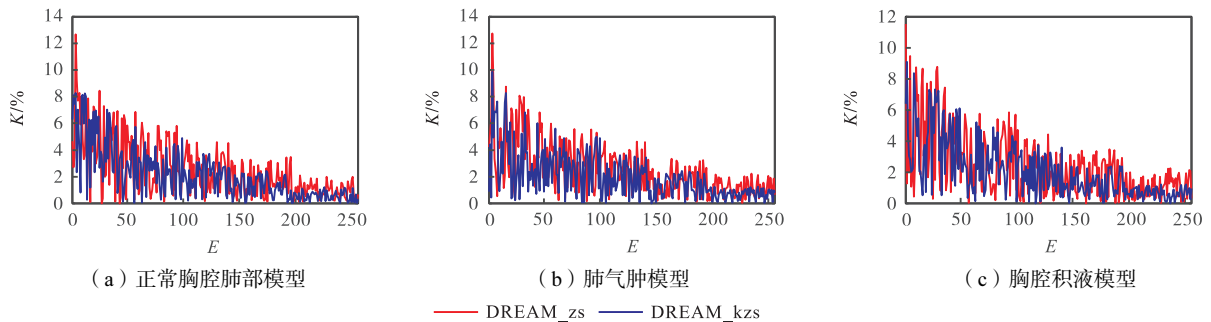


图 11 K 值统计

Fig.11 K-value statistics

3 结 论

(1) 利用拉丁超立方抽样和替代模型法建立了 3 种原模拟模型的替代模型,发现 RBF 神经网络模型精度最高. RBF 神经网络替代模型能够以较小的计算量得到与原模拟模型相近的输入关系,显著降低了电阻率反演过程中大量调用原模拟模型而产生的计算负荷.

(2) 在 4 层同心圆头模型中,利用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法对电阻率进行反演,并用均值相对误差和 Spearman 相关系数两个指标对两种算法得到的结果进行了评价. 结果表明:与 DREAM_zs 算法相比,DREAM_kzs 算法不仅能够有效加快采样过程的收敛速度,还能有效提高反演识别精度. 另外,两种算法反演的结果都表明:头皮的反演效果最好,其次是颅骨,然后是大脑,最后是脑脊液.

(3) 建立了基于真实胸腔 CT 图像的有限元模型,采用 RBF 神经网络替代模型进行正问题计算,分别利用 DREAM_zs 和 DREAM_kzs 算法对正常肺部组织和两种病变情况进行电阻率反演. 结果表明:两种方法均能有效反演,DREAM_kzs 算法的性能均优于 DREAM_zs 算法. 由于单元数比较多,真实胸腔仿真模型的误差高于 4 层同心圆头模型. 整体上,外层单元的反演效果要优于内层单元.

(4) 本文针对同心圆头模型和胸腔仿真模型进行了 EIT 电阻率反演,取得了理想的结果. 但目前采用的仿真模型比较简单,重建参数比较有限,与人体的真实情况相差较大. 进一步研究应建立更接近于真实人体的模型,期望可以利用临床实测数据进行反演,为疾病诊断提供更可靠的依据.

参考文献:

- [1] Zhang K, Guo R, Li M K, et al. Supervised descent learning for thoracic electrical impedance tomography[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2020, 68(4): 1360-1369.
- [2] Nascimento M S, Alcalá G C, Guzman A I A, et al. Electrical impedance tomography in pediatric patients with COVID-19, the first reports[J]. BMC Pulmonary Medicine, 2021, 21(1): 1-7.
- [3] 徐灿华, 董秀珍. 生物电阻断层成像技术及其临床研究进展[J]. 高电压技术, 2014, 40(12): 3738-3745.
Xu Canhua, Dong Xiuzhen. Advancements in electrical impedance tomography and its clinical applications[J]. High Voltage Technology, 2014, 40(12): 3738-3745 (in Chinese).
- [4] Tian J, Zhao X Y, Deng F. Incremental Newton's iterative algorithm for optimal control of Itô stochastic systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 421: 126958.
- [5] 罗腾, 冯 珏, 郭智奇, 等. 基于模拟退火粒子群优化算法的裂缝型储层各向异性参数地震反演[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2019, 49(5): 1466-1476.
Luo Teng, Feng Xuan, Guo Zhiqi, et al. Seismic inversion of anisotropy parameters of fractured reservoirs by simulated annealing and particle swarm optimization[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2019, 49(5): 1466-1476 (in Chinese).
- [6] Chang Z, Lu W X, Wang Z B. A differential evolutionary Markov chain algorithm with ensemble smoother initial point selection for the identification of groundwater contaminant sources[J]. Journal of Hydrology, 2021, 603: 126918.
- [7] Taghizadeh L, Karimi A, Stadlbauer B, et al. Bayesian inversion for electrical-impedance tomography in medical imaging using the nonlinear Poisson-Boltzmann equation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 365: 112959.
- [8] Goto S, Yamano M. Inversion of thermal conductivity and heat flow from borehole temperature data affected by recent variation in ground surface temperature[J]. Geothermics, 2020, 86: 101862.
- [9] Yan X, Dong W, An Y, et al. A Bayesian-based integrated approach for identifying groundwater contamination sources[J]. Journal of Hydrology, 2019, 579: 124160.
- [10] Liu B, Li H K, Wang G, et al. Dynamic material parameter inversion of high arch dam under discharge excitation based on the modal parameters and Bayesian optimised deep learning[J]. Advanced Engineering Informatics, 2023, 56: 102016.
- [11] Zhang S S, Liu H H, Qiang J, et al. Optimization of well position and sampling frequency for groundwater monitoring and inverse identification of contamination source conditions using Bayes' theorem[J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2019, 119(2): 373-394.
- [12] Muñoz-Cobo J L, Berna-Escriche C, Blanco D. Bayesian calibration and fitting of nuclear thermal-hydraulic models by Markov chain Monte Carlo methods using the Gibbs sampler[J]. Annals of Nuclear Energy, 2024, 198: 110318.
- [13] Vrugt J A. Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and

- Matlab implementation[J]. *Environmental Modeling and Software*, 2016, 75: 273-316.
- [14] Ter Braak C J F, Vrugt J A. Differential evolution Markov chain with snooker updater and fewer chains[J]. *Statistics and Computing*, 2008, 18: 435-446.
- [15] Vrugt J A, Ter Braak C J F, Diks C G H, et al. Accelerating Markov chain Monte Carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling[J]. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2009, 10(3): 273-290.
- [16] Zhang J, Vrugt J A, Shi X, et al. Improving simulation efficiency of MCMC for inverse modeling of hydrologic systems with a Kalman-inspired proposal distribution[J]. *Water Resources Research*, 2020, 56(3): e2019WR025474.
- [17] Yao W, Chen X Q, Huang Y Y, et al. A surrogate-based optimization method with RBF neural network enhanced by linear interpolation and hybrid infill strategy[J]. *Optimization Methods and Software*, 2014, 29(2): 406-429.
- [18] Rossat D, Baroth J, Briffaut M, et al. Bayesian inversion using adaptive polynomial chaos Kriging within subset simulation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2022, 455: 110986.
- [19] 王卫江, 史玥婷, 刘箭言, 等. 基于神经网络的电参数反演载荷算法[J]. *北京理工大学学报*, 2015, 35(7): 706-710.
Wang Weijiang, Shi Yueting, Liu Jianyan, et al. Algorithm for electrical parameters and payload based on neural network[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2015, 35(7): 706-710(in Chinese).
- [20] 付东学, 赵希梅. 基于径向基函数神经网络的永磁直线同步电机反推终端滑模控制[J]. *电工技术学报*, 2020, 35(12): 2545-2553.
Fu Dongxue, Zhao Ximei. Backstepping terminal sliding mode control based on radial basis function neural network for permanent magnet linear synchronous motor[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2020, 35(12): 2545-2553(in Chinese).
- [21] Bayes T. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1763, 53: 370-418.
- [22] Wang H, Jin X. Characterization of groundwater contaminant source using Bayesian method[J]. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2013, 27(4): 867-876.
- [23] Gelman A, Rubin D B. Inference from iterative simulation using multiple sequences[J]. *Statistical Science*, 1992, 7(4): 457-472.
- [24] 万良琪, 欧阳林寒. 基于 0-1 规划模型筛选策略的 Kriging 组合模型及可靠性优化设计[J]. *计算机集成制造系统*, 2022, 28(7): 2162-2168.
Wan Liangqi, Ouyang Linhan. Kriging ensemble model based on 0-1 programming model selection strategy for reliability based design optimization[J]. *Computer Integrated Manufacturing System*, 2022, 28(7): 2162-2168(in Chinese).
- [25] 葛渊博, 卢文喜, 王梓博, 等. 基于 BP 神经网络替代模型的地下水污染随机模拟[J]. *中国农村水利水电*, 2022(3): 107-113.
Ge Yuanbo, Lu Wenxi, Wang Zibo, et al. Random simulation of groundwater pollution based on BP neural network substitution model[J]. *China Rural Water and Hydropower*, 2022(3): 107-113(in Chinese).
- [26] Hornik K, Stinchcombe M, White H. Multilayer feed-forward networks are universal approximators[J]. *Neural Networks*, 1989, 2(5): 359-366.
- [27] Dash C S K, Behera A K, Dehuri S, et al. Radial basis function neural networks: A topical state-of-the-art survey[J]. *Open Computer Science*, 2016, 6(1): 33-63.
- [28] Cai J L, Hao L L, Xu Q S, et al. Reliability assessment of renewable energy integrated power systems with an extendable Latin hypercube importance sampling method[J]. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 2022, 50: 101792.
- [29] 张渝. 基于代理模型的锻造模具结构智能优化研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2009.
Zhang Yu. Research on Intelligent Optimization of Forging Mold Structure Based on Agent Model[D]. Chongqing: Chongqing University, 2009(in Chinese).
- [30] 李颖, 王冠雄, 闫伟, 等. 改进的稀疏网格配点法对 EIT 电导率分布的不确定性量化[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2022, 56(3): 613-621.
Li Ying, Wang Guanxiong, Yan Wei, et al. Improved sparse grid collocation method for uncertainty quantification of EIT conductivity distribution[J]. *Journal of Zhejiang University(Engineering Edition)*, 2022, 56(3): 613-621(in Chinese).
- [31] Yu H, Liu H, Liu Z, et al. High-resolution conductivity reconstruction by electrical impedance tomography using structure-aware hybrid-fusion learning[J]. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2024, 243: 107861.

(责任编辑: 孙立华)