

DOI:10.11784/tdxbz202408012

基于改进平均力法的圆弧铣刀拐角铣削力预测

张俊¹, 郭德敏¹, 汤伟民¹, 葛姝翌¹, 李怡¹, 落海伟²

(1. 福州大学机械工程及自动化学院, 福州 350116; 2. 首都航天机械有限公司, 北京 100076)

摘要: 在圆弧铣刀铣削壁板类网格结构的拐角轮廓时, 刀具和工件的接触区域改变会引起铣削力的变化, 增加铣削过程的不稳定性, 影响工件加工精度. 为此, 针对圆弧铣刀拐角铣削力预测, 提出一种基于改进平均力法的变切宽铣削力精准预测模型. 首先, 根据刀具和工件的几何接触关系, 通过将铣削过程分为 5 个阶段, 分别推导各阶段的刀具径向切削宽度, 进而建立随轨迹变化的变切宽函数. 其次, 结合圆弧铣刀微元铣削力模型, 构建变切宽铣削力预测模型. 然后, 考虑刀具圆角对铣削力系数的影响, 对传统平均力法进行改进, 提出一种新的适用于圆弧铣刀的铣削力系数辨识方法, 提高变切宽铣削力预测模型在拐角加工中的预测精度. 该方法将铣削力系数视为关于刀具轴向高度的函数, 分别计算刀具不同部位的铣削力系数, 获得不同轴向高度下的铣削力系数函数. 最后, 以刀具轴向高度及每齿进给量为自变量, 设计了 40 组不同参数的铣削力系数辨识方案, 并开展了系数辨识实验和铣削力实验. 结果表明, 所提的铣削力系数辨识方法优于传统方法, 所构建的变切宽铣削力预测模型能够实现拐角铣削力变化规律的预测, 且理论与实验的三向力峰值相对误差小于 15%. 本文工作为拐角铣削路径优化提供了理论支撑.

关键词: 圆弧铣刀; 铣削力; 拐角铣削; 变切宽函数; 铣削力系数辨识

中图分类号: TG54

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2025)10-1083-12

Prediction of Corner Milling Forces for Circular-Arc Milling Cutters Using an Improved Average Force Method

Zhang Jun¹, Guo Demin¹, Tang Weimin¹, Ge Shuyi¹, Li Yi¹, Luo Haiwei²

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. Capital Aerospace Machinery Corporation Limited, Beijing 100076, China)

Abstract: When milling the corner profiles of wallboard-like grid structures using circular-arc milling cutters, the changing contact area between the tool and the workpiece results in variations in milling forces. These fluctuations increase the instability of the milling process and compromise the machining accuracy. To address this challenge, a precise prediction model for milling forces with variable cutting widths was proposed based on an improved average force method. By analyzing the geometric contact relationship between the tool and the workpiece, the milling process was divided into five phases. In each phase, the radial cutting width of the tool was calculated, enabling the establishment of a variable cutting width function that evolves with the tool trajectory. Integrating this function with a micro-element milling force model, a comprehensive prediction model for milling forces in circular-arc milling cutters was developed. To enhance the accuracy of milling force predictions in corner milling, an improved average force method was proposed, accounting for the influence of the tool's circular edge on the milling force coefficient. The milling force coefficient was treated as a function of the tool's axial height. Using the concept of integration, the milling force coefficients for different sections of the tool were calculated individually, resulting in a comprehensive milling force coefficient function varying with the axial height. To validate the effectiveness of the proposed coefficient identification method and prediction model, 40 different parameter sets for the milling force coefficient identi-

收稿日期: 2024-08-15; 修回日期: 2024-10-14.

作者简介: 张俊 (1981—), 男, 博士, 教授.

通信作者: 张俊, zhang_jun@fzu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52375009); 航天科技集团应用创新计划资助项目 (6230113006).

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52375009), the China Aerospace Science and Technology Corporation Application Innovation Program (No. 6230113006).

cation scheme were designed. These sets used the tool's axial height and feed per tooth as independent variables, and a series of milling experiments were conducted. The experimental results indicate that the proposed method significantly improves the accuracy of milling force predictions in corner milling, achieving a prediction error of less than 15%. This work is expected to provide a foundation for trajectory optimization in future research.

Keywords: circular-arc milling cutter; milling force; corner milling; variable cutting width function; milling force coefficient identification

壁板类构件在航空航天、汽车工业、船舶制造等领域中广泛应用,其特点是壁板薄、筋条多,构件内侧存在若干复杂的网格结构^[1-3]. 该类构件铣削时常采用圆弧铣刀,当刀具铣削至拐角轮廓时,刀具与工件的接触区域产生变化,进给速度、切宽进而发生改变,致使铣削力出现突变,增加铣削过程的不稳定性和机床-刀具系统的振动^[4-5]. 这类振动会降低工件表面加工质量,导致工件尺寸超差,加剧刀具磨损,甚至损坏机床. 因此,实现对网格拐角铣削力的准确预测有利于确定合理的铣削轨迹、降低加工振动的影响,对于提高壁板类构件加工质量、降低生产成本具有重要意义.

针对拐角铣削力预测问题,国内外学者开展了许多研究. 吴世雄等^[6]采用概率统计和回归分析原理,利用多元回归正交试验法获得了 15°、45°和 75°拐角下铣削力的经验模型. 然而,该方法依赖于大量试验数据,且无法适用于任意角度的拐角铣削力预测. 为了实现任意拐角下的铣削力预测,季思慧等^[7]基于离散刀位点方法,通过分析平底铣刀拐角铣削的几何关系,建立了拐角铣削过程中铣削加工参数和平均切屑厚度间的解析关系. Wu 等^[8]分析了平底铣刀铣削轨迹曲率对切屑厚度的影响,对线性铣削过程的铣削力模型进行修正,使其更适用于直线轨迹和拐角圆弧轨迹下的铣削力预测. Wu 等^[9]研究了加工参数与工件坐标之间的关系,通过逐段分析刀具与工件接触弧长变化,完成平底铣刀拐角铣削过程平均切削力的预测. Chen 等^[10]根据刀具和工件在不同加工路径下的接触情况,将拐角铣削过程分为若干段,逐段分析接触角和接触弧长的变化,进而形成平底铣刀拐角铣削过程铣削力的预测方法. 铣削力系数的辨识是影响铣削力预测精度的关键^[11-12],上述拐角铣削力预测模型中的铣削力系数的辨识均采用平均力法. 然而,传统的平均力法大多针对平底铣刀,无法适用于圆弧铣刀的铣削力系数精确辨识^[13-15].

为实现圆弧铣刀拐角铣削力的精确预测,本文提出一种变切宽铣削力预测模型,分析拐角圆弧轨迹下刀具-工件实际接触情况和改进铣削力系数辨识方法,以期提高模型预测准确度. 首先,根据刀具-工件

间的几何接触关系,建立随轨迹变化的分段式变切宽函数,并与微元铣削力模型相结合,构建拐角铣削下的变切宽铣削力预测模型(简称变切宽模型);其次,对模型中的系数辨识方法进行改进,将铣削力系数视为关于刀具轴向高度的函数,通过积分思想获得不同高度下的铣削力系数函数;最后,开展系数辨识实验和铣削力验证实验,以验证本文所提变切宽模型的准确性.

1 变切宽铣削力模型

1.1 微元铣削力基本模型

文献[16-18]给出了作用在无限小切削刃段的切向 dF_{tk} 、径向 dF_{rk} 和轴向 dF_{ak} 的微元铣削力分别为

$$\begin{cases} dF_{tk} = K_{tc} hdb + K_{te} dS \\ dF_{rk} = K_{rc} hdb + K_{re} dS \\ dF_{ak} = K_{ac} hdb + K_{ae} dS \end{cases} \quad (1)$$

式中: K_{tc} 、 K_{rc} 、 K_{ac} 分别为切向、径向、轴向剪切力系数; K_{te} 、 K_{re} 、 K_{ae} 分别为切向、径向、轴向犁切力系数; h 为瞬时切屑厚度; db 为切削刃微元的切削宽度,与刀具微元高度 dz 有关; dS 为切削刃微元长度. dz 、 db 、 dS 分别为

$$dz = \frac{a_p}{M} \quad (2)$$

$$db = \frac{dz}{\sin k_c} \quad (3)$$

$$dS = Pdz = \begin{cases} \sqrt{P_1 + P_2 + 1} dz & \text{圆角段} \\ \sqrt{P_1 + 1} dz & \text{圆柱段} \end{cases} \quad (4)$$

式中: a_p 为切深; M 为刀具微元个数; k_c 为刀具 z 高度上的轴向接触角; P 为切削刃微元长度函数; P_1 、 P_2 为中间变量. k_c 、 P_1 和 P_2 具体分别为

$$k_c = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{(R_k - R_r)}{r}\right) & \text{圆角段} \\ \frac{\pi}{2} & \text{圆柱段} \end{cases} \quad (5)$$

$$P_1 = R_k^2 \tan^2\left(\frac{\beta}{R}\right) \quad (6)$$

$$P_2 = (R_a - Z_k)^2 / [r^2 - (R_a - Z_k)^2] \quad (7)$$

$$R_k = \begin{cases} \sqrt{r^2 - (R_a - Z_k)^2} + R_r & \text{圆角段} \\ R_c & \text{圆柱段} \end{cases} \quad (8)$$

式中: R_k 为当前微元的回转半径; R_r 、 R_a 分别为刀具圆角圆心距坐标系的径向和轴向距离; β 为刀具螺旋角; R_c 为刀具半径; r 为刀具圆角半径; Z_k 为刀具微元轴向高度。

瞬时切屑厚度 h 随切削刃的位置而发生变化, 即

$$h = f_t \sin \varphi \sin k_c \quad (9)$$

式中: f_t 为每齿进给量; φ 为微元的径向接触角。

第 j 个切削刃 Z_k 高度上的径向接触角为

$$\varphi_j(z) = \varphi_0 + (j-1)\varphi_p - \phi(z) \quad (10)$$

式中: φ_0 为刀具转角; 刀具齿间角 $\varphi_p = 2\pi/N$, N 为刀具齿数; 微元高度 Z_k 处的滞后角 $\phi(z) = Z_k \tan(\beta/R)$ 。

利用切削刃的切入角、切出角与径向接触角之间的关系判断切削刃是否参与切削。当切削刃的径向接触角处于理论切入角和切出角之间时, 切削刃参与切削, 否则, 切削刃不参与切削。切削刃的浸没角可表示为

$$\varphi_s = \arccos\left(\frac{R_k - a_e}{R_k}\right) \quad (11)$$

式中 a_e 为切宽。

切削刃的切入角、切出角与刀具铣削方向有关, 即

$$\begin{cases} \varphi_{st} = \varphi_{ex} - \varphi_s, \varphi_{ex} = \pi & \text{顺铣} \\ \varphi_{st} = 0, \varphi_{ex} = \varphi_{st} + \varphi_s & \text{逆铣} \end{cases} \quad (12)$$

式中 φ_{st} 、 φ_{ex} 分别表示切入角、切出角。

根据微元铣削力和刀具坐标系之间的位置关系, 将式(1)通过变换矩阵 T 转换至刀具坐标系 $O-xyz$ 下 x (进给)、 y (法向)、 z (轴向)方向上的分量, 即

$$\begin{bmatrix} dF_{xk} \\ dF_{yk} \\ dF_{zk} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} dF_{tk} \\ dF_{ak} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_j & -\sin \varphi_j \sin k_c & \sin \varphi_j \cos k_c \\ \sin \varphi_j & -\cos \varphi_j \sin k_c & \cos \varphi_j \cos k_c \\ 0 & \cos k_c & \sin k_c \end{bmatrix} \quad (14)$$

1.2 拐角轨迹下的变切宽函数

壁板类工件的网格铣削中, 刀具走刀轨迹同时包含直线轨迹和拐角轨迹。在直线轨迹下, 刀具的切削用量可近似为恒定值。但在拐角轨迹下, 刀具与工件接触范围在拐角处突增, 导致实际切宽增大, 进而引起铣削力增大。同时, 受圆弧铣刀底部圆角的影响,

不同轴向高度上的刀具微元半径不同, 切宽变化情况不同。为明晰拐角轨迹下切宽变化规律, 以单一刀具微元段为对象, 对刀具拐角轨迹分段讨论, 并以典型的 90° 拐角为例建立随轨迹变化的切宽函数。

以工件拐角外侧角点为原点, 建立工件坐标系 $O_w-X_wY_w$, 刀具坐标系 $O-xyz$, 如图 1 所示。图中: R_0 为刀具拐角圆弧轨迹半径; R_1 为工件初始轮廓圆弧半径; R_2 为切削后工件轮廓圆弧半径; s 为切削后工件的壁厚; a_{e0} 为初始切宽; n 为刀具转速; v 为进给速度。

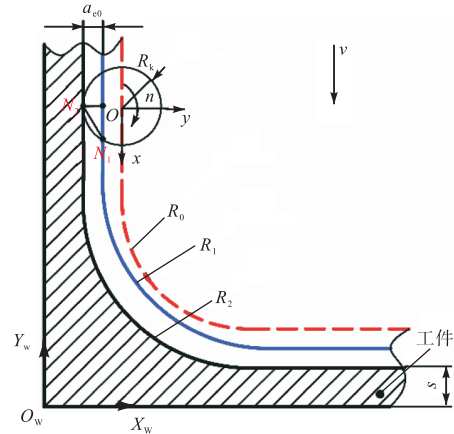


图 1 拐角铣削几何关系示意

Fig.1 Schematic illustrating the geometric relationships in corner milling

图 1 中, 刀具轮廓与工件初始轮廓交点为 N_1 , 与切削后的工件轮廓交点为 N_2 。在工件坐标系下, 点 N_1 和点 N_2 的坐标分别为 (x_{N_1}, y_{N_1}) 和 (x_{N_2}, y_{N_2}) , 两点距离记为 L 。根据几何关系, 刀具在走刀轨迹上任意位置的切宽可表示为

$$a_e = \frac{L^2}{2R_k} = \frac{(x_{N_1} - x_{N_2})^2 + (y_{N_1} - y_{N_2})^2}{2R_k} \quad (15)$$

在拐角铣削时, 刀具与工件轮廓的两个接触点的距离将随刀具中心位置的变化而变化。当初始切宽小于刀具半径时, 刀具从进入拐角铣削到完成拐角铣削有 6 个典型位置, 对应的刀具中心分别为轨迹上的 a 、 b 、 c 、 d 、 e 和 f , 如图 2 所示。图中: $O(x_o, y_o)$ 为刀具圆心坐标; $O_1(x_{o_1}, y_{o_1})$ 为工件初始轮廓的圆弧圆心坐标; $O_2(x_{o_2}, y_{o_2})$ 为切削后工件轮廓的圆弧圆心坐标; α 为刀具中心相对于切削后工件的圆弧轮廓中心转动的角度。

在 a 点处, 刀具中心处于直线轨迹上, 刀具轮廓不与工件的圆弧轮廓相交, 刀具尚未开始工件的拐角铣削; 在 b 点处, 刀具中心仍处于直线轨迹上, 但刀具轮廓恰好与工件初始轮廓圆弧起始点相交, 刀具开

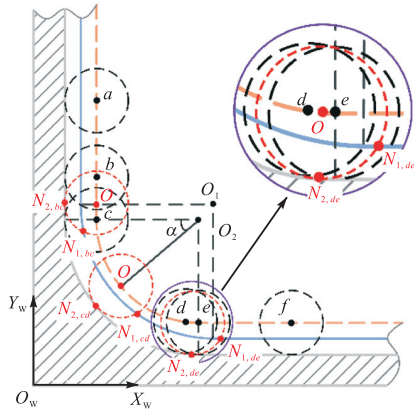


图 2 拐角铣削 6 个典型位置及交点示意

Fig.2 Schematic of six typical positions and intersection points in corner milling

始进行工件的拐角铣削;在 c 点处,刀具中心恰好处于拐角圆弧轨迹起始点,刀具轮廓与切削后的工件轮廓圆弧起始点相交;在 d 点处,刀具中心仍处于拐角圆弧轨迹上,刀具轮廓恰好与工件初始轮廓圆弧终点相交;在 e 点处,刀具中心恰好处于拐角圆弧轨迹终点,刀具轮廓与切削后的工件轮廓圆弧终点相交;在 f 点处,刀具中心处于另一段直线轨迹上,刀具轮廓不与工件的圆弧轮廓相交.此时,刀具完成工件的拐角铣削.

根据刀具与工件的接触情况,上述拐角铣削轨迹可分为 5 个阶段,各个阶段的切宽分析如下.

1) $a \rightarrow b$ 阶段

刀具轨迹为直线,刀具轮廓既不与工件初始轮廓的圆弧部分相交,也不与切削后工件轮廓的圆弧部分相交.此时,刀具保持恒定切宽,与初始切宽 a_{e0} 相等,即

$$a_e = a_{e0} \tag{16}$$

2) $b \rightarrow c$ 阶段

刀具轨迹仍为直线,但刀具轮廓开始与工件初始轮廓的圆弧部分相交,刀具切宽开始改变.此时,刀具轮廓与工件初始轮廓交点 $N_{1,bc}$ 坐标 $(x_{1,bc}, y_{1,bc})$ 可由几何关系联立方程组(17)确定,即

$$\begin{cases} (x_{1,bc} - x_o)^2 + (y_{1,bc} - y_o)^2 = R_k^2 \\ (x_{1,bc} - x_{o1})^2 + (y_{1,bc} - y_{o1})^2 = R_1^2 \end{cases} \tag{17}$$

此阶段,切宽为

$$a_e = \frac{L_{bc}^2}{2R_k} = \frac{(x_{1,bc} - x_{2,bc})^2 + (y_{1,bc} - y_{2,bc})^2}{2R_k} \tag{18}$$

式中 L_{bc} 为 b 点与 c 点之间的距离

3) $c \rightarrow d$ 阶段

刀具中心进入拐角圆弧轨迹,刀具开始切削工件圆弧部分,则有

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{x_{o2} - x_o}{R_2 - R_k} \\ \cos \alpha = \frac{y_{o2} - y_o}{R_2 - R_k} \end{cases} \tag{19}$$

此时,刀具轮廓与工件初始轮廓交点 $N_{1,cd}$ 坐标 $(x_{1,cd}, y_{1,cd})$ 可由几何关系联立方程组(20)确定,即

$$\begin{cases} (x_{1,cd} - x_o)^2 + (y_{1,cd} - y_o)^2 = R_k^2 \\ (x_{1,cd} - x_{o1})^2 + (y_{1,cd} - y_{o1})^2 = R_1^2 \end{cases} \tag{20}$$

刀具轮廓与切削后工件轮廓的圆弧部分相切,切点 $N_{2,cd}$ 坐标 $(x_{2,cd}, y_{2,cd})$ 可由刀具中心坐标和刀具中心转动角度 α 确定,即

$$\begin{cases} x_{2,cd} = x_o - R_k \sin \alpha \\ y_{2,cd} = y_o - R_k \cos \alpha \end{cases} \tag{21}$$

此阶段,切宽为

$$a_e = \frac{L_{cd}^2}{2R_k} = \frac{(x_{1,cd} - x_{2,cd})^2 + (y_{1,cd} - y_{2,cd})^2}{2R_k} \tag{22}$$

式中 L_{cd} 为 c 点与 d 点之间的距离.

4) $d \rightarrow e$ 阶段

刀具中心仍位于拐角圆弧轨迹内,但刀具已完成工件圆弧段铣削,刀具轮廓开始与工件初始轮廓的直线部分相交.此时,刀具轮廓与工件初始轮廓交点 $N_{1,de}$ 坐标 $(x_{1,de}, y_{1,de})$ 的计算方程组为

$$\begin{cases} (x_{1,de} - x_o)^2 + (y_{1,de} - y_o)^2 = R_k^2 \\ (x_{1,de} - x_{o1})^2 + (y_{1,de} - y_{o1})^2 = R_1^2 \end{cases} \tag{23}$$

刀具轮廓依然与切削后工件轮廓的圆弧部分相切,切点 $N_{2,de}$ 坐标 $(x_{2,de}, y_{2,de})$ 计算式为

$$\begin{cases} (x_{1,de} - x_o)^2 + (y_{1,de} - y_o)^2 = R_k^2 \\ y_{2,de} = s + a_{e0} \end{cases} \tag{24}$$

此阶段,切宽为

$$a_e = \frac{L_{de}^2}{2R_k} = \frac{(x_{1,de} - x_{2,de})^2 + (y_{1,de} - y_{2,de})^2}{2R_k} \tag{25}$$

式中 L_{de} 为 d 点与 e 点之间的距离.

5) $e \rightarrow f$ 阶段

刀具中心退出拐角圆弧轨迹,进入直线轨迹段,刀具完成拐角铣削.此时,刀具保持恒定切宽,与初始切宽 a_{e0} 相等,为

$$a_e = a_{e0} \tag{26}$$

上述为初始切宽 a_{e0} 与刀具半径 R 满足条件 $a_{e0} < R$ 下的分析过程.同理,当初始切宽 a_{e0} 与刀具半径 R 满足条件 $a_{e0} \geq R$ 时,对刀具中心在走刀轨迹各个阶段分析可得相应阶段的切宽,分析步骤与前述

相同, 此处不再赘述. 然而在 $d \rightarrow e$ 阶段, 当刀具完成工件圆弧段轮廓铣削时, 刀具中心刚好进入直线轨迹段, 即 d 点和 e 点重合. 因此, 该情况下的切宽函数无 $d \rightarrow e$ 段.

1.3 变切宽铣削力计算

通过将第 1.2 节分析求得的拐角铣削各阶段切宽表达式代入式 (11) 得切削刃的浸没角, 再根据具体的顺逆铣加工工艺确定刀具切削刃的切入角、切出角, 并由式 (13) 求得刀具在刀具坐标系下的微元铣削力. 对刀具坐标系下的铣削力微元进行积分, 即可求得作用在刀具上的三向总铣削力.

由于刀具坐标系的进给方向 x 随着拐角铣削路径时刻变化, 刀具坐标系 O_{-xyz} 与工件坐标系 $O_w-X_wY_wZ_w$ 之间的夹角 ε 随之改变. 由图 1 和图 2 可知, 各阶段下 ε 的大小为

$$\varepsilon = \begin{cases} -90^\circ & a \rightarrow c \\ -90^\circ + \alpha & c \rightarrow e \\ 0^\circ & e \rightarrow f \end{cases} \quad (27)$$

因此, 根据刀具坐标系与工件坐标系之间的关系, 将刀具坐标系上的三向总铣削力通过变换矩阵 $T_{cw}(\varepsilon)$ 变换至工件坐标系下的三向总铣削力, 表达式为

$$\mathbf{F} = (F_{xw} \ F_{yw} \ F_{zw})^T = T_{cw}(\varepsilon) \cdot \left(\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M dF_{x,jk} \quad \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M dF_{y,jk} \quad \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M dF_{z,jk} \right)^T \quad (28)$$

式中 M 为刀具微元轴向离散个数.

$$T_{cw}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

变切宽铣削力具体求解流程如图 3 所示.

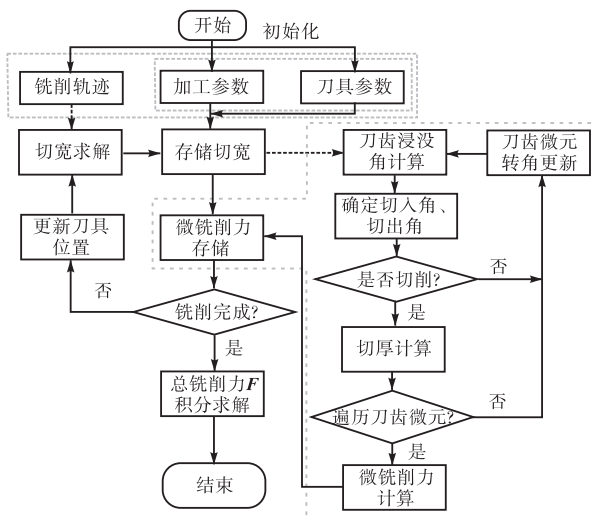


图 3 变切宽铣削力求解流程

Fig.3 Flow chart of the solution for variable cutting width milling forces

2 铣削力系数辨识方法

在传统的平均力法中, 将圆弧铣刀等效为平底铣刀, 忽略铣刀圆角段对系数的影响, 认为铣削力系数是常数^[19]. 然而, 该近似等效增大了圆弧铣刀铣削力预测模型的预测误差. 为准确计算圆弧铣刀的铣削力系数, 对传统平均力法进行改进, 提出一种考虑刀具圆角的铣削力系数辨识方法.

根据式 (1) 和式 (13), 在刀具的一个接触周期内对微元铣削力进行积分, 再将积分结果除以接触周期内的角位移 (齿间角 φ_p), 即可获得每个刀具周期内的平均力, 则平均力与切削力系数之间存在关系为

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varphi_p} \int_{\varphi_{st}}^{\varphi_{ex}} F_x(\varphi) d\varphi \\ \frac{1}{\varphi_p} \int_{\varphi_{st}}^{\varphi_{ex}} F_y(\varphi) d\varphi \\ \frac{1}{\varphi_p} \int_{\varphi_{st}}^{\varphi_{ex}} F_z(\varphi) d\varphi \end{bmatrix} = \frac{\iint A_c K_c d\varphi dz}{\varphi_p} f_t + \frac{\iint A_e K_e d\varphi dz}{\varphi_p} \quad (30)$$

式中: 剪切力系数向量 $\mathbf{K}_c = [K_{tc} \ K_{rc} \ K_{ac}]^T$; 犁切力系数向量 $\mathbf{K}_e = [K_{te} \ K_{re} \ K_{ae}]^T$; A_c 和 A_e 均为与铣削力坐标变换相关的系数矩阵, 分别为

$$A_c = \begin{bmatrix} \frac{\sin(2\varphi)}{2} & -\sin^2 \varphi \sin k_c & \sin^2 \varphi \cos k_c \\ \sin^2 \varphi & -\frac{\sin(2\varphi)}{2} \sin k_c & \frac{\sin(2\varphi)}{2} \cos k_c \\ 0 & \sin \varphi \cos k_c & \sin \varphi \sin k_c \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} -\cos \varphi & -\sin \varphi \sin k_c & \sin \varphi \cos k_c \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \sin k_c & \cos \varphi \cos k_c \\ 0 & \cos k_c & \sin k_c \end{bmatrix} P \quad (32)$$

当刀具切宽恒定, 平均铣削力可简化为

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{B}_c f_t + \mathbf{B}_e \quad (33)$$

式中: $\mathbf{B}_c = [B_{cx} \ B_{cy} \ B_{cz}]^T$; $\mathbf{B}_e = [B_{ex} \ B_{ey} \ B_{ez}]^T$, 可由实测平均力和每齿进给量拟合得到.

(1) 在刀具切削刃圆角段, 刀刃的径向切入角、切出角、轴向接触角均为切削微元轴向高度的函数, 平均力函数系数 \mathbf{B}_c 、 \mathbf{B}_e 分别记为

$$\mathbf{B}_g(z) = \frac{\iint A_g K_g d\varphi dz}{\varphi_p} \quad g = c, e \quad (34)$$

当切宽 a_c 确定, 在任意轴向高度 z 的平均力为

$$\bar{\mathbf{F}}(z) = \mathbf{B}_c(z) f_t + \mathbf{B}_e(z) \quad (35)$$

若引入平均力函数系数变化量 ΔB_c 和 ΔB_e , 在任意轴向高度 $(z + \Delta z)$ 的平均力可表示为

$$\begin{aligned} \bar{F}(z + \Delta z) &= [B_c(z) + \Delta B_c(z)]f_i + \\ & [B_e(z) + \Delta B_e(z)] = \\ & B_c(z + \Delta z)f_i + B_e(z + \Delta z) \end{aligned} \quad (36)$$

由式(34)可知,

$$\frac{\Delta B_g(z)}{\Delta z} = \frac{B_g(z + \Delta z) - B_g(z)}{\Delta z} \quad g = c, e \quad (37)$$

当 $\Delta z \rightarrow 0$ 时, 式(37)等号左侧和右侧分别为

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta B_c(z)}{\Delta z} = B'_c(z) \quad (38)$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta B_c(z + \Delta z) - B_c(z)}{\Delta z} = \frac{K_c \int A_c d\varphi}{\varphi_p} \quad (39)$$

因此, 可得剪切力系数向量为

$$K_c = \frac{\varphi_p B'_c(z)}{\int A_c d\varphi} \quad (40)$$

同理, 可得犁切力系数向量为

$$K_e = \frac{\varphi_p B'_e(z)}{\int A_e d\varphi} \quad (41)$$

(2) 在刀具切削刃直线段, 刀刃的径向切入角、切出角、轴向接触角、铣削力系数均为常数, $\int A_c d\varphi$ 和 $\int A_e d\varphi$ 均为定积分, 平均力函数系数 B_c 、 B_e 分别为

$$B_g = \frac{a_p K_g \int A_g d\varphi}{\varphi_p} \quad g = c, e \quad (42)$$

当刀具直线段参与切削时, 铣削力系数表示为

$$K_c = \frac{\varphi_p B_c}{a_p \int A_c d\varphi} \quad (43)$$

$$K_e = \frac{\varphi_p B_e}{a_p \int A_e d\varphi} \quad (44)$$

为判断铣削力系数拟合效果, 引入相关性系数分析. 相关性系数计算式为

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} \left(\bar{F}_i - \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} \bar{F}_i \right)^2 - \sum_{i=1}^{N_m} E_i^2}{\sum_{i=1}^{N_m} \left(\bar{F}_i - \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} \bar{F}_i \right)^2} \quad (45)$$

式中: N_m 为参与拟合的进给速度组数; \bar{F}_i 为第 i 组进给速度下的实测平均力; E_i 为第 i 组进给速度下铣削力实测值与其拟合值之间的误差, 可表示为

$$E_i = \bar{F}_i - Af_{i,i} - B \quad (46)$$

式中: A 为线性拟合的直线斜率; B 为线性拟合的直线截距; $f_{i,i}$ 为第 i 组进给速度下的每齿进给量.

3 实验验证

3.1 实验条件

在数控铣床(Mazak VARIAXIS 500-5X II)上开展相应铣削实验. 测试刀具为 2 刃 XAL 涂层硬质合金圆角形铣刀, 底刃圆角半径 2.5 mm, 刀具直径 8 mm, 螺旋角 30°, 测试工件材料为铝合金 7075. 测试过程中, 采用六分量测力仪(型号为 Kistler 9272)测量铣削力, 使用多通道电荷放大器(型号为 Kistler 5167A)和 Kistler 数据采集软件采集铣削力信号. 测试现场实验布置如图 4 所示.

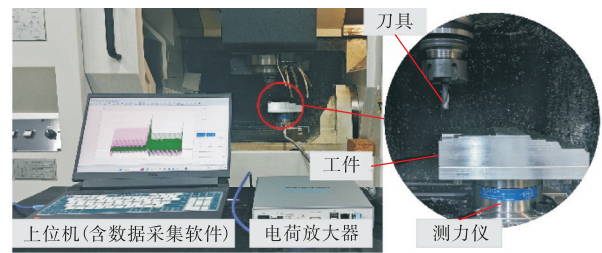


图 4 铣削实验现场

Fig.4 Milling experiment setup

3.2 铣削力系数辨识实验

根据第 2 节铣削力系数辨识方法可知, 铣削力系数与平均力函数 $\bar{F}(z)$ 的斜率 $B_c(z)$ 、截距 $B_e(z)$ 、斜率函数的导数 $B'_c(z)$ 及截距函数的导数 $B'_e(z)$ 直接相关. 因此, 本文所提圆弧铣刀铣削力系数辨识方法具体步骤如下.

步骤 1 根据不同切深 a_p 确定若干大组, 在每一大组内以每齿进给量 f_i 为单一变量确定若干小组, 采用待测刀具开展铣削实验, 采集并计算相应参数组的平均铣削力 \bar{F}_x 、 \bar{F}_y 、 \bar{F}_z .

步骤 2 在同一高度 z 下, 以每齿进给量 f_i 为自变量, 平均铣削力 \bar{F}_x 、 \bar{F}_y 、 \bar{F}_z 为因变量, 开展函数拟合, 获得平均铣削力拟合函数的斜率 $B_c(z)$ 和截距 $B_e(z)$.

步骤 3 以高度 z 为自变量, 分别以平均力拟合函数的斜率 $B_c(z)$ 和截距 $B_e(z)$ 为因变量, 开展函数拟合, 获得不同高度下的斜率拟合函数和截距拟合函数, 并计算不同高度下的斜率函数的导数 $B'_c(z)$ 和截距函数的导数 $B'_e(z)$.

步骤 4 刀具圆角段采用式(40)和式(41)计算刀具铣削力系数 K_c 、 K_e , 刀具直线段采用式(43)和式(44)计算铣削力系数 K_c 、 K_e , 并以分段函数形式在切削刃总长范围内绘制不同高度下的铣削力系数

曲线。

测试时, 刀刃圆角段内按切深分为 5 个大组, 每组切深增量为 0.5 mm, 刀刃直线段上按切深分为 3 个大组, 每组切深增量为 0.5 mm. 各大组每齿进给量相同, 每个大组内以每齿进给量为单一变量分为 5 小组, 从 0.002 mm 到 0.006 mm, 增量为 0.001 mm, 实验参数组共计 40 小组. 每个小组的主轴转速均为 4 000 r/min, 切宽均为 3 mm, 铣削方式均为顺铣.

根据平均力测试结果, 依次对每个大组内不同进给速度的平均力进行线性拟合, 得到每个大组内平均力函数的斜率和截距, 再对各大组的平均力函数的斜率和截距进行多项式拟合, 得到不同高度下的平均力函数斜率和截距, 如图 5 所示.

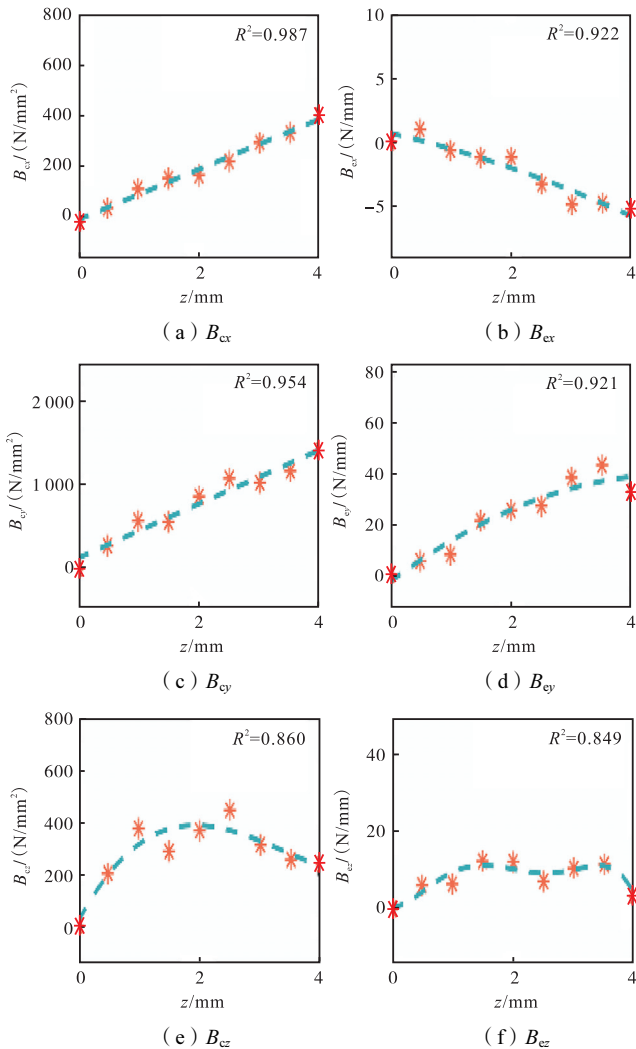


图 5 不同高度下的平均力拟合斜率和拟合截距

Fig.5 Fitted slope and intercept of average force at various heights

基于多项式函数拟合, 得到不同高度下的三向平均力函数的斜率 B_{cx} 、 B_{cy} 、 B_{cz} , 以及截距 B_{cx} 、 B_{cy} 、 B_{cz} 分别为

$$\begin{cases} B_{cx} = 96.655z + 8.1977 \\ B_{cy} = 326.51z + 124.82 \\ B_{cz} = 15.941z^3 - 161.83z^2 + 446.6z + 10.615 \\ B_{cx} = -0.1335z^2 - 1.095z + 0.688 \\ B_{cy} = -1.929z^2 + 18.196z - 2.8831 \\ B_{cz} = -0.7994z^5 + 7.4539z^4 - 23.526z^3 + 26.279z^2 - 0.3659z + 0.3851 \end{cases} \quad (47)$$

根据不同高度下的平均力函数斜率 $B_c(z)$ 和截距 $B_c(z)$ 及其导数, 可进一步计算得到不同高度下的剪切力系数 K_{tc} 、 K_{rc} 、 K_{ac} , 以及犁切力系数 K_{te} 、 K_{re} 、 K_{ae} , 如图 6 所示.

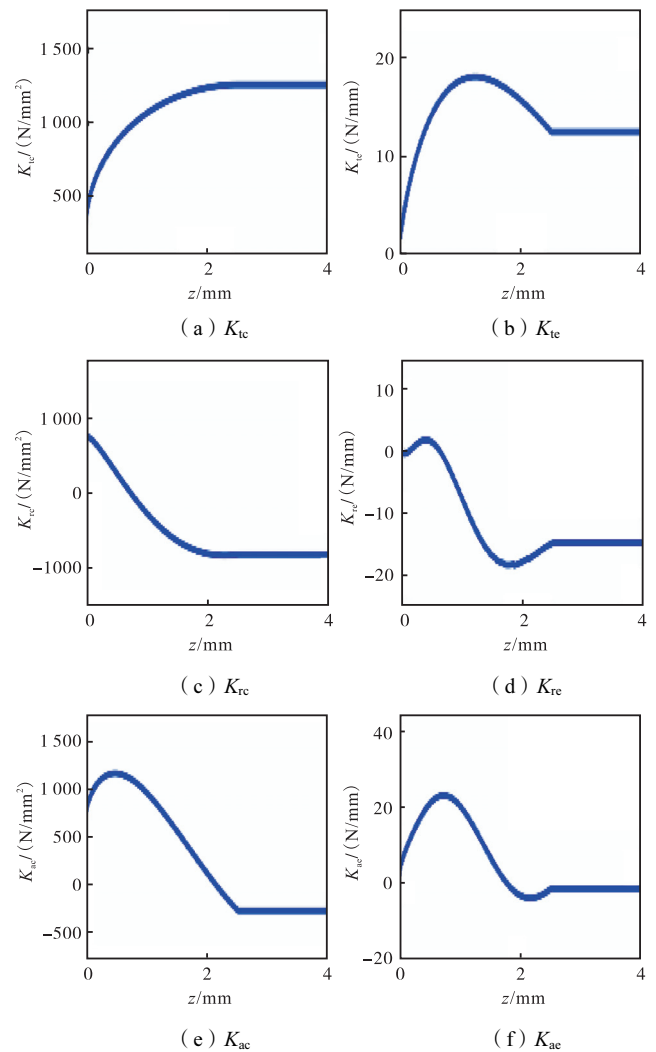


图 6 不同高度下的铣削力系数

Fig.6 Milling force coefficients at various heights

3.3 铣削力验证实验

为验证铣削力系数辨识结果和变切宽铣削力模型的正确性, 依次开展直线轨迹和拐角轨迹下的铣削实验. 为减少复杂刀具轨迹的影响, 实验时每次只走直线轨迹或拐角轨迹, 如图 7 所示. 其中, a→b 段与

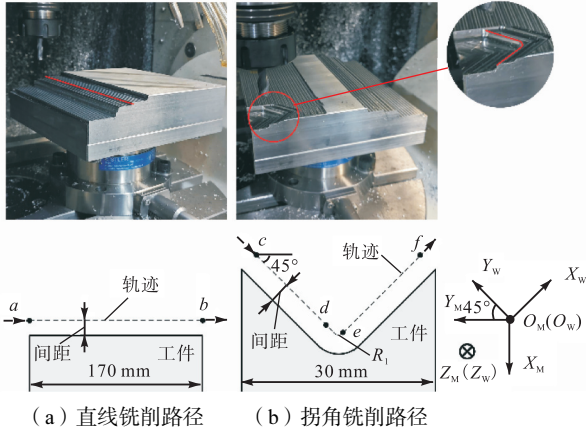


图 7 直线铣削与拐角铣削测试

Fig.7 Straight milling and corner milling tests

$c \rightarrow f$ 段分别为直线铣削和拐角铣削工况;拐角铣削时,为了方便实验连续开展,刀具进给方向与水平方向呈 45° , $d \rightarrow e$ 段为拐角铣削中刀具工件接触区域变化部分;间距为刀具半径与切宽的差。

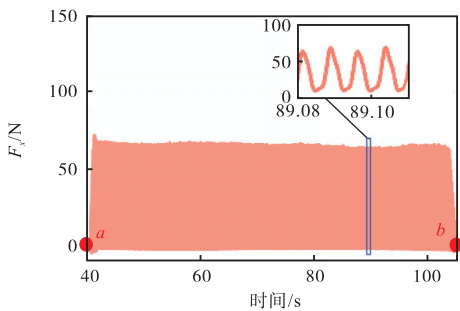
本次测试包含了 2 组直线铣削和 1 组拐角铣削验证实验,切削参数如表 1 所示. 直线和拐角铣削实测数据如图 8~10 所示。

在本文系数辨识实验数据基础上,采用文献[19]中所提的传统平均力法辨识的结果 ($K_{tc} = 226.7 \text{ N/mm}^2$; $K_{rc} = 875.1 \text{ N/mm}^2$; $K_{ac} = 308.0 \text{ N/mm}^2$; $K_{te} = 25.4 \text{ N/mm}$; $K_{re} = -2.5 \text{ N/mm}$; $K_{ae} = 8.7 \text{ N/mm}$) 和采用本文提出的改进平均力法辨识的铣削力系数

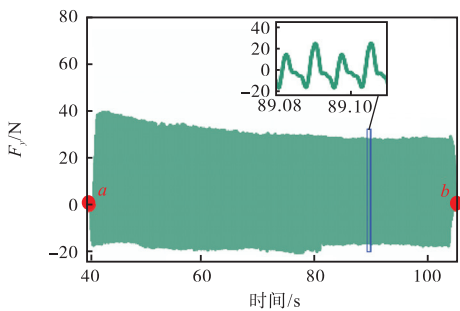
表 1 铣削力验证参数

Tab.1 Milling force verification parameters

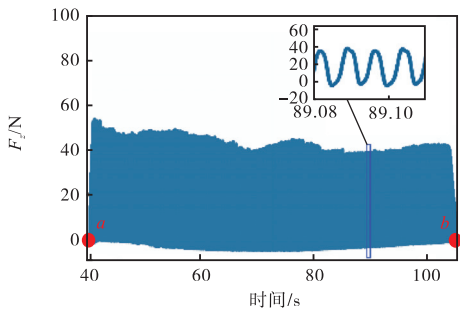
实验编号	切深 a_p /mm	切宽 a_e /mm	每齿进给量 f_1 /(mm/齿)	主轴转速/(r/min)	进给速度 v /(mm/min)	铣削轨迹	圆弧半径 R_0 /mm
A01	1.0	3.0	0.02	4 000	160	直线	
A02	3.5	3.0	0.02	4 000	160	直线	
J01	5.0	0.5	0.02	5 000	200	拐角	1



(a) F_x



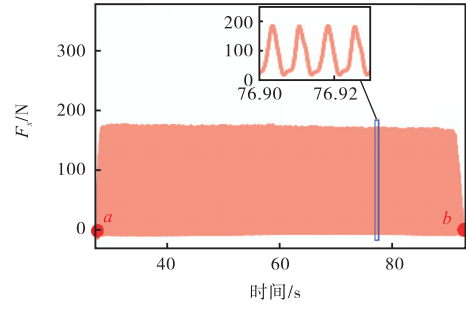
(b) F_y



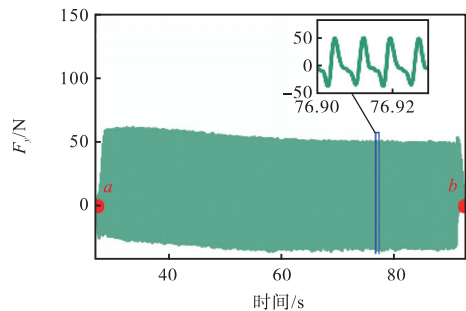
(c) F_z

图 8 A01 验证组实测铣削力数据

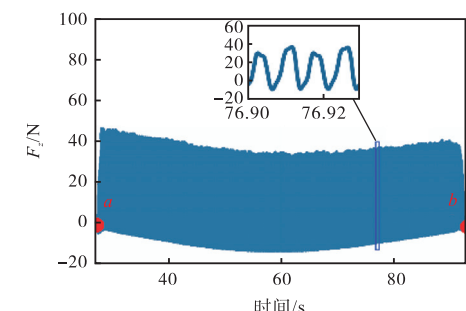
Fig.8 Measured milling force data for A01 validation set



(a) F_x



(b) F_y



(c) F_z

图 9 A02 验证组实测铣削力数据

Fig.9 Measured milling force data for A02 validation set

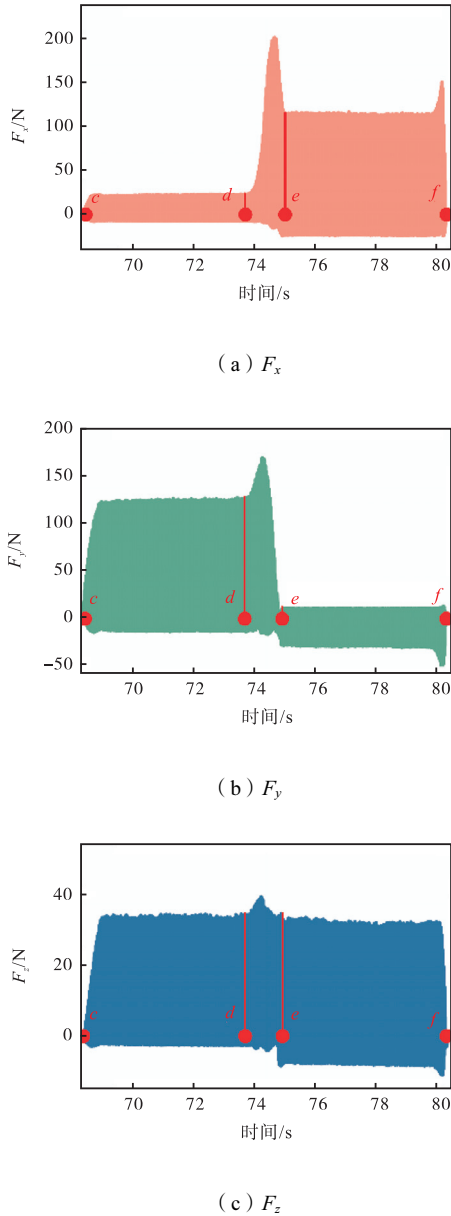


图 10 J01 验证组实测铣削力数据

Fig.10 Measured milling force data for J01 validation set

(图 6), 将其代入直线与拐角铣削力模型中, 获得的仿真结果和实测数据对比如图 11 ~ 13 所示. 其中, 由于拐角铣削时, 刀具进给方向与水平成 45° , 导致工件坐标系与测力仪坐标系之间存在角度差(图 7(b)). 因此, 为保证数据的一致性, 将模型仿真的三向铣削力数据采用式 (48) 转换至测力仪坐标系上.

$$T_{wm} = \begin{bmatrix} -\cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

从图 11 ~ 13 的对比结果可以看出, 本文提出的考虑刀具圆角的改进平均力法在三向铣削力预测上, 预测结果的趋势和峰值均与实测结果基本吻合, 明显

优于传统平均力法, 证明了本文所提的系数辨识方法的优越性. 从图 13 拐角轨迹铣削力对比结果可以看出, 采用本文提出的系数辨识结果预测的拐角铣削力变化范围和变化趋势与实测结果基本吻合, 铣削力变化值基本相近, 三向力峰值预测值与实测结果相对误差分别为 13.1%、1.2% 和 8.4%, 误差在可接受的范围内, 误差主要由仪器采集误差和仿真计算时参数近似带来的误差. 此外, 仿真结果中切宽随轨迹变化的情况与实测铣削力的突变情况相符, 能够很好地反映铣削力的突变规律, 验证了本文所构建的变切宽模型的正确性.

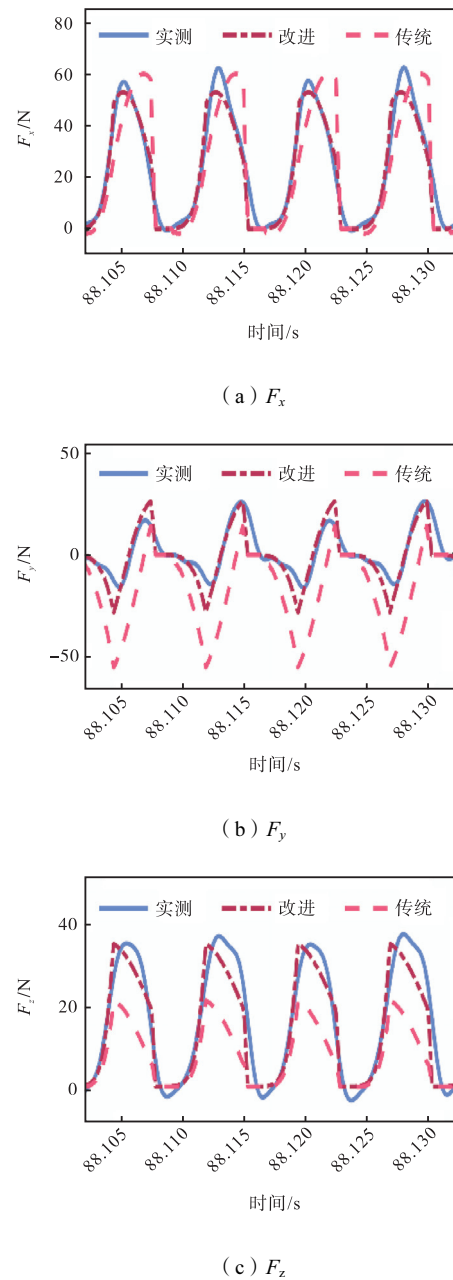


图 11 A01 组铣削力对比

Fig.11 Comparison of milling force for A01 set

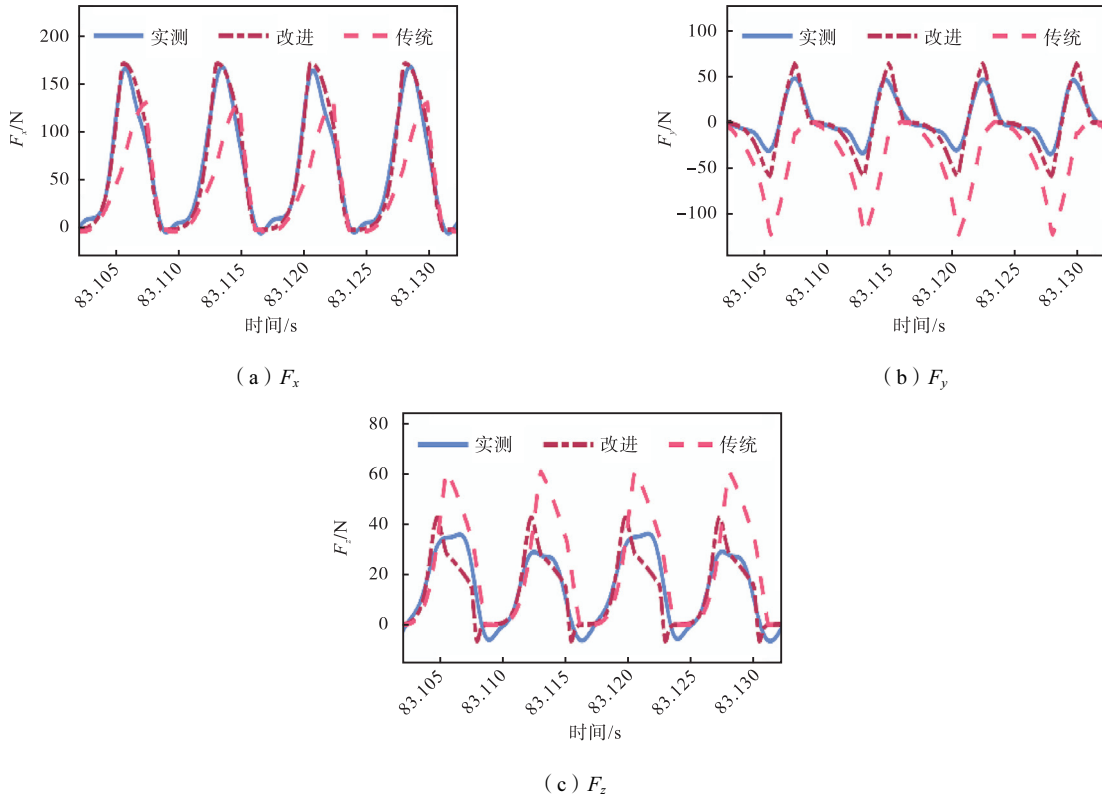


图 12 A02的铣削力对比

Fig.12 Comparison of milling force for A02 set

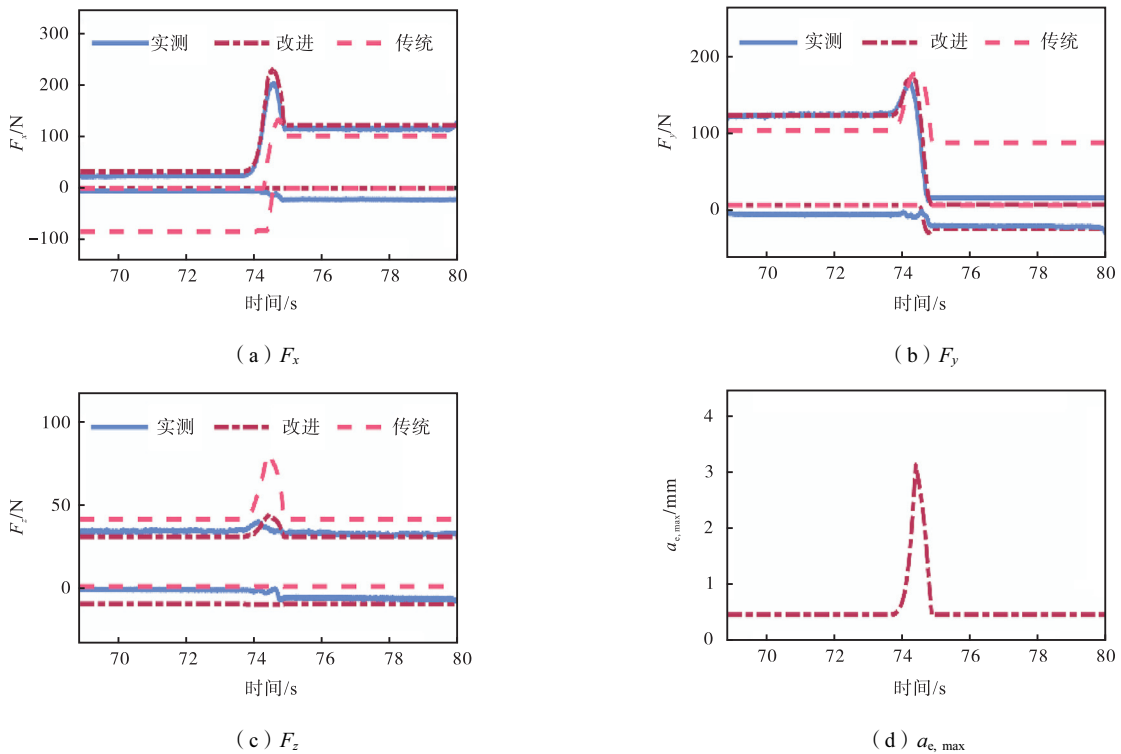


图 13 J01组铣削力对比

Fig.13 Comparison of milling force for J01 set

4 结论

(1) 根据刀具与工件之间的实际接触关系,建立

随轨迹变化的变切宽函数,并对铣削力系数辨识方法进行改进,构建基于改进平均力法的变切宽铣削力精准预测模型.

(2) 开展了铣削力系数辨识实验和铣削力验证实验,以刀具轴向高度及每齿进给量为参变量,设计了40组不同参数的铣削力系数辨识方案,获得了随刀具高度变化的铣削力系数函数,为拐角铣削力的精确预测奠定了基础。

(3) 理论与实验对比结果表明,本文所提的改进平均力法优于传统方法,所构建的变切宽铣削力预测模型能够实现拐角铣削时铣削力变化规律的预测,三向力峰值相对误差均小于15%,为拐角铣削轨迹优化研究奠定了基础。

参考文献:

- [1] 王建山,何天宇,肖聚亮,等. 镜像铣加工过程中薄壁工件变形和振动的预测[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2022, 55(3): 263-272.
Wang Jianshan, He Tianyu, Xiao Juliang, et al. Prediction of deflection and vibration of thin-walled workpiece during mirror-milling process[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2022, 55(3): 263-272(in Chinese).
- [2] Ding M N, Liu X L, Yue C X, et al. Research on design and milling performance of unequal gradient helix and variable pitch end mill[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 106: 347-362.
- [3] Bao Y, Wang B, He Z X, et al. Recent progress in flexible supporting technology for aerospace thin-walled parts: A review[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(3): 10-26.
- [4] 刘献礼,丁云鹏,岳彩旭,等. 基于载荷控制的拐角铣削进给优化[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 189-196.
Liu Xianli, Ding Yunpeng, Yue Caixu, et al. Feedrate optimization based on load control for corner-milling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(19): 189-196(in Chinese).
- [5] 代煜,贾宾,张建勋,等. 基于振动反馈的铣削机器人运动控制[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2020, 53(10): 1093-1100.
Dai Yu, Jia Bin, Zhang Jianxun, et al. Motion control of milling robot based on vibration feedback[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2020, 53(10): 1093-1100(in Chinese).
- [6] 吴世雄,栾陆杰,钟文斌,等. 拐角高速加工铣削力预测[J]. 现代制造工程, 2013(5): 7-10.
Wu Shixiong, Luan Lujie, Zhong Wenbin, et al. A corner milling force prediction for high speed machining[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2013(5): 7-10(in Chinese).
- [7] 季思慧,刘献礼,李茂月,等. 汽车模具拐角加工铣削力建模及仿真[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2016, 21(4): 50-58.
Ji Sihui, Liu Xianli, Li Maoyue, et al. Modeling and simulation on milling forces in automobile mould corner[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2016, 21(4): 50-58(in Chinese).
- [8] Wu B H, Yan X, Luo M, et al. Cutting force prediction for circular end milling process[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 1057-1063.
- [9] Wu Q, Zhang Y, Zhang H. Corner-milling of thin walled cavities on aeronautical components[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(6): 677-684.
- [10] Chen Z T, Yue C X, Liu X L, et al. Corner milling force prediction and improvement method of aviation thin-walled structural parts[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 126: 2785-2801.
- [11] Guo M L, Wei Z C, Wang M J, Li S Q. An identification model of cutting force coefficients for five-axis ball-end milling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 99: 937-949.
- [12] 岳彩旭,郝小乐,王彦武,等. 基于瞬时铣削力系数法的拼接模具铣削稳定性研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(21): 71-79.
Yue Caixu, Hao Xiaole, Wang Yanwu, et al. Milling stability of splicing dies based on instantaneous milling force coefficient method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(21): 71-79(in Chinese).
- [13] Budak E, Altintas Y, Armarego E J A. Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data[J]. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1996, 118(2): 216-224.
- [14] Yoon M C, Kim Y G. Cutting dynamic force modeling of end milling operation[J]. Journal of Materials Proc-

- essing Technology, 2004, 155(1): 1383-1389.
- [15] 李忠群, 刘 强. R 刀切削力系数辨识及动态切削力建模[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4): 207-211.
Li Zhongqun, Liu Qiang. Identification of cutting force coefficients for R-type tools and dynamic cutting force modeling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4): 207-211 (in Chinese).
- [16] Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design[M]. New York: Cambridge University Press, 2012.
- [17] Altintas Y, Lee P. Mechanics and dynamics of ball end milling[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1998, 120(4): 684-692.
- [18] Engin S, Altintas Y. Mechanics and dynamics of general milling cutters, part I: Helical end mills[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2001, 41(15): 2195-2212.
- [19] Wang M H, Guo L, Zheng Y H. An examination of the fundamental mechanics of cutting force coefficients[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2014, 78: 1-7.

(责任编辑: 王晓燕)