

DOI:10.11784/tdxbz202410024

## 基于在线轨迹修正的飞行吊运系统抑摆方法

柴毅<sup>1,2,3</sup>, 仰智超<sup>1,2,3</sup>, 于海<sup>1,2,3</sup>, 梁潇<sup>1,2,3</sup>, 韩建达<sup>1,2,3</sup>

- 南开大学机器人与信息自动化研究所, 天津 300350;
- 南开大学天津市智能机器人技术重点实验室, 天津 300350;
- 南开大学深圳研究院智能技术与机器人系统研究院, 深圳 518083)

**摘要:** 旋翼无人机具备结构简单、垂直起降和机动灵活的优势, 能够有效克服地形限制, 实现快速货物运输, 从而显著提升运送效率。在运输过程中, 由于无人机的运动, 负载不可避免地会产生摆动, 这对运输系统的安全性造成了严重影响。然而, 飞行吊运系统具有欠驱动、强非线性等特性, 对于负载摆动抑制带来极大挑战。针对这一问题, 提出了一种在线轨迹修正方法, 该方法在保证无人机精准定位的同时, 能够有效抑制负载摆动。具体而言, 首先通过生成参考轨迹, 保证无人机能够精准到达目标位置。其次, 在参考轨迹的基础上, 设计了增强负载状态与无人机状态耦合的反馈项。该反馈项能够根据负载摆动信号动态调整无人机轨迹, 从而有效抑制运送过程中的负载摆动。随后, 利用李雅普诺夫方法严格证明了系统的稳定性。最后, 在不同期望轨迹和系统参数条件下对所提方法和现有方法进行了对比仿真分析。结果表明, 所提方法与对比方法均能够保证无人机精准到达目标位置。但是, 通过对比负载摆动曲线可以看出, 所提方法将负载摆角的最大误差降低了 10.7%以上, 均方根误差降低了 29.3%以上, 充分验证了所提方法的有效性和优越性。

**关键词:** 无人机; 多旋翼; 飞行吊运系统; 轨迹修正; 摆动抑制

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2025)07-0716-10

## A Swing Suppression Method for Aerial Cable-Suspended Payload Transportation Systems Based on Online Trajectory Adjustment

Chai Yi<sup>1,2,3</sup>, Yang Zhichao<sup>1,2,3</sup>, Yu Hai<sup>1,2,3</sup>, Liang Xiao<sup>1,2,3</sup>, Han Jianda<sup>1,2,3</sup>

- Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350, China;
- Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Nankai University, Tianjin 300350, China;
- Institute of Intelligence Technology and Robotic Systems, Shenzhen Research Institute of Nankai University, Shenzhen 518083, China)

**Abstract:** Multirotor unmanned aerial vehicles (MUAVs) stand out for their simple design, vertical take-off and landing capability, and excellent maneuverability; these features allow them to overcome terrain limitations and transport payloads quickly, significantly boosting delivery efficiency. However, during transportation, the movement of the MUAV often causes the payload to swing, creating substantial safety risks. The cable-suspended way further complicates the issue by introducing underactuated and highly nonlinear dynamics, thereby making payload swing suppression a challenging task. To address this issue, this paper proposes an online trajectory adjustment method to ensure precise MUAV positioning while effectively suppressing payload swing. The approach begins by generating a reference trajectory to guide the MUAV accurately to its target position. Based on this reference trajectory, a feedback mechanism is designed to enhance the coupling between the payload and MUAV states. This

收稿日期: 2024-10-28; 修回日期: 2025-01-03.

作者简介: 柴毅 (1993—), 男, 博士, 助理研究员, chaiyi@nankai.edu.cn.

通信作者: 韩建达, hanjianda@nankai.edu.cn.

基金项目: 国家资助博士后研究人员计划资助项目(GZC20231173); 国家自然科学基金资助项目(62273187, 623B2054); 天津市自然科学基金资助项目(23JCQNJC01930).

Supported by the Postdoctoral Fellowship Program of CPSF(No. GZC20231173), the National Natural Science Foundation of China (No. 62273187, No. 623B2054), the Natural Science Foundation of Tianjin, China(No. 23JCQNJC01930).

feedback mechanism dynamically adjusts the MUAV trajectory in response to payload swing signals, effectively suppressing payload swing during transportation. The method's stability was strictly proven using the Lyapunov method. Comparative simulation analyses were also conducted to evaluate the proposed method against existing methods under different desired trajectories and system parameter conditions. The results indicate that while all methods enable the MUAV to reach its target accurately, the proposed method outperforms others in reducing payload swing. Specifically, it lowers the maximum swing angle errors by over 10.7% and cuts root mean square errors by more than 29.3%. These results clearly demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed method.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle; multicopter; aerial cable-suspended payload transportation system; trajectory adjustment; swing suppression

旋翼无人机具备自主悬停、机动灵活、结构简单等优势,广泛应用于军事、民用领域,包括电力巡检、环境监测、灾害救援等应用<sup>[1-7]</sup>。在这些应用中,货物运送作为其中重要的一项,充分发挥了无人机克服地形限制的能力,显著提升了运送效率并降低了运送成本。

通常,利用无人机进行货物运送的方式有3种:固定夹爪抓取<sup>[8-11]</sup>、机械臂操作<sup>[12-15]</sup>以及吊绳悬挂<sup>[16-25]</sup>。与前两种方式相比,无人机与货物间通过吊绳连接的运送方式,具有不受货物体积和形状的限制、机械结构简单、最大限度地保留无人机机动灵活性的优势。因此,这种方式受到了研究人员的广泛关注。

飞行吊运系统具有典型的“双重”欠驱动特性:一方面,无人机具有6个自由度和4个控制输入;另一方面,负载的运动无法直接控制。这种复杂欠驱动特性对于实现平稳、安全的负载运送目标带来极大挑战。为应对上述挑战,研究人员从控制器设计和轨迹规划两方面展开了一系列研究。Lü等<sup>[19]</sup>通过考虑负载受到的空气阻力因素,提出了一种非线性级联控制器。该控制器由3个子控制器组成:四旋翼无人机的姿态控制器、摆角控制器和负载速度控制器。Yu等<sup>[20]</sup>针对吊运系统轨迹跟踪问题,提出了一种非线性反步控制器,并通过李雅普诺夫方法证明了闭环系统的渐近稳定性。文献[21]基于飞行吊运系统的完整动力学,设计了一种分层控制框架,能够实现无人机的精准定位和负载摆动抑制,并利用李雅普诺夫方法和拉塞尔不变性原理证明了闭环系统的稳定性。文献[22]基于飞行吊运系统的线性化模型,设计了一种动态规划方法,能够有效抑制轨迹跟踪过程中的负载摆动。文献[23]根据吊绳的松弛和绷紧状态,将系统建模为一个混合动力学系统,包括无人机吊运子系统(吊绳绷紧状态)和四旋翼子系统(负载处于自由落体状态)。同时,将轨迹生成问题构建为混合整数二次规划问题,以处理两个子系统之间的转换,能够保障系统在运动过程中规避环境中的障碍物。文献[24]利用

优化问题的强对偶性,将不可微的障碍物避碰约束转化为平滑约束,从而生成动力学可行且安全的轨迹。文献[25]提出了一种基于微分平坦特性的规划方法,能够生成考虑时变系统形状和非线性动力学的平滑轨迹,以确保系统整体的安全性和动力学的可行性。

与上述工作相比,本文通过引入增强负载状态与无人机状态耦合的反馈项,提出了一种轨迹修正算法,能够同时实现无人机的精准定位与负载摆动抑制。具体而言,首先基于欧拉-拉格朗日方法建立了系统动力学模型。随后,通过在无人机位置信号中引入负载摆角信息,设计一种轨迹修正算法,并利用李雅普诺夫方法证明了系统的稳定性。最后,通过对比仿真验证了所提方法在无人机定位与负载摆动抑制方面的优越性能。与对比方法相比,所提方法在保证无人机定位精度的同时,具有更小的负载摆幅和更快的负载摆动抑制效果。

## 1 问题描述

无人机吊运系统示意如图1所示,无人机通过吊绳连接负载。 $O_1X_1Y_1Z_1$ 表示固连于大地的惯性坐标系, $O_BX_BY_BZ_B$ 表示无人机本体坐标系, $m$ 为负载质量, $l$ 为吊绳长度, $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 为负载摆角,其中 $\theta_x$ 为吊绳在 $O_1X_1Z_1$ 平面投影与 $Z_1$ 轴间的夹角, $\theta_y$ 为吊绳与其在 $O_1X_1Z_1$ 平面投影的夹角。为了方便后续描述,定义简写表达式为

$$\begin{cases} C_x = \cos\theta_x, S_x = \sin\theta_x \\ C_y = \cos\theta_y, S_y = \sin\theta_y \end{cases}$$

考虑到飞行吊运系统的实际运送场景,做如下合理假设<sup>[21, 26]</sup>:

**假设 1** 负载通过吊绳悬挂于无人机重心,并且吊绳为非弹性绳且质量忽略不计;

**假设 2** 考虑吊运系统实际工作场景,负载始终位于无人机下方,即负载摆角满足约束

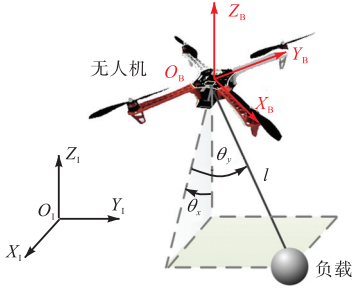


图 1 无人机吊运系统结构示意图

Fig.1 Schematic of the unmanned aerial cable-suspended payload transportation system

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_x(t), \theta_y(t) < \frac{\pi}{2}$$

基于欧拉-拉格朗日方法,可以得到系统摆角方向的动力学方程<sup>[21, 26]</sup>为

$$M_x \ddot{\xi} + M_\theta \ddot{\theta} + V_c \dot{\theta} + G = 0 \quad (1)$$

式中:  $\xi = [x, y, z]^T$  为无人机位置;  $\theta = [\theta_x, \theta_y]^T$  为负载摆角;  $M_x$  和  $M_\theta$  为惯性矩阵;  $V_c$  表示向心力-科氏力矩阵;  $G$  表示重力矢量.

其中

$$M_x = \begin{bmatrix} mlC_x C_y & 0 & mlS_x C_y \\ -mlS_x S_y & mlC_y & mlC_x S_y \end{bmatrix}$$

$$M_\theta = \begin{bmatrix} ml^2 C_y^2 & 0 \\ 0 & ml^2 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} mglS_x C_y \\ mglC_x S_y \end{bmatrix}$$

$$V_c = \begin{bmatrix} -ml^2 C_y S_y \dot{\theta}_y & -ml^2 \dot{\theta}_y C_y S_y \\ ml^2 C_y S_y \dot{\theta}_x & 0 \end{bmatrix}$$

本文中,无人机吊运系统的控制目标是使无人机到达目标位置,并抑制运送过程中的负载摆动,具体表述为

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = \xi_d \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\xi_d$  表示无人机的期望位置.

## 2 轨迹修正与稳定性分析

轨迹修正包括两个部分:首先,利用轨迹规划算法生成确保负载到达指定位置的参考轨迹  $\xi_r(t)$ ; 接下来,对参考轨迹进行在线修正,从而抑制运送过程中的负载摆动,提升负载运送任务的安全性.

### 2.1 轨迹在线修正算法

不失一般性,在第 1 步轨迹规划过程中,轨迹规划算法应充分考虑如下约束.

**约束 1 终端约束.** 负载在给定时刻  $t_f$  内到达期望位置,即  $\xi_r(t) = \xi_d, \dot{\xi}_r(t) = 0, \forall t \geq t_f$ .

**约束 2 驱动器约束.** 在吊运系统执行负载运送任务过程中,无人机的速度和加速度始终在给定范围内,即  $|\dot{\xi}_r(t)| \leq v_{\max}, |\ddot{\xi}_r(t)| \leq a_{\max}$ .

上述约束中,  $v_{\max}$  和  $a_{\max}$  分别为允许的无人机最大速度和加速度. 如果无人机直接按照规划算法生成的参考轨迹  $\xi_r(t)$  执行任务,极易导致负载摆动,进而危及系统安全. 为此,对得到的参考轨迹进行在线修正,以有效抑制运送过程中的负载摆动,提升负载运送安全性. 根据约束 1 和约束 2 可得

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_r(t) &= 0, \ddot{\xi}_r(t) = 0 \\ \forall t \geq t_f, \xi_r(t), \dot{\xi}_r(t), \ddot{\xi}_r(t) &\in \mathcal{L}_\infty \end{aligned} \quad (3)$$

由文献[26]可知,通过在无人机位置信号中引入负载摆角信号,能够增强负载与无人机之间的耦合,从而有效抑制负载摆动. 受此启发,在线轨迹可以进行修正,即

$$\begin{aligned} \xi_D &= \xi_r - \gamma_x^2 (\xi_D - \xi_r) + \gamma_\theta^2 h_\theta \Rightarrow \\ \ddot{\xi}_D &= \ddot{\xi}_r - \gamma_x^2 (\ddot{\xi}_D - \ddot{\xi}_r) + \gamma_\theta^2 \dot{h}_\theta \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\xi_D$  为修正后的轨迹;  $\gamma_x, \gamma_\theta$  表示正的控制增益;  $h_\theta$  的形式为

$$h_\theta = [mlC_x C_y, mlS_y, ml(1 - C_x C_y)]^T \quad (5)$$

根据式(1)与式(4)可得

$$\dot{h}_\theta = M_x^T \dot{\theta} \quad (6)$$

如式(4)所示,轨迹修正通过反馈的方式,将负载摆动信息引入无人机的期望位置信号,从而实现对参考轨迹的在线修正.

为方便后续证明,定义误差信号为

$$\epsilon_x = \xi_D - \xi_r \quad (7)$$

对式(7)进行求导可得

$$\dot{\epsilon}_x + \gamma_x^2 \epsilon_x = \gamma_\theta^2 h_\theta \Rightarrow \ddot{\epsilon}_x + \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x = \gamma_\theta^2 \dot{h}_\theta \quad (8)$$

根据式(5)和式(8),可以得到

$$\begin{aligned} h_\theta &= [mlC_x C_y, mlS_y, ml(1 - C_x C_y)]^T \in \mathcal{L}_\infty \Rightarrow \\ \epsilon_x, \dot{\epsilon}_x &\in \mathcal{L}_\infty \end{aligned} \quad (9)$$

定义势能函数  $E_b$  为

$$E_b = mgl(1 - C_x C_y) \quad (10)$$

由式(10)可知  $E_b \geq 0$ , 当且仅当  $\theta_x = \theta_y = 0$  时, 即当摆角处在期望平衡点时,  $E_b = 0$ .

本文与文献[26]均通过在期望轨迹信号中引入负载摆动信息,增强了无人机与负载状态之间的耦合,从而实现抑制负载摆动的目标. 然而,与文献[26]相比,本文在引入负载摆动信号的基础上,进一步加入了修正轨迹与参考轨迹之间的偏差信号,从而有效保障了无人机的跟踪精度. 此外,本文在设计负载摆动

抑制方法时, 无需对负载摆动角度进行小角度假设, 扩展了方法的适用范围.

本文在参考轨迹的基础上, 通过引入负载信息, 增强了负载状态与无人机状态之间的耦合. 具体而言, 如式(4)所示,  $\gamma_x^2(\xi_b - \xi_t)$  用于衡量修正后轨迹与参考轨迹的偏差程度,  $\gamma_\theta^2 h_\theta$  表示负载摆动项. 摆动项的引入使修正后的无人机轨迹会沿着抑制负载摆动的方向进行调整, 从而能够降低负载的摆动幅度. 参数  $\gamma_x$  和  $\gamma_\theta$  的设计直接影响轨迹跟踪精度与负载摆动抑制效果. 其中,  $\gamma_x$  决定轨迹的跟踪精度,  $\gamma_x$  越大, 无人机能够越精准地跟踪参考轨迹;  $\gamma_\theta$  决定摆动抑制效果,  $\gamma_\theta$  取值较大时, 修正后的轨迹能够对负载摆动做出更加高效的反应, 从而取得更好的摆动抑制效果. 因此,  $\gamma_x$  和  $\gamma_\theta$  的取值需在轨迹跟踪精度和负载摆动抑制效果之间进行权衡.

## 2.2 稳定性分析

**定理 1** 当无人机跟踪在线修正轨迹(式(4))运动时, 无人机吊运系统最终将收敛至式(2)定义下的平衡位置.

**证明:** 选取李雅普诺夫候选函数  $V$ , 其具体形式为

$$V = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M_\theta \dot{\theta} + \frac{1}{2} \lambda^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + E_b \quad (11)$$

式中  $\lambda$  为常数, 并且满足关系  $\lambda^2 \gamma_\theta^2 = \gamma_x^2$ . 根据式(10)和式(11)可以得到  $V \geq 0$ . 对式(11)关于时间求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\theta}^T \left( M_\theta \ddot{\theta} + \frac{1}{2} \dot{M}_\theta \dot{\theta} \right) + \lambda^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + mglS_x C_y \dot{\theta}_x + \\ & mglC_x S_y \dot{\theta}_y = \dot{\theta}^T (M_\theta \ddot{\theta} + V_c \dot{\theta}) + \\ & \lambda^2 \dot{\epsilon}_x^T (-\gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x + \gamma_\theta^2 \dot{h}_\theta) + \dot{\theta}^T G = \dot{\theta}^T \cdot \\ & (M_\theta \ddot{\theta} + V_c \dot{\theta} + G) - \lambda^2 \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + \lambda^2 \gamma_\theta^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{h}_\theta \end{aligned} \quad (12)$$

将式(1)代入式(12), 可以整理为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\theta}^T M_x \ddot{\xi}_b - \lambda^2 \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + \lambda^2 \gamma_\theta^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{h}_\theta = \\ & -\dot{\theta}^T M_x (\ddot{\xi}_t - \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x + \gamma_\theta^2 \dot{h}_\theta) - \lambda^2 \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + \\ & \lambda^2 \gamma_\theta^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{h}_\theta \end{aligned} \quad (13)$$

根据式(3)可以得到  $\ddot{\xi}_t = \mathbf{0}$ ,  $t \geq t_f$ . 结合式(4)与式(6)分析, 式(13)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \gamma_x^2 \dot{\theta}^T M_x \dot{\epsilon}_x - \gamma_\theta^2 \dot{\theta}^T M_x M_x^T \dot{\theta} - \\ & \lambda^2 \gamma_x^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x + \lambda^2 \gamma_\theta^2 \dot{\epsilon}_x^T M_x^T \dot{\theta} = \\ & -\gamma_x^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} \dot{\theta}^T M_x M_x^T \dot{\theta} - \dot{\epsilon}_x^T M_x^T \dot{\theta} + \right. \\ & \left. \lambda^2 \dot{\epsilon}_x^T \dot{\epsilon}_x - \dot{\theta}^T M_x \dot{\epsilon}_x \right) = \\ & -\gamma_x^2 \left( \frac{1}{\lambda} M_x^T \dot{\theta} - \lambda \dot{\epsilon}_x \right)^T \left( \frac{1}{\lambda} M_x^T \dot{\theta} - \lambda \dot{\epsilon}_x \right) \end{aligned} \quad (14)$$

根据式(14)可得

$$\dot{V} = -\gamma_x^2 \left( \frac{1}{\lambda} M_x^T \dot{\theta} - \lambda \dot{\epsilon}_x \right)^T \left( \frac{1}{\lambda} M_x^T \dot{\theta} - \lambda \dot{\epsilon}_x \right) \leq 0 \quad (15)$$

将式(15)关于时间进行积分可得

$$V \leq V(0) \Rightarrow V \in \mathcal{L}_\infty \Rightarrow \dot{\theta}, \dot{\epsilon}_x \in \mathcal{L}_\infty \quad (16)$$

接下来, 使用拉塞尔不变性原理完成后续证明. 首先, 定义集合  $\Phi$  为

$$\Phi = \{(\dot{\epsilon}_x, \epsilon_x, \epsilon_\theta, \dot{\epsilon}_\theta) | \dot{V}(t) = 0\} \quad (17)$$

其中  $\Gamma$  为  $\Phi$  中的最大不变集,  $\epsilon_\theta = \theta - \theta_d$ . 根据式(15)有

$$\frac{1}{\lambda} M_x^T \dot{\theta} - \lambda \dot{\epsilon}_x = \mathbf{0} \quad (18)$$

根据式(6)和式(8), 式(18)可以整理为

$$\begin{aligned} M_x^T \dot{\theta} - \lambda^2 \dot{\epsilon}_x = \mathbf{0} \Rightarrow \\ \frac{1}{\gamma_\theta^2} \ddot{\epsilon}_x + \frac{\gamma_x^2}{\gamma_\theta^2} \dot{\epsilon}_x - \lambda^2 \dot{\epsilon}_x = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (19)$$

将  $\gamma_x$  和  $\gamma_\theta$  的关系代入式(19)可得

$$\ddot{\epsilon}_x = \mathbf{0} \Rightarrow \dot{\epsilon}_x = \eta_1 \quad (20)$$

式中  $\eta_1$  为常数.

对  $\eta_1$  进行分析, 若  $\eta_1 \neq \mathbf{0}$ , 则有

$$\epsilon_x = \int \dot{\epsilon}_x dt = \eta_1 t + \eta_2 \rightarrow \infty \quad (21)$$

式中  $\eta_2$  为常数向量. 式(21)与式(9)中的结论相悖. 因此, 可以推断得到

$$\dot{\epsilon}_x = \eta_1 = \mathbf{0} \Rightarrow M_x^T \dot{\theta} = \mathbf{0} \quad (22)$$

根据系统摆角动力学式(1)和式(22)可以得到

$$mlC_x C_y \dot{\theta}_x - mlS_x S_y \dot{\theta}_y = 0 \quad (23)$$

$$mlC_y \dot{\theta}_y = 0 \quad (24)$$

$$mlS_x C_y \dot{\theta}_x + mlC_x S_y \dot{\theta}_y = 0 \quad (25)$$

根据式(24)和假设 2 可得

$$\dot{\theta}_y = 0, \theta_y = \kappa_1 \quad (26)$$

式中  $\kappa_1$  为常数, 将式(26)代入式(23)可以得到

$$mlC_x C_y \dot{\theta}_x = 0 \quad (27)$$

将式(26)代入式(25)可得

$$mlS_x C_y \dot{\theta}_x = 0 \quad (28)$$

结合式(27)和式(28)有

$$\dot{\theta}_x = 0 \Rightarrow \theta_x = \kappa_2 \quad (29)$$

其中  $\kappa_2$  为常数, 将式(26)和式(29)代入动力学方程(1)得

$$S_x = 0 \Rightarrow \theta_x = 0 \quad (30)$$

$$S_y = 0 \Rightarrow \theta_y = 0 \quad (31)$$

将式(22)、(30)、(31)代入式(8), 并结合式(5)

可以得到

$$\gamma_x^2 \epsilon_x = \gamma_\theta^2 h_\theta - \dot{\epsilon}_x = \mathbf{0} \Rightarrow \epsilon_x = \mathbf{0} \quad (32)$$

综上, 结合式 (20)、(22)、(26) ~ (32) 可知最大不变集中仅包括系统平衡点, 根据拉塞尔不变性原理<sup>[27]</sup>, 可完成定理 1 中的结论证明。

### 3 仿真验证与分析

为了验证本文提出的在线轨迹修正方法, 本节将所提方法与分层控制<sup>[21]</sup>和滑模控制方法进行对比, 并给出相应的仿真结果, 以评估所提方法在抑制负载摆动方面的实际性能。

首先, 给出本文所提方法, 滑模控制器以及分层控制器的参数与基本形式如下。

分层控制器<sup>[21]</sup>的参数设置为:  $\mathbf{K}_p = \text{diag}(1.0, 1.0, 1.2)$ ,  $\mathbf{K}_d = \text{diag}(2.5, 2.5, 2.8)$ ,  $\mathbf{K}_R = \text{diag}(5.0, 5.0, 4.7)$ ,  $\mathbf{K}_\Omega = \text{diag}(0.6, 0.6, 1.0)$ 。本文所提方法的参数设置为:  $\gamma_x = 1$ ,  $\gamma_\theta = 4$ 。本文所提方法采用分层控制器跟踪生成的修正轨迹, 通过消融实验验证所提方法的性能优势。

针对外环的滑模控制器基本形式为  $\mathbf{f} = -\mathbf{K}_s \mathbf{s} + (\mathbf{M} + m)\mathbf{g}e_3 + (\mathbf{M} + m)\ddot{\xi}_r$ ,  $\mathbf{s} = \dot{e}_\xi$ ,  $\mathbf{s} = \dot{e}_\xi + \alpha_\xi e_\xi$ , 其中  $e_\xi = \xi - \xi_r$  为位置误差,  $e_3 = [0, 0, 1]^T$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  表示重力加速度,  $\mathbf{f}$  表示无人机的期望升力, 期望升力作为姿态内环的输入。滑模控制器的姿态内环与分层控制器的姿态内环控制器形式和参数设置保持一致。  $\mathbf{K}_s = \text{diag}(2.0, 2.0, 3.0)$ ,  $\alpha_\xi = \text{diag}(4.5, 4.5, 4.0)$ 。

**仿真 1** 在本组仿真中, 系统参数设置为:  $M = 0.625 \text{ kg}$ ,  $m = 0.075 \text{ kg}$ ,  $l = 0.535 \text{ m}$ , 其中  $M$  为无人机质量。无人机初始位置为  $[-0.5, 1.3, 1.0] \text{ m}$ , 无人机的期望参考轨迹  $\xi_r(t) = [x_r(t), y_r(t), z_r(t)]^T$  设置为  $x_r(t) = -0.5 + 0.5(1 - e^{-0.4t^2})$ ;  $y_r(t) = 1.3 + 0.6(1 - e^{-0.4t^2})$ ;  $z_r(t) = 1.0 + 0.3(1 - e^{-0.4t^2})$ 。

值得注意的是, 本文对于参考轨迹的生成方式并无限制, 任何满足约束 1 和约束 2 的轨迹均可作为参考轨迹。

仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示, 其中图 2 为无人机位置  $x$ 、 $y$ 、 $z$  和负载摆角  $\theta_x$ 、 $\theta_y$  曲线, 图 3 展示了对应的控制输入, 包括无人机升力  $f$  和力矩  $\tau_1$ 、 $\tau_2$ 、 $\tau_3$ , 图 4 为修正前与修正后的位置、速度和加速度轨迹对比。从图 2 的位置曲线可以看出, 3 种方法均能够将负载运送至期望位置。从图 2 的摆角曲线可以看出, 相较于其他两种方法, 所提方法能够快速抑制运送过程中的负载摆角。图 4(a) 展示了修正前后的位置轨

迹对比, 图 4(b) 展示了修正前后的速度轨迹对比, 图 4(c) 展示了加速度轨迹的对比。与期望位置曲线相比, 修正前后期望速度和期望加速度的差异更加显

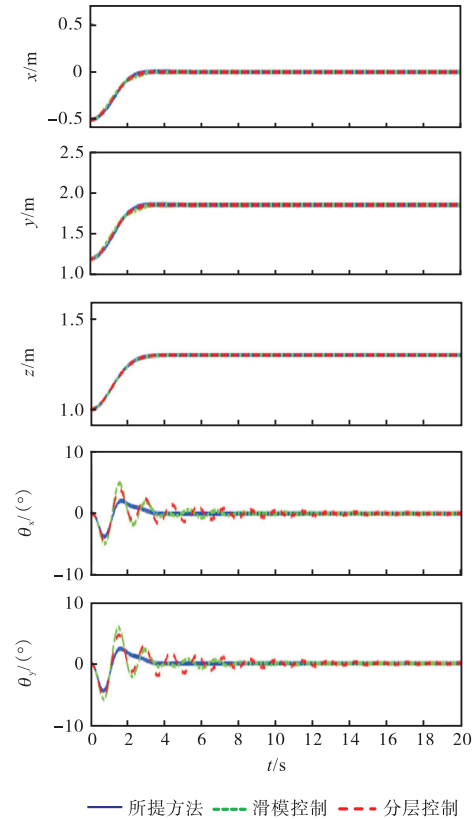


图 2 仿真 1 无人机位置与负载摆角曲线  
Fig.2 Curves of MUAV position and payload swing angles in simulation 1

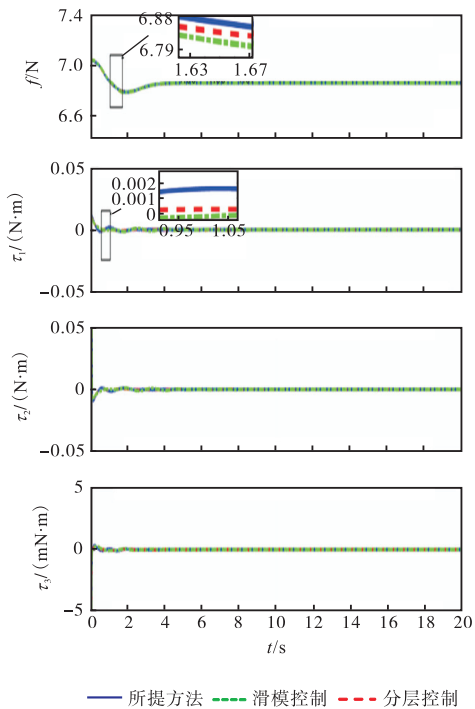


图 3 仿真 1 控制输入  
Fig.3 Control input in simulation 1

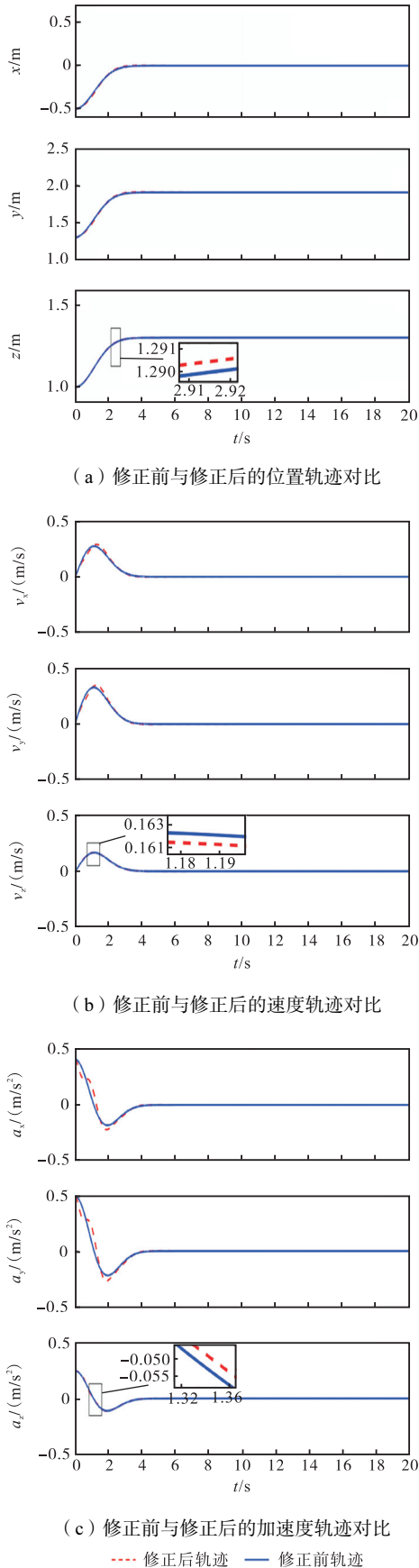


图4 仿真1修正前与修正后轨迹对比

Fig.4 Comparison of trajectories before and after adjustment in simulation 1

著. 此外, 与  $z$  方向的轨迹修正相比, 所提方法在  $x$  和  $y$  方向的轨迹修正更加明显. 结合图 4 与图 2 可得, 水平方向的轨迹调整对抑制负载摆动具有更显著的作用. 为了更直观反映所提方法的摆动抑制效果, 表 1 给出了 3 种方法摆角抑制性能的量化结果, 从表 1 可以看出, 相较于其他两种方法, 所提方法在最大摆角误差和均方根误差上均优于对比方法. 具体而言, 相较于对比方法, 所提方法使得  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的最大误差减少了 15.4% 以上, 并且在  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的均方根误差减少了 32.3% 以上.

表 1 仿真 1 摆角量化结果比较

Tab.1 Comparison of quantitative results for payload swing angles in simulation 1 (°)

方法	$\theta_x$ 方向最大误差	$\theta_y$ 方向最大误差	$\theta_x$ 方向均方根误差	$\theta_y$ 方向均方根误差
滑模控制	4.72	5.64	0.99	1.19
分层控制	4.26	5.09	1.03	1.23
所提方法	3.60	4.30	0.67	0.80

仿真 2 在本组仿真中, 系统参数、无人机初始位置与仿真 1 设置相同. 无人机的期望参考轨迹  $\xi_r(t)$  设置为  $x_r(t) = -0.5 + 1.0(1 - e^{-0.3t^2})$ ;  $y_r(t) = 1.3 - 0.6(1 - e^{-0.4t^2})$ ;  $z_r(t) = 1.0 + 0.5(1 - e^{-0.5t^2})$

仿真结果如图 5 ~ 图 7 所示, 图 5 展示了无人机

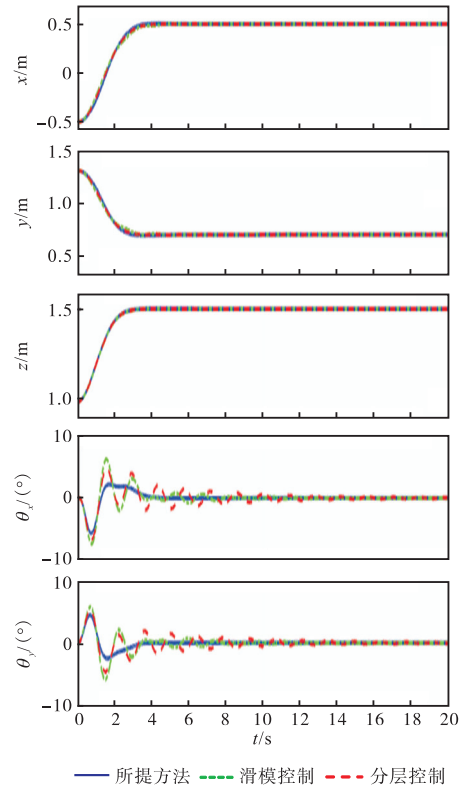


图 5 仿真 2 无人机位置与负载摆角曲线

Fig.5 Curves of MUAV position and payload swing angles in simulation 2

位置和负载摆角曲线,图 6 为对应的控制输入,图 7 为修正前与修正后的轨迹对比.从图 5 中可以看出,尽管改变了无人机的参考轨迹,所提方法在摆角抑制性能上仍优于对比方法,能够在更短的时间内有效抑制负载摆动.表 2 给出了对应的量化结果以进一步验证这一性能表现.具体而言,相较于对比方法,所提方法使得  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的最大误差减少了 15.1% 以上,并且在  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的均方根误差减少了 29.3% 以上.

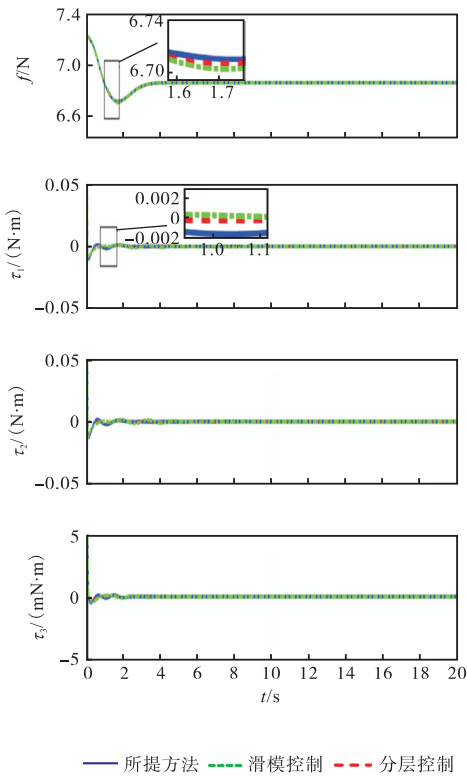
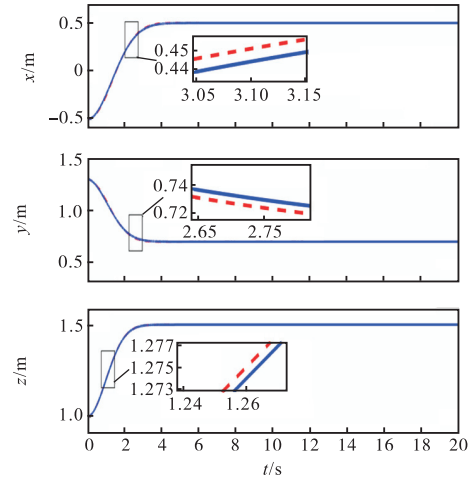


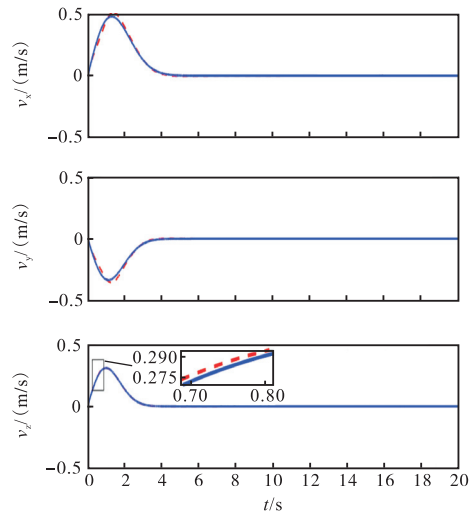
图 6 仿真 2 控制输入  
Fig.6 Control input in simulation 2

**仿真 3** 在本组仿真中,无人机初始位置和无人机的参考轨迹与仿真 2 设置相同.系统参数设置为  $m = 0.060 \text{ kg}$ ,  $l = 0.4 \text{ m}$ .

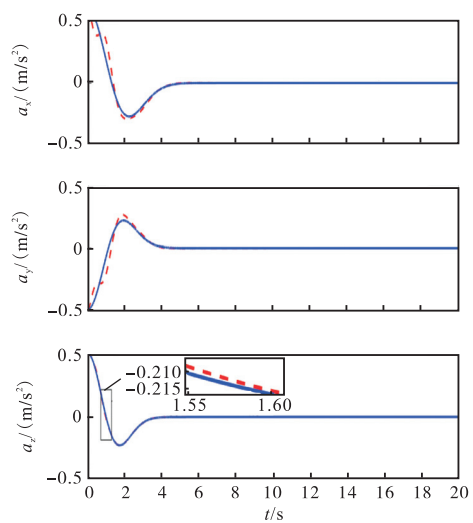
仿真结果如图 8~图 10 所示,图 8 为无人机位置和负载摆角曲线,图 9 为对应的控制输入,图 10 为修正前与修正后的轨迹对比.从图中可以看出,3 种方法均能将负载运送至期望位置.而从摆角曲线上看,虽然改变了系统参数,所提方法相较于对比方法仍然可以取得优异的摆动抑制性能,表 3 给出了对应的量化结果,相较于对比方法,所提方法使得  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的最大误差减少了 10.7% 以上,并且在  $\theta_x$  和  $\theta_y$  方向的均方根误差减少了 29.3% 以上.



(a) 修正前与修正后的位置轨迹对比



(b) 修正前与修正后的速度轨迹对比



(c) 修正前与修正后的加速度轨迹对比

--- 修正后轨迹 — 修正前轨迹

图 7 仿真 2 修正前与修正后轨迹对比  
Fig.7 Comparison of trajectories before and after adjustment in simulation 2

表 2 仿真 2 摆角量化结果比较

Tab.2 Comparison of quantitative results for payload swing angles in Simulation 2 (°)

方法	$\theta_x$ 方向最大误差	$\theta_y$ 方向最大误差	$\theta_x$ 方向均方根误差	$\theta_y$ 方向均方根误差
滑模控制	7.16	5.57	1.43	1.16
分层控制	6.51	5.01	1.47	1.21
所提方法	5.51	4.25	1.01	0.79

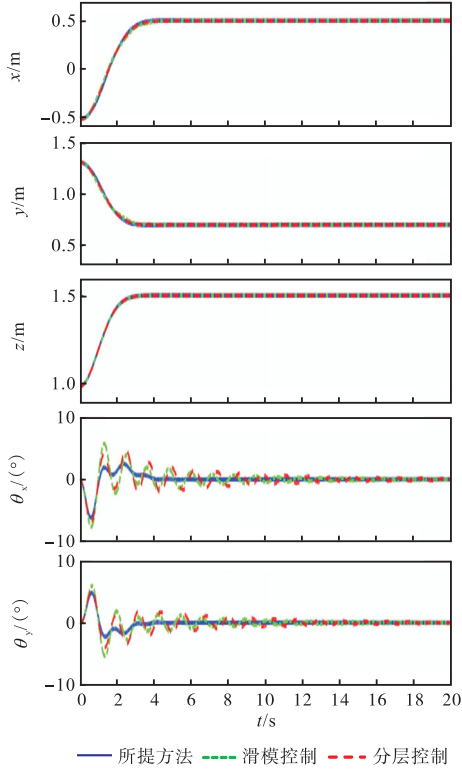


图 8 仿真 3 无人机位置与负载摆角曲线

Fig.8 Curves of MUAV position and payload swing angles in simulation 3

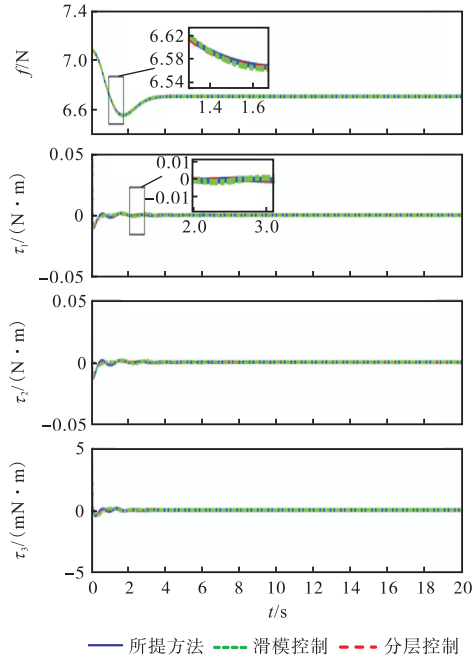
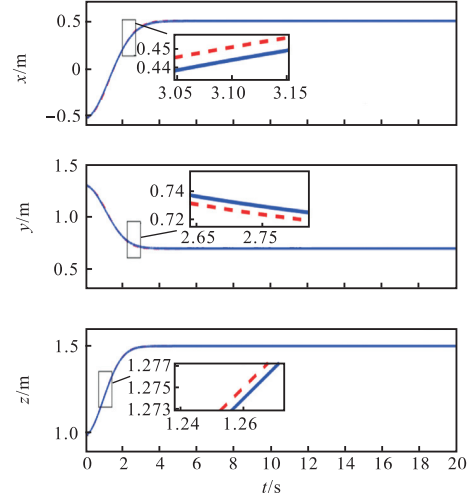
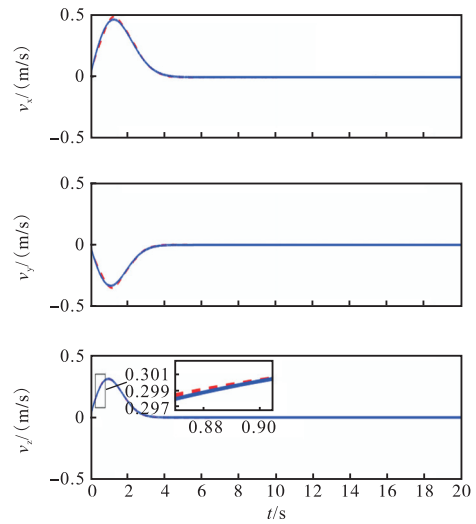


图 9 仿真 3 控制输入

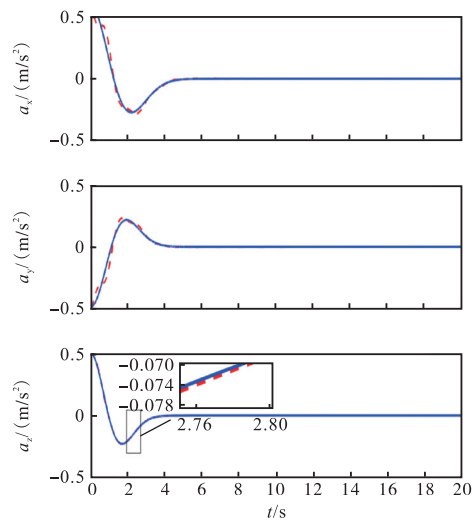
Fig.9 Control input in simulation 3



(a) 修正前与修正后的位置轨迹对比



(b) 修正前与修正后的速度轨迹对比



(c) 修正前与修正后的加速度轨迹对比

--- 修正后轨迹 — 修正前轨迹

图 10 仿真 3 修正前与修正后轨迹对比

Fig.10 Comparison of trajectories before and after adjustment in simulation 3

表 3 仿真 3 摆角量化结果比较

Tab.3 Comparison of quantitative results for payload swing angles in simulation 3 (°)

方法	$\theta_x$ 方向最大误差	$\theta_y$ 方向最大误差	$\theta_x$ 方向均方根误差	$\theta_y$ 方向均方根误差
滑模控制	7.42	5.73	1.43	1.15
分层控制	6.71	5.19	1.47	1.20
所提方法	5.97	4.63	1.01	0.79

## 4 结 语

针对飞行吊运系统的负载摆动抑制问题,本文设计了一种在线轨迹修正方法.该方法通过增强无人机状态与负载摆动信息的耦合,能够在保证无人机精准定位的同时,有效抑制负载摆动.本文对所提方法进行了严格的稳定性证明,并通过对比仿真验证了所提方法在摆动抑制方面的优异性能.未来将致力于扩展该方法,并将其应用于多无人机协同吊运系统.

### 参考文献:

- [1] 胡超芳, 宋思涵, 徐嘉均, 等. 基于拍卖鸽群优化算法的多无人机追踪分布式任务分配[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2024, 57(4): 403-414.  
Hu Chaofang, Song Sihan, Xu Jiajun, et al. Distributed task allocation based on auction-PIO algorithm for multi-UAV tracking[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2024, 57(4): 403-414 (in Chinese).
- [2] 陈涛, 李由之, 黄湘松. 基于改进 MOGOA 的无人机群航迹规划研究[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2020, 53(9): 967-975.  
Chen Tao, Li Youzhi, Huang Xiangsong. UAVs path planning based on improved multi-objective grasshopper optimization algorithm[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2020, 53(9): 967-975 (in Chinese).
- [3] 于全友, 徐止政, 段纳, 等. 基于改进 ACO 的带续航约束无人机全覆盖作业路径规划[J]. 航空学报, 2023, 44(12): 303-315.  
Yu Quanyou, Xu Zhizheng, Duan Na, et al. Coverage operation path planning of UAV with endurance constraints based on improved ACO[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(12): 303-315 (in Chinese).
- [4] Li Z R, Zhang Y W, Wu H, et al. Design and application of a UAV autonomous inspection system for high-voltage power transmission lines[J]. Remote Sensing, 2023, 15(3): 865.
- [5] De Benedetti M M, Bascetta L, Falsone A, et al. Automated photovoltaic power plant inspection via unmanned vehicles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2023, 32(2): 399-412.
- [6] Nguyen T N, Nguyen T B, Van Chien T, et al. Utilizing deep reinforcement learning to control UAV movement for environmental monitoring[J]. International Journal of Electrical and Electronic Engineering & Telecommunications, 2023, 12(5): 317-325.
- [7] Wang H H, Wang C P, Zhou K, et al. TEBChain: A trusted and efficient blockchain-based data sharing scheme in UAV-assisted IoV for disaster rescue[J]. IEEE Transactions on Network and Service Management, 2024, 21(4): 4119-4130.
- [8] Ollero A, Tognon M, Suarez A, et al. Past, present, and future of aerial robotic manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2021, 38(1): 626-645.
- [9] Ruggiero F, Lippiello V, Ollero A. Aerial manipulation: A literature review[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(3): 1957-1964.
- [10] Pounds P E I, Bersak D R, Dollar A M. Grasping from the air: Hovering capture and load stability[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Shanghai, China, 2011: 2491-2498.
- [11] Backus S B, Odhner L U, Dollar A M. Design of hands for aerial manipulation: Actuator number and routing for grasping and perching[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Chicago, USA, 2014: 34-40.
- [12] 孟祥冬, 何玉庆, 张宏达, 等. 飞行机械臂系统的接触力控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 59-68.  
Meng Xiangdong, He Yuqing, Zhang Hongda, et al. Contact force control of aerial manipulator systems[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(1): 59-68 (in Chinese).
- [13] 何慰, 方勇纯, 梁潇, 等. 一种两自由度飞行机械臂系统的设计与实现[J]. 航空学报, 2021, 42(2): 264-274.  
He Wei, Fang Yongchun, Liang Xiao, et al. Design and implementation of a 2-DOF aerial manipulation system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(2): 264-274 (in Chinese).
- [14] Liang J C, Chen Y J, Wu Y N, et al. Active physical interaction control for aerial manipulator based on external wrench estimation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2023, 28(5): 2774-2785.
- [15] Byun J, Jang I, Lee D, et al. A hybrid controller enhancing transient performance for an aerial manipulator

- extracting a wedged object[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(3): 3264-3273.
- [16] Panetsos F, Karras G C, Kyriakopoulos K J. Aerial transportation of cable-suspended loads with an event camera[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 9(1): 231-238.
- [17] Yu H, Zhang Z P, Pei T F, et al. Visual servoing-based anti-swing control of cable-suspended aerial transportation systems with variable-length cable[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 5955-5965.
- [18] Zhu Y, Zheng Z Y, Shao J L, et al. Modeling, robust control design, and experimental verification for quadrotor carrying cable-suspended payload[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 6061-6075.
- [19] Lü Z Y, Wu Y H, Rui W. Nonlinear motion control for a quadrotor transporting a cable-suspended payload[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(8): 8192-8206.
- [20] Yu G, Cabecinhas D, Cunha R, et al. Nonlinear backstepping control of a quadrotor-slung load system[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(5): 2304-2315.
- [21] Liang X, Fang Y C, Sun N, et al. Nonlinear hierarchical control for unmanned quadrotor transportation systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 65(4): 3395-3405.
- [22] Palunko I, Fierro R, Cruz P. Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Saint Paul, USA, 2012: 2691-2697.
- [23] Tang S, Kumar V. Mixed integer quadratic program trajectory generation for a quadrotor with a cable-suspended payload[C]//*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Seattle, USA, 2015: 2216-2222.
- [24] Zeng J, Kotaru P, Mueller M W, et al. Differential flatness based path planning with direct collocation on hybrid modes for a quadrotor with a cable-suspended payload[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(2): 3074-3081.
- [25] Li H J, Wang H K, Feng C, et al. AutoTrans: A complete planning and control framework for autonomous UAV payload transportation[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(10): 6859-6866.
- [26] Yang S, Xian B. Energy-based nonlinear adaptive control design for the quadrotor UAV system with a suspended payload[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 67(3): 2054-2064.
- [27] Khalil H K. *Nonlinear Systems*[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 2022.

(责任编辑:孙立华)