

DOI:10.11784/tdxbz202412021

基于预设时间扰动观测器的车辆轨迹跟踪 定时积分滑模控制

陈玉全, 孙克璇, 孙运康, 王 冰
(河海大学人工智能与自动化学院, 常州 213200)

摘要: 针对智能汽车在复杂动态环境下的轨迹跟踪问题, 提出了一种基于自适应预设时间扰动观测器的固定时间积分滑模控制策略。首先, 提出了一种新颖的自适应预设时间方法, 利用三角函数的特性设计了一种动态调节的滑模扰动观测器, 用于实时估计并且补偿系统中的未知扰动。该观测器设计简洁, 预设时间作为独立参数, 便于灵活调整。其次, 基于反步控制框架, 提出了一种固定时间的虚拟控制律, 通过引入非线性一阶低通滤波器, 有效解决了传统反步法中常见的微分爆炸问题。最后, 将积分滑模控制与固定时间相结合, 提出一种新型的固定时间积分滑模控制器。仿真结果表明: 在工况 1、2、3 下, 新型固定时间积分滑模控制器对比指数级趋近律, 映射误差峰值分别减少 0.015 7 m、0.020 3 m 和 0.110 8 m, 收敛时间分别减少 1.171 s、0.964 s、2.508 s; 对比幂次趋近律, 映射误差峰值分别减少 0.008 1 m、0.018 6 m 和 0.089 1 m, 收敛时间分别减少 1.196 s、0.998 s、2.173 s, 说明所提出的新型固定时间积分滑模控制器具有良好的跟踪控制效果。

关键词: 智能汽车; 轨迹跟踪; 扰动观测器; 固定时间; 反步控制; 积分滑模控制

中图分类号: TP273.2 文献标志码: A 文章编号: 0493-2137(2025)11-1172-10

Preset-Time Disturbance Observer-Based Fixed-Time Integral Sliding Mode Control for Vehicle Trajectory Tracking

Chen Yuquan, Sun Kexuan, Sun Yunkang, Wang Bing

(School of Artificial Intelligence and Automation, Hohai University, Changzhou 213200, China)

Abstract: This study addresses the trajectory tracking problem of intelligent vehicles in complex dynamic environments by proposing a fixed-time integral sliding mode control strategy based on an adaptive preset-time disturbance observer. First, a novel adaptive preset-time method is introduced, utilizing the properties of trigonometric functions to design a dynamically adjustable sliding mode disturbance observer for real-time estimation and compensation of unknown disturbances in the system. The observer features a simple structure, with the preset-time as an independent parameter, enabling flexible tuning. Second, within the backstepping control framework, a fixed-time virtual control law is proposed. By incorporating a nonlinear first-order low-pass filter, the proposed method effectively mitigates term explosion, which is frequently encountered in traditional backstepping approaches. Finally, a novel fixed-time integral sliding mode controller is developed by integrating integral sliding mode control with the fixed-time. Simulation results showed that under operating conditions 1, 2, and 3, compared with the exponential reaching law, the proposed fixed-time integral sliding mode controller reduces the peak mapping errors by 0.015 7, 0.020 3 and 0.110 8 m, and decreases the convergence time by 1.171, 0.964, and 2.508 s, respectively. Compared with the power reaching law, the peak mapping errors are reduced by 0.008 1, 0.018 6, and 0.089 1 m, and the convergence time is decreased by 1.196, 0.998, and 2.173 s, respectively. These findings indicate that the proposed fixed-time

收稿日期: 2024-12-21; 修回日期: 2025-03-18.

作者简介: 陈玉全 (1992—), 博士, 副教授, 20200068@hhu.edu.cn.

通信作者: 孙克璇, 231622010032@hhu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (62303158).

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 62303158).

integral sliding mode controller exhibits excellent trajectory tracking performance.

Keywords: intelligent vehicle; trajectory tracking; disturbance observer; fixed-time; backstepping control; integral sliding mode control

智能车辆的轨迹跟踪是自动驾驶和辅助驾驶系统中的关键技术之一,它涉及到车辆如何在复杂环境中准确地沿着预定轨迹行驶^[1-3]。在轨迹跟踪中,精度确保车辆按照预定路径行驶,减少误差;鲁棒性确保系统在面对环境变化和干扰时仍能保持高性能,共同保障自动驾驶的安全性和可靠性。

针对无人驾驶汽车的轨迹跟踪控制问题,已开发出多种成熟的控制方案,包括滑模控制^[4]、LQR控制^[5]、反步控制^[6]以及自适应控制^[7]等。Yang等^[8]提出一种低复杂度的固定时间滑模控制方法,同时提高车辆的轨迹跟踪控制的暂态响应和抗扰性能,具有较好的控制效果;姜立标等^[9]提出基于趋近律自适应滑模控制的轨迹跟踪算法,在反步框架下,在降低滑模面抖振并加快收敛的同时,优化了轨迹跟踪效果,但忽略车辆行驶中的外部扰动和不确定性因素。在实际工况中,车辆的高动态非线性、未知干扰和行为限制使得轨迹跟踪控制具有挑战性,滑模控制具有强鲁棒性、设计简单且响应快速等优点,在众多控制策略中占有重要地位。

此外,为了增强闭环系统的鲁棒性,盖玉林等^[10]通过构造辅助状态方程,并利用辅助状态与系统误差设计了一个扰动观测器。然而,辅助状态方程的引入导致了代数循环问题,增加了系统的复杂性和计算负担;同时,该方法的收敛速度无法得到充分保障,影响了系统的实时性能和稳定性。为解决收敛时间受系统初值限制的问题,研究者们逐渐转向固定时间控制的研究方向。李波等^[11]提出的固定时间干扰观测器不仅提高了干扰估计的精度和速度,还通过其连续性避免了抖振问题,但是需要依赖的参数过多。Wang等^[12]利用非奇异终端滑模面,解决传统滑模面抖振问题,系统响应快速,控制效果优良,但面对强扰动时参数辨识存在困难,系统整体性能下降。预设时间控制通过设定一个固定的时间参数,使系统在预设时间内达到稳定状态,具有响应速度快、调节方便的特点。而固定时间控制则进一步保证了系统在任意初始条件下都能在固定时间内稳定,增强了系统的鲁棒性和抗扰动能力。

本研究针对智能车辆轨迹跟踪控制中的高动态非线性和未知干扰问题,提出了一种基于预设时间滑模趋近律和扰动观测器的控制方法。首先,设计了一种新型预设时间扰动观测器,通过引入自适应参数,

使得系统能够在预设时间内实现对扰动的精确观测,且参数调节便捷。其次,在轨迹跟踪控制中,结合反步法框架,设计固定时间虚拟控制律,有效解决了传统反步法中常见的微分爆炸问题,进一步设计了固定时间滑模面,使得闭环系统在滑模面到达后可以实现实际固定时间跟踪。最后,提出了一种新型预设时间滑模趋近律,确保滑模面在预设时间内到达,相比传统趋近律,具有更好的鲁棒性和响应速度。通过理论分析与仿真验证,证明了所提方法在轨迹跟踪控制中的有效性。仿真结果表明,所设计的轨迹跟踪控制器能够在固定时间内实现跟踪误差的精确收敛,为智能汽车轨迹跟踪控制提供了新的解决方案。

1 车辆运动学模型及预备知识

1.1 车辆动力学模型

车辆动力学模型是实现精准轨迹跟踪控制的基础。建立一个能够准确描述车辆基本横向动力学特性的模型,可以更好地理解车辆的运动特性,对于实现自主车辆的精准路径跟踪控制至关重要。建立经典二自由度动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{F_{fl} + F_{fr} + F_{rl} + F_{rr}}{mv_x} - \omega \\ \dot{\omega} = \frac{l_1(F_{fl} + F_{fr}) - l_2(F_{rl} + F_{rr})}{I_z} \end{cases} \quad (1)$$

式中: β 和 ω 分别为车辆侧滑角和横摆角速度; F_{fl} 和 F_{fr} 分别为施加在前部左、右轮胎的侧向力; F_{rl} 和 F_{rr} 分别为施加在后部左右轮胎的侧向力; m 为车辆质量; v_x 为车辆的纵向速度; l_1 和 l_2 分别为车辆质心到前轴与后轴的距离; I_z 为车身转动惯量。

1.2 车辆运动学模型

车辆动力学模型描述了车辆在受力作用下的运动特性,而运动学模型则聚焦于车辆位置和姿态的变化。两者相辅相成,动力学模型为运动学模型提供力和力矩的输入,运动学模型则将这些输入转化为实际的轨迹和姿态变化,共同支撑精准的轨迹跟踪控制。在车辆轨迹跟踪过程中存在横向误差与航向误差。然而,单凭前轮转角这一单输入只能控制其中一个误差。为了解决这一问题,引入了映射误差 e_m 来整合横向误差 e_d 和航向误差 e_ϕ 。图1为车辆路径跟踪特性示意(θ_t 为期望航向角),通过引入映射误差,可

以更有效地提高车辆路径跟踪的精度,简化映射误差车辆模型可得

$$\begin{cases} e_m = e_d + x_m \sin e_\varphi \\ \dot{e}_d = v_x \sin e_\varphi + v_y \cos e_\varphi \\ \dot{d}_r = v_x \cos e_\varphi - v_y \sin e_\varphi \\ e_\varphi = \omega - \dot{\omega}_r \end{cases} \quad (2)$$

式中: x_m 为恒定预瞄距离; θ 为车辆横摆角; φ 为车身与预瞄点的横向误差; v_y 为车辆重心的横向速度; ω 为横摆角速度; $\dot{\omega}_r$ 为预瞄点的期望横摆角速度; \dot{d}_r 为车辆沿着参考路径经过的距离。

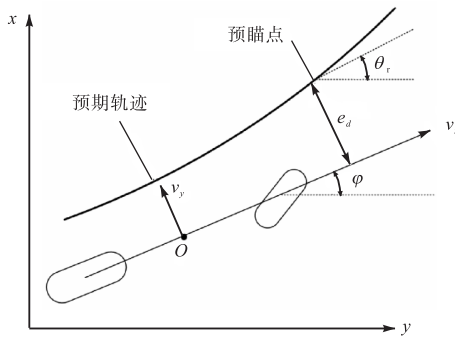


图 1 车辆横向误差模型

Fig.1 Model of vehicle lateral error

在横向误差 e_d 与航向误差 e_φ 很小时,对映射误差 e_m 、横向误差 e_d 和航向误差 e_φ 分别求导可得

$$\begin{cases} \dot{e}_m = \dot{e}_d + x_m \dot{e}_\varphi \\ \dot{e}_d = v_x e_\varphi + v_y \\ \dot{e}_\varphi = \dot{\omega} - \dot{\omega}_r = \dot{\omega} - \rho \dot{d}_r \end{cases} \quad (3)$$

式中 ρ 为道路的曲率. 根据式 (3) 可得

$$\begin{cases} \ddot{e}_\varphi = \dot{\omega} - \rho \dot{d}_r - \rho \ddot{d}_r \\ \ddot{e}_d = \dot{v}_x e_\varphi + v_x \dot{e}_\varphi + \dot{v}_y \end{cases} \quad (4)$$

将式 (1)、(3)、(4) 结合可得

$$\ddot{e}_m = \dot{v}_y + \dot{v}_x e_\varphi + v_x (\dot{\omega} - \rho \dot{d}_r) + x_m \left[-\rho \dot{d}_r - \rho \ddot{d}_r + \frac{l_1(F_{fl} + F_{fr}) - l_2(F_{r1} + F_{r2})}{I_z} \right] \quad (5)$$

轮胎侧向力的估计是实现精准车辆控制的关键环节. 通过测量车辆的侧偏角等参数,结合轮胎模型和动力学方程,可以计算出前、后轮胎的侧向力分布. 采用的估计方法为

$$\hat{F}_1 = \begin{bmatrix} \hat{F}_{f1} & \hat{F}_{fr} \\ \hat{F}_{r1} & \hat{F}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu C_{f1} \alpha_f & \mu C_{fr} \alpha_f \\ \mu C_{r1} \alpha_r & \mu C_{r2} \alpha_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: C_{f1} 和 C_{fr} 分别为前轴左、右轮的侧偏刚度; C_{r1} 和 C_{r2} 分别为后轴左、右轮的侧偏刚度; α_f 和 α_r 分别

为前、后轮侧偏角; μ 为地面摩擦系数. 由小角度近似法,可以将轮胎侧偏角简化为

$$\begin{cases} \alpha_f = \arctan\left(\frac{v \sin \beta + l_1 \omega}{v \cos \beta}\right) - \delta_f \approx \beta + \frac{l_1 \omega}{v_x} - \delta_f \\ \alpha_r = \arctan\left(\frac{v \sin \beta - l_2 \omega}{v \cos \beta}\right) \approx \beta - \frac{l_2 \omega}{v_x} \end{cases} \quad (7)$$

式中 δ_f 为车辆前轮转角. 联立式 (5) ~ (7), 含有扰动的映射误差模型可表示为

$$\begin{cases} \ddot{e}_m = w_1 + w_2 + w_3 \delta_f + d \\ w_1 = \dot{v}_y + \dot{v}_x e_\varphi + v_x (\dot{\omega} - \rho \dot{d}_r) \\ w_2 = x_m \left[\frac{l_1 \mu (v_x \beta + l_1 \omega) (C_{f1} + C_{fr})}{v_x I_z} - \frac{l_1 \mu \alpha_r (C_{r1} + C_{r2})}{I_z} - \rho \dot{d}_r - \rho \ddot{d}_r \right] \\ w_3 = -x_m \frac{l_2 \mu (C_{r1} + C_{r2})}{I_z} \end{cases} \quad (8)$$

式中 d 为车辆行驶过程中的传感器误差、路面状况和轮胎特性等因素产生的干扰项.

根据上述分析,可以得到最终含有扰动误差模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = w_1 + w_2 + w_3 u + d \end{cases} \quad (9)$$

式中: $x_1 = e_m$; $u = \delta_f$ 为前轮转角.

假设 1 系统中所含的未知干扰 d 为可导且时变的, 并且其导数为有界的, 即存在正数 Δ 满足 $|d| \leq \Delta$.

本文的控制目标是在假设 1 成立的前提下, 结合固定时间控制律设计扰动观测器, 使得车辆的映射误差 e_m 在固定时间内收敛至零. 首先提出滑模扰动观测器在预设时间内精确估计车辆的未知干扰. 然后利用控制律使得车辆映射误差 e_m 在固定时间内收敛至零, 同时, 映射误差变化率 \dot{e}_m 也收敛至零, 控制目标为

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T_1^*} \hat{d} - d = 0 \\ \lim_{t \rightarrow T_2^*} x_i = 0 \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (10)$$

式中: T_1^* 为扰动观测误差达到稳定所需的上限时间; T_2^* 为车辆映射误差 e_m 达到稳定所需的上限时间, $T_1^* \leq T_2^*$; \hat{d} 为未知扰动 d 的观测值.

1.3 固定时间理论

为简化表述, 记 $x^{[a]} = |x|^a \text{sgn} x$, 其中 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; 为叙述便捷, 对所有时间变量简化表示, 如: $x(t) \rightarrow x$.

引理 1^[13] 对于非线性系统 $\dot{x} = f(x)$ 、 $x(0) = x_0$ 而言, 若存在一个连续且有界的径向函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup 0$ 满足

$$\begin{cases} V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ \dot{V}(x) \leq -a_1 V^{\alpha_1}(x) - b_1 V^{\beta_1}(x) \end{cases} \quad (11)$$

则系统能在固定时间内达到稳定, 且收敛时间 T 满足

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{a_1(1-\alpha_1)} + \frac{1}{b_1(\beta_1-1)} \quad (12)$$

式中 α_1 、 b_1 、 α_1 、 β_1 均为正数, 且 $0 < \alpha_1 < 1$, $\beta_1 > 1$. 另外, 若存在正数 δ 使得 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -a_1 V^{\alpha_1}(x) - b_1 V^{\beta_1}(x) + \delta \quad (13)$$

则系统是实际固定时间稳定的, 收敛时间 T 满足

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{a_1 \lambda (1-\alpha_1)} + \frac{1}{b_1 \lambda (\beta_1-1)} \quad (14)$$

式中 $0 < \lambda < 1$. 即系统能在固定时间 T 内收敛到一个仅与 λ 和 δ 相关的小残差集内.

引理 2^[14] 若非线性系统满足

$$\dot{x} = -a_2 x^{[m]} - b_2 x^{[n]} \quad (15)$$

则系统能在固定时间内达到稳定, 收敛时间 T 满足

$$T \leq \left[\frac{1}{a_2(1-m)} + \frac{1}{b_2(n-1)} \right]_{\max} \quad (16)$$

式中 a_2 、 b_2 、 m 、 n 均为正数, 且 $0 < m < 1$, $n > 1$.

引理 3^[14-15] 若 $x_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, 且 $0 < a_3 < 1$, $b_3 > 1$, 则有不等式

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i^{a_3} \geq \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^{a_3} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{b_3} \geq n^{1-b_3} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^{b_3} \\ x_i \leq x_i^{a_3} + x_i^{b_3} \end{cases} \quad (17)$$

2 新型预设时间理论及扰动观测器设计

2.1 新型自适应预设时间理论

定理 1 对非线性系统, 若存在一个李雅普诺夫函数 $V(x)$ 使得

$$\begin{cases} \dot{V}(x) \leq -\theta \\ \dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4T_c^2} V(x) \end{cases} \quad (18)$$

式中: T_c 为预设时间可调参数; θ 为自适应增益, 且 $\theta(0) = 0$; 则系统是预设时间稳定的, 稳定时间上界为 T_c .

证明: 通过引入时变函数 $m(t) \geq 0$, 使得

$$\begin{cases} \dot{V}(x) = -\theta - m(t) \\ \dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4T_c^2} V(x) \end{cases} \quad (19)$$

对式 (19) 中系统进行拉氏变换, 经整理可得

$$V(s) = \frac{s}{s^2 + \frac{\pi^2}{4T_c^2}} V_0 - \frac{s}{s^2 + \frac{\pi^2}{4T_c^2}} m(s) \quad (20)$$

式中: $V(0)$ 为 $V(x)$ 的初值; s 为拉式变换算子. 再对式 (20) 的两端进行拉氏反变换, 时变函数 $m(t) \geq 0$ 且时间 t 小于预设时间 T_c , 即 $t < T_c$, 进一步得到

$$V(x) = V_0 \cos\left(\frac{\pi}{2T_c} t\right) - m(t) \cos\left(\frac{\pi}{2T_c} t\right) \leq V_0 \cos\left(\frac{\pi}{2T_c} t\right) \quad (21)$$

据三角函数零点性质, $V(x)$ 将在 $t = T_c$ 内收敛到原点, 由于 $\dot{V}(x)$ 负定, $V(x)$ 将维持在原点, 所以系统是预设时间稳定的, 证毕.

定理 2 如果非线性系统满足

$$\begin{cases} \dot{x} = -\theta x^{[1-\alpha_2]} \\ \dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4\alpha_2 T_c^2} |x|^{\alpha_2} \end{cases} \quad (22)$$

式中 θ 为自适应增益, 满足 $\theta(0) = 0$, 则状态 x 是预设时间稳定的, 其收敛时间上界为 T_c .

证明: 选取李雅普诺夫函数

$$V(x) = \frac{1}{\alpha_2} |x|^{\alpha_2} \quad (23)$$

对式 (23) 求导可得

$$\dot{V}(x) = x^{[\alpha_2-1]} \dot{x} = x^{[\alpha_2-1]} (-\theta x^{[1-\alpha_2]}) = -\theta \quad (24)$$

又由 $\dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4\alpha_2 T_c^2} |x|^{\alpha_2} = \frac{\pi^2}{4T_c^2} V(x)$, 则根据定理 1 可知系统为预设时间稳定的, 其收敛时间上界为 T_c .

2.2 自适应预设时间滑模扰动观测器设计

针对式 (9) 误差模型, 为了提升轨迹跟踪鲁棒性, 本节基于自适应预设时间理论设计滑模扰动观测器. 首先, 引入辅助变量 κ_2 定义为

$$\kappa_2 = w_1 + w_2 + w_3 u + \hat{d} \quad (25)$$

则有

$$\tilde{d} = d - \hat{d} = \dot{x}_2 - \dot{\kappa}_2 \quad (26)$$

式中 \tilde{d} 表示扰动观测误差.

本文设计的自适应预设时间积分滑模面为

$$\begin{cases} s_d = \tilde{d} + \int_0^t \theta \tilde{d}^{[1-\alpha_3]} d\tau \\ \dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4\alpha_3 T_1^2} |\tilde{d}|^{\alpha_3} \end{cases} \quad (27)$$

式中: T_1 为待设计的预设时间; $0 < \alpha_3 < 1$.

基于所设计的滑模面, 本文构造的自适应预设时间扰动观测器微分形式为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{d}} = \Delta \operatorname{sgn} s_d + \theta d^{[1-\alpha_3]} + \varpi s_d^{[1-\alpha_3]} \\ \dot{\varpi} = \frac{\pi^2}{4\alpha_3 T_2^2} |s_d|^{\alpha_3} \end{cases} \quad (28)$$

式中: ϖ 为自适应参数, 满足 $\varpi(0) = 0$; T_2 为待设计的预设时间.

定理 3 在假设 1 成立的条件下, 采用本文设计的扰动观测器, 车辆中的扰动可以在预设时间 $T_1^* = T_1 + T_2$ 内被精确估计, 且估计误差为零.

证明: 选取李雅普诺夫函数

$$V_0 = \frac{1}{\alpha_3} |s_d|^{\alpha_3} \quad (29)$$

对 V_0 求导可得

$$\dot{V}_0 = s_d^{[\alpha_3-1]} \dot{s}_d \quad (30)$$

由式 (27) 可知 $\dot{s}_d = \dot{\tilde{d}} + \theta \tilde{d}^{[1-\alpha_3]}$, 并将其代入式 (30) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= s_d^{[\alpha_3-1]} (\dot{\tilde{d}} + \theta \tilde{d}^{[1-\alpha_3]}) = \\ & s_d^{[\alpha_3-1]} (\dot{\tilde{d}} - \dot{\tilde{d}} + \theta \tilde{d}^{[1-\alpha_3]}) \end{aligned} \quad (31)$$

将式 (28) 代入式 (31) 可得

$$\dot{V}_0 = s_d^{[\alpha_3-1]} (\dot{\tilde{d}} - \Delta \operatorname{sgn} s_d - \varpi s_d^{[1-\alpha_3]}) \leq -\varpi \quad (32)$$

令

$$\begin{cases} \dot{V}_0 \leq -\varpi \\ \dot{\varpi} = \frac{\pi^2}{4T_2^2} V_0 \end{cases} \quad (33)$$

根据定理 1 可知, V 将在预设时间 T_2 内收敛到零, 因此本文设计的观测误差积分滑模面可在预设时间 T_2 时间内到达, 此时有

$$\dot{\tilde{d}} = -\theta \tilde{d}^{[1-\alpha_3]} \quad (34)$$

根据定理 2 可知, 观测误差 \tilde{d} 将在预设 T_1 时间内收敛到零. 整个收敛过程包含滑模趋近阶段以及误差收敛阶段在 $T_1^* = T_1 + T_2$ 时间内完成.

本文设计的预设时间滑模扰动观测器的收敛时间上界作为一个独立的观测器参数, 便于直接设计, 更加直观, 同时也避免了传统固定时间滑模扰动观测器依赖参数过多的问题.

滑模扰动观测器中引入自适应增益来取代传统滑模控制中的固定增益, 以实现预设时间收敛, 进一步提高了观测器对于扰动初值的鲁棒性.

滑模控制利用非连续符号函数来对抗外部干扰对系统的影响, 外部扰动越大, 控制器的抖振现象就越严重. 通过预设时间的扰动观测器, 将扰动的观测

结果反馈到控制器中, 可以有效地减轻滑模控制中的抖振问题.

3 固定时间反步滑模控制器设计

3.1 虚拟控制律设计

本节提出固定时间反馈滑模轨迹跟踪控制器, 车辆映射误差模型 (9) 是一个欠驱动模型, 内部状态 x_1 受到 x_2 的间接控制, 为了实现对状态 x_1 的精确控制, 使其在固定时间内收敛, 本文借助反步法的思想引入了虚拟控制律

$$u_c = -a_4 x_1^{[\alpha_4]} - b_4 x_1^{[\beta_4]} \quad (35)$$

式中: a_4 、 b_4 均为正数; $0 < \alpha_4 < 1$, $\beta_4 > 1$.

于是令

$$x_1 = u_c = -a_4 x_1^{[\alpha_4]} - b_4 x_1^{[\beta_4]} \quad (36)$$

根据引理 2 可知, 在虚拟控制律 u_c 的作用下, x_1 将在 T_3 时间内收敛到零, T_3 表达式为

$$T_3 = \frac{1}{a_4(1-\alpha_4)} + \frac{1}{b_4(\beta_4-1)} \quad (37)$$

接下来设计滑模控制器, 使系统的内部状态 x_2 能够跟踪上虚拟控制律 u_c .

定理 4 如果误差系统是稳定的, 即映射误差 $x_1 = e_m$ 有界, 虚拟控制律 u_c 的导数均为有界变量, 即存在正数 Δ_u 满足 $|\dot{u}_c| < \Delta_u < \infty$.

证明: 结合误差动力学方程式 (3), 将 \dot{e}_d 和 \dot{e}_φ 代入可得简化后的动力学方程为

$$\dot{x}_1 = v_x e_\varphi + v_y + x_m (\dot{\omega} - \rho \dot{\tau}) \quad (38)$$

对虚拟控制律 u_c 求导可得

$$\dot{u}_c = -(a_4 \alpha_4 |x_1|^{\alpha_4-1} + b_4 \beta_4 |x_1|^{\beta_4-1}) \dot{x}_1 \quad (39)$$

由于速度 v_x 、 v_y 、航向误差 e_φ 、角速度 ω 与参考角速度 ω_r 是有界的, 而参数 ρ 和 x_m 是常数, 因此 \dot{x}_1 是有界的, 则虚拟控制律导数 \dot{u}_c 有

$$|\dot{u}_c| = |-(a_4 \alpha_4 |x_1|^{\alpha_4-1} + b_4 \beta_4 |x_1|^{\beta_4-1}) \dot{x}_1| \quad (40)$$

$$|\dot{u}_c| \leq (a_4 \alpha_4 |x_1|^{\alpha_4-1} + b_4 \beta_4 |x_1|^{\beta_4-1}) |\dot{x}_1| \quad (41)$$

由于映射误差 $x_1 = e_m$ 是有界的, 映射误差导数 \dot{x}_1 也是有界的. 记 $|x_1| \leq M$, $|\dot{x}_1| \leq D$, M 、 D 均为正常数, 则有

$$|\dot{u}_c| \leq (a_4 \alpha_4 M^{\alpha_4-1} + b_4 \beta_4 M^{\beta_4-1}) D = \Delta_u \quad (42)$$

因此虚拟控制律的导数为有界变量, 证毕.

传统的反步控制无法规避微分爆炸的问题, 为了避免直接对虚拟控制律求导, 本文引入固定时间收敛的一阶低通滤波器

$$T_u \dot{u}_d = -\sigma_u^{[\alpha_u]} u_d - \sigma_u^{[\beta_u]} \quad (43)$$

式中: u_d 为虚拟控制律 u_c 的估计值; T_u 为待设计的滤

波器参数, 满足 $0 < T_u < 2$; $\sigma_u = u_d - u_c$ 为滤波误差, 其导数可表示为

$$\dot{\sigma}_u = \dot{u}_d - \dot{u}_c = -\frac{1}{T_u} \sigma_u^{[\alpha_4]} - \frac{1}{T_u} \sigma_u^{[\beta_4]} - \dot{u}_c \quad (44)$$

为验证滤波误差 σ_u 能够固定时间内收敛, 故选取李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} (\sigma_u^2 + \sigma_v^2) \quad (45)$$

对李雅普诺夫函数求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \sigma_u \dot{\sigma}_u = \sigma_u \left(-\frac{1}{T_u} \sigma_u^{[\alpha_4]} - \frac{1}{T_u} \sigma_u^{[\beta_4]} - \dot{u}_c \right) \leq \\ -\frac{1}{T_u} |\sigma_u|^{\alpha_4+1} - \frac{1}{T_u} |\sigma_u|^{\beta_4+1} + |\sigma_u| |\Delta u| \end{aligned} \quad (46)$$

根据基本不等式可得

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{T_u} (\sigma_u^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - \frac{1}{T_u} (\sigma_u^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} \sigma_u^2 + \frac{1}{2} \Delta u^2 \quad (47)$$

再根据引理 3 中的式 (17) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq -C (\sigma_u^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - C (\sigma_u^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} \Delta u^2 \leq \\ \frac{1}{2} \Delta u^2 - C (\sigma_u^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - C (\sigma_u^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} \end{aligned} \quad (48)$$

式中 $C = \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{2} \right)$. 最后根据引理 3 中的式子可以推导出

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq -C (\sigma_u^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - 2^{\frac{1-\beta_4}{2}} C (\sigma_u^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} \Delta u^2 \leq \\ -\psi_1 V_1^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - \psi_2 V_1^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} \Delta u^2 \end{aligned} \quad (49)$$

式中: $\psi_1 = 2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} C$; $\psi_2 = 2C$.

根据引理 1 可知, v_1 是实际固定时间稳定的, 且在固定时间 T_4 内收敛, T_4 表达式为

$$T_4 = \frac{1}{\psi_1 \chi (1 - \alpha_4)} + \frac{1}{\psi_2 \chi (\beta_4 - 1)} \quad (50)$$

式中 $0 < \chi < 1$, 为待设计参数.

在固定时间 T_4 之后, u_d 已经可以追踪上虚拟控制律 u_c , 因此只需要设计滑模控制器使得内部状态 x_2 在固定时间分别追踪上 u_d , 则内部状态必定能在固定时间内跟踪上 u_c .

3.2 固定时间积分滑模控制方法设计

首先定义状态跟踪误差为

$$e = x_2 - u_d \quad (51)$$

针对状态跟踪误差 e 本文设计的固定时间状态误差积分滑模面为

$$s_e = e + \int_0^t (\lambda e^{[\alpha_5]} + \mu e^{[\beta_5]}) d\tau \quad (52)$$

式中 λ 为正数.

定理 5 当误差系统到达并维持在式 (52) 所示的积分滑模面时, 状态跟踪误差 e 可以在固定时间 T_5 内收敛, T_5 表达式为

$$T_5 = \frac{1}{\lambda(1-\alpha_5)} + \frac{1}{\mu(\beta_5-1)} \quad (53)$$

根据引理 2 可知, 状态跟踪误差在固定时间 T_5 内收敛, 定理 5 显然成立.

为迫使误差系统可在预设时间内到达并维持在滑模面 s_e 上, 本文设计的预设时间滑模控制器为

$$\begin{cases} u = -\frac{1}{w_3} (w_1 + w_2 + \hat{d} + \lambda e^{[\alpha_5]} + \mu e^{[\beta_5]} + \\ \eta s_e^{[1-\alpha_5]} - \dot{u}_d) \\ \dot{\eta} = \frac{\pi^2}{4\alpha_5 T_6^2} |s_e|^{\alpha_5} \end{cases} \quad (54)$$

式中: $0 < \alpha_5 < 1$; η 为自适应参数, 并满足 $\eta(0) = 0$; T_6 为待设计的预设时间参数, 并且满足 $T_6 > T_1^*$.

定理 6 在假设 1 成立的条件下, 采用式 (54) 所示的滑模控制器, 则误差系统在预设时间 T_6 内到达并维持在积分滑模面 s_e 上.

证明: 选取的李雅普诺夫函数为

$$V_2 = \frac{1}{\alpha_5} |s_e|^{\alpha_5} \quad (55)$$

对 V_2 求导化简, 并将控制器式 (54) 代入可得

$$\dot{V}_2 = s_e^{[\alpha_5-1]} (-\eta s_e^{[1-\alpha_5]} + \tilde{d}) \quad (56)$$

当 $t > T_1^*$ 时, 此时扰动观测误差已经收敛为零, 因此可以推导得到

$$\dot{V}_2 = s_e^{[\alpha_5-1]} (-\eta s_e^{[1-\alpha_5]}) = -\eta \quad (57)$$

类似定理 3 的后续证明过程, 最终可以得到 V_2 在 T_6 内收敛到零, 又因为 \dot{V}_2 负定, 因此 V_2 维持为零. 即状态误差系统在 T_6 时间内到达并维持在积分滑模面 s_e 上.

证毕.

状态跟踪误差的收敛过程包含滑模趋近阶段和误差收敛阶段, 因此 e 在 $T_5 + T_6$ 时间内收敛到零. 此时系统的内部状态 x_2 实现了对虚拟控制律估计值 u_d 的跟踪.

综合以上分析, 可得系统的内部状态 x_2 跟踪虚拟控制律 u_c 所需的时间上界为 $T_4 + T_5 + T_6$, 当 $t \geq T_4 + T_5 + T_6$ 时有

$$x_2 \approx u_c = -a_4 x_1^{[\alpha_4]} - b_4 x_1^{[\beta_4]} \quad (58)$$

前文已经论证在虚拟控制律 u_c 作用下, 状态 x_1 最多经过 T_3 时刻收敛到零, 因此 x_1 的最终收敛时间上界 T_2^* 为

$$T_2^* = T_3 + T_4 + T_5 + T_6 \quad (59)$$

当 x_1 收敛到零时, 结合式 (58) 可得状态 x_2 也同时收敛至一个小残差集内, 证毕.

定理 7 对于映射误差模型 (9), 在假设 1 成立的情况下, 车辆轨迹跟踪控制器 (54) 可以实现映射误差 e_m 的实际固定时间收敛.

证明: 定义的李雅普诺夫函数为

$$V_x = \frac{1}{2}x_1^2 \quad (60)$$

$$V_e = \frac{1}{2}e^2 \quad (61)$$

对 V_x 求导, 并代入式 (35) 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= x_1(-a_4x_1^{\alpha_4} - b_4x_1^{\beta_4}) = -a_4(x_1^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - \\ & b_4(x_1^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} = -2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} a_4 V_x^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} b_4 V_x^{\frac{\beta_4+1}{2}} \end{aligned} \quad (62)$$

对 V_e 求导, 并将式 (52) 代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= e(-\lambda e^{\alpha_4} - \mu e^{\beta_4}) = \\ & -2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} \lambda (e^2)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} \mu (e^2)^{\frac{\beta_4+1}{2}} \leq \\ & -D_1 \left(\frac{1}{2}e^2\right)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - D_2 \left(\frac{1}{2}e^2\right)^{\frac{\beta_4+1}{2}} \end{aligned} \quad (63)$$

式中: $D_1 = 2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} \lambda$; $D_2 = 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} \mu$.

根据引理 3 中的式 (17) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq -D_1 \left(\frac{1}{2}e^2\right)^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - D_2 \left(\frac{1}{2}e^2\right)^{\frac{\beta_4+1}{2}} - D_1 V_e^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - \\ & 2^{\frac{1-\beta_4}{2}} D_2 V_e^{\frac{\beta_4+1}{2}} = -D_1 V_e^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - D_3 V_e^{\frac{\beta_4+1}{2}} \end{aligned} \quad (64)$$

式中 $D_3 = 2\mu$.

为验证整体系统稳定性, 选取的李亚普诺夫函数为

$$V_T = V_1 + V_x + V_e + \frac{1}{\alpha_4} |\tilde{d}|^{\alpha_4} \quad (65)$$

当 $t > T_1^*$ 时, $\tilde{d} = 0$, 于是有

$$\dot{V}_T = \dot{V}_1 + \dot{V}_x + \dot{V}_e \quad (66)$$

将式 (49) 代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_T &\leq -2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} a_4 V_x^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} b_4 V_x^{\frac{\beta_4+1}{2}} - \\ & D_1 V_e^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - D_3 V_e^{\frac{\beta_4+1}{2}} - \\ & \psi_1 V_1^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - \psi_2 V_1^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} A_u^2 \leq \\ & -P_1 \left(V_x^{\frac{\alpha_4+1}{2}} + V_1^{\frac{\alpha_4+1}{2}} + V_e^{\frac{\alpha_4+1}{2}} \right) - \\ & P_2 \left(V_x^{\frac{\beta_4+1}{2}} + V_1^{\frac{\beta_4+1}{2}} + V_e^{\frac{\beta_4+1}{2}} \right) + \frac{1}{2} A_u^2 \end{aligned} \quad (67)$$

其中

$$P_1 = \min \left\{ 2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} a_4, D_1, \psi_1 \right\} \quad (68)$$

$$P_2 = \min \left\{ 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} \beta_4, D_3, \psi_2 \right\} \quad (69)$$

根据引理 3 可得

$$\dot{V}_T \leq -P_1 V_T^{\frac{\alpha_4+1}{2}} - P_3 V_T^{\frac{\beta_4+1}{2}} + \frac{1}{2} A_u^2 \quad (70)$$

式中 $P_3 = 3^{\frac{1-\beta_4}{2}} P_2$.

因此, 根据引理 1 可知整个控制系统都是实际固定时间收敛的, 车辆能够在固定时间内跟踪上目标轨迹.

证毕.

4 实验验证

4.1 预设时间扰动观测器验证

为验证本文所设计扰动观测器的有效性, 本文将所设计自适应预设时间扰动观测器与文献[16]固定时间扰动观测器进行对比, 扰动观测器类型以及参数如表 1 所示.

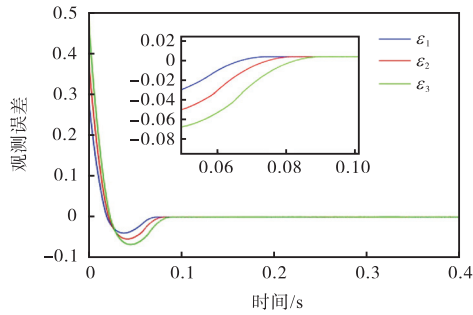
分别选取车辆未知扰动 $0.6\sin t + 0.3\cos t$ 、 $0.4\sin t + 0.6\cos t$ 、 $0.5\sin(2t) + 0.5\cos(2t)$ 进行测试.

表 1 扰动观测器类型

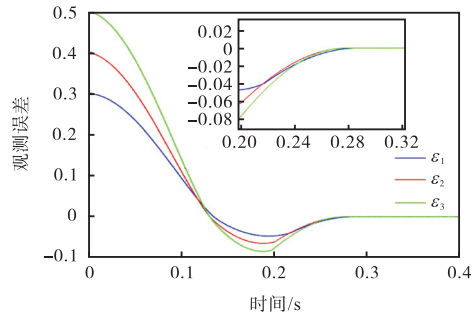
Tab.1 Disturbance observer types

观测器类型	形式
自适应 预设时间 观测器	$s_d = \tilde{d} + \int_0^t \theta \tilde{d}^{1-\alpha_4} d\tau$ $\dot{\theta} = \frac{\pi^2}{4\alpha_4 T_1^2} \tilde{d} ^{\alpha_4}$ $\dot{\tilde{d}} = \Delta \operatorname{sgn} s_d + \theta \tilde{d}^{1-\alpha_4} + \varpi_1 s_d^{1-\alpha_4}$ $\varpi = \frac{\pi^2}{4\alpha_4 T_2^2} s_d ^{\alpha_4}$
固定时间观测器 ^[16]	$s_d = \tilde{d} + \int_0^t (m_1 \tilde{d}^{\alpha_4} + n_1 \tilde{d}^{\beta_4}) d\tau$ $\dot{\tilde{d}} = \Delta \operatorname{sgn} s_d + m_1 \tilde{d}^{\alpha_4} + n_1 \tilde{d}^{\beta_4} +$ $m_2 s_d^{\alpha_4} + n_2 s_d^{\beta_4}$

观测器误差收敛曲线如图 2 所示. 其中, 3 个未知扰动下的误差, 按照扰动顺序分别记作 ε_1 、 ε_2 、 ε_3 . 由图 2(a) 可知, 固定时间观测器扰动误差收敛时间短, 而由图 2(b) 可知自适应预设时间扰动观测器由于参数自适应, 故收敛时间基本一致, 均在 0.28 s 左右. 尽管两种观测器均表现出较好的收敛效果, 但面对不同初值的扰动误差, 自适应预设时间观测器具有更高的鲁棒性, 收敛时间差异小, 并且收敛时间上限作为独立的一个参数, 便于设计.



(a) 固定时间扰动观测器误差



(b) 预设时间扰动观测器误差

图 2 观测器误差收敛曲线

Fig.2 Observer error convergence curves

4.2 预设时间滑模控制器验证

双移线轨迹跟踪与稳定性测试通过模拟紧急避障场景,能够有效评估控制策略的性能.该测试主要考察系统对路径快速变化的响应能力及稳定性,是确保车辆在复杂驾驶环境中保持轨迹跟踪精度和可靠性的关键测试.通过设置不同偏移量的双移线实验场景,能够更全面地评估车辆轨迹跟踪控制器的性能表现.实验选取偏移量为 3.0 m 和 4.0 m 的双移线来评估控制器性能.这两种轨迹曲率特性存在明显差异,其中 4.0 m 偏移量双移线呈现出更为显著的曲率变化,这对车辆转向系统的动态响应提出了更高的要求.通过对比分析不同偏移量的双移线跟踪效果,可以深入考察控制器在面对不同程度曲率变化时的适应能力,特别是其在较大横向偏移条件下的轨迹跟踪精度.为深入验证控制器在复杂实际工况下的鲁棒性,本实验进一步选取 3 种不同车速开展双移线实验.实验工况如表 2 所示.

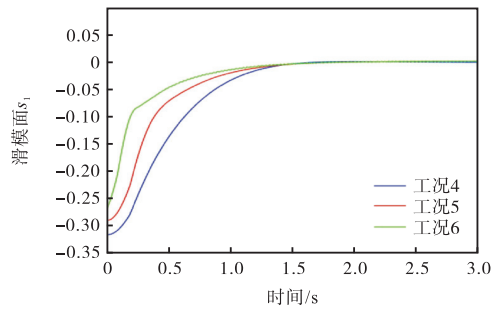
表 2 实验工况

Tab.2 Experimental conditions

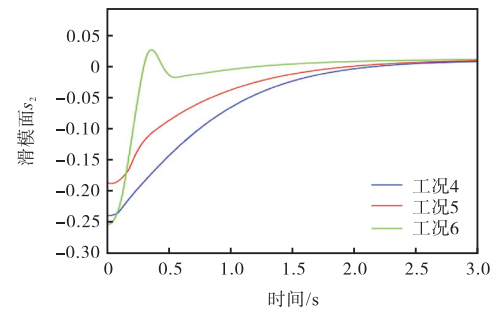
工况	偏移量/m	速度/(km/h)
1	3.0	40
2	3.0	50
3	3.0	60
4	4.0	40
5	4.0	50
6	4.0	60

为验证本文提出的预设时间滑模控制器,本文选取工况 4~6 下的双移线进行仿真验证.将自适应预设时间趋近律和指数级趋近律、文献[17]幂次趋近律进行对比,自适应预设时间趋近律和指数级趋近律、幂次趋近律的滑模面分别记作 s_1 、 s_2 、 s_3 .

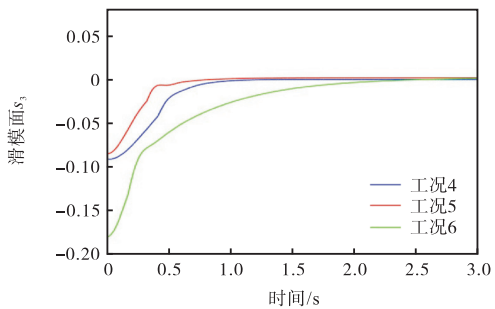
为方便观察,将自适应预设时间趋近律与固定时间趋近律的收敛上界设置为 3 s,3 种趋近律的滑模面收敛图像均能在 3 s 规定时间内收敛,图 3(b)为指数级趋近律滑模面收敛曲线,虽然能在规定时间收敛,但在工况 6 下控制器产生超调现象,鲁棒性不高.图 3(c)为幂次趋近律滑模面收敛曲线,在工况 4、5 下有很好的收敛效果,但工况 6 下滑模面峰值变化大,并且收敛时间明显增加,可见幂次趋近律对速度的鲁棒性不高.图 3(a)为自适应预设时间收敛曲线,其抖振现象小,并且由于自适应参数,收敛的时



(a) 自适应预设时间滑模面 s_1



(b) 指数级趋近律滑模面 s_2



(c) 幂次趋近律滑模面 s_3 [17]

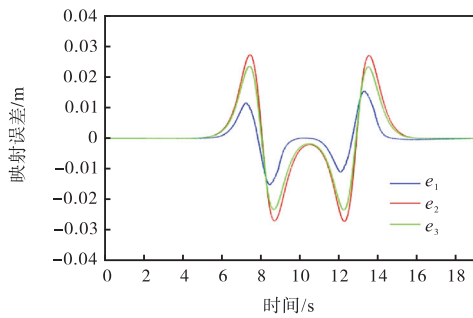
图 3 滑模面收敛曲线

Fig.3 Convergence curves of sliding mode surfaces

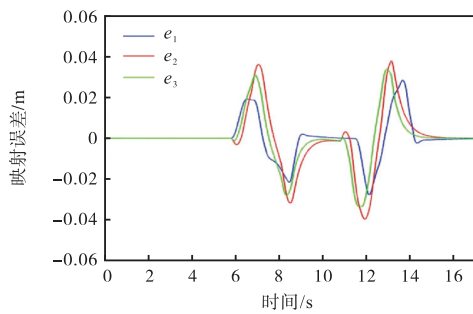
间在不同速度下相同. 从收敛时间而言, 指数级趋近律最快收敛时间范围为 1.5 ~ 2.5 s. 幂次趋近律收敛时间范围为 1.0 ~ 2.2 s, 而预设时间滑模面在不同工况下均在 1.5 s 左右收敛至 0. 因此, 自适应预设时间趋近律对速度的鲁棒性较高, 并且收敛速度快、效果明显.

4.3 自适应预设时间滑模趋近律性能验证

将本文自适应预设时间趋近律和指数级趋近律、文献[17]幂次趋近律进行对比. 为验证该趋近律对速度的鲁棒性, 选取工况 1 ~ 6 下进行实验, 实验结果如图 4 ~ 6 所示. 将自适应预设时间趋近律误差记作 e_1 , 指数级趋近律误差记作 e_2 , 幂次趋近律误差记作 e_3 . 在工况 1 ~ 3 中, 由于双移线偏移量较小, 3 种控制器均有不错的控制效果, 映射误差曲线较为光滑. 就映射误差峰值而言, 自适应预设时间趋近律误差 e_1 在 3 种速度下峰值分别为 0.0159 m、0.0146 m、0.0551 m, 远远小于指数级趋近律误差与幂次趋近律误差. 就收敛时间而言, 从最后误差峰值时刻算起, e_1 在 3 种速度下均能在 2 s 内收敛至零, 而 e_2 、 e_3 收敛时长均超过 3 s. 就映射误差峰值而言, 由图 4(b) 和图 5(b) 可知, 在工况 4 与工况 5 下, 3 种控制器均有不错的控制效果, 但在速度为 60 km/h 的工况 6 中, 如图 6(b) 所示, 指数级趋近律误差峰值达到 0.2065 m, 幂次趋近律误差峰值为 0.1763 m, 两种滑模趋近律对速度的鲁棒性不高, 与之前工况偏差变化

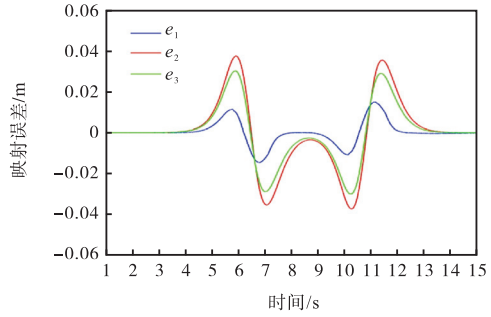


(a) 工况 1

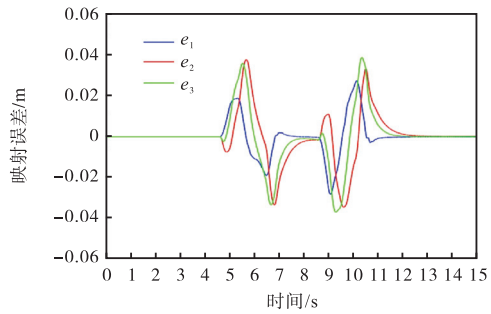


(b) 工况 4

图 4 40 km/h 映射误差收敛曲线
Fig.4 Mapping error convergence curves at 40 km/h



(a) 工况 2

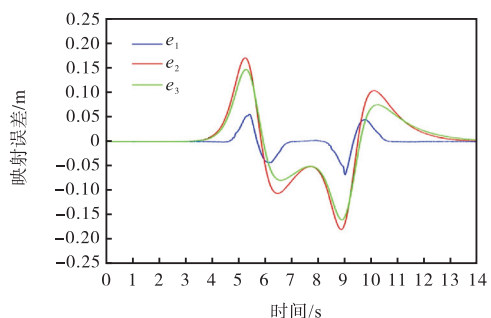


(b) 工况 5

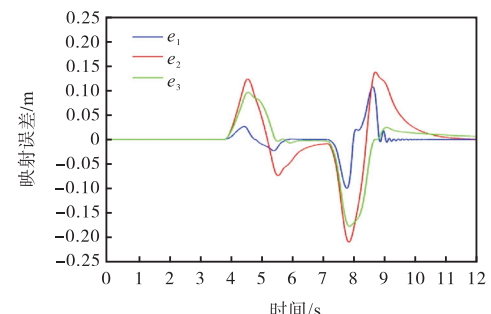
图 5 50 km/h 映射误差收敛曲线

Fig.5 Mapping error convergence curves at 50 km/h

较为明显. 而本文的预设时间趋近律在工况 4 ~ 6 下的映射误差峰值分别为 0.0272 m、0.0282 m、0.1068 m, 并且始终小于指数级趋近律与幂次趋近律误差峰值, 具有良好的跟踪效果, 在各种速度下的误差超调量更小, 曲线更平滑.



(a) 工况 3



(b) 工况 6

图 6 60 km/h 映射误差收敛曲线

Fig.6 Mapping error convergence curves at 60 km/h

5 结 语

本文针对含未知扰动的车辆系统,提出了基于自适应预设时间扰动观测器的积分滑模控制方法. 首先,提出一种新型自适应预设时间理论,并基于该理论构建了一种参数更少、方便可调、鲁棒性更强的自适应预设时间扰动观测器;接着,设计了自适应预设时间滑模趋近律,保证滑模变量 s 能在预设的时间内到达并维持在滑模面上;最后,通过 MATLAB/Simulink 仿真在 Carsim 中验证了该趋近律优秀的跟踪效果以及对不同速度工况良好的鲁棒性,后续将尝试在实际平台进一步验证.

参考文献:

- [1] Daily M, Medasani S, Behringer R, et al. Self-driving cars[J]. Computer, 2017, 50(12): 18-23.
- [2] Aliko R, Mellouli E M, Tissir E H. A modified sliding mode controller based on fuzzy logic to control the longitudinal dynamics of the autonomous vehicle[J]. Results in Engineering, 2024, 22: 102120.
- [3] 毕凤荣, 孙浩轩, 张立鹏, 等. 4 WID 车辆主动安全控制策略研究[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2022, 55(2): 158-165.
Bi Fengrong, Sun Haoxuan, Zhang Lipeng, et al. Research on the active safety control of the 4 WID vehicle[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2022, 55(2): 158-165(in Chinese).
- [4] Xie F X, Liang G Z, Chien Y R. Highly robust adaptive sliding mode trajectory tracking control of autonomous vehicles[J]. Sensors, 2023, 23(7): 3454.
- [5] Mao Z H, Tao G, Jiang B, et al. Zero dynamics analysis and adaptive tracking control of underactuated multi-body systems with flexible links[J]. International Journal of Control, 2019, 94(7): 1931-1943.
- [6] Sabiha A D, Kamel M A, Said E, et al. ROS-based trajectory tracking control for autonomous tracked vehicle using optimized backstepping and sliding mode control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2022, 152: 104058.
- [7] Tan W, Wang M F, Ma K. Research on intelligent vehicle trajectory tracking control based on improved adaptive MPC[J]. Sensors, 2024, 24(7): 2316.
- [8] Yang T T, Li Z X, Yu J J. Trajectory tracking control of surface vehicles: A prescribed performance fixed-time control approach[J]. IEEE Access, 2020, 8: 209441-209451.
- [9] 姜立标, 吴中伟. 基于趋近律滑模控制的智能车辆轨迹跟踪研究[J]. 农业机械学报, 2018, 49(3): 381-386.
Jiang Libiao, Wu Zhongwei. Sliding mode control for intelligent vehicle trajectory tracking based on reaching law[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(3): 381-386(in Chinese).
- [10] 盖玉林, 孙悦, 陈明, 等. 基于扰动观测和快速变功率的四旋翼非奇异终端滑模控制[J/OL]. 控制工程, <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.220240225>, 2024-09-09.
Gai Yulin, Sun Yue, Chen Ming, et al. Non-singular terminal sliding mode control of quadrotor based on disturbance observation and fast variable power[J/OL]. Control Engineering of China, <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.220240225>, 2024-09-09(in Chinese).
- [11] 李波, 王成虎, 马玲, 等. 轮式移动机器人固定时间轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(3): 845-852.
Li Bo, Wang Chenghu, Ma Ling, et al. Fixed-time trajectory tracking control of a wheel mobile robot[J]. Control and Decision, 2024, 39(3): 845-852(in Chinese).
- [12] Wang J, Bo D D. Adaptive fixed-time sensorless maximum power point tracking control scheme for DFIG wind energy conversion system[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 135: 107424.
- [13] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [14] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. Automatica, 2015, 54: 305-309.
- [15] Xu B, Liang Y, Li Y X, et al. Adaptive command filtered fixed-time control of nonlinear systems with input quantization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 427: 127186.
- [16] An S, Wang L J, He Y. Robust fixed-time tracking control for underactuated AUVs based on fixed-time disturbance observer[J]. Ocean Engineering, 2022, 266: 112567.
- [17] 周涛. 基于一种新型趋近律的自适应滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(7): 1335-1338.
Zhou Tao. Adaptive sliding control based on a new reaching law[J]. Control and Decision, 2016, 31(7): 1335-1338(in Chinese).

(责任编辑: 孙立华)