

DOI:10.11784/tdxbz202302006

面向曲率及边界距离约束的弯曲管道内路径规划

代煜, 赵煜, 尹晶晶, 李睿, 张建勋

(南开大学机器人与信息自动化研究所, 天津 300350)

摘要: 弯曲管道结构是工业探测或医用诊察中常见的一种场景, 传统机器人的路径规划大多基于管道中心线的提取, 而忽略了在狭窄空间中作业的真实参数约束, 易使得作业工具末端受到弯折或挤压, 影响作业效率, 增加作业风险. 针对以上问题, 提出了一种面向真实曲率和边界距离参数约束的路径规划方法, 在可视化的三维模型中生成管道的中心稠密点集, 针对该点集提出两步走的空间特征点识别策略. 在选定作业路径的初始点、终止点后, 依据邻近点间的曲率均值、极值及差分关系识别曲率极值点、分段点, 通过对粗扫描特征点的遍历进一步识别出拐点和宽域节点以及过密点. 将识别出的特征点作为型值点, 反算得到 NURBS 曲线及对应插值点的曲率值, 通过模型切片搜索得到曲线插值点的边界距离不合格点集. 将极值点添加至特征点集中, 再通过搜索得到的曲率不合格点集, 将极值点进行拟合圆调整后更新特征点集. 在完成自适应轮次的特征点迭代后, 检测并标记为空或连续不变的全区间参数不合格点区间集. 实验结果证明: 弯曲圆柱仿真模型和 CT 重建肾腔模型的规划路径经由迭代分别满足曲率 10 mm^{-1} 、 8 mm^{-1} 的约束. 同时最短距离的全区间检测及标记结果也表明本文方法可以在满足曲率要求的前提下尽可能不碰撞管道内壁, 验证了本文方法的有效性和可行性.

关键词: 路径规划; 弯曲管道; NURBS 曲线插值; 特征点识别; 曲率约束; 边界距离约束

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2024)10-1010-12

Path Planning for Curved Pipeline Interior with Curvature and Boundary Distance Constraints

Dai Yu, Zhao Yu, Yin Jingjing, Li Rui, Zhang Jianxun

(Institute of Robotics & Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Curved pipeline structure is common in industrial detection and medical diagnosis. Traditional robot path planning is mostly based on the extraction of pipeline centerline while ignoring the real parameter constraints in a narrow space. This can easily bend or squeeze the end of the tool, thereby affecting the operational efficiency and increasing its operational risk. To solve the problems mentioned above, in this study, a path planning method based on real curvature and boundary distance parameter constraints was proposed. First, a dense center point set of the pipeline was generated in the visual three-dimensional model, and a two-step space feature point identification strategy was proposed for the point set. Additionally, curvature extreme and subsection points were identified according to the curvature mean value, extreme value, and difference relation between adjacent points. Then, inflection points, wide domain nodes, and over-dense points were further identified by traversing the coarse scanning feature points. The identified feature points were used as the model value points, the curvature values of the NURBS curve and the corresponding interpolation points were obtained via inverse calculation, and a boundary distance unqualified point set of the curve interpolation points was obtained through model slice search. Moreover, the extreme points were added to the feature point set. Then, the extreme points were adjusted to a fitting circle through the curvature unqualified point set obtained through searching, and the feature point set was updated. After the completion of the feature

收稿日期: 2023-02-05; 修回日期: 2023-03-24.

作者简介: 代煜 (1981—), 男, 博士, 教授.

通信作者: 代煜, daiyu@nankai.edu.cn.

基金项目: 首都医学科学创新中心资助项目 (CX23YZ12).

Supported by the Grant of the Chinese Institutes for Medical Research, Beijing (No. CX23YZ12).

point iterations of the adaptive rounds, the interval set of unqualified points of the full interval parameters was detected and marked as empty or continuous invariant. The experimental results showed that the path planning of the curved cylinder simulation and the CT reconstruction venal lumen models meet the curvature constraint of 10 mm^{-1} and 8 mm^{-1} through iterations. Furthermore, the shortest distance detection and labeling results demonstrated that the method can avoid colliding with the inner wall of the pipeline as far as possible on the premise of meeting the curvature requirement, which verifies the effectiveness and feasibility of the method.

Keywords: path planning; curved pipe; NURBS curve interpolation; feature points recognition; curvature constraint; boundary distance constraint

随着机器人技术在多领域内的蓬勃发展^[1-2], 在指定的寻路空间中进行路径规划成为面向该技术的重要问题. 而在路径规划的场景中常常会出现弯曲管道结构, 在工业领域中, 针对工艺管道进行内壁的化学腐蚀或裂缝检查, 或者对锅炉供水管道或设备通风管道进行缺陷或锈斑探测时需要机器人深入弯曲狭窄结构的内部, 如 Liu 等^[3]研发的基于连续体结构的深腔机械臂可以在受限空间内执行勘探和检查任务. 在医疗领域中, 心脑血管等疾病需要导管或导丝由动脉刺入血管后被引导进入病灶诊疗, 如 Gavin 等^[4]成功应用 CorPath GRX 介入治疗机器人辅助技术系统治疗 1 例复杂型冠状动脉病变, 北京天坛医院、北京理工大学团队研制出的腔内手术机器人系统完成 1 例人体左侧颈总动脉手术^[5]. 此外, 泌尿道疾病多需要经由输尿管进入肾盂肾盏的多分支自然腔道内部进行微创诊疗, 如 Mihir 等^[6]将 Hansen Medical 公司的 Sensei-Magellan 心血管机器人柔性导管系统加以改进, 应用至泌尿外科手术并治疗 18 例肾结石患者. 国内的天津大学、中国人民解放军总医院、民航总医院团队^[7]使用研制的输尿管软镜手术机器人完成了动物实验.

在这类场景下进行路径规划的一大难点是满足连续体机器人或介入导管结构的最大曲率约束及最小边界距离约束条件, 这也是对弯曲管道关键部位探查成功与否的关键. 如当输尿管或肾盏颈狭窄及扭曲过大时, 规划路径如不满足曲率约束则易使机构弯折受损; 当肾盂肾下盏夹角 (infundibulopelvic angle, IPA)^[8]过小时, 路径如不满足边界距离的条件, 则很难顺利通过狭窄管道区域, 这将对肾盏处肾结石的净石率影响较大, 故针对曲率及边界距离参数优化出一条较佳的路径, 有利于更好地引导机器人进入复杂弯曲管道内部.

目前的全局或局部路径规划方法主要基于非结构环境求解具有避障属性的最优路径^[9], 如基于改进人工势能场的常规规划法^[10]、基于模糊控制或遗传算法的智能规划法^[11]和基于随机路线图 (probabilistic road map, PRM) 或快速扩展随机树 (rapidly-exploring

random tree, RRT) 改进的随机抽样规划法^[12], 如 Marlene 等^[13]提出自适应 Hermite 分形树 (adaptive Hermite fractal tree, AHFT) 多路径识别算法, 面向弯管内部路径规划的较少, 而在医学领域中, 类管道路径规划的研究主要集中在中心路径提取技术, 传统方法有拓扑细化法、势能场法和距离变换法, 大多存在需要人工介入、精度不高、鲁棒性差的问题. 近年来, Matthias 等^[14]使用多元霍夫树及斜随机森林方法对复杂拓扑血管匹配分段中心线, 但分段训练计算复杂度较高, 且忽略真实弯曲管道的曲率和边界距离参数. Huang 等^[15]使用基于稳态液体等压面的血管中线提取及狭窄检测算法, 但计算得到的流体狭窄率无法换算为定量的边界距离参数. Yang 等^[16]针对肾内腔体结构, 提出了改进边界距离场的中心线规划及曲率约束方法, 但基于体素的方法易使路径蜿蜒曲折、规划鲁棒性差. 邱建鹏^[17]提出了一种基于双向最小路径传播的心脏 CTA 冠状树提取算法, 基于“对称凸性”能量提取血管中线. 刘义^[18]提出了识别血管分叉和末端 (bifurcation and end aware tracker, BEA-Tracker) 的深度学习模型, 但模型训练的时间效率低.

本文基于非均匀有理 B 样条曲线 (non-uniform rational B-splines, NURBS)^[19-20]相关理论, 提出了一种面向最大曲率及最短边界距离约束进行中心线路径规划的方法: 在选定初始终止点的基础上, 通过最小化路径点最大内切球的半径积分, 规划出初始中心线点集, 存储离散边界距离及曲率值, 并对其进行粗扫描、重扫描, 识别出空间中能够表征曲线阶段形状特性或曲率参数特性的特征点集. 再基于曲率及边界距离约束条件, 通过对特征点集的添加或更新, 针对 NURBS 插值平滑后的曲线进行自适应的调整, 最终扫描全区间曲线标记参数不合格位置, 完成路径优化过程.

1 中心路径点集的特征点识别

如图 1 所示, 在类管道场景的肾结石进行手术时, 需要经由输尿管至肾盂至肾盏, 介入导管结构的

参数约束会直接影响腔道内行进的效率.

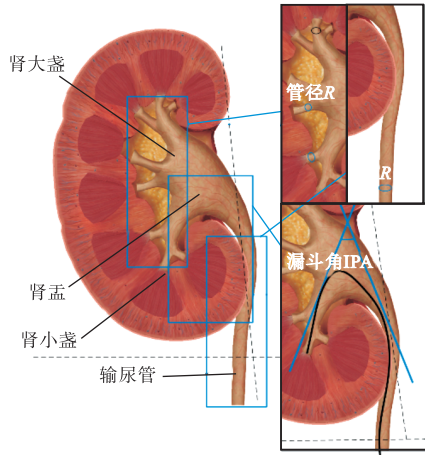


图 1 肾脏结构
Fig.1 Renal structure

为使机器人在移动过程中拥有更大的空间灵活度,在已知模型的初始点、终止点确定的情况下,应尽可能地使规划路径远离弯曲管道内壁,故首先提取模型的中心路径点集:以模型三角剖分计算得到的维诺图^[21]为基础,使用快速行进法求解维诺图上的程函方程,最小化可能路径最大内切球的半径积分,路径搜索的代价函数为

$$E_{\text{centerline}}(\mathbf{D}) = \int_{\Omega} (E_{\text{energy}}(\mathbf{D}(s)) + \omega) ds \quad (1)$$

式中: $\mathbf{D}(s)$ 为维诺图 Ω 中累积能量 $E_{\text{centerline}}$ 最小的曲线,其初始点和终止点分别为 $\mathbf{P}_{\text{start}}$ 、 \mathbf{P}_{end} ; E_{energy} 为曲线能量; ω 为规范项. 规划出定步长的空间稠密路径点集,包含离散点坐标和管道半径信息,方便下一步的曲线平滑.

NURBS 曲线的生成方式有插值和拟合两种,相比于全局插值算法,拟合方法无需通过稠密序列中的所有点,能够较好地保证曲线的光顺型,适用于容许微小偏移的管腔中心线计算. 但由于上述中心线提取得到的数据点较为密集,不适合直接参与曲线拟合,而通过关联路径规划参数中能够较好反映运动约束的曲率、边界距离信息,从而识别得到前瞻特征点作为待插值的曲线型值点,更有利于 NURBS 曲线合理表达曲线特征.

1.1 中心离散点曲率计算

由于中心线路径规划的过程中,管道半径参数已经随之求得,即作为初始边界距离参数保存. 采用圆弧估算法^[22]对离散点的曲率进行估算,通过遍历计算得到当前数据点集 P 中的一点 \mathbf{P}_i 及其前后两点 \mathbf{P}_{i-1} 、 \mathbf{P}_{i+1} 拟合的圆弧曲率 c_i ,求解公式为

$$c_i = \frac{1}{\rho_i} = \frac{2 \|\mathbf{P}_i \mathbf{P}_{i+1} \times \mathbf{P}_i \mathbf{P}_{i-1}\|}{\|\mathbf{P}_i \mathbf{P}_{i+1}\| \cdot \|\mathbf{P}_i \mathbf{P}_{i-1}\| \cdot \|\mathbf{P}_{i+1} \mathbf{P}_{i-1}\|} \quad (2)$$

1.2 特征点粗扫描

考虑到本文针对弯曲管道内部作业的应用场景,在固定邻域区间内,曲率参数的波动情况可以较好地表达空间曲线特征.

1.2.1 曲率极值点扫描

稠密点集中的节点 \mathbf{P}_i 与其临近点有

$$c_i = \max_j \{c_{i+j}\} \quad -J \leq j \leq J \quad (3)$$

$$c_i > T_1 \bar{c} \quad (4)$$

$$\bar{c} = \frac{1}{J} \sum_{j=-J}^J c_{i+j} \quad (5)$$

式中: J 为节点邻域大小; T_1 为常值系数; \bar{c} 为本段节点的平均曲率值. 由于路径行进时难以通过局部方向变化剧烈的极值点,所以此筛选在最大程度上保证了曲线走向的表达.

1.2.2 曲率分段点扫描

考虑到曲率不连续点在曲线中表现为弯折开始或结束处,若节点 \mathbf{P}_i 与其临近点有

$$c_{i-j} > c_i \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

则将该点设置为待验证点,但仍需补充以下条件保证点的临近点中的一侧曲率远大于另一侧,即

$$\begin{cases} \Delta c_i^- > T_2 \Delta c_i^+ \\ \Delta c_i^+ < T_3 \bar{c} \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{cases} \Delta c_i^+ = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (|c_{i+j+1} - c_{i+j}|) \\ \Delta c_i^- = \min_j \{c_{i-j} - c_{i+1}\} \quad 1 \leq j \leq J \\ \Delta c_i^+ = \max_j \{c_{i+j+1} - c_{i+1}\} \end{cases} \quad (8)$$

式中: T_2 和 T_3 为常值系数; Δc_i^+ 和 Δc_i^- 分别为曲率向前和向后差分的极值; Δc_i^+ 为向前差分之和.

同样,若节点 \mathbf{P}_i 与其临近点有

$$c_{i+j} > c_i \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (9)$$

则将该点设置为待验证点,并补充以下条件

$$\begin{cases} \Delta c_i^+ > T_2 \Delta c_i^- \\ \Delta c_i^- < T_3 \bar{c} \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} \Delta c_i^- = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (|c_{i-j} - c_{i-j+1}|) \\ \Delta c_i^+ = \min_j \{c_{i+j} - c_{i-1}\} \quad 1 \leq j \leq J \\ \Delta c_i^- = \max_j \{c_{i-j-1} - c_{i-1}\} \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\overline{\Delta c_i}$ 为向后差分之和。

1.3 特征点重扫描

粗扫描确定出的特征点集已经能较好地反映曲线的整体形状, 但为适应管道场景中心线点集局部表征不够或疏密分布不均的情况, 仍需进行进一步扫描更新特征点。在此之前, 将初始点以及终止点加入特征点集, 以限定操作范围。

1.3.1 曲率拐点扫描

作为曲率凹凸形态变化的特征量, 空间曲率拐点难以通过规定曲线的顺逆方向确定, 而通过点列推理可知, 如若曲率分段点未在极值点两侧分布时, 则可能是由于相邻分段点间或相邻极值点间曲线段曲线微弯折导致的。

设粗扫描得到的特征点集为 Q , 其中 Q_k 和 Q_{k+1} 前后两点均为曲率极值点或曲率分段点。则搜索该两点在原稠密点集 P 中的区间 $[P_K, P_{K+1}]$, 若存在 P_i 满足

$$c_i = \max_j \{c_j\} \quad K \leq j \leq K+1 \quad (12)$$

$$\Delta c_i > T_4 \bar{c} \quad j=1, 2, \dots, J \quad (13)$$

$$\Delta c_i = \min \left\{ \max_j \{c_{i+j} - c_i\}, \max_j \{c_{i-j} - c_i\} \right\} \quad 1 \leq j \leq J \quad (14)$$

则将该点设置为曲率拐点, 添加至区间 $[Q_k, Q_{k+1}]$, 其中 T_4 为常值系数。

1.3.2 宽域节点扫描

针对曲率进行的点集扫描可以初步绘制出中心线的形状, 但受限于 J 的大小, 在曲率局部同向变化剧烈或微弯曲距离较长的情况下, 还需添加能够反映宽域内的中心线节点, 以避免在后续的自适应插值调整过程中出现过分离管道中心的情况。

首先, 将原稠密点集初始点、终止点插入特征点集合, 使曲线首尾可询。若特征点 Q_k 及其前后邻点 Q_{k-1} 、 Q_{k+1} 均为曲率极值点或非极值点, 并且在原点集中的区间 $[P_{K-1}, P_{K+2}]$ 大于最小阈值 T_5 , 则需要添加的宽域节点个数有

$$X = \left\lfloor \frac{I_1 + I_2 - T_5}{T_6} \right\rfloor \quad (15)$$

式中: T_6 为插入节点距离阈值, 结果向下取整。第 x 个宽域节点是对应原点 $[P_{K-1}, P_{K+2}]$ 区间的曲率最大值点, 添加至区间 $[Q_{k-1}, Q_k]$ 或 $[Q_k, Q_{k+1}]$ 。

1.3.3 过密点剔除

以上特征点确定大部分依赖于曲率参数的计算,

而宽域节点插入和过密点的剔除一定程度上使特征节点分布更加均匀化。若特征点 Q_k 及其前后邻点满足有一对连续点均为曲率极值点, 且 $[Q_{k-1}, Q_{k+1}]$ 在原点集中的区间 $[P_{K-1}, P_{K+2}]$ 小于最小阈值 T_7 , 则剔除当前 Q_k 点。

2 基于参数迭代的非均匀 B 样条路径优化

针对管道中心线复杂多变的特点, 选用灵活性好、几何解释明显的 NURBS 曲线, 将已知点集中识别出的空间特征点作为型值点反算曲线控制点的条件, 进行非均匀 B 样条插值计算。当一条 p 次 NURBS 曲线的权因子值 ω_i 取为 1 时, 退化得到的非均匀 B 样条曲线^[19]为

$$F(u_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u_k) C_i \quad (16)$$

该曲线表示具有 $n-p+2$ 个型值点 Q_k ($k=p, \dots, n+1$), 计算节点矢量时将特征点依次错位 p 个序号重构的 p 次曲线将由 $n+1$ 个控制点 C_i 及 $n+p+2$ 个节点矢量 u_k ($k=0, 1, \dots, n+p+1$) 确定。其中基函数 $N_{i,p}(u_k)$ ($i=0, 1, \dots, n$) 由 de Boor-Cox 递推求解, 即

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,p}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \\ \text{定义 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

2.1 非均匀 B 样条曲线反算

为了表示已知特征点集的分布情况, 使用归一化的积累弦长参数法^[23]计算节点矢量, 即

$$\begin{cases} u_0 = u_1 = \dots = u_p = 0 \\ u_k = u_{k-1} + \frac{\|Q_k - Q_{k-1}\|}{\sum_{k=0}^n \|Q_k - Q_{k-1}\|} \quad k=p+1, \dots, n \\ u_{n+1} = u_{n+2} = \dots = u_{n+p+1} = 1 \end{cases} \quad (18)$$

由节点矢量确定两端边界切矢条件, 即

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F'(u_p) \frac{u_{p+1}-u_1}{p} \\ F'(u_{n+1}) \frac{u_{p+n}-u_n}{p} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中三点估计导数 $F'(u_p)$ 和 $F'(u_{n+1})$ 由 Bessel tangent 算法^[24]计算得到。

由 $Q_k = F(u_k)$ ($k=p, \dots, n+1$) 和式 (17) 可得

$$\begin{bmatrix} N_{0,p}(\mathbf{u}_p) & N_{1,p}(\mathbf{u}_p) & \cdots & N_{n,p}(\mathbf{u}_p) \\ N_{0,p}(\mathbf{u}_{p+1}) & N_{1,p}(\mathbf{u}_{p+1}) & \cdots & N_{n,p}(\mathbf{u}_{p+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{0,p}(\mathbf{u}_{n+1}) & N_{1,p}(\mathbf{u}_{n+1}) & \cdots & N_{n,p}(\mathbf{u}_{n+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{Q}_{p+1} \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_{n+1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

此时可得到 $n-1$ 个样条曲线方程, 将式 (19) 和式 (20) 联立, 将方程由欠定补充至正定, 求解得到 $n+1$ 个控制点 \mathbf{C}_i .

2.2 样条曲线的曲率反算

基函数的导数公式^[19]为

$$N'_{i,p}(\mathbf{u}) = \frac{p}{\mathbf{u}_{i+p} - \mathbf{u}_i} N_{i,p-1}(\mathbf{u}) + \frac{p}{\mathbf{u}_{i+p+1} - \mathbf{u}_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\mathbf{u}) \quad (21)$$

代入样条曲线导数的矩阵形式表达, 即

$$\mathbf{F}'(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} N_0 & N_1 & \cdots & N_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \mathbf{C}_0 \\ a_1 \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ a_n \mathbf{C}_n \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_1 \mathbf{C}_0 \\ \vdots \\ -a_n \mathbf{C}_{n-1} \\ -a_{n+1} \mathbf{C}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_0 & \cdots & N_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0) \\ \vdots \\ a_n(\mathbf{C}_n - \mathbf{C}_{n-1}) \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中: $N_{i,p-1}(\mathbf{u})$ 简写为 N_i ; $a_i = \frac{p}{\mathbf{u}_{i+p} - \mathbf{u}_i}$. 选用连续性 C^2 的 $p=3$ 三阶曲线, 结合式 (22) 可以看出, p 阶曲线的导矢仍为 $p-1$ 阶样条曲线, 控制点随之减少 1 个, 而重构一阶导矢的节点矢量, 即

$$\begin{cases} \mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_1 = \cdots = \mathbf{u}_{p-1} = 0 \\ \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_{k-1} + \frac{\|\mathbf{Q}_k - \mathbf{Q}_{k-1}\|}{\sum_{k=0}^n \|\mathbf{Q}_k - \mathbf{Q}_{k-1}\|} & k = p, \dots, n-1 \\ \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{n-1} = \cdots = \mathbf{u}_{n+p-1} = 1 \end{cases} \quad (23)$$

类比式 (19)、式 (20) 列得方程组进行求解, 分别得到一阶导矢曲线 $\mathbf{F}'(\mathbf{u})$ 和二阶导矢曲线 $\mathbf{F}''(\mathbf{u})$, 在待计算点处代入式 (24) 计算曲率即可.

$$c(\mathbf{u}) = \frac{\|\mathbf{F}'(\mathbf{u}) \times \mathbf{F}''(\mathbf{u})\|}{\|\mathbf{F}'(\mathbf{u})\|^3} \quad (24)$$

2.3 面向参数的曲线自适应调整

管道内行进时主要涉及的约束参数为曲率及边界距离值, 故针对真实探测场景进行曲线的参数自适应调整, 使其在贴近中心线且不触碰管壁的前提下, 满足曲率约束要求.

2.3.1 基于最短距离验证的曲线迭代调整

由模型规划得到的中心线路径包含定步长点集

的边界距离信息, 标记不满足条件的曲线端点为不合格点. 在经过曲线插值平滑后, 曲线位置有所偏移, 故针对当前插值点进行边界距离预验证, 将不合格点集中的极值点添加进特征点, 等待下一轮曲线迭代优化, 切片扫描预验证的示意如图 2 所示.

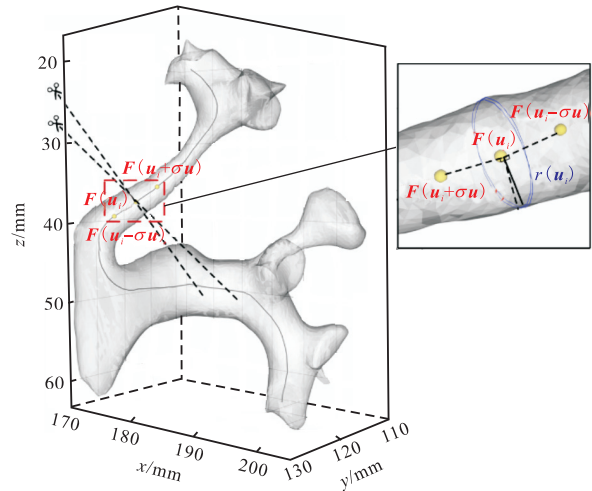


图 2 切片示意

Fig.2 Schematic of slicing

为使小步长采样曲线时边界距离值的计算时耗较短, 在 $\mathbf{F}(\mathbf{u})$ 中的节点矢量较小的情况下, 以当前采样点 $\mathbf{F}(\mathbf{u}_i)$ 分别与前后采样点 $\mathbf{F}(\mathbf{u}_i - \sigma \mathbf{u})$ 、 $\mathbf{F}(\mathbf{u}_i + \sigma \mathbf{u})$ 连线的垂直面作为模型切片, 构建 σ 对数量的对称切片距离集, 计算其与模型交点集合中的对称均值的最小值 $r(\mathbf{u}_i)$ 为近似边界距离值. 当存在超过设定阈值个数的连续不合格点区间时, 收缩该区间求解边界距离最值点, 通过逐步扫描到对应的原始点集 P 中具有最小投影距离的点 \mathbf{P}_i 加入特征点集 Q , 等待下一轮迭代. 算法伪代码如下.

算法 1 最短距离扫描

输入: 定义边界距离不合格点的连续区间集 $U \leftarrow U_{\text{init}}$, 相切片数量 $\sigma \leftarrow \sigma_{\text{init}}$

输出: 已知 \mathbf{u}_i 为在定步长 \mathbf{u} 下曲线插值点对应的节点矢量, r_{th} 为最小边界距离阈值, U_{th} 为连续区间长度阈值

flag $\leftarrow 0$, count $\leftarrow -1$

for $\mathbf{u}_i = 0$ to 1 do

for $\sigma_i = 1$ to σ do

$r(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_i - \sigma_i \mathbf{u}) \leftarrow \text{MinCutter}(\mathbf{F}(\mathbf{u}_i - \sigma_i \mathbf{u}), \mathbf{F}(\mathbf{u}_i))$

$r(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_i + \sigma_i \mathbf{u}) \leftarrow \text{MinCutter}(\mathbf{F}(\mathbf{u}_i + \sigma_i \mathbf{u}), \mathbf{F}(\mathbf{u}_i))$

$r(\mathbf{u}_i, \sigma_i) \leftarrow \text{Average}(r(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_i - \sigma_i \mathbf{u}), r(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_i + \sigma_i \mathbf{u}))$

end for

$r(\mathbf{u}_i) \leftarrow \text{Min}(r(\mathbf{u}_i, 1), \dots, r(\mathbf{u}_i, \sigma_i), \dots, r(\mathbf{u}_i, \sigma))$

if $r(\mathbf{u}_i) < r_{\text{th}}$ then

if flag = 0 then

```

 $U \leftarrow U \cup \{u_i\}, \text{flag} \leftarrow u_i$ 
else if  $\text{flag} = u_i - u$  then
   $\text{flag} \leftarrow u_i$ ;
else
   $U \leftarrow U \cup \{\text{flag}\}, U \leftarrow U \cup \{u_i\}, \text{flag} \leftarrow u_i$ 
end if
end if
end for
while  $[u_r, u_{r+1}] \in U$  do
  if  $\text{Stage}(u_r, u_{r+1}) > u_{th}$  then
     $u_i \leftarrow \underset{u_i \leq u_i \leq u_{i+1}}{\text{argmin}}(r(u_i))$ 
     $P_i \leftarrow \underset{P_i \in P}{\text{argmin}}(\text{Dis}(F(u_i), P_i))$ 
     $Q \leftarrow P_i \cup Q$ 
  end if
end while

```

其中: $\text{MinCutter}()$ 函数表示计算轮廓点中的距离极小值; $\text{Average}()$ 函数表示求解前后两个当次采样极值的平均值; $\text{Min}()$ 函数表示计算当前插值点 $F(u_i)$ 的近似边界距离值。

2.3.2 基于曲率验证的曲线迭代调整

在当前自适应循环阶段中, 进行曲率预验证及对应极值点的位置调整, 以尽可能使下一轮迭代的曲线贴合参数要求。

曲率调整示意如图 3 所示, 在插值曲线 $F(u)$ 中的节点矢量较小的情况下, 筛选出曲率不合格点的连续区间集 U , 经与迭代过程中的前几轮结果对比, 只要连续轮数内的不合格集仍有变化, 则可通过二分搜索对应出特征点集中的特征点 Q_i , 通过迭代扩增的拟合圆调整率, 求解得到新点 Q'_i 的位置坐标, 即

$$Q'_i = Q_i + \sigma(O - Q_i) \quad (25)$$

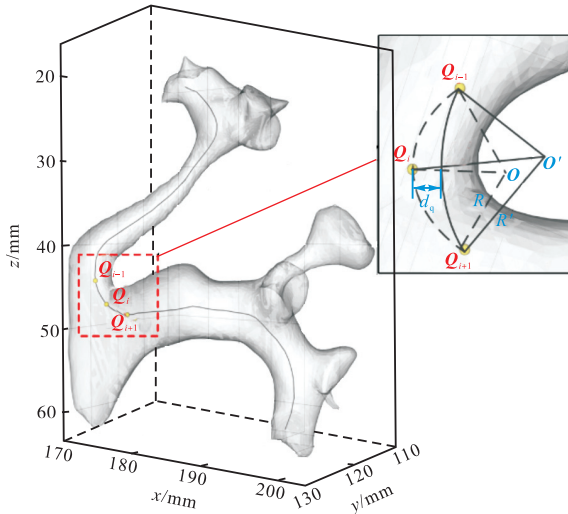


图 3 曲率调整示意

Fig.3 Schematic of the curvature adjustment

式中 O 为当前轮次搜索的 Q_i 与前后特征点的拟合圆圆心. 新旧特征点之间的移动距离 $d_q = \sigma(O - Q_i)$. 与边界距离参数不同的是, 这里的采样点并非插值曲线上的相邻节点矢量点, 而是更能反映路径弯顺变化的相邻特征点 Q_{i-1} 、 Q_{i+1} . 由新的特征点 Q'_i 与前后特征点构成的新拟合圆圆心为 O' , 可以看出该圆曲率相较之前有所增大。

每轮曲率平滑调整的算法伪代码如下。

算法 2 曲率调整

输入: 定义曲率不合格点的连续区间节点集 U , 求解方法同边界距离, 由其对应构建的待调整特征节点集为 W , 其中 w_i 为曲率极值点的对应节点

输出: 已知曲线插值的特征点集对应的节点集 U^o , flag 为前面连续轮次的待调整点集与当前点集一致的计数, Cnt 为待调整点集中的各点已调整次数计数, σ 为拟合圆调整率

```

while  $[u_r, u_{r+1}] \in U$  do
  if  $\exists [u_i^o, u_{i+1}^o] \in U^o, [u_r, u_{r+1}] \subset [u_i^o, u_{i+1}^o]$  then
     $W \leftarrow W \cup \{u_i^o, u_{i+1}^o\}$ 
  else
     $u_i^o \leftarrow \text{BinarySearch}(u_r, U^o)$ 
     $u_{i+1}^o \leftarrow \text{BinarySearch}(u_{r+1}, U^o)$ 
    for  $u_j^o = u_i^o$  to  $u_{i+1}^o$  do
       $W \leftarrow W \cup \{u_j^o\}$ 
    end for
  end if
end while
while  $W \neq \emptyset \cup \text{flag} \geq 3$  do
  while  $W_i \in W$  do
     $Q_i \leftarrow \text{Find}(W_i)$ 
     $Q_i \leftarrow \text{Adjust}(Q_{i-1}, Q_i, Q_{i+1}, \text{Cnt}_{Q_i}, \sigma)$ 
  end while
end while

```

其中: $\text{BinarySearch}()$ 函数表示对特征点节点集 U^o 进行二分搜索; $\text{Find}()$ 函数表示反求当前特征点中符合曲率极值点条件的 Q_i 。

2.3.3 全区间参数验证

针对边界距离及曲率参数的优化调整后, 不断更新特征点集 Q , 再通过控制点的反求计算, 代回 NURBS 曲线插值模块, 直至参数不合格点集为空, 则完成自适应参数检测及调整, 如若连续多轮的点集不为空且不再有变, 则最终进行全区间验证, 记录下未能调整的参数区间, 标录为操作待提示区间, 完成路径优化, 算法流程如图 4 所示。

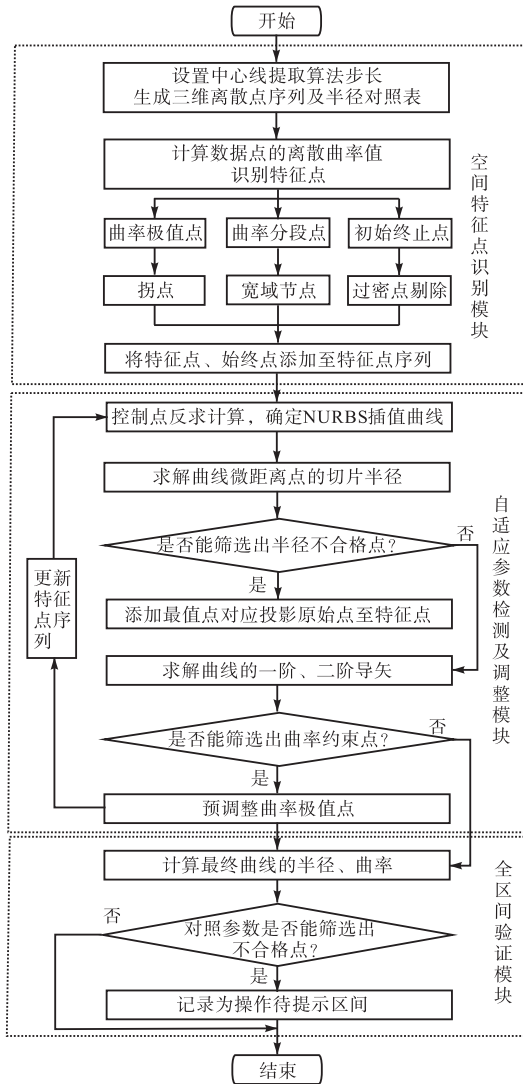


图 4 路径优化流程

Fig.4 Process of path optimization

3 数据计算结果及对比分析

本文方法在 Linux 平台上使用 C++开发语言, 结合开源的视觉化工具库 (Visualization Toolkit, VTK) 及血管建模工具库 Vascular Modeling Toolkit (VMTK) 工具库联调编译, 分别使用绘制圆柱模型和真实管腔模型验证方法的准确性及可行性. 基于 VTK 视觉化工具库函数库进行渲染显示的流程如下.

步骤 1 读取原始图像数据 Source, 绘制模型为 SOLIDWORKS 软件绘制 ASC II 码格式的 STL 文件, 肾腔模型为 DICOM 格式转化的 BMP 文件.

步骤 2 如为肾腔模型的 CT 数据, 则需经由 Filter 进行三角化筛选、过滤及面绘制重建模型.

步骤 3 送入 Mapper 映射为图形数据.

步骤 4 定义不同 Actor 演员对象 (模型、坐标

轴、曲线点集等) 执行渲染.

步骤 5 传入 Render 渲染引擎执行可视化管线.

步骤 6 定义渲染窗口 RenderWindow 及交互式 Interactor, 完成图像显示和初始终止点选取.

基于图像建模的几何分析和表面数据处理的 VMTK^[21]库, 使用三角剖分面法计算维诺图, 再通过快速行进法求解程函方程数值解, 进行基于最大内切球半径的管道中心路径规划.

本文设计的路径优化算法参数主要涵盖在特征点识别及 NURBS 插值步骤中, 如图 5 所示, 其中针对不同模型设置参数如表 1 所示. 由于 3 个弯曲圆柱模型 1 的最小弯曲半径在 8 ~ 12 mm 之间, 故选定仿真模型的曲率阈值为 0.100 mm^{-1} , 以验证不同条件下的曲率调整效果. 由于弯曲圆柱模型 2 的圆柱半径呈 10 mm 至 6 mm 的递减趋势, 设定该模型的边界距离参数阈值为 6 mm, 便于验证边界距离优化方法. 而肾腔模型的边界距离阈值及曲率阈值选定依赖于真实内镜末端的一般性参数: 最大截面半径 1.2 mm; 最小弯曲半径 8 mm, 以保证内镜诊断的可行性. 特征粗扫描和重扫描系数分别基于 1 mm 的点集间距和 30 ~ 150 的点集数量选定, 其中 J 和 T_1 表示适当放宽对平缓点集的极值判定, $T_4 = T_3 = 3$ 同是基于差分计算值与平均曲率值的比例计算, 故保持一致. 由于仿真模型路径的整体曲率变化较小, 邻域 20 点插值段的曲率极大值和极小值差值在 0.020 mm^{-1} 以内, 故曲率调整率设定为 0.001, 肾腔模型特征点中的非曲率极值点的调整率也为 0.001, 但由于曲率极值点处原始曲率值相较其他点跳动剧烈, 与极小值

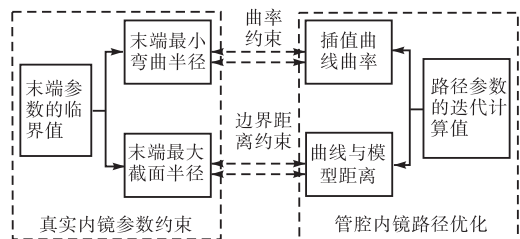


图 5 内镜参数与路径优化的约束关系

Fig.5 Constraint relationship between endoscope parameters and path optimization

表 1 参数设置

Tab.1 Parameter settings

模型	边界距离 阈值/mm	曲率阈值/ mm^{-1}	特征粗扫 描系数	特征重扫 描系数	拟合圆调 整率 σ
弯曲圆柱模型 1	1.5	0.100	$J = 5,$	$T_4 = 3,$	0.001
弯曲圆柱模型 2	6.0	0.100	$T_1 = 1.9,$	$T_5 = 20,$	0.001
肾腔模型	1.2	0.125	$T_2 = 5,$	$T_6 = 10,$	0.001/ 0.003
			$T_3 = 3$	$T_7 = 7$	

的差值可达到 0.040 mm^{-1} ，故设置略大的调整率为 0.003。

3.1 仿真模型结果

本文设计的模型由 4 段 1/4 弯曲圆柱连接而成，弯曲半径由上至下依次为 12 mm、15 mm、18 mm、20 mm，圆柱半径为 3 mm，故得到 3 个方向坐标系阈值分别为 $[0, 71] \text{ mm}$ 、 $[0, 65] \text{ mm}$ 、 $[0, 6] \text{ mm}$ ，识别出的特征点以及迭代前后的路径如图 6 所示，图 7 为该曲线的迭代前后的曲率、距中心路径距离、迭代前后的距离，以验证本文提出的数据点插值方法。

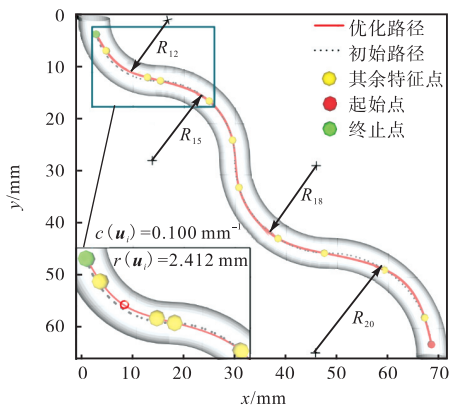
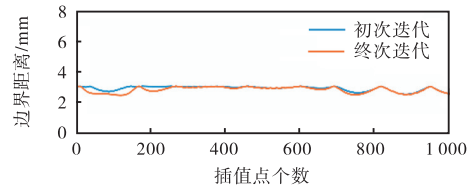


图 6 迭代优化前后的模型路径

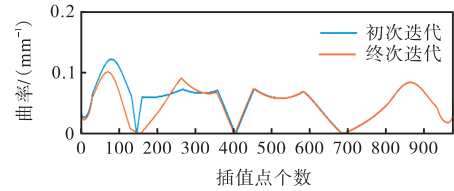
Fig.6 Iterative optimization of the path

图 6 中的黄色圆点即为识别出的特征点，红、绿色圆点为选定的初始、终止点，其整体分布较为均匀，同时在局部处较好地反映的曲线特征。虚线为空间中心离散点序列，红色实线为特征点自适应迭代插值得到的中心线路径。图 7 中迭代插值的边界距离由第 2.3.1 节所述的半径切片方法求解得出，在保证曲率调整至满足要求的前提下，曲线一直处在不碰撞边界的范围内。并且，由图 6 及图 7 可以看出，经由曲率极值特征点的迭代调整，曲线方向虽略有波动，但整体朝着期望的曲率减小的方向移动，小于 10 mm 的不合格曲线段全部调整至满足参数要求。图 7 中展示的插值曲线与扫描路径的距离，是由豪斯多夫公式^[24]求解而得：首先识别扫描路径点对应的最近插值特征点区间，再缩小迭代范围得到区间内点的距离

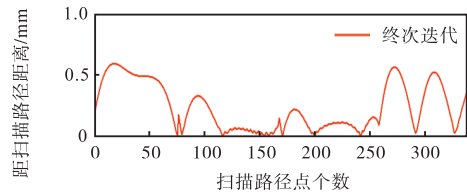
最近值，由图 6 路径也可看出，虚、实两条曲线较为贴近，满足应用需求。



(a) 边界距离



(b) 曲率



(c) 距扫描路径距离

图 7 模型路径优化结果

Fig.7 Optimization results of the path

表 2 分别针对 4 个模型验证了方法对真实曲率及边界距离参数的优化性能。其中，图 6 变体 1 与图 6 变体 2 的模型也由 4 段 1/4 弯曲圆柱连接而成，其共同用表 1 模型 1 的参数设置，变体 1 弯曲半径由上至下依次为 10 mm、13 mm、16 mm、19 mm，圆柱半径为 3 mm，其路径经由迭代优化均满足阈值要求，边界距离极小值大于 1.5 mm 且曲率极大值约为 0.100 mm^{-1} ，部分调整参数如表 2 所示。变体 2 弯曲半径为 8 mm、12 mm、16 mm、20 mm，圆柱半径为 3 mm。结合表 2 可以看出，当迭代 7 次时，路径的边界距离极小值恰符合阈值要求，但曲率极大值未能调整至参数要求，存在标记的曲率不合格段；当迭代 107 次时，曲线虽距扫描路径略远，但曲率满足了阈值要求，规划后出现标记的边界距离局部极小段。

表 2 仿真模型实验结果

Tab.2 Experimental results of the simulation models

路径	中心线离散点个数	特征点个数	曲线优化时间/s	迭代调整次数	边界距离极小值、平均值/mm	曲率极大值、平均值/ mm^{-1}	距扫描路径平均距离/mm
图 6 路径	127	12	2.110	36	2.412、2.768	0.100、0.048	0.240
图 6 变体 1 路径	127	11	2.185	51	1.815、2.506	0.100、0.051	0.485
图 6 变体 2 路径	122	12	2.043	7	1.718、2.712	0.197、0.062	0.348
图 8 路径	88	13	1.772	0	2.795、8.342	0.031、0.021	0.218

图 8 模型使用表 1 的弯曲圆柱模型 2 的参数,其中间圆柱半径 10 mm、长度 40 mm,弯曲 60°,两端圆锥底面半径 10 mm、高度 20 mm,初次规划路径即满

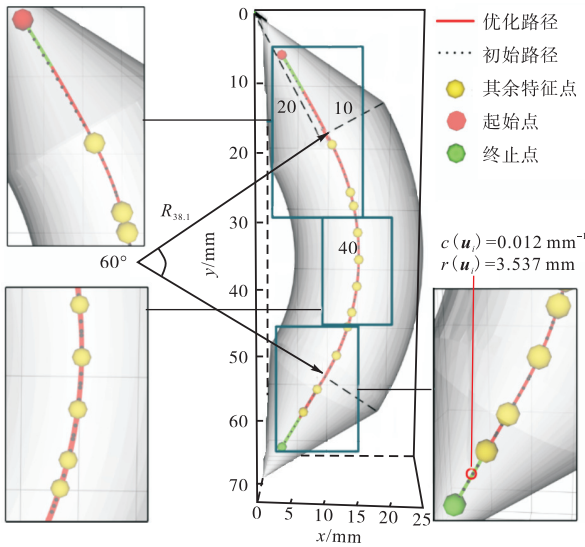


图 8 迭代优化前后的不同模型路径

Fig.8 Iterative optimization of different model paths

足曲率参数要求,随着圆锥底端至尖端的边界距离值随着半径递减而逐渐缩小,行至不满足 6 mm 狭窄区域的部分如图中绿色线段所示.

3.2 肾腔模型结果

真实肾腔模型则基于北京民航总医院的钬激光碎石术前诊断的 CT 断层扫描影像,为了有利于机器人在肾内集合系统的多分支管道空腔结构中移动,基于造影剂充盈空腔的排泄期时相图像进行模型的可视化. 尽管管道空腔在排泄期图像上的灰度呈连续分布,使用阈值法对管腔的分割仍会出现骨骼或细小物质的干扰量,故基于区域生长算法^[25]对 CT 图像进行分割,通过选取的种子点向闭合连通邻域不断扩增,得到灰度值差异化的图像. 然后基于实时交互性更好的面绘制算法^[26],选用较为常用的移动立方算法,通过体素级的三角面片进行等值面的逼近及拼接,对管腔表面结构进行三维重建,再经由网格平滑及漏洞修补,使其更接近真实的泌尿系统模型. 部分模型可视化展示及路径规划如图 9 所示.

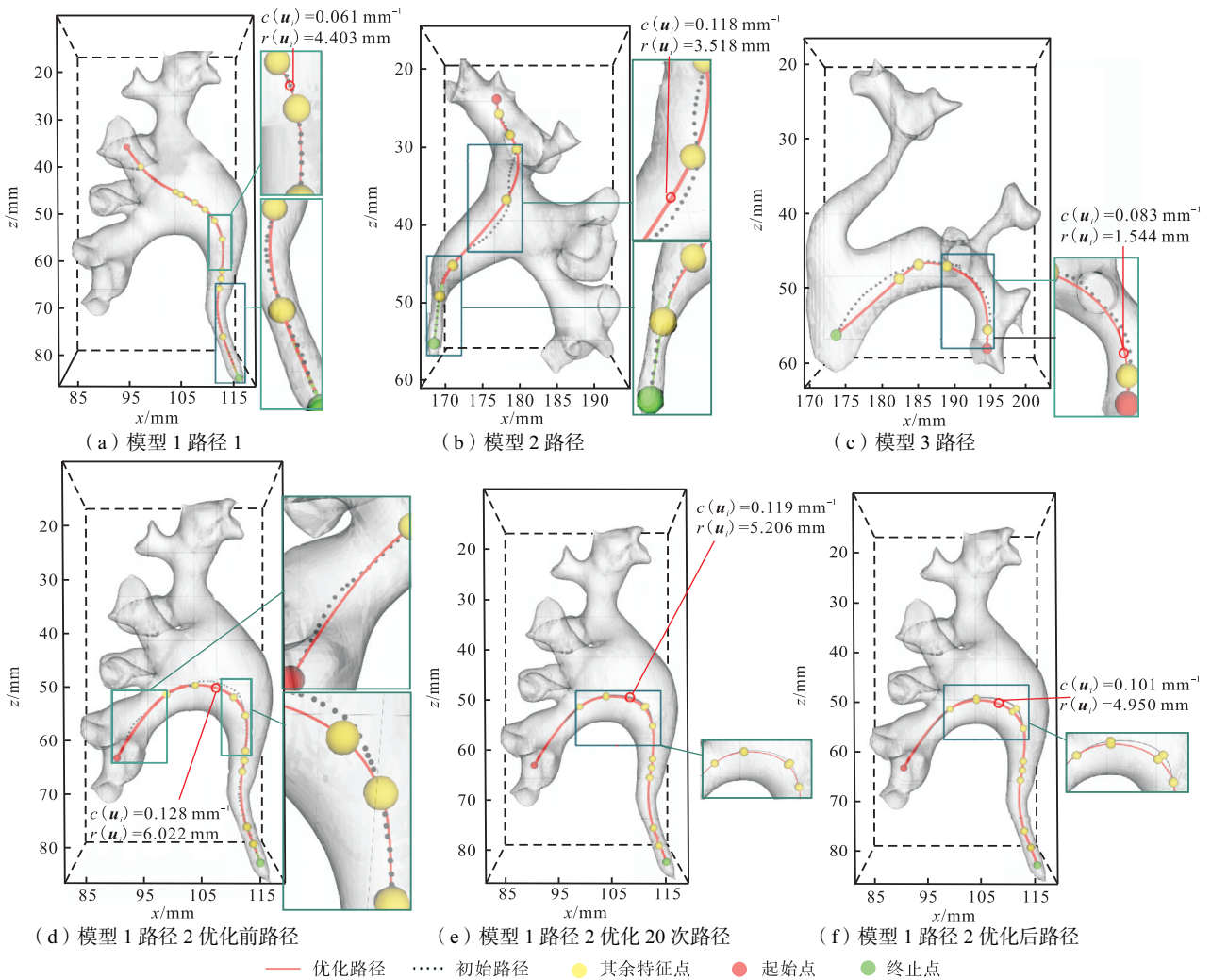


图 9 迭代优化前后的不同真实肾腔路径

Fig.9 Iterative optimization of different real renal lumen paths

基于肾结石患者的 CT 图像进行三维重建,得到其肾内管道空腔模型,呈现出的多分支管道结构符合肾内集合系统的结构特点,通过针对每个模型选取路径的初始点(红色点)、终止点(绿色点)计算得到稠密离散中心点集(黑色虚线),随之通过识别的特征点(黄色圆点)迭代调整得到插值曲线(红色实线).除此之外,在图 9(d)、(e)、(f)中展示了模型 1 路径 2 的数次迭代过程,图中的黑色路径分别为初始离散路径、优化前路径、迭代 20 次路径,红色路径分别为优化前路径、迭代 20 次路径和迭代 46 次的优化后路径.

图 10 为图 9(d)中的模型路径边界距离、曲率和距中心路径距离的参数变化.不同于绘制模型的是,由于没有扫描路径真值,计算插值路径与原始中心线路径的距离作为结果参考.可以看出,基于黄色特征点迭代插值得到的红色曲线,能够在不偏离黑色虚线所示的中心离散点的基础上,将曲率极大的曲段调整至满足参数要求,且边界距离变化较小,能够在无碰撞情况下顺利通过狭窄结构.

表 3 分别为不同肾腔模型中的迭代路径结果.其中,图 9(a)路径及图 9(d)路径分别指同一模型中经由输尿管行至上肾盏和下肾盏的规划路径,二者相比图 9(b)和(c)的中心离散点和特征点个数较多,且迭代调整轮次长,故优化时间略增.4 条模型路径的

曲率极值均调整至 0.125 mm^{-1} 及以下,均值维持在 0.100 mm^{-1} 以下,而边界距离参数不合格区间段为输尿管的窄入口处标记出的多轮连续不合格区间的绿色曲线段,其余路径段均满足多参数要求.

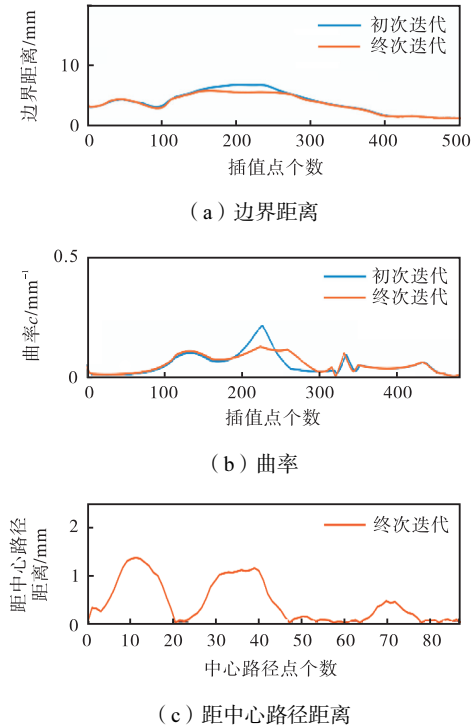


图 10 真实肾腔路径优化结果

Fig.10 Optimization results of real renal lumen path

表 3 肾腔模型仿真结果

Tab.3 Simulation results of renal lumen models

路径	中心线离散点个数	特征点个数	曲线优化时间/s	迭代调整次数	边界半径极小值、平均值/mm	曲率极大值、平均值/ mm^{-1}	距中心路径点平均距离/mm
图 9(a)路径	83	13	1.979	27	0.910、3.602	0.119、0.055	0.184
图 9(b)路径	59	8	1.307	8	0.605、2.587	0.123、0.068	0.439
图 9(c)路径	47	6	1.281	13	1.528、2.420	0.125、0.081	0.367
图 9(d)路径	86	11	1.984	44	1.160、3.324	0.116、0.057	0.419

3.3 对比方法讨论

综合仿真结果来看,所提方法使得路径在调整至满足最大曲率、最短边界距离约束的前提下,在一定精度范围内尽可能地贴合中心线,其中,绘制模型的规划路径距扫描路径点、肾腔模型的规划路径距中心路径点的距离值均保持在 0.500 mm 以下.考虑到面向连续体机器人或介入导管的实际应用,方法设置的路径曲率阈值即是机器人的最大弯曲半径,边界距离阈值即是机器人截面半径,通过曲率平滑和距离检测,较好地规划了在狭窄多弯管道内行进而不发生碰撞的目标路径,整体上是概率完备和渐进最优的.同时,本文分别基于式(2)和式(24)对模型曲线的插值点进行曲率计算,在取相同的邻域步长时,两种方法

计算得到曲率差值的绝对值小于 0.020 mm^{-1} ,验证了估算方法的准确性.

此外,为了更好地说明所提方法的优势,与不同方法进行对比.如表 4 所示,当中线涵盖 50 个点时,文献[15]方法的误差小于 0.1 mm 且通过碰撞检测;文献[17]中的方法主要基于双向最小路径传播算法进行了冠状动脉的中心线提取,包含 10 小段的平均计算耗时小于 30.000 s ;文献[18]中的方法基于 CAT08 公开数据集训练,单次冠状动脉中心线提取的测试耗时约 40.000 s ,并且以上方法均基于距离中心线误差为基准,本文方法更能满足实际应用的参数约束.经过复现文献[16]的距离变化法,针对本文肾脏模型的路径规划约需 10.580 s ,由于窄小肾盂和输

尿管处规划失败,故在相较图 10(d)的模型路径始终点距离选择更近的情况下,得到中心离散点 58 个,在保证半径合格的前提下,曲线调整后的曲率极值仍为 0.268 mm^{-1} ,平均曲率 0.074 mm^{-1} ,同时结合表 2 和表 3 来看,规划成功的路径优化时间均在 2.500 s 以下,计算耗时相比于其他方法最短,整体性能较优.

表 4 方法对比

Tab.4 Comparison of the methods

方法	方法应用	效率分析
文献[15]	血管中心线提取	50 点/狭窄检测
文献[16]	软镜路径规划	肾脏模型/10.580 s
文献[17]	血管中心线提取	冠状动脉/30.000 s
文献[18]	血管中心线提取	冠状动脉/40.000 s
本文方法	管道路径规划	肾脏模型/1.984 s

4 结 语

本文针对以往面向连续体机器人或介入导管结构的路径规划方法中未考虑结构运动的曲率、边界距离参数约束的问题,提出了一种在狭窄管道空间进行无碰撞路径规划的方法,提供了更加可靠安全的运动路径规划方案. 针对识别出的中心线离散点集内的特征点,迭代调整 NURBS 插值曲线,分别针对边界距离和曲率参数进行迭代优化,直至不合格点集为空,并分别在绘制的 STL 仿真模型以及术前 CT 数据重建出的真实肾腔模型上验证了整体算法流程的准确性和合理性.

参考文献:

[1] 宋轶民, 贾殿魁, 贺志远, 等. 一种并联骨折手术机器人的安全运动控制方法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2023, 56(3): 221-231.
Song Yimin, Jia Diankui, He Zhiyuan, et al. Safety motion control for a parallel fracture surgical robot[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2023, 56(3): 221-231 (in Chinese).

[2] 夏光明, 王 瑞, 张丽娜, 等. 基于振动信号融合的手术机器人椎板磨削剩余厚度识别[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2022, 55(10): 1016-1025.
Xia Guangming, Wang Rui, Zhang Lina, et al. Recognition of remaining thickness of lamina milling via a surgical robot based on vibration signal fusion[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2022, 55(10): 1016-1025 (in Chinese).

[3] Liu S T, Yang Z X, Zhu Z J, et al. Development of a

dexterous continuum manipulator for exploration and inspection in confined spaces[J]. Industrial Robot: An International Journal, 2016, 43(3): 284-295.

[4] Gavin W B, Johnny T, Alan L. Feasibility of robotic-assisted neurovascular interventions: Initial experience in flow model and porcine model[J]. Neurosurgery, 2020, 86(2): 309-314.

[5] Bao X Q, Guo S X, Xiao N, et al. Operation evaluation in-human of a novel remote-controlled vascular interventional robot[J]. Biomedical Microdevices, 2018, 20(2): 34.

[6] Mihir M D, Rishi G, Monish A, et al. Robotic flexible ureteroscopy for renal calculi: Initial clinical experience[J]. Journal of Urology, 2011, 186(2): 563-568.

[7] 殷小涛. 输尿管软镜手术辅助机器人系统的设计与应用研究[D]. 北京: 中国人民解放军医学院第一附属医院泌尿外科, 2017.
Yin Xiaotao. Development and Application Research of a Robotic Assisted System for Flexible Ureteroscopy[D]. Beijing: Department of Urology, First Affiliated Hospital of PLA General Hospital, 2017 (in Chinese).

[8] 邓 昕, 郇伦友. 输尿管软镜治疗上尿路结石的研究进展[J]. 医学综述, 2021, 27(2): 350-354.
Deng Xin, Tai Lunyou. Research progress of flexible ureteroscope in treatment of upper urinary tract calculi[J]. Medical Recapitulate, 2021, 27(2): 350-354 (in Chinese).

[9] 李进华, 卜逸凡, 李晓阳, 等. 丝驱动连续体机器人的无模型自适应控制[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2022, 55(7): 754-763.
Li Jinhua, Bu Yifan, Li Xiaoyang, et al. Model-free adaptive control for tendon-driven continuum robots[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2022, 55(7): 754-763 (in Chinese).

[10] Seyyed M H R, Arun K S, Jin W, et al. Obstacle avoidance of mobile robots using modified artificial potential field algorithm[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2019, 2019(1): 1-19.

[11] 康玉祥, 姜春英, 秦运海, 等. 基于改进 PSO 算法的机器人路径规划及实验[J]. 机器人, 2020, 42(1): 71-78.
Kang Yuxiang, Jiang Chunying, Qin Yunhai, et al. Robot path planning and experiment with an improved PSO algorithm[J]. Robot, 2020, 42(1): 71-78 (in Chinese).

- [12] Brandon H M, Isuru S G, Iyad K. RRT*-based path planning for continuum arms[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(3): 6830-6837.
- [13] Marlene P, Stefano G, Ferdinando R B. The adaptive hermite fractal tree(AHFT): A novel surgical 3D path planning approach with curvature and heading constraints[J]. International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery, 2019, 14(4): 659-670.
- [14] Matthias S, Sven H, Bruno W, et al. Joint 3-D vessel segmentation and centerline extraction using oblique Hough forests with steerable filters[J]. Medical Image Analysis, 2015, 19(1): 220-249.
- [15] Huang D J, Gong R B, Li H J, et al. A 3D tube-object centerline extraction algorithm based on steady fluid dynamics[C]//International Conference on Image and Graphics. Shanghai, China, 2017: 275-286.
- [16] Yang F, Dai Y, Zhang J X, et al. Path planning of flexible ureteroscope based on CT image[C]//2019 Chinese Control Conference. Guangzhou, China, 2019: 4667-4672.
- [17] 邱建鹏. CTA 图像的血管中心线提取及其介入导丝仿真方法研究[D]. 南京: 东南大学软件学院, 2021.
Qiu Jianpeng. Research on Vascular Centerline Extraction from CTA Image and Interventional Guidewire Simulation[D]. Nanjing: School of Software Engineering, Southeast University, 2021 (in Chinese).
- [18] 刘义. 基于医学造影图像的冠脉中心线提取方法研究[D]. 南京: 东南大学计算机科学与工程学院, 2021.
Liu Yi. Research on Extraction Method of Coronary Artery Centerline Based on Medical Angiography[D]. Nanjing: College of Computer Science and Engineering, Southeast University, 2021 (in Chinese).
- [19] 赵罡, 穆国旺, 王拉柱, 等. 非均匀有理 B 样条[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2010.
Zhao Gang, Mu Guowang, Wang Lazhu, et al. The NURBS Book[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2010 (in Chinese).
- [20] 董靖川, 郭健鑫, 刘喆, 等. 具有轴向动态约束的 NURBS 路径进给速度规划[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2021, 54(9): 890-898.
Dong Jingchuan, Guo Jianxin, Liu Zhe, et al. Feedrate planning of a NURBS path with dynamic axial constraints[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2021, 54(9): 890-898 (in Chinese).
- [21] Marina P, Alessandro V, David A. S, et al. A framework for geometric analysis of vascular structures: Application to cerebral aneurysms[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2009, 28(8): 1141-1155.
- [22] Zhou K, Wang G J, Jin H Z, et al. NURBS interpolation based on exponential smoothing forecasting[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008, 39(11/12): 1190-1196.
- [23] 江本赤. 五轴加工刀具路径的 NURBS 拟合及插补技术研究[D]. 合肥: 合肥工业大学机械工程学院, 2016.
Jiang Benchu. Study on NURBS Fitting and Interpolation Technology of Five-Axis Tool Path[D]. Hefei: School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, 2016 (in Chinese).
- [24] 于谦. 基于切向约束的二次 B 样条插值曲线的研究[D]. 济南: 山东大学计算机科学与技术学院, 2009.
Yu Qian. Research on Quadratic B-spline Interpolation Curve with Tangent Constraints[D]. Jinan: School of Computer Science and Technology, Shandong University, 2009 (in Chinese).
- [25] 曹彪. 基于区域生长的 OCT 图像分割算法研究[D]. 北京: 北京理工大学生命学院, 2015.
Cao Biao. Research of OCT Image Segmentation Algorithm Based on Region Growing Method[D]. Beijing: School of Life Science, Beijing Institute of Technology, 2015 (in Chinese).
- [26] 段正华. 医学断层图像三维重建面绘制算法的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学机械动力工程学院, 2020.
Duan Zhenghua. Research on Surface Rendering Algorithm of 3D Reconstruction of Medical Tomography Image[D]. Harbin: School of Mechanical and Power Engineering, Harbin University of Science and Technology, 2020 (in Chinese).

(责任编辑: 王晓燕)