

DOI:10.11784/tdxbz202310011

数字图像相关方法综合误差的理论及仿真分析

周俊龙^{1,2}, 蔡送宝², 耿文宾², 王志勇¹

(1. 天津大学机械工程学院, 天津 300050; 2. 中国建筑第六工程局有限公司, 天津 300450)

摘要: 数字图像相关(DIC)方法是一种广泛使用的实验变形测量技术。进一步提高测量精度是当前 DIC 技术研究的重要方向, 建立综合考虑多种误差源的误差理论模型对于研究 DIC 方法中各种误差的比重和相互耦合关系至关重要。本文提出了一种基于频域分析的 DIC 方法综合误差理论模型, 该模型从系统论的角度出发, 将插值和噪声视为两个系统, 给出了插值和噪声的传递函数与 DIC 误差之间的定量关系。为了方便计算, 本文给出了该模型中各种参数的简便计算方法。本文提出的误差模型可以预测 DIC 方法中各种误差源, 包括由亚像素插值引起的系统误差、由图像灰度噪声引起的随机误差, 以及它们之间的耦合效果。为了验证上述理论模型的正确性, 本文进行了数值实验测试, 实验结果与理论预测结果吻合良好。理论和数值实验结果表明: 各种参数下, 散斑半径越小, 系统误差越大; 噪声水平越高, 随机误差越大; 并且, 噪声水平的提高也会使耦合误差增大。

关键词: 数字图像相关; 频域分析; 误差理论; 综合误差

中图分类号: TP29

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2025)03-0293-07

Theoretical and Simulation Analysis of the Comprehensive Error in Digital Image Correlation Method

Zhou Junlong^{1,2}, Cai Songbao², Geng Wenbin², Wang Zhiyong¹

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300050, China;

2. China Construction Sixth Engineering Division Co., Ltd., Tianjin 300450, China)

Abstract: Digital image correlation(DIC) is a widely used experimental technique for measuring deformation. Enhancing measurement accuracy is a critical direction in current DIC technology research. Establishing an error theory model that comprehensively considers various error sources is crucial for clarifying the proportion and mutual coupling relationship of these errors in DIC methods. This paper proposes a comprehensive error theory model for DIC based on frequency domain analysis. From a system theory perspective, interpolation and noise are treated as two systems. The quantitative relationship of DIC errors is established based on the transfer functions of interpolation and noise systems. For computational convenience, this paper also presents simplified calculation methods for various parameters within the model. The proposed error model can predict the effects of various error sources in DIC methods. Specifically, it can predict the systematic error caused by sub-pixel interpolation, the random error caused by image grayscale noise, and the coupling effect between systematic and random errors. To verify the effectiveness of the proposed theoretical model, extensive numerical experiments are conducted. The experimental results match well with the theoretical predictions. Theoretical and numerical simulation results indicate that the smaller speckle radii, the greater systematic errors, the higher noise levels, the greater random errors, and increase in noise levels will also lead to the increase in coupling errors.

Keywords: digital image correlation(DIC); frequency domain analysis; error theory; comprehensive error

收稿日期: 2023-10-11; 修回日期: 2024-05-06.

作者简介: 周俊龙(1986—), 男, 博士研究生, 高级工程师, junlong1215@163.com.

通信作者: 王志勇, zywang@tju.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12041201).

Supported by the National Natural Science Foundation of China(No. 12041201).

数字图像相关(digital image correlation, DIC)方法起源于 19 世纪 80 年代^[1-2], 是一项基于图像分析的变形测量技术, 目前在科研和工程技术领域都获得了非常广泛的应用^[3-4]. 最近一段时间, DIC 研究中一个重要内容是分析它的各种误差来源, 并发展相应的减小测量误差的方法^[5-10].

DIC 技术的测量误差主要来源于硬件和算法两个方面^[7]. 本文主要对算法误差开展研究. 算法引入的误差主要包括 3 个部分. 首先, 不合理的形函数会引入测量误差. 这部分误差通过使用高阶形函数可以大幅降低, 故这部分误差可以很好地消除^[11-13]. 其次, 亚像素插值算法会引入一个依赖于真实位移变化大小的位移误差, 而且这部分误差是稳定存在的, 常被称为系统误差^[14]. 最后, 图像中不可避免地存在随机灰度噪声, 经过 DIC 算法计算后, 这个随机灰度噪声会转化为一个随机的位移误差, 这部分误差常被称为随机误差. 关于系统误差和随机误差的研究构成了 DIC 方法误差研究中的重要部分^[15].

2000 年, Schreier 等^[14]系统研究了亚像素插值引入的系统误差, 这种误差是一种周期为 1.00 像素的类似于正弦曲线的周期性误差, 在 0.25 像素和 0.75 像素时误差最大. Schreier 等^[14]将亚像素插值看作一种滤波器, 而系统误差就是这个插值滤波器的相位误差. 他们工作的不足在于只能预测单一频率信号的系统误差, 而不能预测多频谱图像的系统误差. 2015 年, Baldi 等^[16]通过实验方法研究不同插值方法(严格来说, 同时研究了插值和拟合 2 种亚像素恢复方法)的系统误差, 并推荐了最优的插值算法. 同年, Su 等^[9]提出了一个基于傅里叶变换的理论模型来预测插值引起的系统误差. 关于随机误差, 2007 年 Wang 等^[6]通过一维模型给出了位移测量误差与随机灰度噪声之间的定量关系. 2008 年 Pan 等^[17]将该模型推广到二维模型. 综上, 研究人员对系统误差和随机误差都分别进行了较为充分的研究, 但是实际上系统误差和随机误差是同时发生并综合在一起的, 系统误差和随机误差之间可能存在耦合效果, 因此, 需要发展一个理论模型来综合研究系统误差和随机误差的效果.

本文将提出一种综合的误差理论模型, 同时考虑系统误差和随机误差, 既可以单独对系统误差或随机误差进行分析, 又可以分析它们的综合效果, 特别是能对系统误差和随机误差的耦合部分进行准确预测.

需要特别说明, 本文中综合误差是指系统误差和随机误差的总和, 而耦合误差是指系统误差和随机误

差之间的耦合效果.

1 综合误差理论模型

DIC 方法的原理是通过变形前后图像中子区的匹配来实现变形过程中各点位移的跟踪, 从而描述出全场位移. 为了使推导过程简洁, 将使用一个一维模型. 变形前后的图像分别记为 $f_0(n)$ 和 $g_0(n)$. 假设 $f_0(n)$ 和 $g_0(n)$ 之间存在刚体位移. 即 $g_0(n) = f_0(n + u)$, 这里 u 是变形前后图像之间位移的真值. 为了实现变形前后图像子区的匹配, 需要一个描述两个子区近似程度的匹配标准, 本文以差平方和作为子区匹配标准, 也就是通常所说的 SSD 标准^[15], 即

$$C = \sum_{n=-N}^N [f(n, u_0) - g_0(n)]^2 = \sum_{n=-N}^N [f(n, u_0) - f_0(n+u)]^2 \quad (1)$$

式中: u_0 为位移的计算值, 其为对真实位移 u 的一个估计; $f(n, u_0)$ 为由 $f_0(n)$ 生成的一副图像. 本文的目的是研究随机误差和系统误差的耦合效应, 故式(1)中 $f(n, u_0)$ 表示由原始图像 $f_0(n)$ 经过添加噪声和插值 2 种操作后得到的图像.

在式(1)中, $f_0(n+u)$, 也就是 $g_0(n)$, 是已知的, 而 $f(n, u_0)$ 中的 u_0 是待求的. 但为了后续模型推导方便, 在本文中, 将二者互换. 即假设式(1)中 u_0 是给定的, 以此为前提来求解 u . 可以从计算等价的角度来分析这种互换的可行性. 在式(1)中, 给定 $f_0(n+u)$, 用 DIC 算法可以计算 u_0 . 那么反过来, 如果式(1)中 u_0 已知, 也应该可以计算出 $f_0(n+u)$ 中的 u . 将 u 相对于 u_0 的差别作为添加噪声和插值引起的误差.

为了使 C 取极小值, 即

$$\frac{dC}{du} = 2 \sum_{n=-N}^N [f(n, u_0) - f_0(n+u)] \cdot f_0'(n+u) = 0 \quad (2)$$

假设 $F_0(m)$ 是 $f_0(n)$ 的离散傅里叶变换, 即

$$f_0(n) \leftrightarrow F_0(m) = |F_0(m)| e^{j\varphi_0(m)} = \sum_{n=-N}^N f_0(n) e^{-j2\pi \frac{m}{2N+1} n} \quad (3)$$

式中 m 代表离散的频率分量. 基于傅里叶变换的性质, 有

$$f_0(n+u) \leftrightarrow e^{-j\frac{2\pi m}{2N+1} u} F_0(m) \quad (4)$$

$$f'_0(n+u) \leftrightarrow -j \frac{2\pi m}{2N+1} e^{-j \frac{2\pi m}{2N+1} u} F_0(m) \quad (5)$$

另外设

$$f(n, u_0) \leftrightarrow \lambda(m, u_0) e^{j\varphi(m, u_0)} F_0(m) \quad (6)$$

如前所述, $f(n, u_0)$ 是由 $f_0(n)$ 经过添加噪声和插值 2 种操作后得到的图像, 这里 $\lambda(m, u_0) e^{j\varphi(m, u_0)}$ 就代表这两个操作对应的传递函数。

本文中模型推导的一个关键是将 $f_0(n+u)$ 和 $f(n, u_0)$ 互换, 前文从计算等价的角度解释了互换的可行性。再从式 (2) ~ (6) 来解释一下这个互换的必要性。如果不做这个互换, 则在式 (2) 中被求导的项就是 $f(n, u_0)$, 而不是现在的 $f_0(n+u)$ 。而 $f'(n, u_0)$ 无法得到式 (5) 中的简洁表达, 故不能进一步推导, 这是需要将 $f_0(n+u)$ 和 $f(n, u_0)$ 互换的根本原因。

根据 Parseval 定理, 利用式 (3) ~ (6) 可以将式 (2) 表示为

$$\sum_{m=-N}^N m \cdot \lambda(m, u_0) \cdot e^{j\varphi(m, u_0)} \cdot e^{-j \frac{2\pi m}{2N+1} u} \cdot |F_0(m)|^2 = \sum_{m=-N}^N m \left| e^{-j \frac{2\pi m}{2N+1} u} F_0(m) \right|^2 \quad (7)$$

考虑到式 (7) 中等号右边待求和函数的奇偶性, 可以判定其为 0, 故等号左边为 0, 即

$$\sum_{m=-N}^N m \cdot \lambda(m, u_0) \cdot e^{j\left[\varphi(m, u_0) - \frac{2\pi m}{2N+1} u\right]} \cdot |F_0(m)|^2 = 0 \quad (8)$$

考虑到优化迭代完成后, $\varphi(m, u_0)$ 和 $\frac{2\pi m}{2N+1} u$ 分别代表位移真值和位移计算值对应的相位函数, 非常接近, 即它们的差值是很小的, 故式 (8) 左侧可以用一阶泰勒展开来近似, 即

$$\sum_{m=-N}^N m \cdot \lambda(m, u_0) \cdot \left[1 + j \left(\varphi(m, u_0) - \frac{2\pi m}{2N+1} u \right) \right] \cdot |F_0(m)|^2 = 0 \quad (9)$$

解上述方程可得

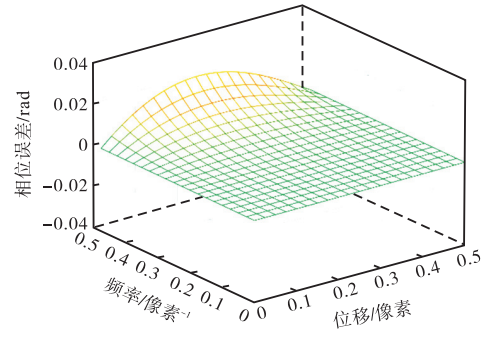
$$u = \frac{2N+1}{2\pi} \frac{\sum_{m=-N}^N m \cdot \lambda(m, u_0) \cdot \varphi(m, u_0) \cdot |F_0(m)|^2}{\sum_{m=-N}^N m^2 \cdot \lambda(m, u_0) \cdot |F_0(m)|^2} \quad (10)$$

由于本文重点讨论随机噪声和插值的影响, 所以传递函数就是由添加噪声和插值 2 个操作决定的。因为这 2 个操作是相继发生的, 那么综合传递函数是添加噪声和插值 2 个操作传递函数的乘积, 即

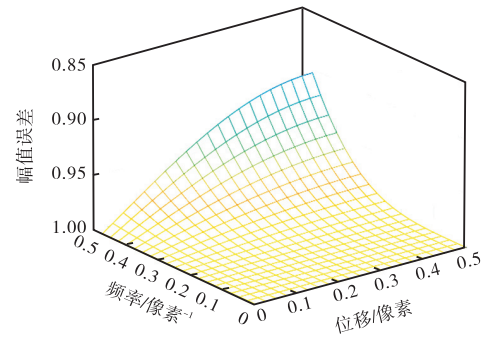
$$\lambda(m, u_0) e^{j\varphi(m, u_0)} = \lambda_1(m, u_0) \lambda_N(m) \cdot e^{j[\varphi_1(m, u_0) + \varphi_N(m)]} \quad (11)$$

式中 λ_N 、 λ_1 、 φ_N 和 φ_1 分别为添加噪声和插值 2 个操作对应的幅值和相位传递函数。其中 λ_1 和 φ_1 都包含 m 和 u_0 这 2 个参量, 这是因为亚像素插值的传递函数依赖于待插值点的位置, u_0 代表插值点的位置。

利用式 (10)、(11) 可以实现对随机误差和系统误差综合效应的分析。对于插值引起的系统误差来说, Baldi 等^[16]总结了不同插值函数的具体算法, 利用 Schreier 等^[14]提出的方法可以确定不同插值函数的传递函数, 即可确定 λ_1 和 φ_1 。图 1 所示为本研究中使用的 3 次多项式插值的相位误差和幅值误差, 图中频率坐标是信号频率与采样频率的比值。



(a) 相位误差



(b) 幅值误差

图 1 3 次多项式插值函数的相位误差和幅值误差
Fig.1 Phase error and amplitude error of the cubic polynomial interpolation function

对于噪声引起的随机误差来说, 假设图像噪声为 s , 则有 $f=f_0+s$, 则有

$$\lambda_N(m) e^{j\varphi_N(m)} = \frac{F_0(m) + S(m)}{F_0(m)} \quad (12)$$

式中 S 为 s 的傅里叶变换。在实际测量过程中, 噪声信号 s 是不能确定的。但本文工作的目的是研究噪声的效果, 噪声信号是人为生产, 然后加到图像上去的, 故在本研究中噪声信号是确定的。所以可以用式 (12) 来确定添加噪声操作对应的传递函数。

2 综合误差的实验研究

为验证所提的综合误差模型的正确性和有效性, 将完成一些数值实验. 生成人工散斑图像, 其公式为

$$f_0(x+u, y) = 256 \cdot \sum_{k=1}^K \exp \left[-\frac{(x-x_k+u)^2 + (y-y_k)^2}{R^2} \right] \quad (13)$$

式中: K 为图中散斑点的总数; (x_k, y_k) 表示第 k 个散斑的位置; R 为散斑半径. 由于本文仅研究系统误差和随机误差, 为了使散斑点尽量稠密且不重叠, 本文将式(13)中 x_k 和 y_k 设置为散斑直径的整数倍. 利用上面的方法生成了 400 像素 \times 400 像素, 256 个灰度等级的二维散斑图像. 在式(13)中, 通过设置不同的 u , 可以得到不同位移的图像. 图 2 为生成的一副模拟散斑图像.

独立开发了 DIC 方法的计算程序, 该程序采用具有零阶形函数和 3 次多项式插值的 IC-GN 算法, 子区大小为 81 像素 \times 81 像素. 在 DIC 程序需要输入变形前和变形后两幅图像, 然后由 DIC 方法分析它们之间的相对位移场的情况. 为了后续表述清晰, 输入 DIC 方法中的变形前和变形后的两幅图像分别记为 D0 和 D1.

在数值实验中, 生成了 21 幅平移图像. 其中, 第

1 幅图像为参考图像, 其余 20 幅图像相对参考图像的水平位移依次为 0.05、0.10、0.15、 \dots 、1.00 像素, 分别记为 S000、S005、S010、S015、 \dots 、S100 等. 同时, 为了考察噪声的影响, 需要在位移图像中添加噪声, 将添加了噪声的图像分别记为 NS000、NS005、NS010、NS015、 \dots 、NS100 等.

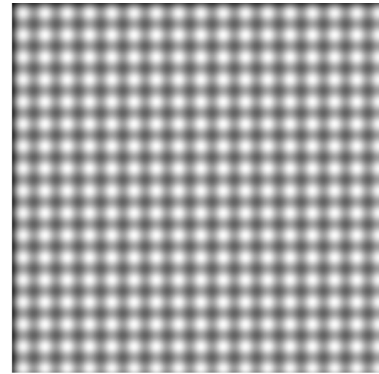


图 2 计算程序生成的人工散斑图像
Fig.2 Artificial speckle image generated by the computational program

研究了散斑半径为 2.00 像素, 灰度噪声标准方差为 0.5 时的误差情况, 此时, 图像的平均灰度梯度为 35. 误差分析结果如图 3 所示, 分别为系统误差、随机误差、综合误差和耦合误差的数值实验结果和理论计算结果. 其中数值实验结果来源于编制的 DIC

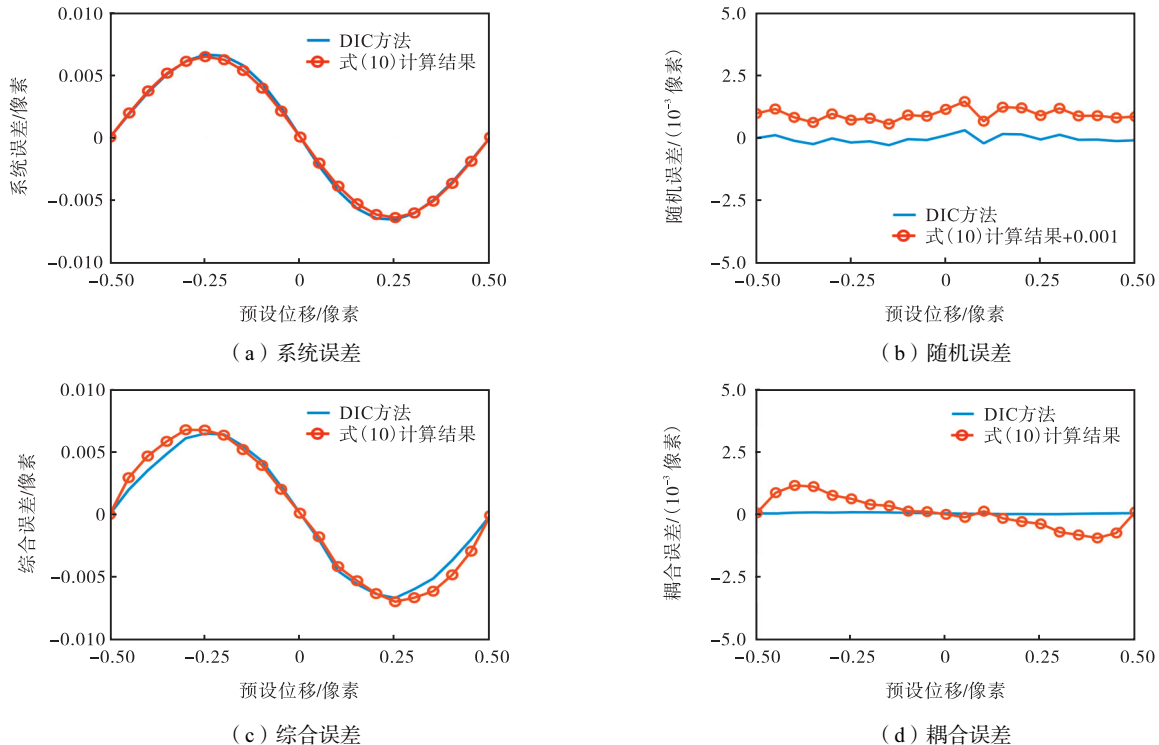


图 3 散斑半径为 2.00 像素(平均灰度梯度为 35), 噪声标准方差为 0.5 时的误差分析结果

Fig.3 Error analysis results when the speckle radius is 2.00 pixel (the mean gray scale gradient is 35), and the noise standard variance is 0.5

方法的计算程序, 而理论分析结果是式(10)的计算结果. 由于理论结果和数值实验结果非常接近, 在图3(b)中理论结果都人为加了0.001, 使得实验结果曲线和理论结果曲线分开, 便于观察.

图3(a)所示是系统误差的分析结果. 在该模拟实验中, 原始参考图像作为变形前图像(即将S000输入到D0), 没有添加噪声的位移后图像作为变形后图像(即将S000~S100依次输入到D1). 由图3(a)结果可见, 系统误差随预设位移的变化类似正弦曲线, 在 ± 0.25 像素时误差最大. 这一结果与系统误差理论研究经典文献[14]一致. 并且, 理论预测结果与数值实验结果吻合良好.

图3(b)所示是随机误差的分析结果. 在该模拟实验中, 模拟生成的位移后的原始图像作为变形前图像(即S000~S100等依次输入到D0), 然后在位移后图像中添加均值为0, 标准方差为0.5的灰度噪声构成变形后图像(即将NS000~NS100依次输入到D1). 由图3(b)结果可见, 理论结果和数值实验结果吻合良好. 这是本文提出的理论模型的一个优势, 以往的随机误差理论模型^[6,17]只能预测误差的均值、方差等统计特征, 而本文的模型可以预测误差的具体数值.

图3(c)是系统误差和随机误差的综合误差分析结果. 在该模拟实验中, 原始参考图像作为变形前图

像(即将S000输入到D0), 添加了噪声的位移后图像作为变形后图像(即将NS000~NS100等依次输入到D1), 这时计算误差就同时包含了系统误差和随机误差. 由图3(c)可见, 在2种误差都存在的情况下, 理论结果和数值实验结果仍然吻合良好, 说明本文提出的模型有较广泛的适应性. 对比图3(a)和(c)可知, 在当前参数下, 综合误差曲线和系统误差曲线非常接近, 故系统误差是综合误差的主要部分.

图3(d)所示是耦合误差的分析结果. 所谓耦合误差是图3(c)的误差数据减去图3(a)和(b)的结果. 这部分误差是综合误差减去单独系统误差和随机误差后剩下的部分, 是插值和添加噪声2种操作的耦合效果, 故称作耦合误差. 在当前参数下, 耦合误差占比很小.

图4所示为散斑半径为2.00像素, 噪声标准方差为2.0时的误差分析结果. 在图4(b)中理论结果都人为加了0.001, 使得模拟结果曲线和理论结果曲线分开, 便于观察. 对比图3(b)和图4(b)可以看出, 随着噪声的增加, 随机误差也在相应地增大. 由图4(c)可以看出, 在综合误差中系统误差之外的部分有所增加, 而理论预测和数值模拟的结果吻合良好. 可见, 本文提出的理论模型能很好地同时预测DIC方法的综合误差. 对比图3(d)和图4(d), 可见, 随着噪声水平的提高, 耦合误差提高了.

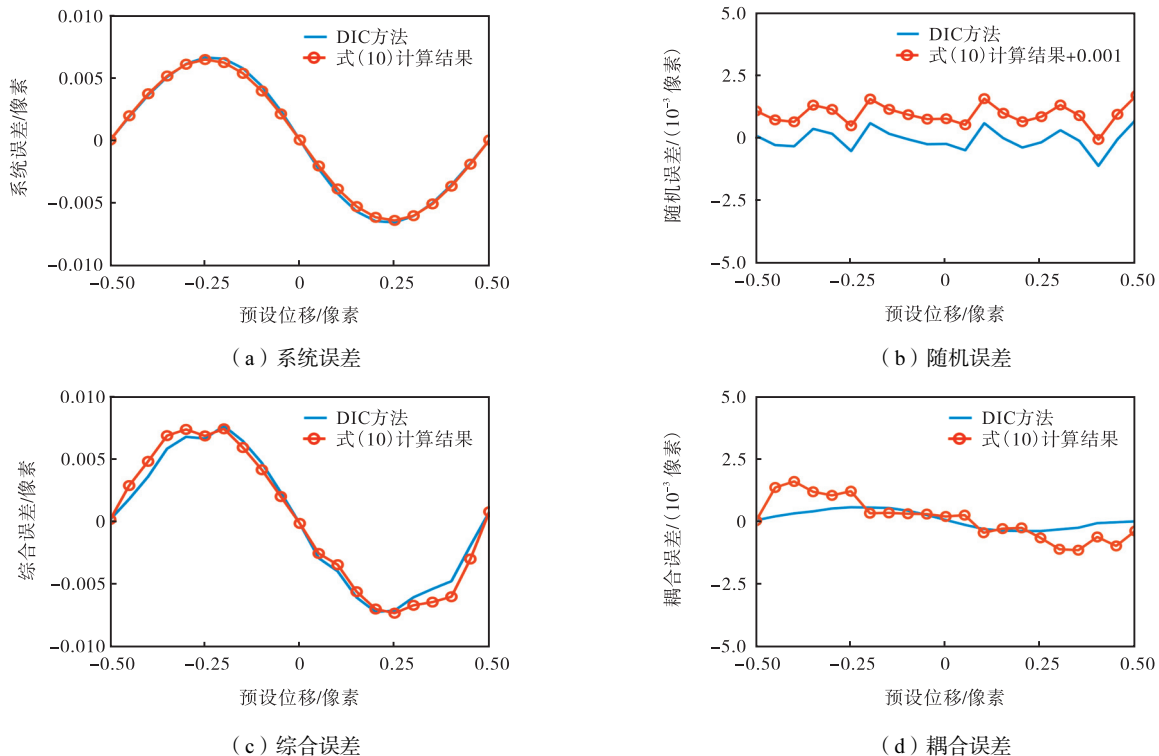


图4 散斑半径为2.00像素(平均灰度梯度为35), 噪声标准方差为2.0时的误差分析结果

Fig.4 Error analysis results when the speckle radius is 2.00 pixels (the mean gray scale gradient is 35), and the noise standard variance is 2.0

研究了散斑半径为 4.00 像素, 灰度噪声标准方差为 2.0 时的误差情况, 此时图像的平均灰度梯度约为 18, 误差分析结果如图 5 所示. 在图 5(a)和(b)中理论结果都加了 0.001, 使得实验结果曲线和理论结果曲线分开, 便于观察. 对比图 3(a)和 5(a)可知, 当

散斑尺寸变大时, 插值引起的系统误差减小了, 可见增大散斑半径可以抑制系统噪声. 由图 5(d)可知, 在当前参数下, 耦合误差也快速增大, 这主要是由较大的随机噪声引起的. 而图 5(c)中的综合误差主要是由随机误差和耦合误差构成的, 系统误差占比比较小.

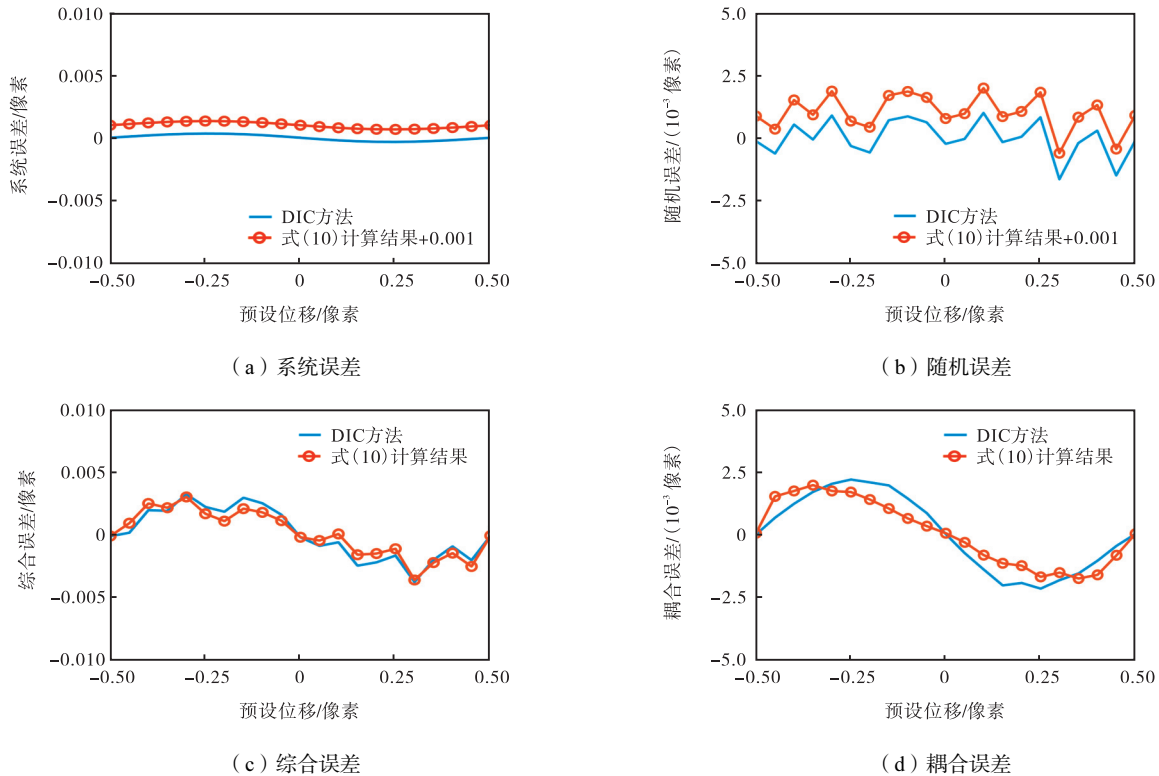


图 5 散斑半径为 4.00 像素(平均灰度梯度约为 18), 噪声标准方差为 2.0 时的误差分析结果

Fig.5 Error analysis results when the speckle radius is 4.00 pixels (the mean gray scale gradient is 18), and the noise standard variance is 2.0

在前面的分析中, 重点是散斑半径这个比较直观的图像参数, 但在 DIC 误差分析中, 平均灰度梯度是常用的图像评价指标. 由于本文中图像(如图 2 所示)是周期性的, 故散斑半径与平均灰度梯度之间有明确的对应关系. 散斑较大的图像对应的平均灰度梯度较小, 反之亦然. 对比图 3(a)和图 5(a), 可知随着平均灰度梯度的减小, 系统误差减小了; 对比图 3(b)和图 5(b), 可知随着平均灰度梯度的减小, 随机误差增大.

3 结 语

本文利用频域分析的方法, 研究了 DIC 方法中插值和添加噪声 2 个过程引起的综合计算误差. 首先, 建立了一个考虑插值和添加噪声两种操作下, DIC 方法计算误差的理论模型; 其次, 给出了该理论模型中各部分的简便、实用的快速计算方法; 最后, 利用该模型分析了不同参数下 DIC 方法中的系统误

差、随机误差、综合误差和耦合误差的具体情况. 各种参数下, 理论模型预测与实验结果吻合良好, 表明本文提出的理论模型能准确预测 DIC 方法中的各种误差. 数值分析结果表明, 散斑半径越小, 系统误差越大; 噪声水平越高, 随机误差、耦合误差越大.

参考文献:

- [1] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. Optical Engineering, 1982, 21 (3): 2134-27.
- [2] Sutton M A, Wolters W J, Peters W H, et al. Determination of displacements using an improved digital correlation method[J]. Image and Vision Computing, 1983, 1 (3): 133-139.
- [3] Hild F, Roux S. Digital image correlation: From displacement measurement to identification of elastic properties[J]. Strain, 2006, 42 (2): 69-80.
- [4] Pan B, Qian K M, Xie H M, et al. Two-dimensional

- digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: A review[J]. *Measurement Science and Technology*, 2009, 20(6): 062001.
- [5] Sutton M A, McNeill S R, Jang J, et al. Effects of subpixel image restoration on digital correlation error estimates[J]. *Optical Engineering*, 1988, 27(10): 271070.
- [6] Wang Z Y, Li H Q, Tong J W, et al. Statistical analysis of the effect of intensity pattern noise on the displacement measurement precision of digital image correlation using self-correlated images[J]. *Experimental Mechanics*, 2007, 47(5): 701-707.
- [7] Bornert M, Brémand F, Doumalin P, et al. Assessment of digital image correlation measurement errors: Methodology and results[J]. *Experimental Mechanics*, 2009, 49(3): 353-370.
- [8] Baldi A, Bertolino F. A posteriori compensation of the systematic error due to polynomial interpolation in digital image correlation[J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(10): 13019255.
- [9] Su Y, Zhang Q C, Gao Z R, et al. Fourier-based interpolation bias prediction in digital image correlation[J]. *Optics Express*, 2015, 23(15): 19242-19260.
- [10] Su Y, Zhang Q C, Fang Z, et al. Elimination of systematic error in digital image correlation caused by intensity interpolation by introducing position randomness to subset points[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 114: 60-75.
- [11] Schreier H W, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2002, 42(3): 303-310.
- [12] Wang B, Pan B. Random errors in digital image correlation due to matched or overmatched shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(9): 1717-1727.
- [13] Yu L P, Pan B. The errors in digital image correlation due to overmatched shape functions[J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26(4): 045202.
- [14] Schreier H W, Braasch J R, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation[J]. *Optical Engineering*, 2000, 39(11): 2915-2921.
- [15] Wang Y Q, Sutton M A, Bruck H A, et al. Quantitative error assessment in pattern matching: Effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements[J]. *Strain*, 2009, 45(2): 160-178.
- [16] Baldi A, Bertolino F. Experimental analysis of the errors due to polynomial interpolation in digital image correlation[J]. *Strain*, 2015, 51(3): 248-263.
- [17] Pan B, Xie H M, Wang Z Y, et al. Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns[J]. *Optics Express*, 2008, 16(10): 7037-7048.

(责任编辑: 王晓燕)