

DOI:10.11784/tdxbz202503033

输水管道水锤布拉格共振效应的数值建模与试验分析

周 领^{1,2}, 张俸溢¹, 潘天文³, 李贇杰¹, 侯庆志⁴

(1. 河海大学水利水电学院, 南京 210098; 2. 河海大学长江保护与绿色发展研究院, 南京 210098;

3. 水资源工程与调度全国重点实验室(长江设计集团有限公司), 武汉 430010;

4. 天津大学建筑工程学院, 天津 300350)

摘要: 输水管道系统中经常出现的水锤现象导致管道出现变形甚至爆管等故障, 现有的水锤数值仿真模拟大多是基于传统的水锤理论, 忽略了水锤的动态摩阻衰减效应和管道的布拉格共振效应。因此, 全面分析水锤的频域响应特点和管道的布拉格共振效应有助于解决在供水管道中出现的水锤精准数值仿真问题, 为管道系统的阻塞检测和泄漏检测等各种问题提供理论基础。本文构建了两种模型, 即特征线法与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的时域求解模型和传递矩阵法与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的频域求解模型。为了验证模型的精确性, 搭建了水锤试验台。为了验证管道的布拉格共振效应, 使用频域求解模型分析摩阻和测点位置对频率响应函数(FRF)和无量纲波幅的影响。结果表明, 不同初始压力和瞬变流量不会影响 FRF 谐振峰(谐振峰是指在频率响应曲线上 FRF 达到最大值的点)在钢管中的分布情况, 此外 FRF 谐振峰频率等于奇数倍的理论频率。时域求解模型决定系数(R^2)为 0.982 3, 频域求解模型决定系数(R^2)为 0.924 9, 说明所构建的两种模型的精确性。在动态摩阻效应的作用下, 各个理论频率周期对应的谐振峰值均有不同程度的衰减。稳态摩阻和动态摩阻对波幅图没有影响, 使用波幅图可以解释不同摩阻和不同位置对 FRF 谐振峰的影响作用。验证了管道布拉格共振效应, 当测点靠近谐振峰共振模式的驻点时, 其峰值为最大, 其谐振峰峰值基本无衰减; 当测点靠近谐振峰共振模式的节点时, 其峰值为最小, 其谐振峰峰值衰减最明显。

关键词: 时域求解模型; 频域求解模型; 动态摩阻; 频率响应函数; 波幅图

中图分类号: TV134.1

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2025)10-1009-12

Numerical Modeling and Experimental Analysis of the Bragg Resonance Effect in Water Hammer in Water Conveyance Pipelines

Zhou Ling^{1,2}, Zhang Fengyi¹, Pan Tianwen³, Li Yunjie¹, Hou Qingzhi⁴

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Yangtze Institute for Conservation and Development, Hohai University, Nanjing 210098, China;

3. State Key Laboratory of Water Resources Engineering and Management, CISPRD Corporation, Wuhan 430010, China;

4. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: The water hammer phenomenon is frequently observed in water conveyance pipeline systems, and it leads to pipeline deformation and even pipe bursting. Existing numerical simulations of the water hammer are often based on traditional water hammer theories, neglecting the unsteady frictional attenuation and Bragg resonance effects in pipelines. Therefore, a comprehensive analysis of the frequency-domain response characteristics of the water hammer and the Bragg resonance effect in pipelines can help address the issue of accurate numerical simulation of the water

收稿日期: 2025-03-25; 修回日期: 2025-05-11.

作者简介: 周 领(1985—), 男, 博士, 教授.

通信作者: 周 领, zlhhu@163.com.

基金项目: 青海省 2025 年中央引导地方科技发展资金专项资助项目(2025ZY040); 宁波市重大专项“科创甬江 2035”关键技术资助项目(2024Z285); 中国科技交流中心资助项目(4-15); 国家自然科学基金资助项目(52209084, 51679066).

Supported by the Qinghai Province 2025 Central Guidance Local Science and Technology Development Fund Special Project (No. 2025ZY040), the Ningbo Major Special Project “Kechuang Yongjiang 2035” Key Technology Project (No. 2024Z285), the China Science and Technology Exchange Center (No. 4-15), the National Natural Science Foundation of China (No. 52209084, No. 51679066).

hammer in water supply pipelines, providing a theoretical basis for various pipeline system problems, such as blockage and leakage detection. In this study, two models, i.e., a time-domain solution model coupling the method of characteristics and the Vardy-Brown unsteady friction, and a frequency-domain solution model coupling the transfer matrix method and the Vardy-Brown unsteady friction, were constructed. To verify the accuracy of the models, a water hammer experimental platform was established. To validate the Bragg resonance effect in pipelines, the frequency-domain solution model was used to analyze the influence of friction and measurement point location on the frequency response function (FRF) and the dimensionless wave amplitude. Results showed that different initial pressures and transient flow rates did not affect the distribution of the FRF resonance peaks (the resonance peaks refer to the points where the FRF reaches its maximum value on the frequency response curve) in steel pipes. In addition, the FRF resonance peak frequency was equal to the odd-multiplex of the theoretical frequency. The coefficient of determination (R^2) for the time-domain solution model was 0.982 3, and that for the frequency-domain solution model was 0.924 9, indicating the accuracy of the two models constructed in this study. Under the influence of unsteady friction, the resonance peak values corresponding to each theoretical frequency period exhibited varying degrees of attenuation. Steady-state friction and unsteady friction did not affect the wave amplitude diagram, which could be used to explain the influence of different friction types and different locations on the FRF resonance peaks. This study validated the Bragg resonance effect in pipelines. When the measurement point was close to the antinode of the resonance mode of the resonance peak, the peak value was the highest, and the resonance peak value showed nearly no attenuation. When the measurement point was close to the node of the resonance mode of the resonance peak, the peak value was the lowest, and the attenuation of the resonance peak value was more pronounced.

Keywords: time-domain solution model; frequency-domain solution model; unsteady friction; frequency response function (FRF); wave amplitude diagram

在长距离输水管道系统中由于阀门、水泵的动作会引起相应的水锤问题^[1-4],操作异常甚至会导致管道出现堵塞、爆管等故障^[5-6],目前的数字孪生智慧化运行对水锤问题的精准仿真提出了更高的要求,输水系统智慧化安全运行需要对水锤的机理和相关特性了解更加清楚.因此,对水锤的精准数值仿真和对水锤发生过程中的布拉格(Bragg)共振效应^[7]开展更深入的研究至关重要.

在输水管道系统中,水锤波容易受到摩阻的影响,这会降低水锤波数值仿真模拟的精度,进而影响对管道故障位置问题^[8-10]的研究,因此动态摩阻效应对水锤的精准仿真模拟在时域方面越来越受到重视.通过在输水管道系统中加入动态摩阻可以有效地提高水锤数值仿真模拟的精度,早期的动态摩阻模型最先由 Zielke^[11]提出,该模型适用于黏弹性管道的层流水锤现象计算. Vardy 等^[12-13]为了能更准确地描述动态摩阻的影响,提出了适用于紊流的加权函数动态摩阻模型,提高了模型的计算效率.以往对动态摩阻的研究主要是从时域方面进行的,很少从频域的角度结合动态摩阻进行分析,然而布拉格共振本质上是一种频率相关的现象^[7],描述了在特定频率下波与周期性结构(如管道中的堵塞)之间的相互作用.频域分析是研究布拉格共振效应的关键方法之一,通过将时域的信号转换到频域^[14],可以更清晰地观察和分析信号的频率成分,从而揭示布拉格共振效应的特性.

频率响应函数(frequency response function, FRF)^[15-17]可以用来分析管道系统中的布拉格共振现象.频率响应函数是阀门处输出压力与输入流量(瞬态)的比率,是相对于完整 RPV 系统的基本谐振频率归一化的频率的函数. Duan 等^[18-19]基于瞬态的 FRF 方法在复杂串联管道中检测泄漏的适用性,引入的 FRF 可以直观地描述系统在频域中的行为. Louati 等^[20]通过比较堵塞管道系统和未堵塞管道系统的 FRF,观察到由于堵塞引起的 FRF 的变化,这种变化可以用来推断管道系统中是否存在堵塞以及堵塞的位置和大小. Louati 等^[21]还研究了无摩擦管道中泄漏引起的波相互作用,分析泄漏引起的 FRF 变化与布拉格共振的关系.这些方法的一个关键特征是它们依赖于水锤波动的相互作用的物理原理,即管道故障位置与波动模式的驻点和节点有着密切关系,管道系统中的水锤波的相互作用往往与布拉格共振效应有关.迄今为止,关于布拉格共振现象在供水管道中的研究鲜有报道,因此亟需一种分析布拉格共振现象的方法.另外根据布拉格共振理论^[7],如果在管道系统不同测量位置获得 FRF,则可以获得更多关于系统的信息.因此全面分析供水管道中的 FRF 的特点和管道的布拉格共振现象有助于解决在供水管道中出现的各种问题.

综上所述,水锤的频域响应特点和水锤发生过程中的管道布拉格共振效应对输水系统的智慧化安全

运行至关重要,然而,以往的水力计算往往是从时域的角度来使用水锤的基本理论,忽略了水锤的频率响应特点,低估了动态摩阻效应和管道的布拉格共振效应的影响. 本文设计并搭建了水锤实验台,分析初始压力和瞬变流量对 FRF 的影响,构建了特征线与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的时域求解模型,以及传递矩阵法与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的频域求解模型,将模型计算结果与试验数据进行对比分析,验证两种模型的精确性,在频域求解模型的基础上研究不同摩阻和不同位置下的 FRF 谐振峰变化情况,提出了一种新的机制来解释不同测点位置、稳态摩阻和动态摩阻对布拉格共振现象的影响.

1 瞬变流数学模型及求解

基于管道动态摩阻效应的瞬变流数学模型,本文给出了该模型在时域和频域的求解算法. 考虑有压输水管道的动态摩阻效应,其控制方程包含连续性方程和动量方程^[22]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4\tau_w}{\rho D} = 0 \quad (2)$$

式中: H 为管道截面处测压管水头; t 为时间; a 为波速; g 为重力加速度; v 为管道截面处平均流速; x 为沿管道轴线的距离; τ_w 为管壁切应力, $\tau_w = \tau_s + \tau_u$, 其中 τ_s 和 τ_u 分别代表管壁稳态切应力和瞬态切应力; ρ 为流体密度; D 为管道内径.

1.1 时域求解模型

在时域中,有压输水管道瞬变流控制方程可由特征线法求解,如图 1 所示. 根据特征线法,将双曲偏微分方程组转化为常微分方程组,有

$$C^+ : \quad \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{4a}{\rho g D} \tau_w = 0, \quad \frac{dx}{dt} = +a \quad (3)$$

$$C^- : \quad \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} - \frac{4a}{\rho g D} \tau_w = 0, \quad \frac{dx}{dt} = -a \quad (4)$$

式中 $\tau_w = \tau_s + \tau_u = \rho f |V| |V| / 8 + \tau_u$, f 为稳态摩阻系数.

将常微分方程组分别沿正负特征线积分,得 C^+ :

$$H_P - H_A + \frac{a}{gS} (Q_P - Q_A) + \frac{fa\Delta t}{2gDS^2} \cdot [Q_A + \eta(Q_P - Q_A)] |Q_A| + \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_u = 0 \quad (5)$$

C^- :

$$H_P - H_B - \frac{a}{gS} (Q_P - Q_B) - \frac{fa\Delta t}{2gDS^2} \cdot [Q_B + \eta(Q_P - Q_B)] |Q_B| - \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_u = 0 \quad (6)$$

式中: H_P, H_A, H_B 分别为点 P, A, B 的测压管水头; Q_P, Q_A, Q_B 分别为点 P, A, B 的断面流量; Δt 为计算时间间隔; S 为管道面积; η 为积分近似控制系数.

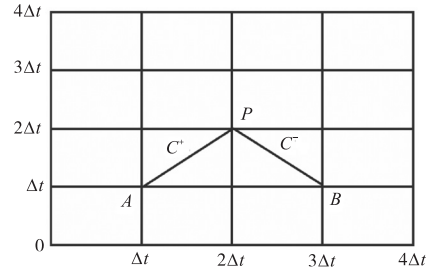


图 1 特征线法示意

Fig.1 Schematic of the method of characteristics

1) 时域上的稳态摩阻

特征线方程可直接表示为

$$C^+ : \quad H_P = C_A - B_A Q_P \quad (7)$$

$$C^- : \quad H_P = C_B + B_B Q_P \quad (8)$$

其中

$$B_A = B + \eta R |Q_A| \quad (9)$$

$$C_A = H_A + Q_A [B - R(1 - \eta) |Q_A|] \quad (10)$$

$$B_B = B + \eta R |Q_B| \quad (11)$$

$$C_B = H_B - Q_B [B - R(1 - \eta) |Q_B|] \quad (12)$$

式中 B_A, C_A, B_B, C_B 为特征线的相关系数.

2) 时域上的动态摩阻

基于加权函数的动态摩阻模型能够准确预测弹性管壁的剪切应力^[12],即

$$\tau_u = \frac{4\rho v}{D} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t} W(t - t^*) dt^* \quad (13)$$

式中: v 为流体运动黏度; t^* 为时间变量微分常数; W 为无量纲时间 τ 的加权函数, $\tau = 4vt/D^2$.

与传统摩阻模型^[11]和存在简化误差的 Brunone 模型^[23]相比, Vardy-Brown 模型能更加精确地模拟泄漏管中压力和流量信号变化^[13],因此本研究采用了适用于湍流流态的 Vardy-Brown 动态摩阻模型用于瞬态管壁切应力的模拟. 其加权函数可以表示为

$$W(\tau, Re) = \frac{A^* e^{-B^* \tau}}{\sqrt{\tau}} \quad (14)$$

式中: $A^* = 0.5/\sqrt{\pi}$; $B^* = 0.135 Re^\kappa$, $\kappa = \lg(14.3/Re^{0.05})$.

因此,特征线方程可表示为

C^+ :

$$H_P = C_A - B_A Q_P - \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_u \quad (15)$$

C^- :

$$H_P = C_B + B_B Q_P + \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_u \quad (16)$$

1.2 频域求解模型

对于稳态振荡流动,其瞬时压力 H 和瞬时流量 Q 由两部分组成^[10],即

$$H = H_0 + h^* \quad (17)$$

$$Q = Q_0 + q^* \quad (18)$$

式中: H_0 为平均水头,即本文中的稳态水头; h^* 为振荡水头; Q_0 为平均流量,即本文中的稳态流量; q^* 为振荡流量. 因此, h^* 和 q^* 均为时间 t 和空间 x 的函数. 若 h^* 和 q^* 为时间的正弦函数,则其可采用复变函数表示为

$$h^* = \text{Re}(h(x)e^{i\omega t}) \quad (19)$$

$$q^* = \text{Re}(q(x)e^{i\omega t}) \quad (20)$$

式中: Re 为复变量的实部; h 和 q 为空间 x 的复变量函数; $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位; ω 为角频率.

1) 频域上的稳态摩阻

稳态摩阻情况下,有压管道瞬变流控制方程可简化为

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2gDS^2} = 0 \quad (22)$$

将摩阻项进行一阶线性化近似可得

$$\frac{\partial h^*}{\partial t} + \frac{a^2}{gS} \frac{\partial q^*}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial x} + \frac{1}{gS} \frac{\partial q^*}{\partial t} + R_s^* q^* = 0 \quad (24)$$

式中 $R_s^* = fQ_0/(gDS^2)$ 为稳态湍流线性化单位摩阻损失.

傅里叶变换后的控制方程为

$$\frac{a^2}{gS} \frac{\partial q}{\partial x} + i\omega h = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{i\omega}{gS} + R_s^* \right) q = 0 \quad (26)$$

2) 频域上的动态摩阻

动态摩阻情况下,考虑有压输水管道瞬变流动态摩阻效应的动量方程可以表示为

$$\frac{1}{gS} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDS^2} + \frac{16\nu}{gD^2S} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t} W(t-t^*) dt^* = 0 \quad (27)$$

傅里叶变换后可得^[22]

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{i\omega}{gS} + R_s^* \right) q + \frac{16\nu}{gD^2S} \frac{i\omega q}{e^{i\omega t}} \int_0^t e^{i\omega(t-t^*)} \frac{A^* e^{-B^* \tau} - D^2}{\sqrt{\tau}} d\tau = 0 \quad (28)$$

上式整理后得到

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{i\omega}{gS} + R^* \right) q = 0 \quad (29)$$

其中

$$R^* = R_s^* + R_U^* \quad (30)$$

$$R_U^* = \frac{4i\omega}{gS} \int_0^\infty \frac{A^*}{\sqrt{\tau}} e^{-\left(\frac{i\omega D^2}{4\nu} + B^*\right)\tau} d\tau = \frac{2i\omega}{gS} \left(\frac{i\omega D^2}{4\nu} + B^* \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (31)$$

3) 传递矩阵法求解

对于管道 j 的任意两个截面,如图 2 所示,可以用传递矩阵表示其振荡变量的相关关系^[24],即

$$\begin{Bmatrix} q \\ h \end{Bmatrix}^D = \mathbf{F} \begin{Bmatrix} q \\ h \end{Bmatrix}^U = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ h \end{Bmatrix}^U = \begin{bmatrix} \cosh(\mu_j l_j) & -\frac{1}{Z_c} \sinh(\mu_j l_j) \\ -Z_c \sinh(\mu_j l_j) & \cosh(\mu_j l_j) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ h \end{Bmatrix}^U \quad (32)$$

式中: 上标 D 代表下游截面; 上标 U 代表上游截面; \mathbf{F} 为管道场矩阵, f_{11} 、 f_{12} 、 f_{21} 、 f_{22} 分别为场矩阵的元素; 当不考虑管道摩阻时, $\mu = ik$, $k = \omega/a$ 为波数; Z_c 为管道特征阻抗, 当不考虑管道摩阻时, $Z_c = a/(gS)$. 若已知两个截面的任意两个变量,可求出任意其他两个变量. 对于水位不变的上游水库,有 $h^U = 0$. 对于下游盲端或关闭的阀门,有 $q^D = 0$.



图 2 单管的传递矩阵法示意

Fig.2 Schematic of the transfer matrix method for a single pipe

FRF 直观地描述了系统在频域中的行为,表示了不同频率下输入和输出信号之间的关系,即单位流量变化引起的压力响应^[15]. 管道系统可视为线性时不

变系统,其 FRF 可表示为

$$FRF(\omega) = \frac{h(\omega)}{q(\omega)} \quad (33)$$

钢管中波传递的压力驻点和压力节点可表示为

$$w_{\max} = \frac{2n-1}{2m-1} \quad n=1, 2, \dots; m=1, 2, \dots \quad (34)$$

$$w_{\min} = \frac{2n}{2m-1} \quad n=0, 1, 2, \dots; m=1, 2, \dots \quad (35)$$

式中: w_{\max} 为压力驻点; w_{\min} 为压力节点; m 为峰值数; n 为压力驻点或压力节点的序号.

2 试验系统及方案

图 3 为输水管道系统布置 3D 示意,本试验系统主要由输水管道系统、控制系统和测量系统组成,系统主要包含稳压供水压力罐、钢管、管线阀门、回水水箱.图 4 为钢管系统的 2D 布置简图.本试验系统选取压力罐为上游边界,压力罐设计压力为 1.6 MPa,容积为 2.2 m³,关闭的阀门(DN50 手动球阀)作为下游盲端边界,利用侧阀(DN15 手动球阀)控制流量和激发瞬变.这是因为侧阀可在 0.02 s 内迅速关闭,能够产生具有较短波长的瞬态波,从而提高瞬态波的分辨率,获得较大的信号频率带宽和能量.试验的钢管为 304 不锈钢管道,其长度为 $L = 241.52$ m,管道直径 $D = 0.05$ m,管壁厚为 0.003 5 m,钢管的最大承压为 3 MPa,管道的平均坡度为 0.4°,所用的液体运动黏度为 $\nu = 4.01 \times 10^{-6}$ m²/s,管道的稳态摩阻系数为 0.022,试验通过电磁流量计收集管道流量,通过压力传感器收集水头压力.位于压力罐附

近电磁流量计的测量范围为 0.707 ~ 10.000 m³/h,高精度压力传感器型号为 BYP300,主要技术参数为:输出 4 ~ 20 mA,精度 0.2%,测量范围 0 ~ 1.0 MPa.压力传感器 PT1、PT3、PT6 和 PT9 距离压力罐的距离分别为 241.32 m、173.23 m、129.07 m 和 20.52 m.压力传感器 PT1、PT3、PT6 和 PT9 的高程分别为 2.07 m、1.51 m、1.15 m 和 0.21 m.试验通过潜水泵对压力罐加压改变上游测压管水头,通过调节侧阀开度来改变瞬变流量,本文选取 3 种试验水锤工况,具体参数见表 1,工况 WH-SP-1 和 WH-SP-2 为不同初始压力情况,工况 WH-SP-2 和 WH-SP-3 为不同流速情况.

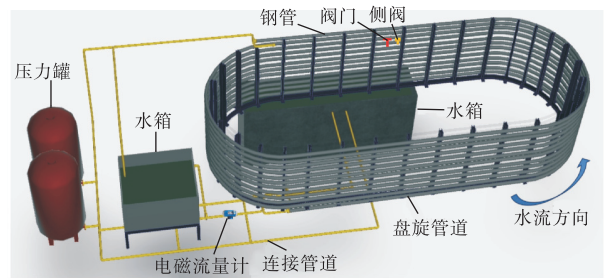


图 3 输水管道系统布置 3D 示意

Fig.3 3D schematic of water conveyance pipeline system layout

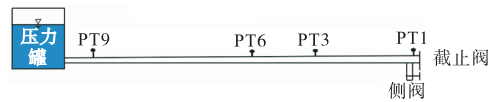


图 4 钢管瞬变流试验布置 2D 示意

Fig.4 2D schematic of the layout of the steel pipe transient flow test

表 1 瞬变流试验工况参数

Tab.1 Working condition parameters of transient flow test

测试管道	工况编号	上游测压管水头 H_t /m	流量 Q_0 /(m ³ /h)	流速 v_0 /(m/s)	雷诺数 Re	有效关阀时间 t_c /s
钢管	WH-SP-1	20.5	1.0	0.141 5	7 600	0.018
	WH-SP-2	30.5	1.0	0.141 5	7 600	
	WH-SP-3	30.5	1.5	0.212 2	11 500	

本文后续部分主要使用频域求解模型分析 FRF 变化情况和管道的布拉格共振效应.首先,分析不同背景压力和瞬变流量对 FRF 的影响,验证时域求解模型和频域求解模型的准确性;其次,对比分析在摩阻和不同测点位置的影响下 FRF 谐振峰响应情况;最后,验证管道的布拉格共振效应和分析无量纲波幅.

3 试验结果

3.1 不同背景压力试验数据对比分析

由于阀门的快速关闭,管道内流量和压力会发生

剧烈变化,从而引起水锤现象.这里分别从时域和频域的角度分析背景压力对水锤的影响,并分析管道摩阻对水锤的影响作用.图 5(a)为不同背景压力下瞬态试验测量压力响应对比,图 5(b)为归一化压力响应对比.由图可知,其他条件不变,初始压力越高,水锤产生的压力越大;受管道摩阻的影响,测点压力会随时间衰减,且背景压力不会影响水锤的波动周期.此外,归一化后的压力响应基本可以完全重合,即不同的背景压力不会对管道系统的测压管水头有所影响.

频域分析往往能揭示管道系统本身的固有特性,以便更好地分析动态摩阻和背景压力的影响作用,减

少外部条件的影响,从而降低问题的复杂度. 图 5(c)和图 5(d)分别为通过傅里叶变换得到的 PT1 和 PT6 位置处的频域压力响应,其横坐标为无量纲角频率(角频率与理论角频率的比值,理论角频率 $\omega_h = 0.25a/L$),纵坐标为 FRF. 结果表明,对于本文所采用的试验系统,采用不同的背景压力不会改变管道系统中的 FRF 的分布状况,即工况 WH-SP-1 和工况 WH-SP-2 在 10 个无量纲角频率周期内较为相同,不同背景压力不会影响系统本身的特性,并且 FRF 谐振峰频率等于奇数倍的理论频率. 受动态摩阻的影响,

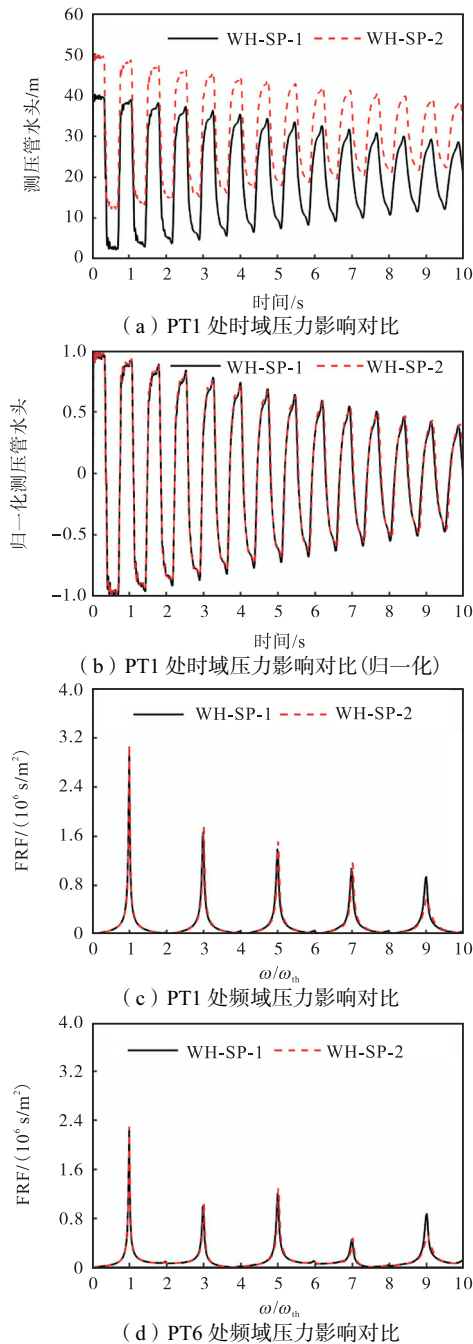


图 5 WH-SP-1 和 WH-SP-2 不同背景压力影响对比

Fig.5 Comparison of impacts of different background pressures on WH-SP-1 and WH-SP-2

PT1 位置处的第 3、5、7、9 个理论周期对应的谐振峰值相比于第 1 个理论周期对应的谐振峰值均有不同程度的衰减. 对比图 5(c)和图 5(d),发现不同位置处的谐振峰分布情况不同,这是由管道的布拉格共振效应引起的.

3.2 瞬变流量试验数据对比分析

瞬变流量对输水管道系统的影响是多方面的,包括水锤效应、压力波动、共振效应和动态摩阻等,因此需要充分分析瞬变流量对系统的影响作用. 图 6(a)为不同瞬变流量下瞬态试验测量压力响应对比,

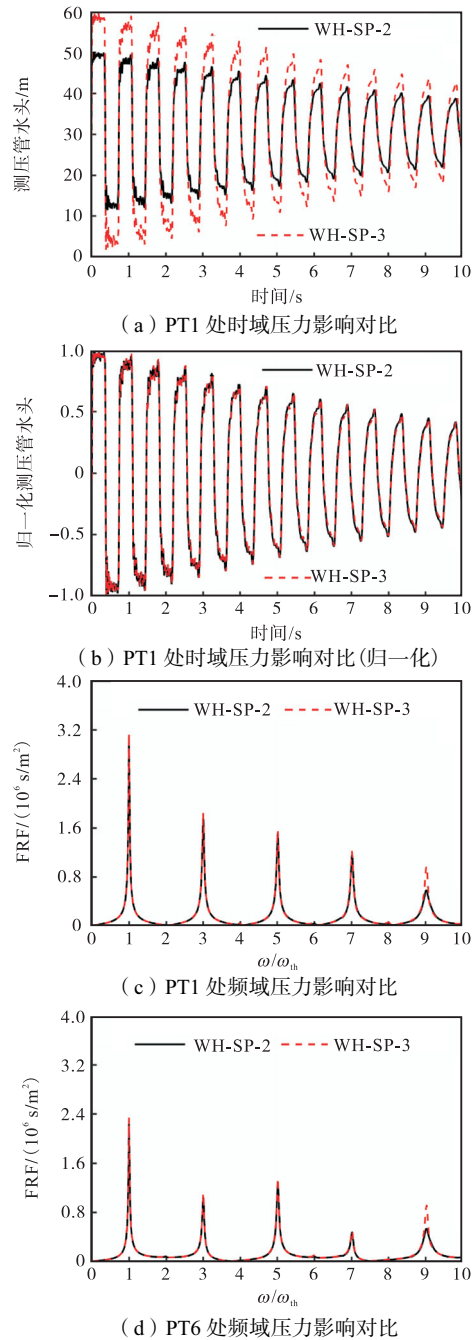


图 6 WH-SP-2 和 WH-SP-3 不同瞬变流量影响对比

Fig.6 Comparison of impacts of different transient flow rates on WH-SP-2 and WH-SP-3

图 6(b) 为归一化压力响应对比. 由图可知, 其他条件不变, 瞬变流量越高, 水锤产生的压力越大, 受管道摩阻的影响, 测点压力随时间衰减, 瞬变流量不会影响水锤的波动周期, 且归一化后的压力响应基本可以完全重合, 即不同的瞬变流量不会对管道系统的测压管水头有所影响.

瞬变流量对输水管道系统在频域方面的影响作用也不容忽视. 图 6(c) 和图 6(d) 分别为通过傅里叶变换得到的 PT1 和 PT6 位置处的频域压力响应. 结果表明, 对于本文所采用的试验系统, 采用不同的瞬变流量不会改变管道系统中的 FRF 的分布状况, 即工况 WH-SP-2 和工况 WH-SP-3 在 10 个无量纲角频率周期内较为相同, 这与 FRF 的定义是一致的: 不同瞬变流量不会影响系统本身的特性.

综上所述, 受动态摩阻的影响, 测点压力随时间衰减, 各个理论周期对应的谐振峰值均有不同程度的衰减, 管道的背景压力和瞬变流量不会影响输水系统归一化后的测压管水头, 也不会影响 FRF 谐振峰在钢管中的分布情况, 即不会影响系统本身的特性. 此外 FRF 谐振峰频率等于奇数倍的理论频率.

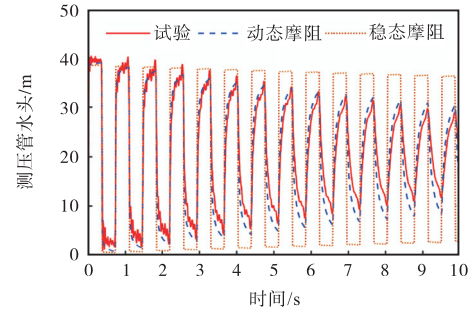
4 模型验证

4.1 时域求解模型

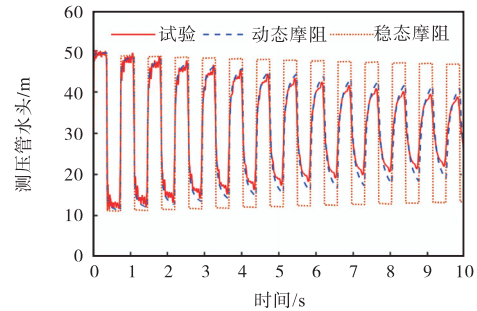
在钢管、隧洞等长距离输水系统的水力计算中往往只考虑稳态摩阻, 低估了水锤的能量耗散, 因而这里主要论证动态摩阻的重要性和构建一种特征线法和 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的时域求解模型. 从图 7(a) ~ (c) 可知, 稳态摩阻模型在第 1 个压力周期与实验值吻合良好, 随着时间推进其与试验值的差距逐渐增大, 该模型难以用于整个瞬变过程的压力波动的模拟与分析. 考虑 Vardy-Brown 动态摩阻的情况下, 工况 WH-SP-1 下的试验与时域求解模型的 R^2 为 0.984 1, 工况 WH-SP-2 下的试验与时域求解模型的 R^2 为 0.979 2, 工况 WH-SP-3 下的试验与时域求解模型的 R^2 为 0.983 5. 3 种工况下的 R^2 都接近于 1, 说明 3 种工况下的动态摩阻模型的数值模拟结果与试验波动曲线吻合度较高. 这是因为动态摩阻充分考虑了水体瞬变过程的动态剪切力引起的能量耗散及其累计效应, 因此可以在时域上很好地预测试验值.

4.2 频域求解模型

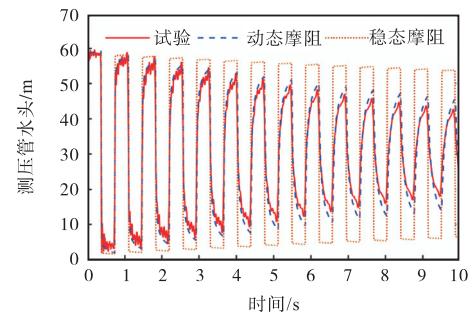
布拉格共振本质上是一种频率相关的现象, 为了揭示管道的布拉格共振效应的特性, 亟需一种分析布拉格共振现象的频域求解模型, 本节主要说明传递矩



(a) WH-SP-1



(b) WH-SP-2



(c) WH-SP-3

图 7 钢管瞬变流试验与时域求解模型结果对比

Fig.7 Comparison of the results of steel pipe transient flow tests and time-domain solution model

阵法与动态摩阻耦合的频域求解模型的精确性. 在时域求解模型的基础上, 将 3 种工况的试验数据通过傅里叶变换转到频域, 使用频域求解模型分别求出稳态摩阻和动态摩阻下的 FRF 如图 8(a) ~ (c) 所示. 稳态摩阻下的谐振峰值远高于试验值, 且偏差随着无量纲角频率的增加而不断增大. 在动态摩阻情况下, 工况 WH-SP-1 下的试验与频域求解模型的 R^2 为 0.924 5, 工况 WH-SP-2 下的试验与频域求解模型的 R^2 为 0.924 0, 工况 WH-SP-3 下的试验与频域求解模型的 R^2 为 0.926 2. 3 种工况下频域求解模型的 R^2 都接近于 1, 模型的拟合情况较好, 说明频域求解模型可以在频域上很好地模拟试验值, 在频域上也可以看出动态摩阻引起的能量耗散和累计效应, 因此后续可以使用频域求解模型来验证管道的布拉格共振效应.

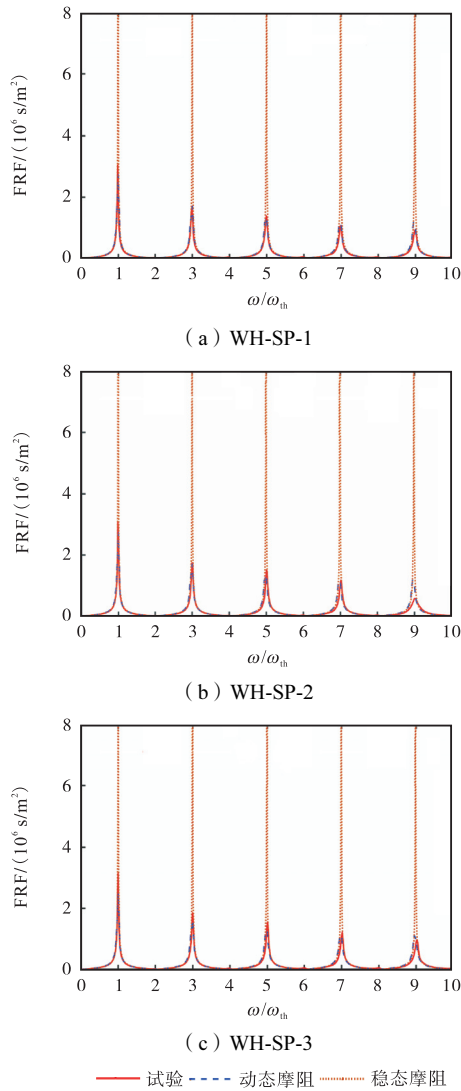


图 8 钢管瞬变流试验与频域求解模型结果对比
 Fig.8 Comparison of the results of steel pipe transient flow tests and frequency-domain solution model

5 管道布拉格共振效应

管道的布拉格共振效应是指波在管道系统中传播时,管道的几何结构或物理特性与波的波长发生共振,由于相消干涉和相长干涉引发的反射和传输衰减现象^[7].图 9 为管道不同模式下的理论波幅图,5 个模式分别对应 FRF 的第 1 至第 5 谐振峰,不同测点的峰值模式可以用此来解释.针对于某一测点,每个模式对应不同的无量纲幅值,即代表了每个谐振峰的幅值大小.幅值为 1(或-1)的点称为该模式下的压力驻点,此时谐振峰幅值最大;幅值为 0 的点称为该模式下的压力节点,此时谐振峰幅值最小.当测点靠近谐振峰共振模式的驻点时,其峰值为最大,其谐振峰值基本无衰减;当测点靠近谐振峰共振模式的节点时,其峰值为最小,其谐振峰值衰减最明显.

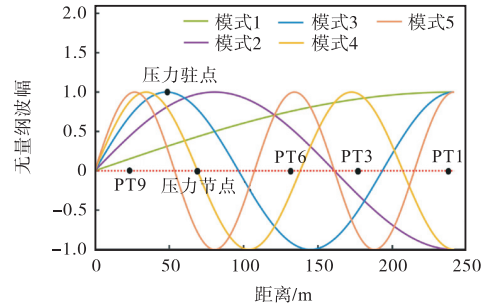


图 9 不同模式下的理论波幅图
 Fig.9 Theoretical wave amplitude in different modes

5.1 稳态摩阻和动态摩阻下不同位置处的 FRF 响应
 为了研究不同测点位置对 FRF 影响的变化,选择 PT1、PT3、PT6 和 PT9 测点位置进行模拟,绘制前 10 个归一化频率周期如图 10(a) ~ (c)所示,在稳态摩阻情况下,使用频域求解模型可以求得各个测点位

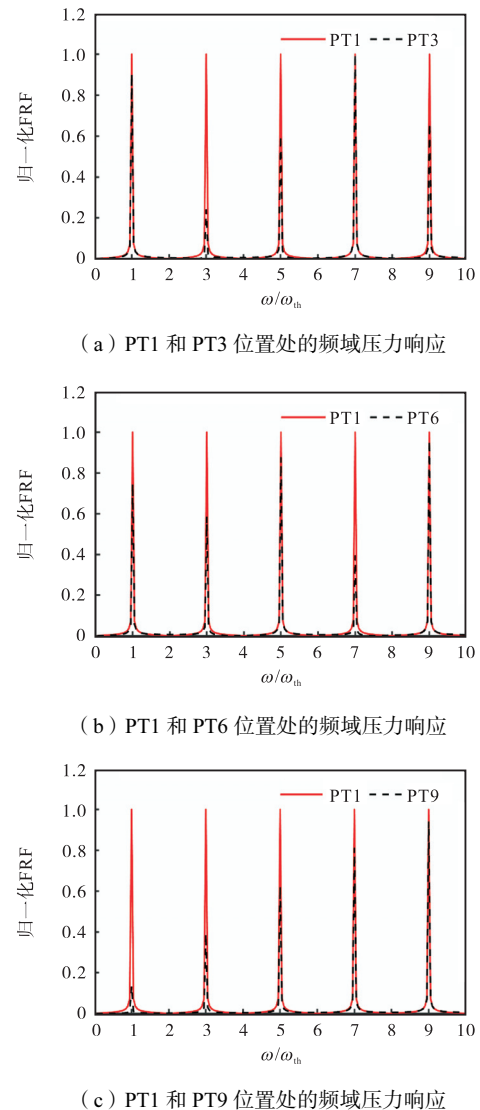


图 10 稳态摩阻下不同位置处的频域压力响应(归一化)
 Fig.10 Normalized frequency-domain pressure response at different positions under steady-state friction

置处的谐振峰值,针对 PT1,第 1 至第 5 模式均靠近压力驻点,则第 1 至第 5 谐振峰值稳定在 1. 针对 PT3,第 3、5 模式在压力驻点和节点的中间位置,则第 3、5 谐振峰值相比于 PT1 的第 3、5 谐振峰值幅值减小;第 2 模式靠近压力节点,则第 2 谐振峰值接近于 0;第 1、4 模式靠近压力驻点,则第 1、4 谐振峰值与 PT1 的第 1、4 谐振峰值基本一致,使用图 9 不同模式下的理论波幅图对 PT6 和 PT9 解释也会出现相

似情况.

稳态摩阻情况下,从图 9 中可以得到不同测点位置理论归一化 FRF,使用频域求解模型可以计算出不同测点位置模拟的归一化 FRF,结果如表 2 所示,可以看出归一化后理论和实际的各个谐振峰的 FRF 基本一致,说明频域求解模型各个测点的谐振峰模拟值符合管道的布拉格共振效应.

表 2 归一化后理论情况和实际情况下各个共振峰的 FRF

Tab.2 Normalized FRF of each resonance peak under theoretical and actual conditions

测点位置	归一化 FRF (理想情况/实际情况)				
	第 1 谐振峰	第 2 谐振峰	第 3 谐振峰	第 4 谐振峰	第 5 谐振峰
PT1	1.000/1.000	1.000/1.000	1.000/1.000	1.000/1.000	1.000/1.000
PT3	0.903/0.904	0.236/0.239	0.606/0.602	0.999/1.000	0.654/0.663
PT6	0.744/0.747	0.583/0.584	0.871/0.874	0.395/0.390	0.956/0.960
PT9	0.133/0.134	0.389/0.392	0.618/0.625	0.804/0.810	0.932/0.938

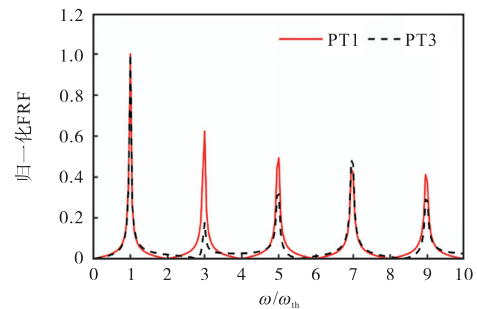
动态摩阻情况下,将频域求解模型求得的 FRF 以第 1 个谐振峰的最大值进行归一化得到图 11(a) ~ (c),可以看出,PT1 位置处的谐振峰值随着归一化理论频率周期的增大而逐渐减小,相比于 PT1 测点,PT3、PT6 和 PT9 位置处的各谐振峰值的 FRF 均不相同,说明测点位置对 FRF 有较大的影响,这其实可以用动态摩阻下的波幅图解释.

为了在频域中量化动态摩阻的衰减程度,将各谐振峰以稳态摩阻下的 FRF 各谐振峰的最大值进行归一化得到图 12,在 PT1 位置处,归一化后的稳态摩阻下的 FRF 各谐振峰值稳定在 1.000,动态摩阻下的第 1 个谐振峰值为 0.234,后续的 FRF 谐振峰值随着频率的增加逐渐降低,分别为 0.140、0.108、0.099 和 0.090. 归一化后的稳态摩阻下的 FRF 远大于动态摩阻下的 FRF,原因是动态摩阻效应会产生压力衰减作用进而造成谐振峰值随频率降低,因此每个谐振峰值并不相等.

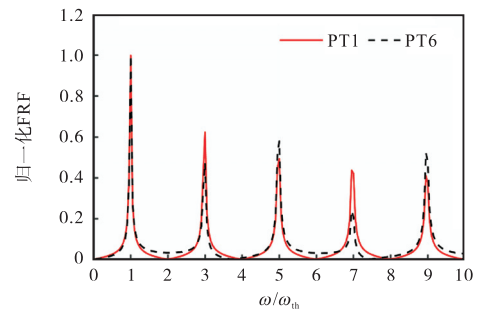
综上所述,在 PT1 位置处,稳态摩阻情况下各个理论频率周期对应的谐振峰值基本稳定在同一数值,在动态摩阻效应的作用下,谐振峰值随着理论频率周期的增大而逐渐衰减. PT3、PT6 和 PT9 位置处的各 FRF 的谐振峰值均不相同,测点越靠近谐振峰共振模式的驻点,则其谐振峰值越大;测点越靠近谐振峰共振模式的节点时,则其谐振峰值越小. 分析结果说明摩阻和测点位置对 FRF 有较大的影响,这也可以用波幅图来解释.

5.2 无量纲波幅

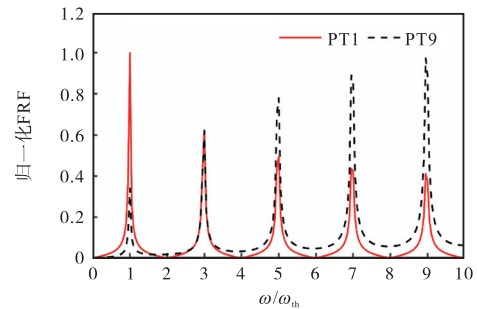
归一化后的 FRF 即是无量纲波幅,将稳态摩阻和动态摩阻下的 FRF 归一化后可以得到对应的反演



(a) PT1 和 PT3 位置处的频域压力响应



(b) PT1 和 PT6 位置处的频域压力响应



(c) PT1 和 PT9 位置处的频域压力响应

图 11 动态摩阻下不同位置处的频域压力响应(归一化)
Fig.11 Normalized frequency-domain pressure response at different positions under unsteady friction

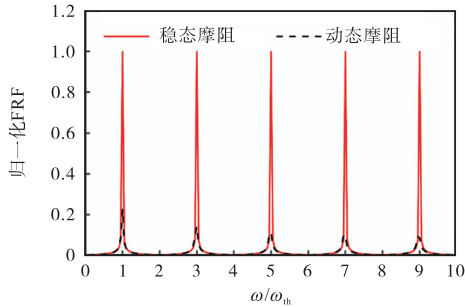
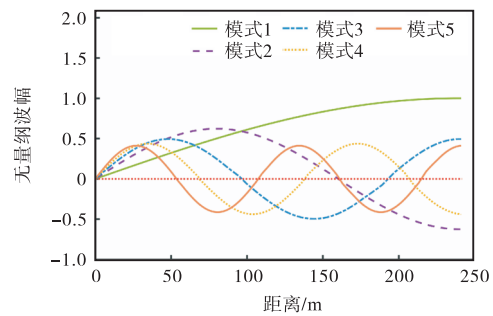
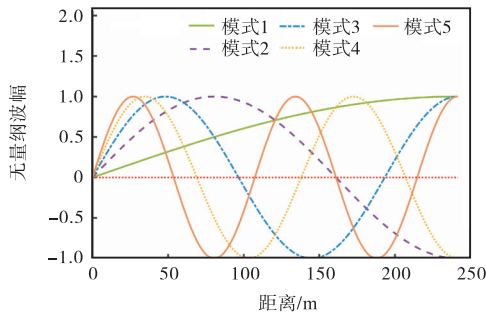


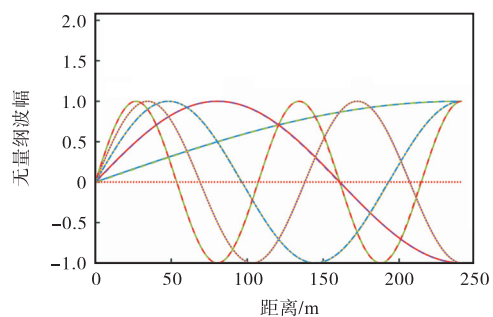
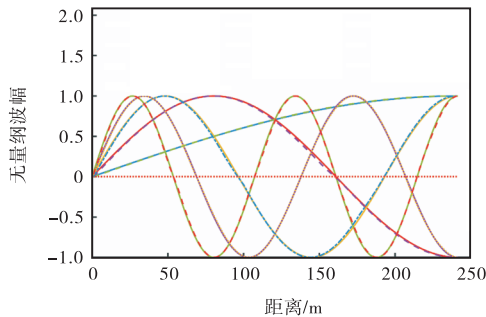
图 12 PT1 位置处稳态摩阻与动态摩阻下频域压力响应对比(归一化)

Fig.12 Comparison of normalized pressure responses in the frequency-domain at the PT1 position under the steady-state and unsteady friction

波幅图. 从图 13(c)可得, 动态摩阻下的反演波幅图与理论波幅图基本一致, R^2 为 0.9783. 图 13(d)的稳态摩阻下的反演波幅图与理论波幅图基本一致, R^2



(a) 动态摩阻下的第 1 种波幅图(以各个谐振峰的最大值进行归一化) (b) 动态摩阻下的第 2 种波幅图(以第 1 个谐振峰的最大值进行归一化)



(c) 动态摩阻下的反演波幅图与理论波幅图对比

(d) 稳态摩阻下的反演波幅图与理论波幅图对比

图 13 动态摩阻和稳态摩阻下的反演波幅图

Fig.13 Inversion diagram of wave amplitude under unsteady friction and steady-state friction

6 结 论

针对水锤现象, 从时域和频域的角度分析不同工况下(不同背景压力、不同瞬变流量)的水锤现象, 建立了特征线与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的时域求解模型和传递矩阵法与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合

为 0.9991, 说明动态摩阻和稳态摩阻对波幅图基本无影响. 图 13(b)动态摩阻下的第 2 种波幅图是以第 1 个谐振峰的最大值进行归一化, 可以得到模式 2、3、4、5 的谐振峰相比于模式 1 的谐振峰均有衰减, 衰减程度分别为 0.623、0.495、0.437、0.412, 这是因为动态摩阻效应产生衰减作用.

从反演的波幅图可以看出 5 种模式下的无量纲波幅的起始点相同, 最大值和最小值相同, 周期不同, 这导致了不同测点位置对应的 5 种模式下的无量纲波幅各不相同, 即不同测点位置对应的 5 种模式下的 FRF 各不相同. 当测点靠近谐振峰共振模式的驻点时, 其峰值为最大, 其谐振峰值基本无衰减; 当测点靠近谐振峰共振模式的节点时, 其峰值为最小, 其谐振峰值衰减越明显. 这解释了不同测点位置所对应的 FRF 分布情况各不相同.

的频域求解模型, 设计并搭建了水锤试验平台, 使用频域求解模型分析了不同摩阻、不同位置下的 FRF 谐振峰变化情况, 分析了无量纲波幅图, 初步验证了管道的布拉格共振效应. 主要结论如下.

(1) 搭建了水锤试验平台, 结合试验数据揭示了系统参数对输水系统的影响机制. 输水管道中不同的瞬变流量和背景压力不会影响输水系统归一化后

的测压管水头和 FRF 谐振峰在钢管中的分布情况, 这与 FRF 的定义是一致的: 不同瞬变流量和背景压力不会影响系统本身的特性. 不同测点的 FRF 谐振峰值分布情况不同, 并且 FRF 谐振峰频率等于奇数倍的理论频率.

(2) 本文针对输水管道系统中的水锤问题, 推导并建立了特征线与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的时域求解模型和传递矩阵法与 Vardy-Brown 动态摩阻耦合的频域求解模型, 可以准确模拟管道水锤在时域或频域的瞬态特性. 搭建了水锤试验平台, 通过与试验数据进行对比, 验证了模型的精确性.

(3) 分析动态摩阻效应和测点位置对 FRF 的响应特点, 初步验证了管道的布拉格共振效应, 在动态摩阻效应的作用下, 各个理论频率周期对应的谐振峰值均有不同程度的衰减. 测点越靠近谐振峰共振模式的驻点, 其峰值越大; 测点越靠近谐振峰共振模式的节点, 其峰值越小. 分析结果说明摩阻和测点位置对 FRF 有较大的影响, 也可以用波幅图来解释不同测点位置和摩阻对 FRF 谐振峰衰减程度的影响.

参考文献:

- [1] 汪怡然, 俞晓东, 韩笑笑, 等. 考虑泥沙颗粒影响的长距离供水工程单向塔水锤防护[J]. 农业工程学报, 2023, 39(4): 84-91.
Wang Yiran, Yu Xiaodong, Han Xiaoxiao, et al. One-way surge tank protection of sediment-laden water hammer on long-distance water supply projects[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2023, 39(4): 84-91 (in Chinese).
- [2] 穆祥鹏, 练继建, 刘瀚和. 复杂输水系统水力过渡的数值方法比较及适用性分析[J]. 天津大学学报, 2008, 41(5): 515-521.
Mu Xiangpeng, Lian Jijian, Liu Hanhe. Comparison and applicability analysis of numerical methods for transient of complex water diversion system[J]. Journal of Tianjin University, 2008, 41(5): 515-521 (in Chinese).
- [3] 周 领, 胡安妮, 吴金远. 泵站水力瞬变的二阶 Godunov 格式模型构建[J]. 农业工程学报, 2022, 38(19): 42-50.
Zhou Ling, Hu Anni, Wu Jinyuan. Construction of the second-order Godunov scheme model for hydraulic transients in pumping stations[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2022, 38(19): 42-50 (in Chinese).
- [4] 陶智国, 周 领, 邱海云, 等. 复杂管道瞬变流的二阶 GTS-MOC 耦合求解方法[J]. 力学学报, 2024, 56(5): 1488-1496.
Tao Zhiguo, Zhou Ling, Qiu Haiyun, et al. A coupled second-order GTS-MOC solution for transient flows in complex pipes[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(5): 1488-1496 (in Chinese).
- [5] 周 领, 白光国, 李赟杰, 等. 基于匹配场处理法的管道局部阻塞定位方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2024, 52(9): 156-164.
Zhou Ling, Bai Guangguo, Li Yunjie, et al. Discrete blockage localization using the matched-field processing method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2024, 52(9): 156-164 (in Chinese).
- [6] 刘志勇, 刘富峰, 柳 卓, 等. “V”形输水管道爆管过渡过程分析与事故控制策略优化[J]. 武汉大学学报(工学版), 2019, 52(8): 659-665.
Liu Zhiyong, Liu Fufeng, Liu Zhuo, et al. Pipe bursting transients analysis and accident control strategy optimization for a water delivery pipeline with V-shaped longitudinal profile[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2019, 52(8): 659-665 (in Chinese).
- [7] Bragg W. The reflection of X-rays by crystals[J]. Nature, 1913, 18(5): 396-401.
- [8] 李赟杰, 周 领, 欧传奇, 等. 考虑动态摩阻的管道泄漏水力瞬变数值模拟[J]. 水利水电科技进展, 2021, 41(1): 62-68.
Li Yunjie, Zhou Ling, Ou Chuanqi, et al. Numerical simulation of hydraulic transient in a leakage pipe considering unsteady friction[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2021, 41(1): 62-68 (in Chinese).
- [9] 周 领, 易昌宇, 车同川. 输水管道水锤能量衰减效应及参数影响研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2024, 52(12): 185-192.
Zhou Ling, Yi Changyu, Che Tongchuan. Study on water hammer energy attenuation effect and parameter influence in water pipeline[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2024, 52(12): 185-192 (in Chinese).
- [10] 周 领, 田永薪, 王栋仪, 等. 考虑不确定性因素的弹性管道水锤模型及实验验证[J]. 力学学报, 2024, 56(11): 3178-3187.
Zhou Ling, Tian Yongxin, Wang Dongyi, et al. Water

- hammer model for elastic pipelines considering uncertainty factors and experimental validation[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(11): 3178-3187(in Chinese).
- [11] Zielke W. Frequency-dependent friction in transient pipe flow[J]. Journal of Basic Engineering, 1968, 90(1): 109-115.
- [12] Vardy A E, Brown J M B. Transient turbulent friction in smooth pipe flows[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259(5): 1011-1036.
- [13] Vardy A E, Brown J M B. Transient turbulent friction in fully rough pipe flows[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 270(1): 233-257.
- [14] 李醒飞, 李立, 寇科, 等. 全相位 FFT 时移相位差频谱校正分析及改进[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 49(12): 1290-1295.
Li Xingfei, Li Li, Kou Ke, et al. Analysis and improvement of time-shift phase difference spectral correction based on all-phase FFT[J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2016, 49(12): 1290-1295(in Chinese).
- [15] Lee P J, Vítkovský J P, Lambert M F, et al. Frequency domain analysis for detecting pipeline leaks[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 131(7): 596-604.
- [16] Du X X, Lambert M, Chen L, et al. Linking and comparison of the damping of fluid transients and frequency response diagram methods for pipe leak and burst detection and localization[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2023, 149(1): 04022036.
- [17] Pan B, Duan H, Meniconi S, et al. FRF-based transient wave analysis for the viscoelastic parameters identification and leak detection in water-filled plastic pipes[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 146: 107056.
- [18] Duan H F, Lee P J, Ghidaoui M S, et al. Leak detection in complex series pipelines by using the system frequency response method[J]. Journal of Hydraulic Research, 2011, 49(2): 213-221.
- [19] Duan H F, Pan B, Wang M, et al. State-of-the-art review on the transient flow modeling and utilization for urban water supply system(UWSS)management[J]. Journal of Water Supply: Research and Technology—AQUA, 2020, 69(8): 858-893.
- [20] Louati M, Ghidaoui M S, Meniconi S, et al. Bragg-type resonance in blocked pipe system and its effect on the eigenfrequency shift[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, 144(1): 4017056.
- [21] Louati M, Ghidaoui S M, Tekitek M M, et al. Wave-leak interaction in a simple pipe system[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 146(4): 04020013.
- [22] Chaudhry M H. Applied Hydraulic Transients[M]. 3rd ed. New York: Springer, 2014.
- [23] Capponi C, Meniconi S, Lee P J, et al. Time-domain analysis of laboratory experiments on the transient pressure damping in a leaky polymeric pipe[J]. Water Resources Management, 2020, 34(2): 501-514.
- [24] Wylie E B, Streeter V L. Fluid Transients in Systems[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc., 1993.

(责任编辑: 田 军)