

DOI:10.11784/tdxbz202408016

## 表面活性剂溶液中同轴上升双气泡的碰撞行为

郭凯<sup>1,2,3,4</sup>, 刘鲲<sup>1,2</sup>, 郑龙云<sup>1,2</sup>, 魏宏旭<sup>1,2</sup>, 苏文龙<sup>1,2</sup>, 刘春江<sup>1,2,3,4</sup>

(1. 天津大学化工学院, 天津 300350; 2. 化学工程与低碳技术全国重点实验室(天津大学), 天津 300350;  
3. 天津市应用催化科学与工程重点实验室, 天津 300350; 4. 天津大学浙江研究院(绍兴), 绍兴 312300)

**摘要:** 气泡碰撞是气泡流领域的重要科学问题之一。微量的表面活性剂会引起气泡运动行为的显著变化,然而其对气泡-气泡碰撞行为的影响规律却鲜见报道。本研究使用高速摄像观测同轴上升双气泡( $N_2$  气泡,直径均为 4.2 mm)在十六烷基三甲基溴化铵(CTAB)溶液中的自由上升过程,利用虚拟双目立体视觉系统和气泡三维重构代码精确获取气泡上升过程中的特征参数。实验结果表明,CTAB 溶液中气泡的碰撞频率显著高于超纯水,且随 CTAB 溶液浓度升高而升高。根据实验结果,对气泡碰撞频率与 CTAB 浓度的关系进行了拟合,得到了关于碰撞频率的经验关联式。实验还观察到两变形气泡碰撞后出现聚并、推动、并排和超越 4 种现象。统计了上述 4 种现象在 CTAB 溶液中出现的频率。进一步对运动行为进行相关性分析,根据滞帽模型描述,表面活性剂分子在气泡表面的积累抑制了气泡运动在水平方向上的振荡,导致水平方向气泡运动距离大幅变小,从而使得气泡碰撞频率提高,碰撞频率最高可达 0.83,远高于超纯水中的 0.13。本研究揭示了表面活性剂溶液中两气泡碰撞的新现象,并探讨了碰撞机理,得到了影响气泡碰撞频率的主要因素之一——气泡之间的水平距离,并从单气泡流场分布的角度进行了初步的理论分析。

**关键词:** 气泡; 气液两相流; 气泡碰撞; 表面活性剂; 气泡聚并; 表面污染

中图分类号: TQ021.1

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2025)10-1045-12

## Collisional Behavior of Two Coaxial Rising Bubbles in Surfactant Solutions

Guo Kai<sup>1,2,3,4</sup>, Liu Kun<sup>1,2</sup>, Zheng Longyun<sup>1,2</sup>, Wei Hongxu<sup>1,2</sup>, Su Wenlong<sup>1,2</sup>, Liu Chunjiang<sup>1,2,3,4</sup>

(1. School of Chemical Engineering and Technology, Tianjin University, Tianjin 300350, China;  
2. State Key Laboratory of Chemical Engineering and Low-Carbon Technology, Tianjin University, Tianjin 300350, China;  
3. Tianjin Key Laboratory of Applied Catalysis Science and Technology, Tianjin 300350, China;  
4. Zhejiang Institute of Tianjin University (Shaoxing), Shaoxing 312300, China)

**Abstract:** Bubble-bubble collision is a significant scientific problem in bubble flow, with bubble dynamics notably affected by trace surfactants. However, its influence on bubble-bubble collision behavior is rarely reported. This study records two coaxial rising  $N_2$  bubbles (4.2 mm in diameter) freely rising in cetyltrimethylammonium bromide (CTAB) solutions using high-speed photography. A virtual binocular stereo vision system and a code for 3D bubble reconstruction are used to accurately obtain bubble characteristics. The results show that the collision frequency of two coaxial rising bubbles in CTAB solutions is significantly higher than that in ultrapure water, increasing with CTAB concentration. An empirical correlation between bubble collision frequency and CTAB concentration is derived from experimental data. Four bubble collision modes are observed: coalescence, push, side-by-side, and transcendence, with their frequencies recorded in CTAB solutions. Furthermore, the bubble motion behaviors are analyzed, revealing that the accumulation of surfactant molecules on the bubble surface inhibits the oscillation of the bubble movement in the horizontal direction, significantly reducing horizontal displacement and increasing collision frequency. In CTAB solutions, the collision frequency can reach 0.83, compared to 0.13 in ultrapure water. This study

收稿日期: 2024-08-19; 修回日期: 2024-10-11.

作者简介: 郭凯 (1985—), 男, 博士, 副研究员, guokaitianjin@163.com.

通信作者: 刘春江, cjliu@tju.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(22278297).

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 22278297).

uncovers a new phenomenon of two bubble collisions in surfactant solutions and discusses the collision mechanism. The horizontal distance between bubbles is identified as a key factor affecting the collision frequency of bubbles. A preliminary theoretical analysis is conducted from the perspective of the flow field distribution of a single bubble.

**Keywords:** bubble; gas-liquid flow; bubble collision; surfactant; bubble coalescence; surface contamination

气液两相接触设备在食品、医药、煤化工和石油化工等行业生产中被广泛使用。在这些设备中,气相通常以气泡的形式分散在液相中形成气液两相流体系。气泡在液相中的生成、运动、聚并及破碎等行为显著影响气液两相接触时间、相界面积,从而决定气液相间质量传递、热量传递、动量传递和反应速率。研究表明,气液两相流体系中气泡的运动与传质情况主要与两类因素有关。一是与气泡相关的因素,如气泡数目、气泡尺寸、气泡间相互作用等;二是物性参数,如表面张力、黏度等。单个气泡的自由上升运动与传质的研究已较为成熟,然而从单气泡的运动与传质行为到气泡群体行为并不是简单的数据累加,更应考虑到气泡间相互作用。在实际气液两相流体系中,气泡连续生成,气泡受到周围气泡的影响,同时与周围液相存在相互作用。而气泡碰撞作为气泡-气泡间相互作用的一种典型形式,是研究气泡间相互作用规律的理想对象。通过对同轴上升双气泡运动过程的观察与分析,探究气泡碰撞行为的特征规律与影响机制,可以为气液两相流体系传热和传质理论的发展提供数据支持和理论支撑。

在化工生产过程中,溶剂和原料中常含有微量的表面活性剂,这会引发气泡运动行为的显著变化<sup>[1-2]</sup>,从而影响气液传质和反应速率,造成实际的传质速率等参数偏离理论值,造成设备的实际生产能力远低于设计值,出现“放大效应”。气泡碰撞行为会显著影响气泡的流体力学行为特征<sup>[3-4]</sup>以及相间传质速率,是气泡流领域的重要科学问题之一。

目前对于表面活性剂溶液中气泡流运动行为的研究结果表明,表面活性剂溶液中气泡表面容易被完全污染而成为完全无滑移表面,污染气泡的上升速度随表面活性剂浓度的增加而降低<sup>[2,5-6]</sup>。这主要是因为表面活性剂分子吸附于气泡表面会导致沿气泡表面的表面张力变化,从而在表面上产生切向剪切应力(Marangoni 效应),从而导致气泡上升过程中的阻力增大<sup>[7-8]</sup>。表面活性剂溶液中气泡群群体行为的统计特性在很大程度上取决于表面活性剂的种类和浓度<sup>[9-12]</sup>。总的来说,相比于无污染的纯净体系,表面活性剂溶液中气泡群会出现气泡平均尺寸降低、轴向运动速度降低以及气泡聚并频率降低等现象。Takagi 等<sup>[10]</sup>认为液相中微量的表面活性剂会影响气泡上升

过程中的曳力,从而影响每个气泡的小尺度行为,最终导致气泡群流场结构的大尺度变化。然而,从单气泡的运动行为到气泡群的群体行为并不是简单的数据累加,而应需要考虑到多个气泡尺度上的运动特征,因此研究人员提出从气泡-气泡间相互作用的角度对气泡流进行深入研究。

目前,针对气泡间相互作用的研究主要包括并排上升双气泡与同轴上升双气泡两种形式。Duineveld<sup>[13]</sup>通过高速摄像实验研究了并排上升双气泡(1 mm)在纯水中的碰撞与聚并问题,提出了气泡碰撞与聚并的临界条件:在超纯水中,当基于接近速度的韦伯数  $We < 0.18$  时,两个气泡发生聚并。Sone 等<sup>[14]</sup>通过粒子成像测速(particle imaging velocimetry, PIV)实验研究了并排上升的之字形运动双气泡(2.9 mm)之间的相互作用,结果表明:当气泡之间的水平距离大于 3 倍气泡直径时,气泡不会发生碰撞,气泡间相互作用可忽略;水平距离为 1.5 倍~3.1 倍气泡直径时,存在明显气泡间相互作用;水平距离小于 1.5 倍气泡直径时,气泡会发生碰撞或聚并。Sanada 等<sup>[15]</sup>通过高速摄像实验研究了在硅油和水中共排上升双气泡(0.41 ~ 0.95 mm)的碰撞与聚并现象,结果表明当雷诺数超过临界值(水: 540 ~ 590,硅油: 110 ~ 240(随浓度变化))时,双气泡相互靠近并发生碰撞,碰撞后,观察到聚并或弹开。Mei 等<sup>[16]</sup>通过高速摄像实验研究了碳氢树脂非水溶液中同轴上升双气泡(4.2 mm)的运动和相互作用,结果表明在两个气泡碰撞前,前导气泡可以看作一个不受尾随气泡影响的单气泡,而尾随气泡由于处于前导气泡的尾涡中,所受阻力减小,附加质量力增大。Zhang 等<sup>[17]</sup>通过数值模拟研究了不同黏度和表面张力下的同轴上升双气泡(3 mm),结果表明由于前导气泡尾涡对尾随气泡的影响,会改变尾随气泡的水平路径,并根据具体情况,促进或抑制气泡间相互作用,最终导致双气泡可能独立地上升,也可能相互作用,最终可能发生碰撞。表面活性剂溶液中,气泡尾涡的生成与脱落均受到表面活性剂浓度的影响<sup>[18]</sup>,由于前导气泡尾涡会对尾随气泡的运动产生显著影响,可以预见的是在表面活性剂溶液中同轴上升双气泡的碰撞行为将呈现更为复杂的特征。然而,目前缺少充分的实验数据对此复杂特征进行研究,因此本文拟通过大量的可

可视化实验探索表面活性剂溶液浓度对同轴上升双气泡碰撞行为的影响规律。

本研究通过自主设计的双气泡发生装置实现了同时产生尺寸相同的同轴上升变形双气泡(气泡直径均为 4.2 mm),使用虚拟双目视觉系统捕获双气泡自由上升过程中在两个方向的气泡图像,通过图片处理和三维重构获得气泡的三维特征参数。通过大量实验统计表面活性剂中双气泡碰撞行为并总结其变化规律,进一步从气泡动力学、运动行为相关性以及气泡间流场分布的角度进行了理论分析。

## 1 实验

### 1.1 实验装置

实验装置如图 1 所示,由气泡释放装置和虚拟双目视觉系统组成。使用微调阀调节氮气( $N_2$ )流量,借助钢瓶的稳压作用,通过不锈钢针头在气泡释放装置中生成两个体积相同的直径为 4.2 mm 的气泡并同时释放。气泡释放装置是本实验装置的核心元件,由研究人员设计并使用 3D 打印技术制造。其结构如图 2 所示,主要包括气缸、支架、密闭盒、U 型架和滑块。气泡释放装置采用气动控制,通过控制气缸的进出气可以调节滑块的移动和 U 型架中间孔洞的关闭与打开,从而实现双气泡同轴同时释放。

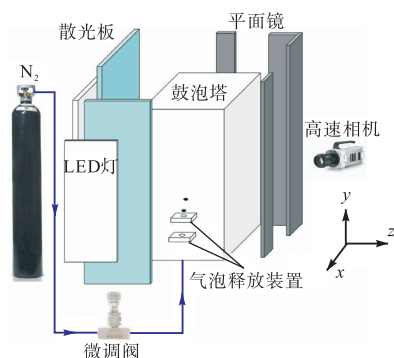


图 1 实验装置示意

Fig.1 Schematic of the experimental setup

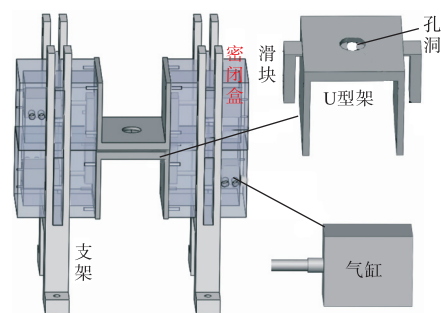


图 2 气泡释放装置示意

Fig.2 Schematic of the bubble release device

虚拟双目视觉系统主要包括 3 部分:气泡观察装置、光学成像装置以及高速摄像追踪拍摄装置。气泡观察装置是由透明有机玻璃制造的矩形鼓泡塔,尺寸为 200 mm(长)×200 mm(宽)×1 000 mm(高),光线可以直接透过且不会在壁面处发生曲面折射。由于鼓泡塔半径(100 mm)超过气泡直径(约 4.2 mm)的 20 倍,因此可以忽略壁面对气泡运动行为的影响。鼓泡塔中盛放静止的超纯水或 CTAB 溶液,液位高度为 700 mm。光学成像装置由 2 台 LED 平板灯、2 块散光板和 4 块平面镜构成,通过背光投影法结合平面镜成像原理将两个气泡在两个正交方向上的投影同时成像于高速相机的视野范围中。LED 平板灯固定在鼓泡塔的背面,相机放置在鼓泡塔前面。将散光板位于 LED 灯和鼓泡塔之间以获得均匀的照明。高速摄像追踪拍照装置主要包括 1 台高速相机(Photron FASTCAM SA3,镜头为 Nikon AF Micro-Nikkor 50 mm F/1.8 G,相机拍照频率为 1 000 帧/s,图片分辨率为 1 024 像素×1 024 像素,视场范围为 100 mm×100 mm,对应于 98  $\mu\text{m}$ /像素)和滑动平台,高速相机固定在可匀速上升的滑动平台上,释放气泡的同时启动滑动平台,滑动平台和高速相机随气泡上升而向上移动,从而实现同时记录双气泡上升过程。对同轴双气泡在不同浓度 CTAB 溶液中的运动特征进行了实验测量,此外通过调整两气泡的初始竖直距离,考察了初始竖直距离对两气泡运动行为的影响。对于不同浓度的 CTAB 溶液,每个浓度进行了 25 组实验。①在实验的初始阶段,控制气缸同时打开上下 U 型架的孔洞;②调节微调阀,每 5 s 左右生成一个气泡;③调节上方气缸关闭上方 U 型架的孔洞,使第 1 个气泡停留在上方 U 型架的孔洞下方,之后调节下方的气缸关闭下方 U 型架的孔洞,使第 2 个气泡停留在下方 U 型架孔洞下方;④关闭微调阀,待气泡稳定 3 min 后,调节上下气缸同时打开上下 U 型架的孔洞。与此同时,启动滑动平台和高速相机,使得两个气泡同时释放并记录双气泡上升过程。在进行完每组实验后,都会等待 5 min 再进行下一组实验以确保鼓泡塔中溶液保持静止。

为了验证实验的稳定性与重复性,使用该实验装置拍摄了在  $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB 溶液中单气泡上升过程并对图像进行处理,得到了气泡的上升速度和气泡直径随时间的变化,如图 3 所示。结果表明,3 组实验的气泡上升速度的大小和变化趋势基本一致,气泡直径基本在 4.2 mm 处小幅度振荡,每组实验之间的平均误差为 6.9%。考虑到气泡运动会受到周围环境

的影响而呈现出一定的差异,因而实验误差在可接受范围内,证明气泡释放过程具有较好的重复性与稳定性.

通过实验观察到如果产生的气泡直径较小,气泡的平均振荡幅度在低浓度 CTAB 下与大气泡的差距很大,而在高浓度下基本一致,可能导致气泡碰撞频率在低浓度 CTAB 中较小而在高浓度下基本不变,无法观察到表面活性剂浓度对于气泡运动影响的变化规律. 气泡的直径变大后,气泡的平均振荡幅度基本不变,气泡碰撞频率也可能基本不变,无法考察表面活性剂浓度对于气泡运动的影响. 此外,目前的实验装置生成 4.2 mm 的气泡时比较稳定,也便于调整竖直间距,考察初始气泡距离对气泡碰撞过程的影响. 基于以上几点因素,实验中采用了 4.2 mm 的气泡.

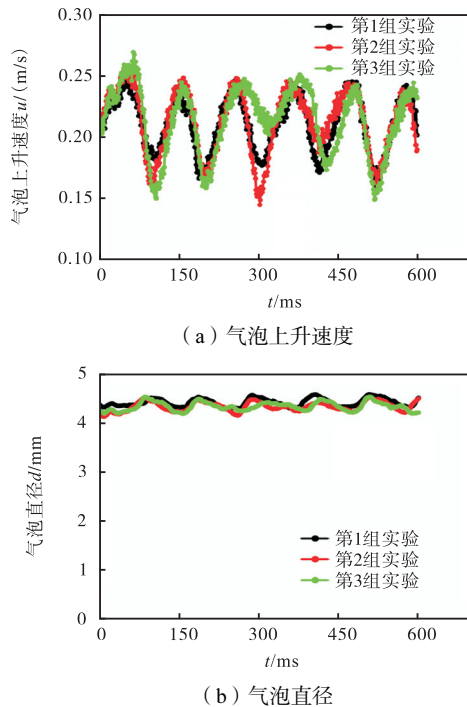


图 3 两组单气泡上升速度与气泡直径对比

Fig.3 Comparison of bubble rising velocity and bubble diameter between two groups of single bubbles

1.2 实验材料

实验中使用质量分数大于 99.99% 的 N<sub>2</sub>(由天津环宇气体有限公司提供)作为气相,使用十六烷基三甲基溴化铵(CTAB, CAS: No. 57-09-0, 分子式如图 4 所示)水溶液作为液相. CTAB 是一种阳离子型表面活性剂,纯度为分析纯,由上海迈瑞尔化学技术有限公司提供. 超纯水由超纯水机(优普 UPR-II-10T, 四川优普科技有限公司)制备,其电导率 ≤ 5.5 μS/m. 所有实验均在大气压和恒定环境温度((20 ± 1) °C)下进

行, N<sub>2</sub> 的密度为 1.132 kg/m<sup>3</sup>、黏度为 1.782 × 10<sup>-2</sup> mPa · s, 超纯水的密度为 998 kg/m<sup>3</sup>、黏度为 0.889 mPa · s. 考虑到 CTAB 溶液形成胶束的临界浓度为 0.88 × 10<sup>-3</sup> mol/L<sup>[19]</sup>, 实验使用的 CTAB 溶液的浓度分别为 0、1 × 10<sup>-6</sup>、5 × 10<sup>-6</sup>、1 × 10<sup>-5</sup>、5 × 10<sup>-5</sup>、1 × 10<sup>-4</sup> mol/L, 低于临界胶束浓度. 根据文献[19-21], 实验中 CTAB 溶液的密度和黏度可以认为与纯水相同, 表面张力如表 1 所示.

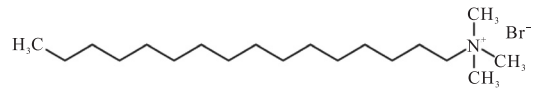


图 4 CTAB 分子式

Fig.4 Molecular formula of CTAB

表 1 CTAB 溶液的表面张力

Tab.1 Surface tension of CTAB solutions

c <sub>CTAB</sub> /(mol/L)	σ/(mN/m)
1 × 10 <sup>-6</sup>	72.28
5 × 10 <sup>-6</sup>	71.98
1 × 10 <sup>-5</sup>	71.13
5 × 10 <sup>-5</sup>	67.20
1 × 10 <sup>-4</sup>	62.80

1.3 气泡图像处理方法

高速相机拍摄的原始图像需要采用气泡三维重构代码进行图像处理<sup>[2,22]</sup>才能获得气泡体积(V)、气泡直径(d)及三维位置信息(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub>). 图像处理算法的流程主要包括二值化、孔洞填充、背景噪声去除以及气泡特征参数提取. 使用三维成像系统, 在一张照片中同时捕获两个气泡在两个垂直方向上(x-y 平面和 z-y 平面)的投影, 将气泡二值化图像视为厚度为 1 像素的椭圆切片的堆叠, 然后进行三维重构, 得到气泡的三维特征参数(d, x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub>). 为了更为客观地比较不同尺寸气泡的上升路径变化规律, 采用无量纲形式的 x 方向位移 X、y 方向位移 Y 以及 z 方向位移 Z 来表示第 i 帧图像中气泡位置, 即

$$X = \frac{x_i}{d}, Y = \frac{y_i}{d}, Z = \frac{z_i}{d} \tag{1}$$

式中 d 为气泡直径. 随着气泡的上升, 气泡形状不断变化, 气泡变形程度由纵横比 E 表示, 即

$$E = \frac{d_v}{d_h} \tag{2}$$

式中: d<sub>h</sub> 为气泡的长轴; d<sub>v</sub> 为气泡的短轴; E 的值在 0 ~ 1 之间, E 越小, 气泡的变形程度越大.

气泡竖直方向上的无量纲间距 D<sub>H</sub> 表示双气泡竖直方向的距离 h 与气泡直径 d 的比值, 即

$$D_H = h/d \tag{3}$$

气泡水平方向上的无量纲间距  $D_L$  表示双气泡水平面的距离  $l$  与气泡直径  $d$  的比值, 即

$$D_L = \frac{l}{d} \quad (4)$$

气泡三维无量纲间距  $D_S$  表示双气泡的真实距离  $s$  与气泡直径  $d$  的比值, 即

$$D_S = \frac{s}{d} \quad (5)$$

对于实验以及数据处理过程中的不确定性进行如下说明. 图片数据处理时, 气泡边缘检测以及气泡参数提取的最大误差为  $\pm 1$  像素; 图像对比度增强和噪声消除中像素损失的百分比小于 1.5%; 导轨的轻微随机抖动会对气泡上升速度的测量结果造成误差, 据统计该误差小于 2%.

## 2 实验结果与讨论

### 2.1 CTAB 溶液中气泡受力分析

CTAB 溶液中  $N_2$  气泡主要受到浮力 ( $F_b$ )、曳力 ( $F_d$ ) 和附加质量力 ( $F_A$ ) 的作用, 其受力平衡方程为

$$\frac{d}{dt}(\rho_G V_b \mathbf{u}) = F_b + F_d + F_A \quad (6)$$

式中:  $\rho_G$  为气体密度;  $V_b$  为气泡体积;  $\mathbf{u}$  为气泡运动速度.

气泡所受浮力主要与气液相密度差以及气泡体积有关, 即

$$F_b = \frac{1}{6} \pi d^3 (\rho_L - \rho_G) g \quad (7)$$

式中  $\rho_L$  为液相密度.

气泡所受曳力主要与液相密度、曳力系数、气泡表面积以及运动速度有关, 即

$$F_d = -\frac{1}{2} \rho_L C_D \frac{\pi}{4} d^2 |\mathbf{u}| \mathbf{u} \quad (8)$$

式中  $C_D$  为曳力系数.

$$F_A = -\rho_L C_{AM} \frac{\pi}{6} d^3 \frac{d\mathbf{u}}{dt} \quad (9)$$

式中  $C_{AM}$  为附加质量系数, 根据文献 [23-24],  $C_{AM} \approx \frac{1}{2}$ .

CTAB 分子由亲水基团和疏水碳链组成(图 4), 疏水碳链使得 CTAB 分子可以吸附在气泡表面形成单分子层, 降低气泡表面张力, 通常使用尾部滞帽模型描述 CTAB 分子对气泡表面的影响<sup>[5]</sup>, 见图 5. 气泡释放前, CTAB 分子均匀分布于气泡表面, 气泡释放后与液相发生相对运动, 气泡表面的 CTAB 分子被推向气泡尾部而形成稳定滞帽, 而气泡顶部几乎没有 CTAB 分子, 气泡表面分为不可移动表面和完全

可移动表面. 气泡上升过程中, CTAB 分子在气泡表面主要发生脱附过程和吸附过程, 吸附过程发生于可自由移动表面, 而脱附过程发生于气泡尾部滞帽. 通常使用滞帽角  $\theta$  描述尾部滞帽大小, 当  $\theta=0$  时, 可以认为气泡表面为完全移动表面, 气泡上升速度很快, 如超纯水中的气泡. 当  $\theta=\pi$  时, 气泡被完全污染, 气泡表面被完全“固化”, 气泡的速度近似于具有相同大小刚性球的沉降速度<sup>[2]</sup>.

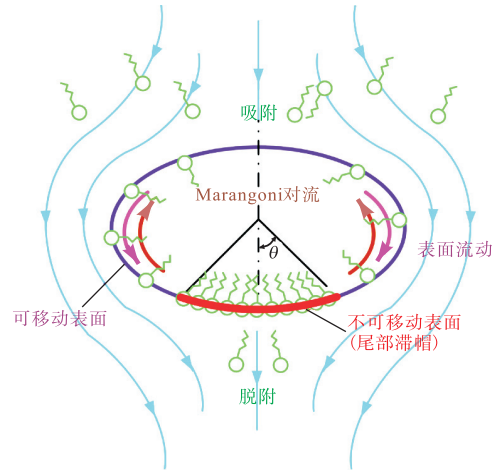


图 5 表面活性剂中气泡尾部滞帽模型示意  
Fig.5 Schematic of the bubble rear stagnant cap model in surfactant solutions

可移动表面. 超纯水中的气泡表面可以认为是一个移动表面, 而高浓度表面活性剂溶液中的气泡可以视为一个不可移动表面. 因此, 可以通过移动表面的曳力系数  $C_{D, mobile}$  和固化表面的曳力系数  $C_{D, rigid}$  表示曳力系数, 计算式为

$$C_D = C_{D, mobile} + \frac{1}{2\pi} \left[ 2\theta + \sin\theta - \sin(2\theta) - \frac{1}{3} \sin(3\theta) \right] (C_{D, rigid} - C_{D, mobile}) \quad (10)$$

式中  $\theta$  为尾部滞帽的角度. 当  $\theta=0$  时, 气泡为完全干净的气泡, 曳力系数为  $C_{D, mobile}$ ; 当  $\theta=\frac{2}{3}\pi$  时, 则认为气泡被完全污染, 曳力系数为  $C_{D, rigid}$ .

### 2.2 CTAB 浓度对碰撞频率的影响

通过虚拟双目视觉系统记录了不同气泡初始竖直无量纲间距  $D_{H0} = 3 \sim 8$  的同轴双气泡在溶液中的上升过程, 得到了气泡在  $x-y$  以及  $z-y$  两个平面上的投影. 与基于单方向的实验结果相比, 可以更加直观、准确地捕获两变形气泡的运动过程. 如果仅从某一平面上观测, 可能得到双气泡的“假碰撞”, 如图 6(a) 所示, 在  $x-y$  平面观测到了气泡碰撞, 而在  $z-y$  平面可以清晰地看到双气泡仍存在明显的间隙(图 6(b)). 两个气泡在  $x-y$  以及  $z-y$  两个平面上的投影均

碰撞(图 6(c)和(d)),才认为是气泡碰撞. 实验观测到同轴上升双气泡的相对运动过程主要包括未碰撞和碰撞两种情况. 未碰撞情况下的运动过程为尾随气泡一开始会加速追赶前导气泡,然后两个气泡之间保持一定距离,并发生小幅度振荡;发生碰撞情况的运动过程为尾随追赶前导气泡并与前导气泡发生碰撞,并存在多次碰撞的情况.

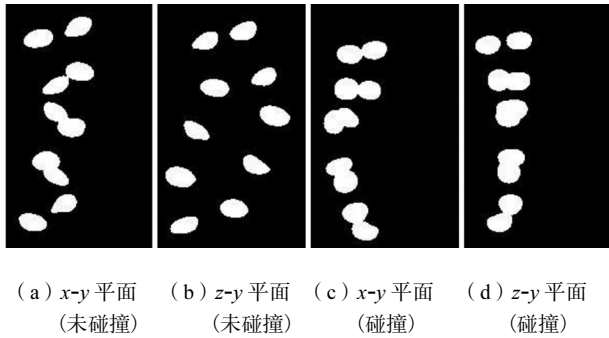


图 6 双气泡的碰撞过程在  $x-y$  和  $z-y$  平面的投影  
Fig.6 Projections of the collision of two bubbles in the  $x-y$  and  $z-y$  planes

本文重点关注气泡碰撞行为,通过大量实验统计分析了每组实验下气泡碰撞次数( $N$ ). 由图 7 所示,在超纯水和低浓度 CTAB 溶液中,气泡碰撞次数一般为 1~2 次,而随着 CTAB 溶液浓度的升高,气泡碰撞次数增加到 4 次左右. 在同一浓度、同一初始间距条件下,会出现多种碰撞次数的情况,例如  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液、初始间距为  $D_{H0} = 4$  时,气泡碰撞次数会出现 0、1、5、8 这 4 种情况. 随着气泡之间轴向初始间距  $D_{H0}$  的增加,气泡碰撞的频率减少,这是由于初始间距增加,气泡间相互作用减弱. 超纯水和 CTAB 溶液中气泡碰撞频率( $P$ ,同一浓度 CTAB

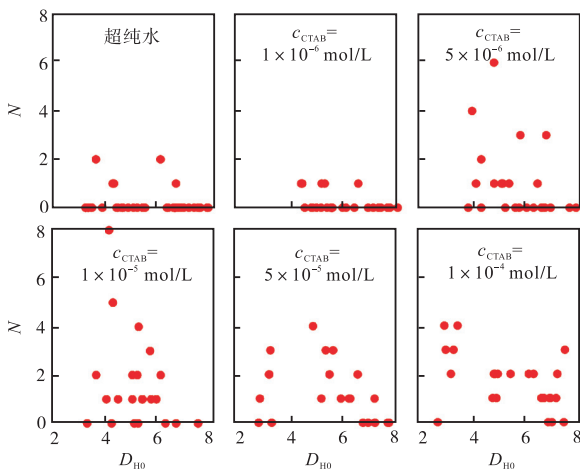


图 7 CTAB 溶液中同轴上升双气泡碰撞次数的统计值  
Fig.7 Statistical collision values of two coaxial rising bubbles in CTAB solutions

溶液中,气泡发生碰撞的实验组数与实验总组数之比)如图 8 所示. 结果表明相同尺寸的气泡在不同浓度 CTAB 溶液中的碰撞频率具有明显差异,气泡碰撞频率随着 CTAB 溶液浓度的增加而增加, $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB 溶液中气泡碰撞频率(0.83)远高于超纯水(0.13). 进一步对实验数据进行了拟合,得到了气泡碰撞频率与 CTAB 溶液浓度的经验关联式,即

$$P = 11.36c_{CTAB}^{0.3} + 0.12 \tag{11}$$

经验关联式的  $R^2 = 0.92$ , 展现出较好的关联性.

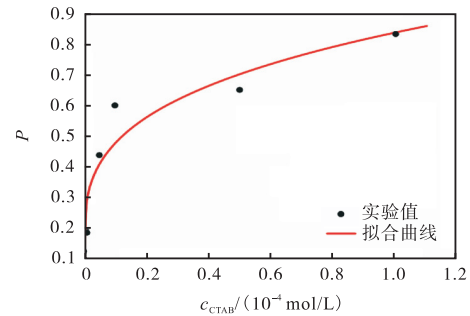


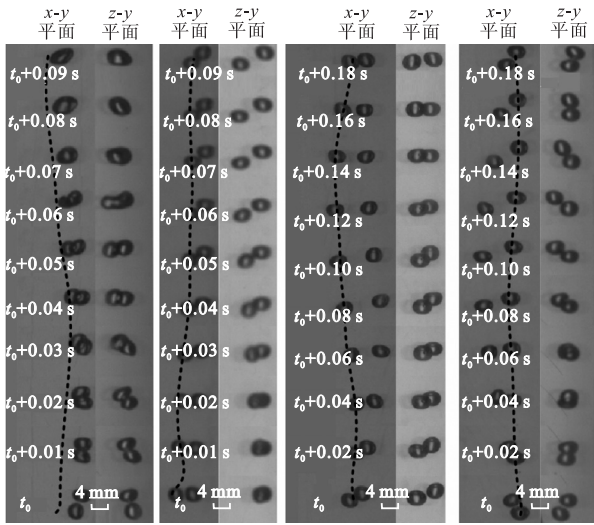
图 8 CTAB 溶液中同轴上升双气泡碰撞频率的统计值  
Fig.8 Statistical collision frequency values of two coaxial rising bubbles in CTAB solutions

### 2.3 CTAB 浓度对碰撞后运动行为的影响

在  $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB 溶液的不同组实验中观测到同轴上升双气泡碰撞后呈现聚并、推动、并排和超越 4 种现象,如图 9 所示. 其中两个图为一组,分别对应不同的平面. 其中左侧为  $x-y$  平面的图像,右侧为  $z-y$  平面的图像. 图 9 展示了 4 种现象发生前后两个气泡在  $x-y$  和  $z-y$  平面上的投影,其中黑虚线表示为尾随气泡的大致上升轨迹. 聚并现象表现为在前导气泡与尾随气泡发生碰撞之后,聚并为一个气泡;推动现象表现为在尾随气泡与前导气泡发生碰撞之后,尾随气泡推动前导气泡使其继续在尾随气泡前方运动;并排现象表现为在前导气泡与尾随气泡发生碰撞之后,两个气泡基本在同一高度向上运动;超越现象表现为在前导气泡与尾随气泡发生碰撞之后,尾随气泡超过前导气泡在其前方运动.

图 9 中  $t_0$  为双气泡碰撞的初始时刻. 4 种现象在每个浓度下的 25 组实验中出现次数的统计结果如表 2 所示. 结果表明,在所有条件下双气泡在碰撞后发生聚并的频率随着 CTAB 浓度的增加而逐渐降低,这与 Takagi 等<sup>[10]</sup>在气泡群的研究中发现表面活性剂溶液中气泡聚并频率降低的结果相符合. 超纯水和低浓度 CTAB 溶液中未观察到超越现象,超纯水中气泡碰撞后的运动行为多为并排且保持稳定距离上升;在高浓度 CTAB 溶液中能更多观测到尾随气泡

推动或超越前导气泡的现象。



(a) 聚并 (b) 推动 (c) 并排 (d) 超越

图 9 CTAB 溶液 ( $1 \times 10^{-4}$  mol/L) 中同轴上升双气泡碰撞过程的实验拍摄结果

Fig.9 Experimental results of the collisions of two coaxial rising bubbles in a  $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB solution

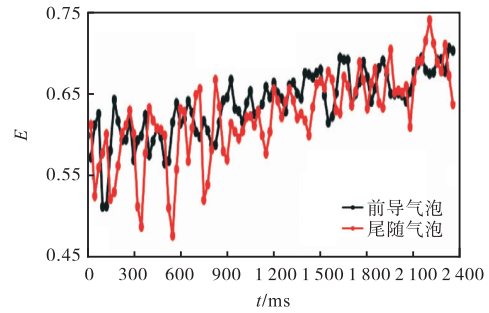
表 2 同轴上升双气泡碰撞后运动行为的统计结果

Tab.2 Statistical results of the behavior of two coaxial rising bubbles after collision

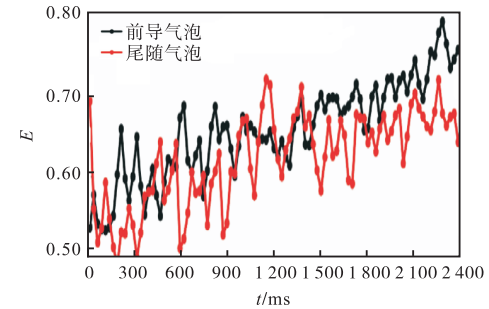
$c_{CTAB}/(\text{mol/L})$	聚并	推动	并排	超越
超纯水	1	2	3	0
$1 \times 10^{-6}$	2	1	2	0
$5 \times 10^{-6}$	1	12	5	4
$1 \times 10^{-5}$	1	20	6	9
$5 \times 10^{-5}$	1	17	6	6
$1 \times 10^{-4}$	1	21	11	12

### 2.4 碰撞频率与气泡运动行为的相关性分析

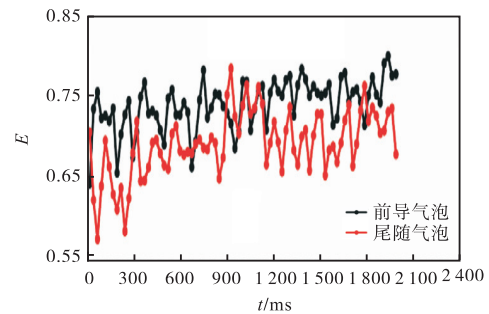
为了探索 CTAB 溶液中气泡碰撞频率差异的控制因素,对比分析了超纯水以及 CTAB 溶液中双气泡的纵横比、运动速度以及运动轨迹. 不同浓度的 CTAB 溶液中同轴上升双气泡纵横比  $E$  随时间的变化如图 10 所示,超纯水中气泡的纵横比明显小于 CTAB 溶液中,CTAB 溶液的浓度越大,表面活性剂 (CTAB) 分子受流动的影响被推向气泡尾部而形成的不可流动表面越大,气泡呈现出更为明显的刚性特征,这意味着气泡越接近于球形. 在低浓度 CTAB 溶液中,根据滞帽模型描述,气泡的表面逐渐建立稳定的表面张力梯度即气泡尾部逐渐积累表面活性剂分子,滞帽角  $\theta$  逐渐变大. 根据式 (10),曳力系数  $C_D$  逐渐变大,气泡逐渐呈现出刚性,形状也会随之发生变化. 而气泡在高浓度 CTAB 溶液中与超纯水中的形状基本不变化. 在超纯水中,气泡表面的流动性较



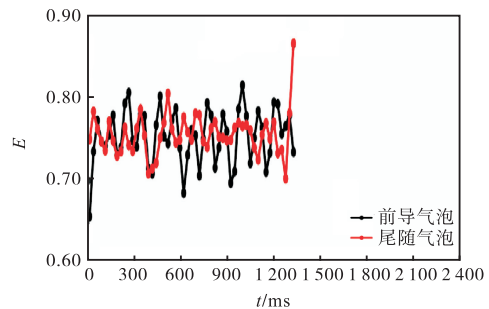
(a) 超纯水



(b)  $c_{CTAB} = 1 \times 10^{-6}$  mol/L



(c)  $c_{CTAB} = 1 \times 10^{-5}$  mol/L



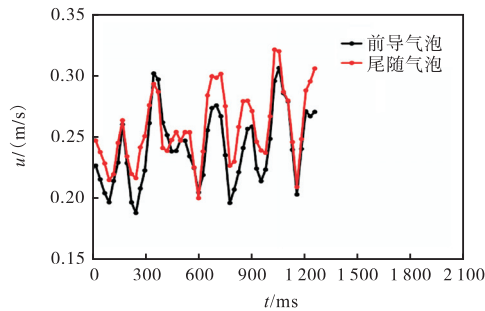
(d)  $c_{CTAB} = 1 \times 10^{-4}$  mol/L

图 10 CTAB 溶液中同轴上升双气泡纵横比随时间的变化

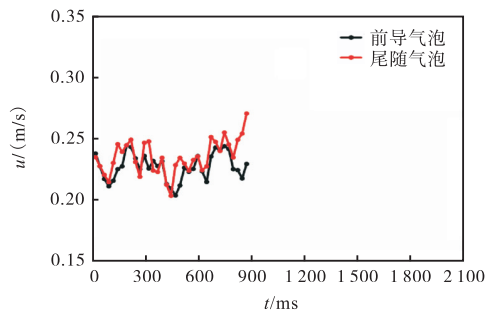
Fig.10 Variation of the aspect ratio of two coaxial rising bubbles in CTAB solutions with time

好,滞帽角  $\theta$  基本为 0,根据式 (10),曳力系数  $C_D$  不变,气泡纵横比在 0.65 处振荡,气泡的形状基本不变. 在高浓度 CTAB 溶液中,气泡生成过程中,其表面已经形成稳定的表面张力梯度,即表面活性剂分子在气泡表面已经形成了稳定的非均匀分布(气泡尾部

富集大量的表面活性剂分子, 气泡顶部几乎没有表面活性剂分子), 滞帽角  $\theta$  基本维持在  $\frac{2}{3}\pi$ . 根据式 (10), 曳力系数  $C_D$  不变, 气泡表面的流动性变化不大, 气泡的形状基本不变. 单气泡运动行为的研究结果<sup>[2,5,25]</sup>表明, 气泡纵横比越大(气泡越接近于球形), 气泡的运动轨迹在水平方向的摆动幅度越小(气泡运动轨迹越接近于直线). 在高浓度 CTAB 溶液中, 气泡纵横比较大, 气泡水平方向上的摆动幅度小, 气泡之间水平间距较小, 气泡更容易发生碰撞. 在 CTAB 溶液中, 碰撞前双气泡的运动速度  $u$  随时间的变化如图 11 所示,  $1 \times 10^{-6}$  mol/L 的 CTAB 溶液中双气泡运动速度  $u$  的振荡幅度明显更大, 前导气泡和尾随气泡均存在较好的协同性, 振荡频率很接近. 发生碰撞前, 尾随气泡的运动速度明显大于前导气泡, 随后双气泡碰撞. 由图 11 可见, 在  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中气泡碰撞时, 前导气泡的速度为 0.23 m/s, 而在  $1 \times 10^{-6}$  mol/L CTAB 溶液中为 0.26 m/s. 一方面, 根据 CTAB 溶液中气泡的受力分析, CTAB 浓度越大, 气泡滞帽角越大, 完全固化表面占比越大, 气泡的曳力系数越大(式 (7) ~ (9)), 气泡运动终端速度越小. 这表明在高浓度 CTAB 溶液中气泡的运动速度更小, 气泡的停留时间更长, 在尾随气泡追赶上前导气泡并与前导气泡发生碰撞前, 大部分的情况为两个



(a)  $1 \times 10^{-6}$  mol/L CTAB 溶液



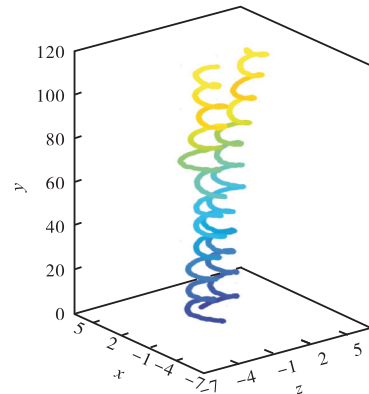
(b)  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液

图 11 CTAB 溶液中碰撞前同轴上升双气泡的运动速度随时间的变化

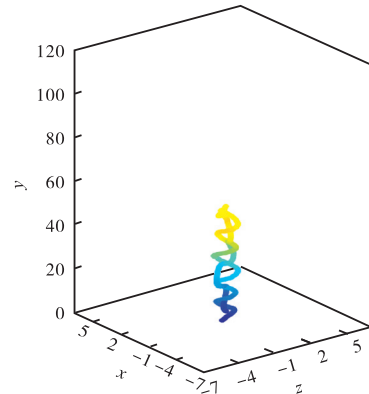
Fig.11 Variation in the bubble velocity of two coaxial rising bubbles in CTAB solutions with time

气泡并排上升, 因此停留时间变长, 两个气泡有更多的机会发生碰撞. 另一方面, CTAB 溶液的浓度越大, 表面活性剂分子受流动的影响被推向气泡尾部而形成的不可流动表面越大, 气泡表面稳定性越好, 气泡周围液膜积累了大量的 CTAB 分子从而导致气泡周围液膜不易破碎<sup>[26]</sup>, 气泡发生碰撞后不易发生聚并, 因此双气泡碰撞后出现聚并的频率更小.

超纯水中双气泡的三维运动轨迹如图 12(a) 所示, 两个气泡均以螺旋形上升, 每个气泡的运动轨迹和上升速度与单气泡接近; 双气泡之间存在着较大的水平距离, 并且没有明显的相互影响.  $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB 溶液中双气泡的三维运动轨迹如图 12(b) 所示, 两个气泡都以之字形上升, 上升速度小于超纯水, 这主要是由于曳力系数的差异, 双气泡运动轨迹的特征存在明显差异, 这意味着双气泡之间有明显的相互影响. 超纯水以及 CTAB 溶液 ( $1 \times 10^{-4}$  mol/L) 中双气泡的无量纲间距  $D_H$ 、 $D_L$ 、 $D_S$  如图 13 所示, 图中  $D_H$  为双气泡在竖直方向上的无量纲间距(式 (3)),  $D_L$  为双气泡在水平方向上的无量纲间距(式



(a) 超纯水



(b)  $1 \times 10^{-4}$  mol/L CTAB 溶液

图 12 同轴上升双气泡的三维运动轨迹

Fig.12 Three-dimensional trajectories of two coaxial rising bubbles

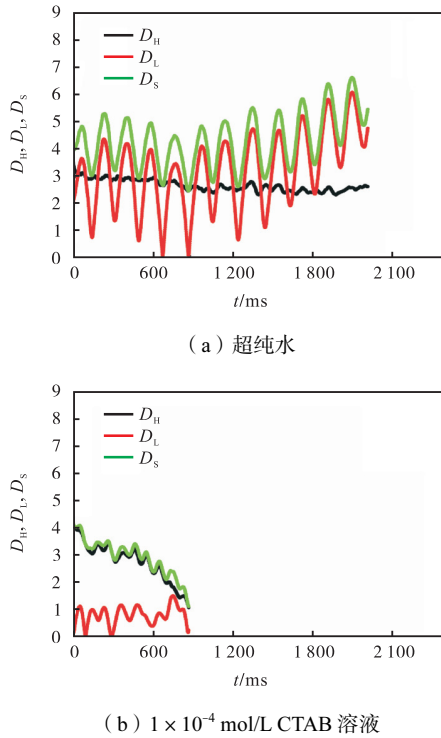


图 13 同轴上升双气泡的无量纲间距  $D_H$ 、 $D_L$ 、 $D_S$  随时间的变化  
 Fig.13 Variation of the dimensionless distance  $D_H$ ,  $D_L$ , and  $D_S$  of two coaxial rising bubbles with time

(4),  $D_S$  为双气泡的三维无量纲距离(式(5)). 超纯水中,  $D_H$  先变小, 然后维持在相对稳定的数值, 然而  $D_L$  在较大范围振荡(超过 3),  $D_S$  几乎与  $D_L$  同步振荡. 作为对比, CTAB 溶液 ( $1 \times 10^{-4}$  mol/L) 中,  $D_H$  一直变小, 而  $D_L$  在较小范围波动(小于 1.5),  $D_S$  几乎与  $D_H$  同步下降、直至双气泡碰撞.

图 14 对比分析了在  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液、初始间距  $D_{H0} = 4$  的实验条件下, 气泡碰撞次数分别为 0、1、5、8 时, 双气泡在水平面上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化, 气泡发生碰撞的位置用橙色点标注.

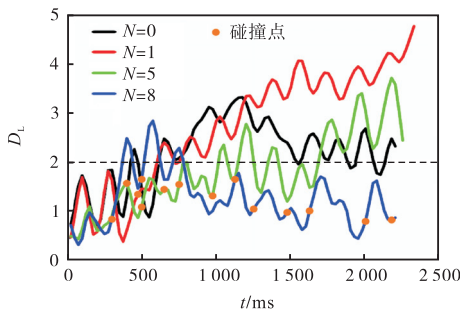


图 14 不同碰撞次数  $N$  下  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中同轴上升双气泡在水平方向上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化  
 Fig.14 Variation of the dimensionless distance of the two coaxial rising bubbles in the horizontal direction  $D_L$  with time and  $N$  in a  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB solution

结果表明, 在初始阶段 ( $0 \sim 400$  ms),  $D_L$  均在  $0 \sim 2.0$  范围内振荡, 然后在双气泡之间的相互作用(吸引或排斥<sup>[16]</sup>)下发生变化, 若  $D_L$  大于 2.0, 气泡之间的水平距离会逐渐增大, 不会再观察到气泡碰撞现象, 若  $D_L$  小于 2.0 则很有可能会再次碰撞. 因此, 相比于纵横比和运动速度, 双气泡在水平面上的无量纲间距  $D_L$  是影响气泡碰撞频率更为直观的因素.

为了探究无量纲间距  $D_L$  的临界值, 图 15 对比分析了  $5 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中初始间距  $D_{H0} = 3$  的实验条件下, 气泡碰撞次数分别为 0、2、4 时, 双气泡在水平面上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化. 图 16 对比分析了  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中初始间距  $D_{H0}$  分别为 4、5、6 的实验条件下, 气泡碰撞次数为 1 时, 双气泡在水平面上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化. 结果表明, 当  $D_L$  开始大于 2.0 时, 气泡之间的水平无量纲距离很难再变小至 1.0 附近, 即其大概率会在 2.0 附近小幅度振荡或逐渐变大, 这使得气泡之间很难发生碰撞.  $1 \times 10^{-6}$  mol/L 与  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中双气泡的无量纲间距  $D_H$ 、 $D_L$  随时间的变化如图 17 所示. 结果表明, 在  $1 \times 10^{-6}$  mol/L CTAB 溶液中,  $D_L$  总是大于 2.0, 双气泡之间很难发生碰撞, 碰撞概率小, 而在  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中,  $D_L$  很可能小于 2.0, 双气泡之间的无量纲距离在 1.0 附近振荡, 较容易发生碰撞, 碰撞概率大. 因此, 气泡碰撞的频率与 CTAB 浓度呈正相关主要是由于高浓度 CTAB 溶液中气泡水平振荡幅度受到了抑制<sup>[2,5,7,27-28]</sup>, 前导气泡与尾随气泡之间的水平距离的振荡幅度也随之降低, 这会导致气泡之间水平距离变小.

下面从气泡间流场分布的角度进行分析. Mirsandi 等<sup>[29]</sup>使用数值模拟分析了不同形状气泡的周围流场分布. 结果表明: 当气泡形状为球形或近似球形

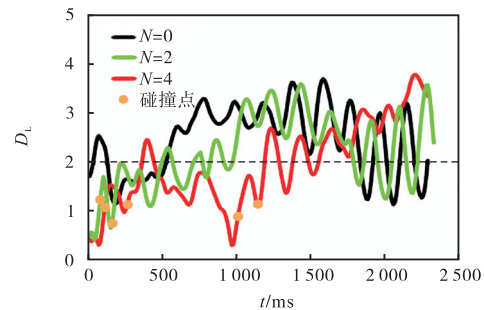


图 15 不同碰撞次数  $N$  下  $5 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中同轴上升双气泡在水平方向上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化  
 Fig.15 Variation of the dimensionless distance of the two coaxial rising bubbles in the horizontal direction  $D_L$  with time and  $N$  in a  $5 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB solution

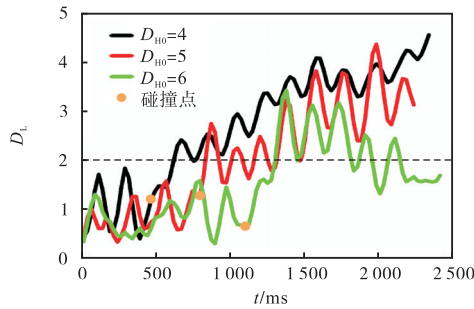
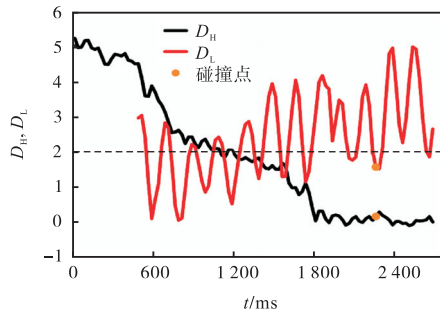
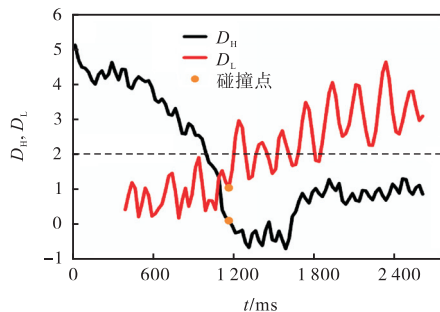


图 16 不同初始间距  $D_{H0}$  下  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液中同轴上升双气泡在水平方向上的无量纲间距  $D_L$  随时间的变化

Fig.16 Variation of the dimensionless distance of the two coaxial rising bubbles in the horizontal direction  $D_L$  with time and  $D_{H0}$  in a  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB solution



(a)  $1 \times 10^{-6}$  mol/L CTAB 溶液



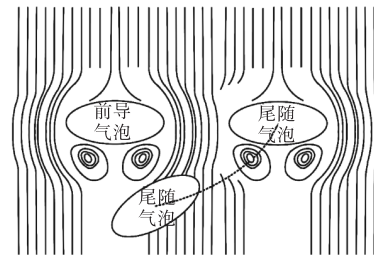
(b)  $1 \times 10^{-5}$  mol/L CTAB 溶液

图 17 同轴上升双气泡的无量纲间距  $D_H$ 、 $D_L$  随时间的变化

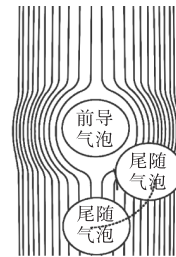
Fig.17 Variation in the dimensionless distance  $D_H$ 、 $D_L$  of two coaxial rising bubbles with time

时,气泡尾部无涡旋存在;当气泡为纵横比较小的椭球时,气泡尾部出现了对称的涡旋.根据图 17 的实验结果可知,在超纯水和低浓度 CTAB 溶液中气泡的水平间距较大,而在高浓度 CTAB 溶液中气泡的水平间距很小.因此,可以推测,在超纯水和低浓度 CTAB 溶液中,如图 18(a)所示,前导气泡纵横比较小(图 10),其后存在一对涡旋,随着气泡的上升,涡旋逐渐脱落,当尾随气泡运动到前导气泡尾部的涡旋附近时,进一步加剧了尾随气泡周围涡旋的不对称,导致了气泡两侧更大的压力差<sup>[30]</sup>,造成尾随气泡在

水平方向发生更大的偏移,双气泡之间的水平距离变大.在高浓度 CTAB 溶液中,如图 18(b)所示,前导气泡纵横比较大,为近似球形,气泡上升速度较小,尾流与气泡上方液体之间的速度差减小,气泡涡旋的涡度值较小,气泡后方不存在明显的涡旋,前导气泡的尾流对尾随气泡水平方向上的运动影响较小,双气泡之间的水平距离较小,尾随气泡更容易沿轴向加速追赶并与前导气泡发生碰撞.



(a) 超纯水与低浓度 CTAB 溶液



(b) 高浓度 CTAB 溶液

图 18 CTAB 溶液中双气泡碰撞行为与流场关系示意

Fig.18 Schematic of the collision of two bubbles in CTAB solutions related to flow fields

### 3 结论

本文对 CTAB 溶液中同轴上升双气泡碰撞行为进行了实验研究和理论分析,主要结论如下.

(1) 提出了 CTAB 溶液中同轴上升变形双气泡碰撞频率的经验关联式.在一定浓度范围内,气泡碰撞频率随 CTAB 溶液浓度升高而升高,与  $c_{CTAB}^{0.3}$  呈正相关,碰撞频率最高可达 0.83,远高于超纯水中的 0.13.主要原因是高浓度 CTAB 溶液中气泡的水平方向的振荡幅度受到了抑制.

(2) CTAB 溶液中观测到了气泡碰撞后的聚并、推动、并排和超越 4 种现象,CTAB 溶液浓度越高,气泡碰撞后出现聚并现象的频率越低、出现超越现象的频率越高.超纯水和低浓度 CTAB 溶液中未观察到尾随气泡超越现象,当  $c_{CTAB}$  超过  $5 \times 10^{-6}$  mol/L 时出现尾随气泡超越现象.

(3) 影响气泡碰撞频率的因素之一为双气泡在

水平面上的无量纲间距  $D_L$ . 当  $D_L < 2.0$  时, 气泡碰撞频率明显增加.

#### 参考文献:

- [1] Passos A D, Voulgaropoulos V P, Paras S V, et al. The effect of surfactant addition on the performance of a bubble column containing a non-Newtonian liquid[J]. *Chemical Engineering Research and Design*, 2015, 95: 93-104.
- [2] Luo Y, Wang Z C, Zhang B, et al. Experimental study of the effect of the surfactant on the single bubble rising in stagnant surfactant solutions and a mathematical model for the bubble motion[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2022, 61(26): 9514-9527.
- [3] 邓会宁, 马淑洁, 张伟, 等. 气液两相流对直接接触膜蒸馏传质强化和阻垢性能研究[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2023, 56(6): 595-603.  
Deng Huining, Ma Shujie, Zhang Wei, et al. Mass transfer enhancement and scale inhibition performance with gas-liquid two-phase flow in direct contact membrane distillation[J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2023, 56(6): 595-603 (in Chinese).
- [4] 王超, 钱冬, 张琳, 等. 气液固流化床气泡特性及气含率预测模型[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2023, 56(7): 723-734.  
Wang Chao, Qian Dong, Zhang Lin, et al. Bubble characteristics and prediction model of gas holdup in the gas-liquid-solid fluidized bed[J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2023, 56(7): 723-734 (in Chinese).
- [5] Zhang B, Wang Z C, Luo Y, et al. A mathematical model for single CO<sub>2</sub> bubble motion with mass transfer and surfactant adsorption/desorption in stagnant surfactant solutions[J]. *Separation and Purification Technology*, 2023, 308: 122888.
- [6] Lebrun G, Benaissa S A. Effect of surfactant lengths on gas-liquid oxygen mass transfer from a single rising bubble[J]. *Chemical Engineering Science*, 2022, 247: 117102.
- [7] Pesci C, Weiner A, Marschall H, et al. Computational analysis of single rising bubbles influenced by soluble surfactant[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 856: 709-763.
- [8] Tagawa Y, Takagi S, Matsumoto Y. Surfactant effect on path instability of a rising bubble[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 738: 124-142.
- [9] Takagi S, Matsumoto Y. Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2011, 43(1): 615-636.
- [10] Takagi S, Eames I, Ogasawara T, et al. The effects of surfactant on the multiscale structure of bubbly flows[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2008, 366(1873): 2117-2129.
- [11] Tanaka S, Kastens S, Fujioka S, et al. Mass transfer from freely rising microbubbles in aqueous solutions of surfactant or salt[J]. *Chemical Engineering Journal*, 2020, 387: 121246.
- [12] Garca-Abun A, Gmez-Daz D, Losada M, et al. Bubble column gas-liquid interfacial area in a polymer + surfactant + water system[J]. *Chemical Engineering Science*, 2012, 75: 334-341.
- [13] Duineveld P C. Bouncing and coalescence of bubble pairs rising at high Reynolds number in pure water or aqueous surfactant solutions[J]. *Applied Scientific Research*, 1997, 58(1): 409-439.
- [14] Sone D, Sakakibara K, Yamada M, et al. Bubble motion and its surrounding liquid motion through the collision of a pair of bubbles[J]. *Journal of Power and Energy Systems*, 2007, 2: 306-317.
- [15] Sanada T, Sato A, Shirota M, et al. Motion and coalescence of a pair of bubbles rising side by side[J]. *Chemical Engineering Science*, 2009, 64(11): 2659-2671.
- [16] Mei L, Luo D H, Zhang Z Y, et al. Motion and interaction of in-line bubbles in quiescent non-aqueous solutions of hydrocarbon resin[J]. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 2024, 19(3): 1-19.
- [17] Zhang J, Ni M J, Magnaudet J. Three-dimensional dynamics of a pair of deformable bubbles rising initially in line. Part 2. Highly inertial regimes[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 943: A16.
- [18] Fei Y, Pang M J. A treatment for contaminated interfaces and its application to study the hydrodynamics of a spherical bubble contaminated by surfactants[J]. *Chemical Engineering Science*, 2019, 200: 87-102.
- [19] Ekwall P, Mandell L, Solyom P. The aqueous cetyl trimethylammonium bromide solutions[J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1971, 35(4): 519-528.
- [20] Ali A, Bhushan V, Bidhuri P. Volumetric study of  $\alpha$ -amino acids and their group contributions in aqueous

- solutions of cetyltrimethylammonium bromide at different temperatures[J]. *Journal of Molecular Liquids*, 2013, 177: 209-214.
- [21] Kowalczyk P B, Zawala J, Kosior D, et al. Three-phase contact formation and flotation of highly hydrophobic polytetrafluoroethylene in the presence of increased dose of frothers[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(3): 839-843.
- [22] Zheng L Y, Guo Z Y, Liu H, et al. Experimental study on single CO<sub>2</sub> bubbles freely rising in MEA/DEEA blended solutions: Bubble behavior and mass transfer [J]. *Chemical Engineering Science*, 2024, 287: 119751.
- [23] Alves S S, Orvalho S P, Vasconcelos J M T. Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer [J]. *Chemical Engineering Science*, 2005, 60(1): 1-9.
- [24] Peters F, Els C. An experimental study on slow and fast bubbles in tap water[J]. *Chemical Engineering Science*, 2012, 82: 194-199.
- [25] Tomiyama A, Celata G P, Hosokawa S, et al. Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 2002, 28(9): 1497-1519.
- [26] 李昕晨. 双气泡聚并的流体力学行为研究[D]. 北京: 北京化工大学化学工程学院, 2015.  
Li Xinchun. Study of Hydrodynamics Behavior of Two Bubbles Coalescence[D]. Beijing: School of Chemical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, 2015 (in Chinese).
- [27] Jia X W, Hu W C, Yuan X G, et al. Effect of surfactant type on interfacial area and liquid mass transfer for CO<sub>2</sub> absorption in a bubble column[J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2015, 23(3): 476-481.
- [28] Muradoglu M, Tryggvason G. Simulations of soluble surfactants in 3D multiphase flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, 274: 737-757.
- [29] Mirsandi H, Kong G, Buist K A, et al. Numerical study on the interaction of two bubbles rising side-by-side in viscous liquids[J]. *Chemical Engineering Journal*, 2021, 410: 128257.
- [30] Liu Y J, Zheng L Y, Xia Y N, et al. Investigation of the bubble deflection using graphics processing unit accelerated multiple relaxation time lattice Boltzmann method: The effect of bubble size and liquid viscosity[J]. *Physics of Fluids*, 2024, 36(7): 73335.
- (责任编辑: 田 军)