

DOI:10.12171/j.1000-1522.20240063

## 基于非线性混合效应模型的云南松林树高曲线

冯源<sup>1,2,3</sup> 李贵祥<sup>1,2,3</sup> 和丽萍<sup>1,2,3</sup> 毕波<sup>1,2,3</sup> 覃阳平<sup>4</sup>  
王发平<sup>5</sup> 胡滨显<sup>5</sup> 尹久明<sup>5</sup>

(1. 云南省林业和草原科学院, 云南昆明 650201; 2. 云南省高黎贡山生物多样性重点实验室, 云南昆明 650201; 3. 高黎贡山森林生态系统云南省野外科学观测研究站, 云南昆明 650201; 4. 国家林业和草原局西南调查规划院, 云南昆明 650031; 5. 楚雄市国有林场旧关管护站, 云南楚雄 675099)

**摘要:**【目的】云南松林是云南省最重要的森林类型之一。构建云南松林树高曲线的非线性混合效应模型, 对促进滇中地区乃至云南省云南松林科学经营及森林质量精准提升具有重要意义。【方法】基于云南省楚雄市旧关林场 9 块典型云南松林样地调查数据, 选取 12 个基础模型拟合树高-胸径关系, 筛选出最优模型作为基础模型。将树种组作为哑变量纳入模型, 同时考虑林分变量的影响, 并将样地作为随机效应, 构建云南松林树高-胸径非线性混合效应模型。采用留一交叉验证对模型拟合效果进行检验。【结果】12 个基础模型中, Schumacher 模型表现最佳, 被选为基础模型。在林分变量中, 优势木平均高( $H_d$ )和大于对象木断面积(BAL)与树高相关性显著, 且具有生物学意义, 因此被用于建立树高-胸径广义非线性模型。 $H_d$ 与树高呈显著正相关, 而 BAL 与树高呈负相关。最终建立的非线性混合效应模型能解释树高 74% 的变异, 均方根误差为 1.57 m。交叉验证结果表明, 模型不存在过拟合现象, 且残差无明显异方差。【结论】与传统基础模型相比, 加入  $H_d$  和 BAL 的云南松林树高-胸径非线性混合效应模型能更准确地描述云南松林树高与胸径的关系。在森林经营实践中, 可通过适地适树、调整林分密度和优化林分结构等措施降低林木个体竞争, 从而促进林木树高生长。本研究为滇中地区云南松林树高曲线模拟研究提供方法借鉴及技术支持, 对森林资源管理和生态保护具有重要的科学和实践价值。

**关键词:** 云南松; 树高曲线; 非线性混合效应模型; 立地质量; 林木竞争

中图分类号: S758 文献标志码: A 文章编号: 1000-1522(2025)03-0049-12

引文格式: 冯源, 李贵祥, 和丽萍, 等. 基于非线性混合效应模型的云南松林树高曲线 [J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(3): 49-60. Feng Yuan, Li Guixiang, He Liping, et al. Tree height curves of *Pinus yunnanensis* forest based on nonlinear mixed effects model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(3): 49-60.

### Tree height curves of *Pinus yunnanensis* forest based on nonlinear mixed effects model

Feng Yuan<sup>1,2,3</sup> Li Guixiang<sup>1,2,3</sup> He Liping<sup>1,2,3</sup> Bi Bo<sup>1,2,3</sup> Qin Yangping<sup>4</sup>  
Wang Faping<sup>5</sup> Hu Binxian<sup>5</sup> Yin Jiuming<sup>5</sup>

(1. Yunnan Academy of Forestry and Grassland, Kunming 650201, Yunnan, China;

2. Yunnan Key Laboratory of Biodiversity of Gaoligong Mountain, Kunming 650201, Yunnan, China;

3. Gaoligong Mountain Forest Ecosystem Observation and Research Station of Yunnan Province, Kunming 650201, Yunnan, China;

4. Southwest Survey and Planning Institute, National Forestry and Grassland Administration, Kunming 650031, Yunnan, China;

5. Chuxiong City State-Owned Forest Farm Jiuguan Management and Protection Station, Chuxiong 675099, Yunnan, China)

**Abstract:** [Objective] *Pinus yunnanensis* forest is one of the most important forest types in Yunnan Province of southwestern China. The application of a nonlinear mixed effects model to simulate tree height

收稿日期: 2024-03-10 修回日期: 2024-05-23

基金项目: 云南省基础研究专项重大项目(202303AC100009), 云南省林草局科技创新补助项目(K202222026)。

第一作者: 冯源, 博士。主要研究方向: 森林生态学。Email: fengyuan@yafg.ac.cn 地址: 650201 云南省昆明市盘龙区蓝桉路 2 号。

责任作者: 李贵祥, 研究员。主要研究方向: 生态修复和森林经营。Email: lguixiang7558@126.com 地址: 同上。

本刊网址: <http://j.bjfu.edu.cn>; <http://journal.bjfu.edu.cn>

curves of *Pinus yunnanensis* forests is important for advancing both scientific management and accurately assessing forest quality, not only in central Yunnan Province but also across the entire Yunnan Province. [Method] Based on the survey data of 9 sample plots from typical *Pinus yunnanensis* forests in Jiuguan Forest Farm, Chuxiong City of Yunnan Province, 12 basic models were applied to establish the relationship between tree height and DBH, and the optimal model was selected as the basic model subsequently. The species group was then used as a dummy variable, and the stand variables and random effect of sample plots were incorporated into the model, yielding a nonlinear mixed effects model of tree height-DBH in *Pinus yunnanensis* forests; and model fit was evaluated using leave-one-out cross-validation. [Result] The Schumacher model was found to be the best of 12 basic models. Among many stand variables, the average top height ( $H_d$ ) and sum of basal area larger than the subject tree (BAL) exhibited strong correlations with tree height and had biological significance; thus, both variables were chosen for constructing the generalized nonlinear model of tree height-DBH.  $H_d$  displayed a significant positive correlation with tree height, while BAL showed a negative correlation with tree height. The final nonlinear mixed effects model of *Pinus yunnanensis* forests accounted for 74% of the variation in tree height, with an RMSE value of 1.57 m. The results of cross-validation showed that the model was not overfitted and the residuals did not show obvious heteroscedasticity. [Conclusion] In contrast to basic models established through traditional methods, this study integrated the average top height and the sum of basal area larger than the subject tree into the nonlinear mixed effects model of *Pinus yunnanensis* forests, which can better describe the relationship between *Pinus yunnanensis* forest height and DBH. Furthermore, in terms of specific forest management practices, individual competition among forest trees can be reduced to promote high growth using measures such as planting right tree for the right place, adjusting the density of forest stand and optimizing the stand's structure. This study provides a methodological reference and technical support for the simulation studies of tree height curves in *Pinus yunnanensis* forests in central Yunnan Province, and has important scientific and practical value for forest resource management and ecological protection.

**Key words:** *Pinus yunnanensis*; tree height curve; nonlinear mixed effects model; site quality; tree competition

树高是森林资源调查和经营管理中最重要的测树因子之一,是描述林分生长状况、评价立地质量<sup>[1-2]</sup>、估算森林生物量及碳储量<sup>[3-5]</sup>、预测树木死亡率<sup>[6]</sup>的重要参数。胸径测量简单易行且准确性高,但树高的调查难度大、成本高且测量误差相对较高<sup>[7-9]</sup>。因此,在实际野外调查中,通常只测量部分样木的树高,然后通过树高曲线预测其他样木的树高<sup>[8]</sup>。研究人员尝试了多种方法建立树高-胸径模型,包括线性回归<sup>[10]</sup>、非线性回归<sup>[11]</sup>、线性混合效应模型<sup>[12]</sup>和非线性混合效应模型<sup>[13-16]</sup>。随着人工智能和机器学习的发展,研究人员还探索了神经网络<sup>[17-19]</sup>和深度学习算法<sup>[20]</sup>在树高预测中的应用。此外,贝叶斯方法<sup>[21-22]</sup>、广义可加模型<sup>[23]</sup>和分位数回归<sup>[9,24-25]</sup>也被提出作为替代方法。非线性混合效应模型因其能够处理重复观测数据或多水平纵向数据,且模型预测精度高,因此在众多方法中备受青睐<sup>[13-15]</sup>。

树高-胸径的关系不仅取决于树种特性,还受到立地质量、林分密度和竞争、林分结构和气候因子等多方面因素的影响。夏洪涛等<sup>[26]</sup>在研究杉木

(*Cunninghamia lanceolata*)大径材林分的树高-胸径关系时发现,加入立地条件变量后可显著提高模型的预测精度,其中优势高的表现优于其他立地质量评价指标,其他研究也有类似结论<sup>[13,27-28]</sup>。竞争作用的实质是对资源掠夺和占有的能力,张鹏等<sup>[29]</sup>发现竞争强度会影响吉林蛟河针阔混交林主要树种树高-胸径的关系,Skudnik等<sup>[19]</sup>发现,加入大于对象木断面积(BAL)后,可提高人工神经网络预测树高的准确性。许多森林过程(如水平衡、养分循环、碳分配、光吸收)受到林分结构的影响,树高-胸径的关系也不例外。Feng等<sup>[16]</sup>在研究中山湿性常绿阔叶林两者关系时发现,树木大小异质性与树高呈正相关;Ciceu等<sup>[15]</sup>也发现,垂直结构能改善欧洲云杉(*Picea abies*)异龄混交林树高的预测效果。此外,树高-胸径关系还与光照、温度和降水等气候因子密切相关。在较大尺度研究中,学者常将气候变量作为协变量加入模型,来增强模型的适用范围<sup>[13,27,30]</sup>。

云南松(*Pinus yunnanensis*)为松科松属常绿乔木,喜光,具有较强的适应性,耐干旱瘠薄和一定的

低温条件。云南松林是我国西南地区特有的森林类型之一<sup>[31]</sup>。云南省第4次森林资源规划设计调查结果显示,云南松林面积占云南全省乔木林面积的48.52%,蓄积量占39.41%,在林产品生产和生态保护方面具有重要地位。然而,长期缺乏合理经营管理,大部分云南松林林分结构单一,生产力低下<sup>[32]</sup>。树高曲线是森林经营中评价林分生长与收获预估的基础模型。精准描述云南松林树高生长过程,是滇中地区开展科学经营与提升区域森林质量的关键科学问题。已有蒋艳等<sup>[33]</sup>、罗恒春等<sup>[34]</sup>、覃阳平等<sup>[35]</sup>采用不同方法研究云南松树高曲线。然而,这些研究未分析林分因子对树高-胸径关系的影响,也未针对重复观测数据或嵌套数据应用非线性混合效应模型,对森林经营和生产实践难以产生指导作用。鉴于此,本研究以云南省楚雄市旧关林场云南松林为研究对象,基于9块典型云南松林样地调查数据,通过12个常用的树高-胸径模型筛选出最佳模型。在此基础上,将树种组作为哑变量,并引入优势木平均高等林分因子对模型进行扩展,进一步纳入样地随机效应,最终建立了云南松林树高-胸径非线性混合效应模型。该模型分析了影响树高-胸径关系的主要林分因子,为滇中地区乃至云南省云南松林科学经营及森林质量精准提升提供理论依据和技术支持。

## 1 研究区概况与研究方法

### 1.1 研究区概况

研究地点位于云南省楚雄彝族自治州楚雄市旧关林场(100°23'53"~101°29'23"E, 24°41'58"~24°47'28"N),地处楚雄市子午镇旧关村委会与双柏

县梅子箐林场交界处。林场气候属北亚热带季风气候,具有立体气候特征,干湿季分明,雨量集中,日照充足。年均气温为15.6℃,年降水量为862.2mm。土壤以紫色土和红壤为主,伴有少量黄红壤。植被类型以云南松林为主,间有少量云南松为优势树种的针叶混交林和以云南松、栎类(*Quercus* spp.)为优势树种的针阔混交林。林场总管护面积1245.62hm<sup>2</sup>,其中乔木林面积为1117.56hm<sup>2</sup>,活立木蓄积量为6.42×10<sup>4</sup>m<sup>3</sup>,森林覆盖率达98.32%。

### 1.2 数据采集

于2023年6月在旧关林场设置9块20m×30m典型云南松林样地,记录样地位置及基本情况,对胸径≥5cm的活立木进行每木检尺,调查树种、胸径、树高、枝下高、冠幅、相对坐标位置等。共调查样木815株,基中云南松占81.35%,栎类(以黄毛青冈*Quercus delavayi*为主,包含少量滇青冈*Quercus schottkyana*、锥连栎*Quercus franchetii*和榲栌*Quercus aliena*)占14.48%,其他树种共占4.17%。云南松林调查样地概况及数据统计分别见表1和表2,样地的树高-胸径散点图见图1。

### 1.3 研究方法

#### 1.3.1 基础模型

参考已有研究<sup>[13,16,36]</sup>,选择12个能够较好描述树高-胸径关系且具有生物学意义的非线性模型作为基础模型,应用赤池信息准则(Akaike information criteria, AIC)<sup>[37]</sup>、贝叶斯信息准则(Bayesian information criteria, BIC)<sup>[38]</sup>及均方根误差(RMSE)筛选模型(表3)。AIC、BIC和RMSE值越小,表示模型拟合效果越好,因此选择拟合精度高且具有生物学意义的模型用于后续研究。

表1 调查样地概况

Tab. 1 Overview of the survey sample plots

样地号	经度	纬度	海拔/m	坡度/(°)	坡向	平均胸径/cm	起源	林龄/a	树种组成
Plot-1	101°27'53"E	24°46'38"N	1933.0	10.0	东南	10.8	飞播	25	10云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 西南木荷 <i>Schima wallichii</i>
Plot-2	101°27'51"E	24°46'53"N	1976.7	1.0	东南	13.5	飞播	25	10云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i>
Plot-3	101°27'53"E	24°46'45"N	1943.2	9.9	西	10.7	飞播	25	8云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 2黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i>
Plot-4	101°27'56"E	24°45'19"N	2077.2	12.0	西	12.3	飞播	25	10云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> - 黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i>
Plot-5	101°27'53"E	24°45'31"N	2060.7	2.5	东北	18.3	飞播	25	10云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i>
Plot-6	101°27'48"E	24°45'38"N	2021.3	3.0	东南	16.6	飞播	25	9云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 1黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i>
Plot-7	101°27'49"E	24°44'27"N	2224.9	13.0	西北	14.3	飞播	35	5云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 3黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i> + 1滇青冈 <i>Quercus schottkyana</i> + 1云南油杉 <i>Keteleeria evelyniana</i>
Plot-8	101°28'14"E	24°44'55"N	2161.5	8.0	东	18.6	飞播	35	8云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 1黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i> + 1云南油杉 <i>Keteleeria evelyniana</i> + 尼泊尔椴木 <i>Alnus nepalensis</i> - 锥连栎 <i>Quercus franchetii</i> - 榲栌 <i>Q. aliena</i>
Plot-9	101°28'05"E	24°46'18"N	1850.0	2.0	西南	16.2	飞播	35	9云南松 <i>Pinus yunnanensis</i> + 1黄毛青冈 <i>Quercus delavayi</i> - 云南油杉 <i>Keteleeria evelyniana</i>

表2 调查样地数据统计

Tab. 2 Statistics of survey sample plot data

变量	平均值	标准差	最小值	最大值
树高(H)/m	9.4	3.2	2	16.4
胸径(D)/cm	12.6	5.6	5	33.8
优势木平均高(H <sub>d</sub> )/m	13.7	1.3	11	15.9
林分平均胸径(D <sub>2</sub> )/cm	13.5	2.8	10.7	18.6
每公顷株数(N)/(株·hm <sup>-2</sup> )	1 821	778	784	3 000
可加林分密度指数(aSDI)/(株·hm <sup>-2</sup> )	836	163	553	1 055
物种丰富度(SP <sub>R</sub> )	4	2	2	7
物种香农指数(H')	0.53	0.36	0.14	1.47
物种辛普森指数(D <sub>Sim</sub> )	0.28	0.19	0.06	0.75
胸径变异系数(D <sub>CV</sub> )	0.38	0.04	0.33	0.46
胸径基尼系数(D <sub>GC</sub> )	0.39	0.03	0.33	0.46
大于对象木断面积(BAL)/(m <sup>2</sup> ·hm <sup>-2</sup> )	15.83	7.14	0	29.41
Hegyí竞争指数(CI)	3.61	5.00	0.41	107.47
聚集指数(R)	0.99	0.08	0.84	1.09
角尺度(W)	0.51	0.02	0.47	0.56

表3 树高-胸径基础模型

Tab. 3 Basic models of tree height-DBH

编号	模型名称	公式	文献来源
M1	Power	$H = 1.3 + aD^b$	[39]
M2	Wykoff	$H = 1.3 + e^{(a + \frac{b}{D^{c+1}})}$	[40]
M3	Bates and Watts	$H = 1.3 + \frac{aD}{b + D}$	[41]
M4	Naslund	$H = 1.3 + \frac{D^2}{(a + bD)^2}$	[42]
M5	Schumacher	$H = 1.3 + ae^{(-\frac{b}{D})}$	[43]
M6	Ratkowsky	$H = 1.3 + ae^{(-\frac{b}{cD})}$	[44]
M7	Logistic	$H = 1.3 + \frac{a}{1 + be^{(-cD)}}$	[45]
M8	Weibull	$H = 1.3 + a(1 - e^{(-bD^c)})$	[46]
M9	Chapman-Richards	$H = 1.3 + a(1 - e^{(-cD)})^b$	[47]
M10	Gompertz	$H = 1.3 + ae^{(-be^{(-cD)})}$	[45]
M11	Hossfeld IV	$H = 1.3 + \frac{a}{1 + bD^{-c}}$	[48]
M12	Korf	$H = 1.3 + ae^{(-bD^{-c})}$	[49]

注: a、b、c为模型待估参数。

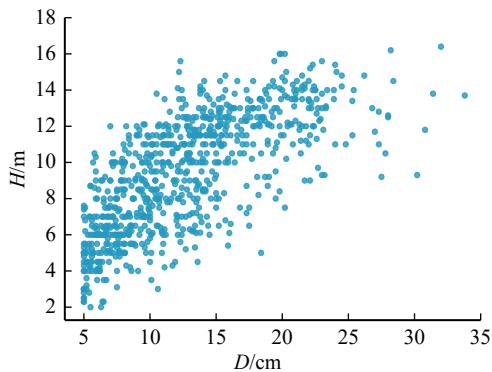


图1 树高-胸径散点图

Fig. 1 Scatter plot of tree height-DBH

1.3.2 模型再参数化

由于不同树种树高-胸径关系存在较大差异,若将所有树种合并建模,可能会导致较大的误差。因此,常用的方法是分树种建模<sup>[11,19,29]</sup>,或者将树种(组)作为哑变量纳入模型<sup>[16]</sup>。本研究将所有树种分为云南松、栎类(包含黄毛青冈、滇青冈、锥连栎和榲栎)两个树种组,并将树种组做哑变量加入模型,其余树种因样本量过少未纳入到模型。前人研究表明,树高-胸径关系会受林分密度、竞争<sup>[8,19,29]</sup>、立地质量<sup>[8,26-27]</sup>、林分结构<sup>[15-16,36]</sup>等因素的影响。为量化这些因素对树高-胸径关系的影响,本研究选取了4类13个指标(表4)用于扩展基础模型,并筛选出与树高相关性较高且具有生物学意义的指标,用于模型再参数化。

模型再参数化的公式以 Schumacher 为例,公式

如下

$$H = 1.3 + (a_0 + a_1X_1 + \dots + a_nX_n)e^{(-\frac{b_0 + b_1X_1 + \dots + b_nX_n}{D})} \quad (1)$$

式中: a<sub>0</sub>、a<sub>1</sub>、a<sub>n</sub>、b<sub>0</sub>、b<sub>1</sub>、b<sub>n</sub>为模型待估参数, X<sub>1</sub>、…、X<sub>n</sub>分别为树种哑变量、林分密度和竞争、立地质量、林分结构和其他林分变量。

1.3.3 树高-胸径非线性混合效应模型

在固定效应模型的基础上,考虑样地水平的随机效应对云南松林树高-胸径关系的影响,构建样地水平的混合效应模型,表达式见公式(2~3)。

$$H_{ij} = f(\phi_{ij}, x_{ij}) + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2)$$

$$\phi_{ij} = A_{ij}\beta + B_{ij}u_i \quad (3)$$

式中: m为样地总数, n<sub>i</sub>为第 i 个样地中样木株数; H<sub>ij</sub>为第 i 个样地中的第 j 株样木树高, f是含有参数向量 φ<sub>ij</sub>和协变量向量 x<sub>ij</sub>的函数; ε<sub>ij</sub>为随机误差项, β为(p × 1)维固定效应向量, u<sub>i</sub>为第 i 个样地(q × 1)维随机效应向量, A<sub>ij</sub>和 B<sub>ij</sub>为设计矩阵, u<sub>i</sub>和 ε<sub>ij</sub>所服从的正态分布形式见公式(4~5)。

$$u_i \sim N(0, D) \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2 G_i^{0.5} \Gamma_i G_i^{0.5}) \quad (5)$$

式中: D为随机效应参数的方差-协方差矩阵, σ<sup>2</sup>为模型残差的方差, Γ<sub>i</sub>为组内误差的相关结构矩阵, G<sub>i</sub>为描述方差异质性的对角矩阵。经过验证,模型无明显异方差,因此在构建模型时未加入权函数。

表 4 用于扩展树高-胸径模型的备选林分变量  
Tab. 4 Candidate stand variables for expanding tree height-DBH model

变量	公式	备注	参考文献
每公顷株数( $N$ )	$N = \frac{10\,000}{A} \times n$	$n$ 是样地内样木株数, $D_i$ 为第 $i$ 株样木的胸径(cm), $A$ 为样地面积( $m^2$ )	[50]
林分密度和竞争 可加林分密度指数(aSDI)/(株· $hm^{-2}$ )	$aSDI = \frac{10\,000}{A} \sum_{i=1}^n \left(\frac{D_i}{20}\right)^{1.605}$		[50]
大于对象木断面积(BAL)/( $m^2 \cdot hm^{-2}$ )	$BAL = \frac{10\,000}{A} \sum_{i=1}^k BA_i$	$k$ 是大于对象木的数量, $BA_i$ 是第 $i$ 株样木的断面积( $m^2/hm^2$ ), $A$ 为样地面积( $m^2$ )	[51]
Hegyi竞争指数( $CI_i$ )	$CI_i = \sum_{j=1}^a \frac{D_j}{D_i} \frac{1}{d_{ij}}$	$a$ 为竞争木株数, $D_i$ 为对象木的胸径(cm), $D_j$ 第 $j$ 株竞争木的胸径(cm), $d_{ij}$ 为对象木 $i$ 与竞争木 $j$ 的距离(m)	[52]
立地质量 优势木平均高( $H_d$ )/m	$H_d = \frac{1}{x} \sum_{i=1}^x H_i$	$x$ 是计算优势平均高的样木株数, $H_i$ 是第 $i$ 株样木的树高(m)	[53]
物种丰富度( $SP_R$ )	$SP_R = S$		
物种香农指数( $H'$ )	$H' = -\sum_{i=1}^S P_i \ln(P_i)$	$S$ 是样地内物种数, $P_i$ 是物种 $i$ 的个体数占样地内总个体数的比例	[54]
物种辛普森指数( $D$ )	$D = 1 - \sum_{i=1}^S P_i^2$		
胸径变异系数( $DCV$ )	$DCV = \frac{S}{\bar{D}}$	$\bar{D}$ 为胸径平均值(cm), $S$ 为胸径标准差	[55]
林分结构 胸径基尼系数( $D_{GC}$ )	$D_{GC} = \frac{\sum_{j=1}^n (2j-n-1)BA_j}{\sum_{j=1}^n (n-1)BA_j}$	$n$ 为样地内样木株数, $j$ 是每株样木从 $1$ 到 $n$ 的排序, $BA_j$ 是第 $j$ 个排序的断面积( $m^2/hm^2$ )	[56]
聚集指数( $R$ )	$R = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{A}{n}}}$	$n$ 为样地内样木株数, $A$ 为样地面积( $m^2$ ), $r_i$ 为第 $i$ 株样木到其最邻近木的距离(m)	[57]
角尺度( $W$ )	$W = \frac{1}{n} \sum_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}$	$n$ 为样地内样木株数, $m$ 为相邻木的株数, $z_{ij}$ 为离散变量, 当第 $i$ 株样木的第 $j$ 个 $\alpha$ 角小于标准角 $\alpha_0$ ( $72^\circ$ )时 $z_{ij} = 1$ , 反之 $z_{ij} = 0$	[58]
其他林分变量 林分平均胸径( $D_g$ )/cm	$D_g = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n D_k^2}$	$n$ 为样地内样木株数, $D_k$ 为第 $k$ 株样木的胸径(cm)	[52]

1.3.4 非线性混合效应模型预测

应用经验最佳线性无偏预测理论的三步迭代算法来估算随机效应<sup>[59-60]</sup>。随机效应  $u_k$  计算如下

$$u_k = \mathbf{DZ}_k^T (\mathbf{Z}_k \mathbf{DZ}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{e}_k \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{R}_k$  为误差项的方差-协方差矩阵,  $\mathbf{Z}_k$  为设计矩阵,  $\mathbf{e}_k$  为残差向量。

在应用非线性混合效应模型进行预测时, 为保证模型的准确性, 每个样地至少包含 1 个树高测量值。已有研究表明, 增加用于估计随机效应的树高测量数可以显著提高模型预测的准确性<sup>[61-62]</sup>。然而, 在实际生产实践中, 需要在预测精度和成本之间进行权衡。为优化预测效率, 研究者对树高的不同抽样设计和样本大小的影响进行了深入研究<sup>[62-63]</sup>。本文采用随机样本(1~10 棵树)评估不同样本量对预测准确性的影响。

1.3.5 模型评估及验证

在使用 AIC、BIC 和 RMSE 选择出最优模型的基础上, 采用留一交叉验证评估树高模型拟合效果。以调整决定系数( $R_{adj}^2$ )、均方根误差(RMSE)、相对均方根误差(RRMSE)、平均绝对误差(MAE)和

平均绝对百分比误差(MAPE)这 5 个指标评价模型的拟合结果<sup>[16]</sup>,  $R_{adj}^2$  越大, 其他指标值越小, 说明模型越优。

1.4 数据分析及处理

所有数据处理和建模均在 R 4.3.2 软件中进行, nlme 包<sup>[64]</sup>用于建立树高-胸径非线性混交效应模型, 采用 Python 的 Matplotlib 库<sup>[65]</sup>绘图。

2 结果与分析

2.1 树高-胸径基础模型

12 个树高基础模型拟合效果没有显著差异, 均可用于描述树高-胸径的关系。根据 AIC、BIC 和 RMSE 值越小模型拟合效果越好的原则, 选择 Schumacher 模型做为基础模型, 其 AIC、BIC 和 RMSE 值在所有模型中最小, 分别为 3 331.69、3 345.67 和 2.04 m。模型 M5 留一交叉验证的结果见表 5。

2.2 树高-胸径广义非线性模型

在基础模型确定为 Schumacher 模型之后, 将树种组作为哑变量加入模型中, 不同的哑变量组合共有 3 种。结果表明, 当哑变量放在参数  $b$  时模型拟合效果最好, 此时 AIC、BIC 和 RMSE 最低, 分别为

表5 Schumacher模型、公式(8)和公式(9)拟合性能和留一交叉验证结果

Tab. 5 Fitting performance and leave-one-out cross-validation results of Schumacher model, formula (8) and (9)

模型	模型拟合性能(所有数据)					留一交叉验证			
	$R^2_{adj}$	RMSE/m	RRMSE/%	MAE/m	MAPE/%	RMSE/m	RRMSE/%	MAE/m	MAPE/%
Schumacher模型	0.56	2.04	21.42	1.64	20.67	2.09 (± 0.59)	22.79 (± 10.33)	1.74 (± 0.52)	21.95 (± 12.01)
公式(8)	0.72	1.61	16.88	1.29	16.08	1.65 (± 0.24)	17.56 (± 4.84)	1.34 (± 0.20)	16.52 (± 5.30)
公式(9)	0.74	1.57	16.48	1.26	15.73	1.65 (± 0.20)	17.53 (± 4.66)	1.33 (± 0.17)	16.26 (± 5.08)

注:括号内的值为留一交叉验证RMSE、RRMSE、MAE和MAPE的标准差。

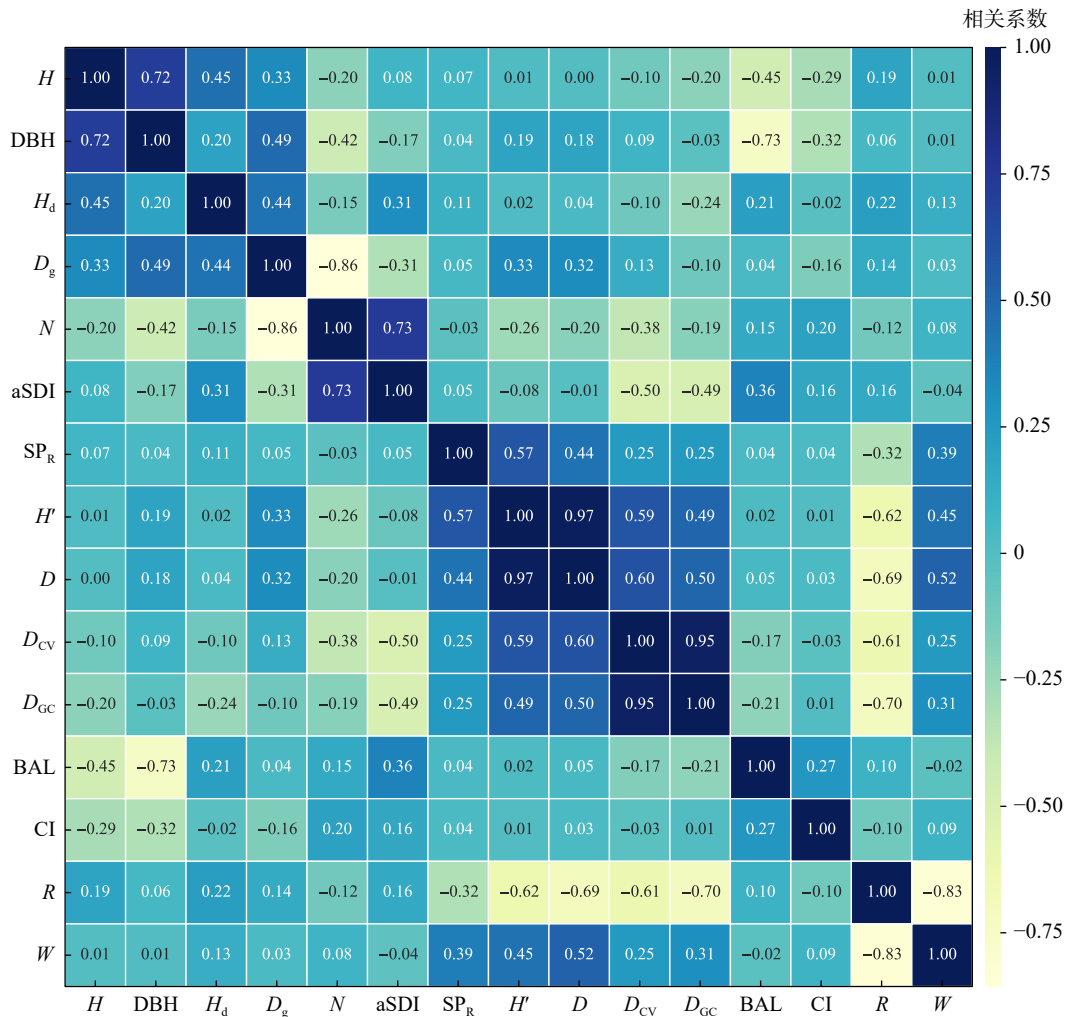
3 246.64、3 265.28 和 1.93 m, 表达式如下

$$H_{ij} = 1.3 + ae^{\left(-\frac{b_0 + b_1 S_{ij}}{D_{ij}}\right)} + \varepsilon_{ij} \quad (7)$$

式中:  $S_{ij}$  为哑变量, 取值 0 表示为云南松, 取值 1 表示为栎类;  $a$ 、 $b_0$ 、 $b_1$  为待估参数。

为量化林分变量对树高-胸径关系的影响, 在哑变量模型的基础上引入林分变量, 基于树高与林分

变量的 Pearson 相关性分析结果(图 2), 选择优势木平均高( $H_d$ )、大于对象木断面积(BAL)、Hegyi 竞争指数(CI)和林分平均胸径( $D_g$ )4 个林分变量再参数化模型。考虑到模型拟合精度及参数的生物学意义, 最终选择将  $H_d$  放在参数  $a$ 、BAL 放在参数  $b$  上, 模型形式见公式(8)。与基础模型 Schumacher 相比,  $R^2_{adj}$  值由 0.56 上升到 0.72, RMSE、RRMSE、



H. 树高; DBH. 胸径;  $H_d$ . 优势木平均高;  $D_g$ . 林分平均胸径; N. 每公顷株数; aSDI. 可加林分密度指数;  $SP_R$ . 物种丰富度;  $H'$ . 物种香农指数; D. 物种辛普森指数;  $D_{CV}$ . 胸径变异系数;  $D_{GC}$ . 胸径基尼系数; BAL. 大于对象木断面积; CI. Hegyi 竞争指数; R. 聚集指数; W. 角尺度。下同。

图2 树高与林分变量的相关性热力图

Fig. 2 Heat map of correlation between tree height and stand variables

MAE 和 MAPE 分别由 2.04 m、21.42%、1.64 m 和 20.67% 下降至 1.61 m、16.88%、1.29 m 和 16.08% (表 5)。

$$H_{ij} = 1.3 + (a_0 + a_1 H_d) e^{\left( -\frac{b_0 + b_1 S_{ij} + b_2 BAL}{D_{ij}} \right)} + \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

式中:  $a_0$ 、 $a_1$  和  $b_2$  为待估参数。

### 2.3 树高-胸径非线性混合效应模型

将随机效应分别放在参数  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  及其组合上, 共有 31 种组合, 考虑模型的收敛性、参数的显著性以及模型拟合效果, 最终将样地随机效应放在参数  $b_2$  (公式 9)。相应公式(9)的 AIC、BIC 和 RMSE 值分别为 2 953.12、2 985.73 和 1.57 m (表 6)。与广义非线性模型相比, 非线性混合效应模型的  $R^2_{adj}$  提升幅度为 2.78%, RMSE、RRMSE、MAE 和 MAPE 降幅分别为 2.48%、2.37%、2.33% 和 2.18%。云南松林树高-胸径非线性混合效应模型固定效应参数均极显著, 有明显的生物学意义(表 6), 且残差不存在显著的异方差(图 3)。表 5 中留一交叉验证结果显示基础模型 Schumacher、公式(8)及公式(9)各个评价指标均未有统计值的显著波动, 且未观察到过拟合现象。

$$H_{ij} = 1.3 + (a_0 + a_1 H_d) e^{\left( -\frac{b_0 + b_1 S_{ij} + (\mu + b_2) BAL}{D_{ij}} \right)} + \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

式中:  $\mu$  为样地的随机效应参数。

图 4 表明, 随着抽样株数增加, RMSE 和 MAE 均下降。基于模型预测准确性和实际成本的综合权衡, 本研究最终选择 RMSE 和 MAE 下降较为显著的抽样株数(4 株随机样木)来估算随机效应参数。使用公式(8)来模拟优势木平均高( $H_d$ )及大于对象

表 6 树高-胸径广义非线性模型与非线性混合效应模型的参数和随机效应方差估计

Tab. 6 Parameters of generalized nonlinear model and nonlinear mixed effects model for tree height-DBH and random effect variance estimation

类型	参数估计	公式(8)	公式(9)
固定效应参数	$a_0$	-5.110 4*** (1.013 8)	-5.423 2*** (1.283 9)
	$a_1$	1.363 1*** (0.067 7)	1.371 6*** (0.090 5)
	$b_0$	4.156 2*** (0.612 2)	3.524 1** (0.948 2)
	$b_1$	2.892 1*** (0.286 5)	2.719 2*** (0.294 1)
	$b_2$	0.060 1** (0.019 5)	0.101 8*** (0.031 2)
方差参数	$\sigma_u^2$		0.001 1
	$\sigma^2$	2.586 5	2.483 7
评价指标	AIC	2 965.78	2 953.12
	BIC	2 993.74	2 985.73
	RMSE/m	1.61	1.57

注: \*\*表示在  $P < 0.01$  水平显著, \*\*\*表示在  $P < 0.001$  水平显著;  $\sigma_u^2$  为混合效应模型随机效应  $\mu$  的方差,  $\sigma^2$  为残差方差。括号内的值为参数估计的标准误。

木断面积(BAL)对不同树种组树高的影响。结果表明,  $H_d$  与树高呈显著正相关(图 5), 而 BAL 与树高呈现负相关(图 6)。

## 3 讨 论

经过对 12 个树高-胸径基础模型的拟合与比较, 最终选择了 Schumacher 模型作为最优基础模型。在此基础上, 采用树种组作为哑变量, 并引入林分因子( $H_d$  和 BAL)对模型进行扩展, 继而纳入样地随机效应, 最终建立了云南松林树高-胸径非线性混

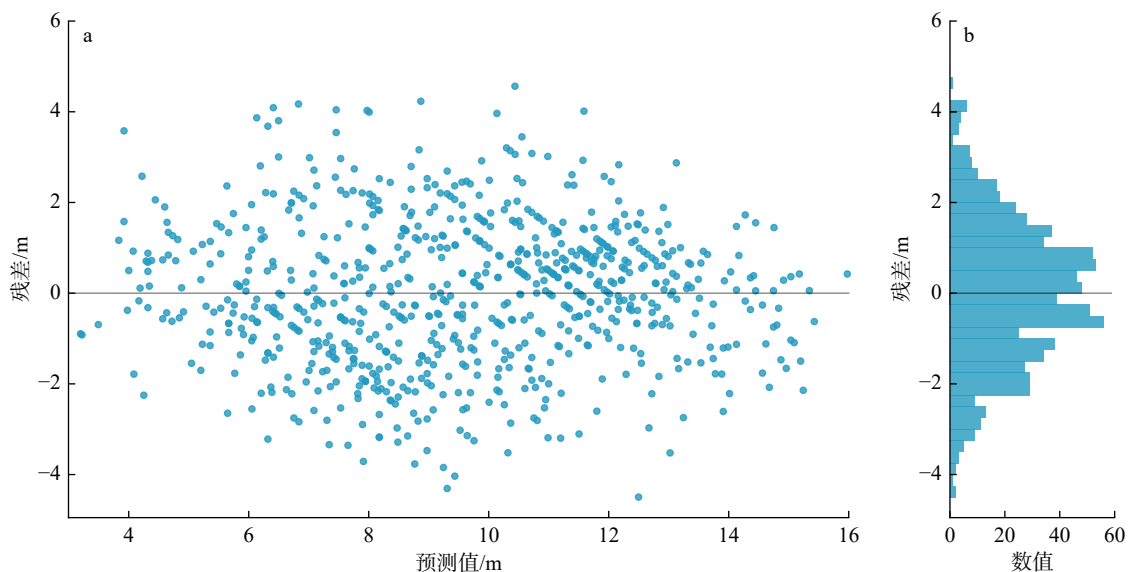


图 3 树高预测残差图(a)及残差分布直方图(b)

Fig. 3 Tree height prediction residual graph (a) and residual distribution histogram (b)

合效应模型。该模型能解释树高 74% 的变异, RMSE 为 1.57 m。留一交叉验证结果表明, 模型不存在过拟合现象, 且残差无明显异方差。与已有研究所构建的云南松树高-胸径模型<sup>[33,35]</sup>相比, 本研究提出的非线性混合效应模型具有更广泛的适用性和生物学意义, 为区域性云南松林树高曲线研究提供一种有

效的思路与途径, 并为开展区域云南松林科学经营及森林质量精准提升提供理论依据与技术支持。

在混合效应模型校正过程中, 样本数量的选择需要权衡预测精度和调查成本。臧颢等<sup>[66]</sup>推荐抽取 4 株平均木树高来估算红松树高-胸径模型的随机效应参数, Feng 等<sup>[16]</sup>也证明在中山湿性常绿阔叶林的

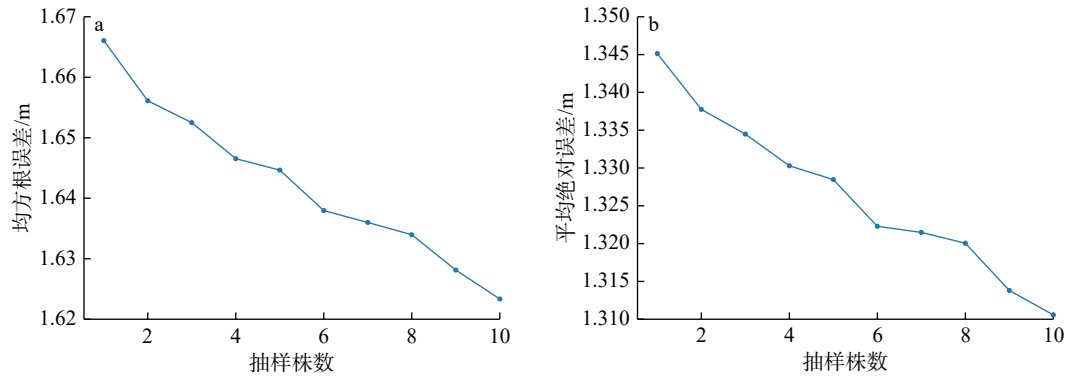


图4 对树高-胸径非线性混合效应模型(公式9)随机取样估计随机效应参数的评价结果

Fig. 4 Evaluation results of random sampling estimation of random effect parameters for nonlinear mixed effects model of tree height-DBH (formula 9)

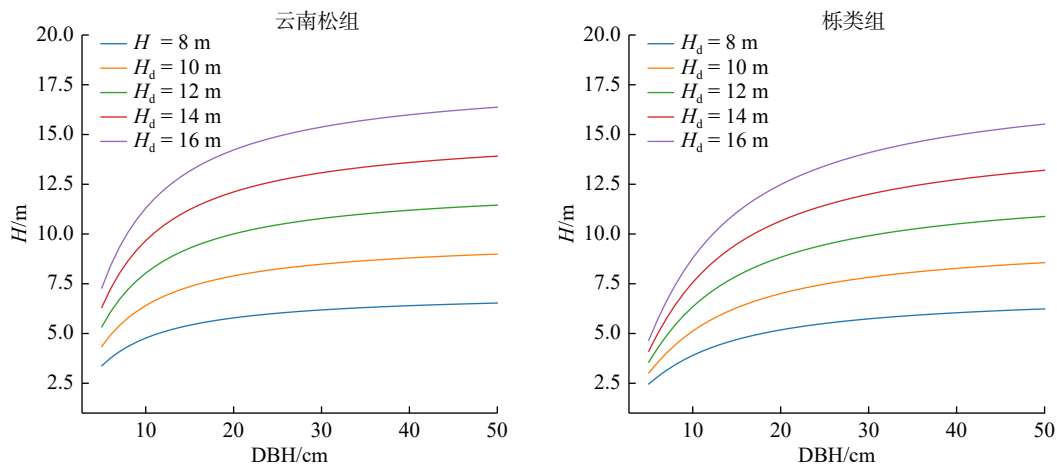


图5 固定 BAL 用公式(8)模拟树高-胸径曲线

Fig. 5 Simulating tree height-DBH curves using formula (8) for fixed BAL

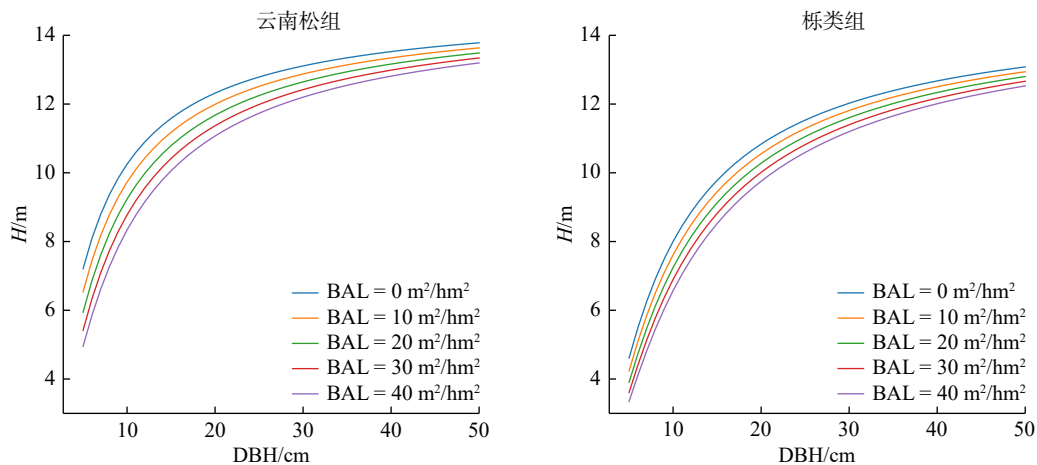


图6 固定  $H_d$  用公式(8)模拟树高-胸径曲线

Fig. 6 Using formula (8) to simulate tree height-DBH curves with fixed  $H_d$

树高-胸模型中,抽取4株来估计随机效应参数时效果最优。图4展示了RMSE和MAE随抽样株数增加的变化趋势。本研究综合考虑预测精度和调查成本后,使用4个样本来计算随机效应参数。

树高-胸径模型关系会因树种、林分差异及时间变化而发生变化<sup>[16]</sup>。因此,在本研究中将树种组作为哑变量加入模型,并选择与树高相关性强且有生物学意义的两个林分变量优势木平均高( $H_d$ )和大于对象木断面积(BAL)扩展模型。与基础模型M5相比,树高-胸径广义非线性模型(公式8) $R_{adj}^2$ 值由0.56上升到0.72, RMSE、RRMSE、MAE和MAPE分别由2.04 m、21.42%、1.64 m和20.67%下降到1.61 m、16.88%、1.29 m和16.08%(表5)。研究发现,不同树种组间参数“ $b_0$ 、 $b_1$ ”存在显著差异(表6),证明将树种组作为哑变量构建树高-胸径模型是可行的。同时,哑变量的系数为正,表明栎类的树高低于参照云南松,这与现实情况一致。

优势木平均高( $H_d$ )对树高具有显著的正向影响(图5),能反映立地质量,是森林生长与收获模型的常用变量之一<sup>[61,67-68]</sup>。立地质量与树种相关联,因此在森林经营中要遵循适地适树的原则。大量研究结果表明<sup>[27,36,69]</sup>,优势木平均高( $H_d$ )可以提高树高-胸径模型的拟合精度,这与本研究结果一致。大于对象木断面积(BAL)又被称为大树断面积,是一个与距离无关的竞争指标<sup>[11,70]</sup>,在林木生长预测及枯损模型等方面具有广泛应用<sup>[71]</sup>,也有学者将其用于研究树高-胸径的关系<sup>[19,30]</sup>。将BAL引入云南松林树高模型能够很好地描述林木个体的竞争压力,该因子与树高呈现负相关关系(图6),BAL越大,表明云南松林木个体在林分生长中受到的竞争压力越大,其树高值相应越低。因此,在森林经营中可通过调整林分密度、优化林分结构等措施,降低林木个体竞争以促进其高生长。许多研究表明<sup>[13,27,30]</sup>,气候因子对树高-胸径关系有显著影响。云南松是我国西南地区的特有树种,分布范围广。在当前气候变化背景下,下一步需要收集更多数据建立气候敏感的云南松林树高-胸径模型。

## 4 结 论

本研究基于12个常见的树高基础模型,筛选出Schumacher模型作为基础模型,并将树种组作为哑变量,同时使用优势木平均高( $H_d$ )和大于对象木断面积(BAL)这两个林分因子对模型进行扩展,继而纳入样地随机效应,最终建立了云南松林树高-胸径非线性混合效应模型。本研究提出的树高模型在模拟精度和生物学意义上超越了传统模型,具有更

广泛的适用性。通过纳入优势木平均高和对象木断面积两个关键因子,模型显著提高了对云南松林树高与胸径关系描述的准确性。该模型为森林经营实践提供了新的视角,通过适地适树、优化林分管理和结构调整,能有效促进林木生长,对森林资源管理和生态保护具有重要的科学和实践价值。

## 参 考 文 献

- [1] McDill M E, Amateis R L. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function[J]. *Forest Science*, 1992, 38(2): 409-429.
- [2] Stout B B, Shumway D L. Site quality estimation using height and diameter[J]. *Forest Science*, 1982, 28(3): 639-645.
- [3] Sullivan M J P, Lewis S L, Hubau W, et al. Field methods for sampling tree height for tropical forest biomass estimation[J]. *Methods in Ecology and Evolution*, 2018, 9(5): 1179-1189.
- [4] Rutishauser E, Noor'an F, Laumonier Y, et al. Generic allometric models including height best estimate forest biomass and carbon stocks in Indonesia[J]. *Forest Ecology and Management*, 2013, 307: 219-225.
- [5] 郭泽鑫, 胡中岳, 曹聪, 等. 广东主要森林类型林分生物量和碳储量模型研建[J]. *林业科学*, 2023, 59(12): 37-50.  
Guo Z X, Hu Z Y, Cao C, et al. Stand-level models of biomass and carbon stock for major forest types in Guangdong[J]. *Scientia Silvae Sinicae*, 2023, 59(12): 37-50.
- [6] Stovall A E L, Shugart H, Yang X. Tree height explains mortality risk during an intense drought[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 4385.
- [7] Sharma R P, Vacek Z, Vacek S, et al. A nonlinear mixed-effects height-to-diameter ratio model for several tree species based on Czech national forest inventory data[J]. *Forests*, 2019, 10(1): 70.
- [8] 樊伟, 许崇华, 崔琨, 等. 基于混合效应的大别山地区杉木树高-胸径模型比较[J]. *应用生态学报*, 2017, 28(9): 2831-2839.  
Fan W, Xu C H, Cui J, et al. Comparisons of height-diameter models of Chinese fir based on mixed effect in Dabie Mountain area, China[J]. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2017, 28(9): 2831-2839.
- [9] 王宝莹, 梁瑞婷, 谢运鸿, 等. 基于非线性分位数混合效应构建杉木树高曲线模型[J]. *北京林业大学学报*, 2023, 45(11): 33-41.  
Wang B Y, Liang R T, Xie Y H, et al. Construction of *Cunninghamia lanceolata* tree height curve model based on nonlinear quantile mixed effect[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2023, 45(11): 33-41.
- [10] Curtis R O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir[J]. *Forest Science*, 1967, 13(4): 365-375.
- [11] 赵俊卉, 亢新刚, 张慧东, 等. 长白山3个主要针叶树种的标准树高曲线[J]. *林业科学*, 2010, 46(10): 191-194.

- Zhao J H, Kang X G, Zhang H D, et al. Generalized height-diameter models for three main coniferous trees species in Changbai Mountain[J]. *Scientia Silvae Sinicae*, 2010, 46(10): 191-194.
- [12] Fortin M, van Couwenberghe R, Perez V, et al. Evidence of climate effects on the height-diameter relationships of tree species[J]. *Annals of Forest Science*, 2019, 76(1): 1-20.
- [13] 杜志, 陈振雄, 李锐, 等. 气候敏感的杉木树高-胸径非线性混合效应模型研建 [J]. 北京林业大学学报, 2023, 45(9): 52-61.
- Du Z, Chen Z X, Li R, et al. Development of climate-sensitive nonlinear mixed-effects tree height-DBH model for *Cunninghamia lanceolata*[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2023, 45(9): 52-61.
- [14] 段光爽, 李学东, 冯岩, 等. 华北落叶松天然次生林树高曲线的混合效应模型 [J]. 南京林业大学学报 (自然科学版), 2018, 42(2): 163-169.
- Duan G S, Li X D, Feng Y, et al. Developing a height-diameter relationship model with mixed random effects for *Larix principis-rupprechtii* natural secondary forests[J]. *Journal of Nanjing Forestry University (Natural Science Edition)*, 2018, 42(2): 163-169.
- [15] Ciceu A, Garcia-Duro J, Seceleanu I, et al. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for Norway spruce in mixed-uneven aged stands[J]. *Forest Ecology and Management*, 2020, 477: 118507.
- [16] Feng Y, Chai Y, Qin Y P, et al. Plant functional traits and tree size inequality improved individual tree height prediction of mid-montane humid evergreen broad-leaved forests in southwest China[J]. *Forest Ecology and Management*, 2024, 551: 121526.
- [17] 沈剑波, 雷相东, 李玉堂, 等. 基于 BP 神经网络的长白落叶松人工林林分平均高预测 [J]. 南京林业大学学报 (自然科学版), 2018, 42(2): 147-154.
- Shen J B, Lei X D, Li Y T, et al. Prediction mean height for *Larix olgensis* plantation based on Bayesian-regularization BP neural network[J]. *Journal of Nanjing Forestry University (Natural Science Edition)*, 2018, 42(2): 147-154.
- [18] 董云飞, 孙玉军, 王轶夫, 等. 基于 BP 神经网络的杉木标准树高曲线 [J]. 东北林业大学学报, 2014, 42(7): 154-156, 165.
- Dong Y F, Sun Y J, Wang Y F, et al. Generalized height-diameter model for Chinese fir based on BP neural network [J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2014, 42(7): 154-156, 165.
- [19] Skudnik M, Jevšenak J. Artificial neural networks as an alternative method to nonlinear mixed-effects models for tree height predictions[J]. *Forest Ecology and Management*, 2022, 507: 120017.
- [20] Ogana F N, Ercanli I. Modelling height-diameter relationships in complex tropical rain forest ecosystems using deep learning algorithm[J]. *Journal of Forestry Research*, 2022, 33(3): 883-898.
- [21] 邓祥鹏, 许芳泽, 赵善超, 等. 基于贝叶斯法的新疆天山云杉树高-胸径模型研究 [J]. 北京林业大学学报, 2023, 45(1): 11-20.
- Deng X P, Xu F Z, Zhao S C, et al. Tree height-DBH model for *Picea schrenkiana* in Tianshan Mountain, Xinjiang of northwestern China based on Bayesian method[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2023, 45(1): 11-20.
- [22] Zhang X, Duan A, Zhang J, et al. Estimating tree height-diameter models with the Bayesian method[J/OL]. *The Scientific World Journal*, 2014, 2014: 1-9 [2024-03-15]. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/683691>.
- [23] Adamec Z, Drápela K. Generalized additive models as an alternative approach to the modelling of the tree height-diameter relationship[J]. *Journal of Forest Science*, 2015, 61(6): 235-243.
- [24] 董灵波, 邵威威, 田栋元, 等. 基于林木分级的大兴安岭天然兴安落叶松树高曲线研究 [J]. 北京林业大学学报, 2023, 45(5): 88-96.
- Dong L B, Shao W W, Tian D Y, et al. Height curve of natural *Larix gmelinii* in the Daxing'anling Mountains of northeastern China based on forest classification[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2023, 45(5): 88-96.
- [25] Zhang B, Sajjad S, Chen K, et al. Predicting tree height-diameter relationship from relative competition levels using quantile regression models for Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) in Fujian Province, China[J]. *Forests*, 2020, 11(2): 183.
- [26] 夏洪涛, 郭晓斌, 张珍, 等. 基于不同立地质量评价指标的杉木大径材林分树高-胸径模型 [J]. 中南林业科技大学学报, 2023, 43(10): 80-88.
- Xia H T, Guo X B, Zhang Z, et al. Height-diameter model of *Cunninghamia lanceolata* large-diameter stands based on various site quality evaluation index[J]. *Journal of Central South University of Forestry & Technology*, 2023, 43(10): 80-88.
- [27] Zhang X, Chhin S, Fu L, et al. Climate-sensitive tree height-diameter allometry for Chinese fir in southern China[J]. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 2019, 92(2): 167-176.
- [28] Miranda E N, Barbosa B H G, Silva S H G, et al. Variable selection for estimating individual tree height using genetic algorithm and random forest[J]. *Forest Ecology and Management*, 2022, 504: 119828.
- [29] 张鹏, 何怀江, 范春雨, 等. 吉林蛟河针阔混交林主要树种树高-胸径模型 [J]. 林业科学研究, 2018, 31(2): 11-18.
- Zhang P, He H J, Fan C Y, et al. Height-diameter models of main tree species in broadleaf-conifer mixed forest in Jiaohe, Jilin, China[J]. *Forest Research*, 2018, 31(2): 11-18.
- [30] Xu Q, Lei X, Zang H, et al. Climate change effects on height-diameter allometric relationship vary with tree species and size for larch plantations in northern and northeastern China[J]. *Forests*, 2022, 13(3): 468.
- [31] 王丽娜, 吴俊文, 董琼, 等. 抚育间伐对云南松非结构性碳和化学计量特征的影响 [J]. 北京林业大学学报, 2021, 43(8): 70-82.

- Wang L N, Wu J W, Dong Q, et al. Effects of tending and thinning on non-structural carbon and stoichiometric characteristics of *Pinus yunnanensis*[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2021, 43(8): 70–82.
- [32] 廖声熙. 滇中云南松林景观格局、林分结构及近自然经营模式研究 [D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2008.
- Liao S X. Studies on the landscape pattern, stand structure and near nature management model of *Pinus yunnanensis* in central Yunnan, China[D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2008.
- [33] 蒋艳, 李任波, 李玻. 云南松树高-胸径生长关系模型 [J]. 内蒙古林业调查设计, 2010, 33(1): 57–59.
- Jiang Y, Li R B, Li B. Height-diameter growth relationship model of *Pinus yunnanensis*[J]. Inner Mongolia Forestry Investigation and Design, 2010, 33(1): 57–59.
- [34] 罗恒春, 张超, 魏安超, 等. 云南松林分平均高生长模型及模型参数环境解释 [J]. 北京林业大学学报, 2018, 40(4): 67–75.
- Luo H C, Zhang C, Wei A C, et al. Stand average height growth model and environmental interpretation in model parameter of *Pinus yunnanensis*[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2018, 40(4): 67–75.
- [35] 覃阳平, 李华, 李永亮, 等. 云南省主要针叶树种树高曲线模型研建 [J]. 林业资源管理, 2019, 8(4): 46–51.
- Qin Y P, Li H, Li Y L, et al. Developing models for tree height curves of main conifer species in Yunnan Province[J]. Forest Resources Management, 2019, 8(4): 46–51.
- [36] 路文燕, 董灵波, 田园, 等. 基于树种组成的大兴安岭天然林主要树种树高-胸径曲线研究 [J]. 南京林业大学学报 (自然科学版), 2023, 47(4): 157–165.
- Lu W Y, Dong L B, Tian Y, et al. Modelling height-diameter curves of main species for natural forests based on species composition in Greater Khingan Mountains, northeast China[J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Sciences Edition), 2023, 47(4): 157–165.
- [37] Akaike H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716–723.
- [38] Schwarz G. Estimating the dimension of a model[J]. The Annals of Statistics, 1978, 6(2): 461–464.
- [39] Stage A R. Prediction of height increment for models of forest growth[M]. Ogden: Intermountain Forest and Range Experiment Station, Forest Service, US Department of Agriculture, 1975: 164.
- [40] Wykoff W. User's guide to the stand prognosis model[M]. Ogden: Intermountain Forest and Range Experiment Station, Forest Service, US Department of Agriculture, 1982: 133.
- [41] Bates D M, Watts D G. Relative curvature measures of nonlinearity[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1980, 42(1): 1–16.
- [42] Näslund M. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog[M]. Stockholm: Meddelanden Från Statens Skogsförsöksanstalt, 1936.
- [43] Schumacher F X. A new growth curve and its application to timber yield studies[J]. Journal of Forestry, 1939, 37(11): 819–820.
- [44] Ratkowsky D A. Handbook of non-linear regression models[M]. New York: Marcel Dekker, 1990.
- [45] Winsor C P. The Gompertz curve as a growth curve[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1932, 18(1): 1–8.
- [46] Yang R C, Kozak A, Smith J H G. The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves[J]. Canadian Journal of Forest Research, 1978, 8(4): 424–431.
- [47] Richards F J. A flexible growth function for empirical use[J]. Journal of Experimental Botany, 1959, 10(2): 290–301.
- [48] Peschel W. Mathematical methods for growth studies of trees and forest stands and the results of their application[J]. Tharandter Forstliches Jahrbuch, 1938, 89: 169–247.
- [49] Lundqvist B. On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in northern Sweden[J]. Medd Fran Statens Skogforsk, 1957, 47(2): 1–64.
- [50] Long J N, Daniel T W. Assessment of growing stock in uneven-aged stands[J]. Western Journal of Applied Forestry, 1990, 5(3): 93–96.
- [51] Huang S, Wiens D P, Yang Y, et al. Assessing the impacts of species composition, top height and density on individual tree height prediction of quaking aspen in boreal mixedwoods[J]. Forest Ecology and Management, 2009, 258(7): 1235–1247.
- [52] 孟宪宇. 测树学 [M]. 3 版. 北京: 中国林业出版社, 2006: 43–59.
- Meng X Y. Forest mensuration[M]. 3rd ed. Beijing: China Forestry Publishing House, 2006: 43–59.
- [53] Ouzennou H, Pothier D, Raulier F. Adjustment of the age-height relationship for uneven-aged black spruce stands[J]. Canadian Journal of Forest Research, 2008, 38(7): 2003–2012.
- [54] 张金屯. 数量生态学 [M]. 3 版. 北京: 科学出版社, 2018: 106–112.
- Zhang J T. Numerical ecology[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2018: 106–112.
- [55] Ouyang S, Xiang W H, Wang X P, et al. Effects of stand age, richness and density on productivity in subtropical forests in China[J]. Journal of Ecology, 2019, 107(5): 2266–2277.
- [56] Lexerød N L, Eid T. An evaluation of different diameter diversity indices based on criteria related to forest management planning[J]. Forest Ecology and Management, 2006, 222(1–3): 17–28.
- [57] Clark P J, Evans F C. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations[J]. Ecology, 1954, 35(4): 445–453.
- [58] 惠刚盈. 角尺度: 一个描述林木个体分布格局的结构参数 [J]. 林业科学, 1999, 35(1): 39–44.
- Hui G Y. The neighbourhood pattern-a new structure parameter for describing distribution of forest tree position[J]. Scientia Silvae Sinicae, 1999, 35(1): 39–44.

- [59] Lindstrom M J, Bates D M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data[J]. *Biometrics*, 1990, 46(3): 673.
- [60] Meng S X, Huang S. Improved calibration of nonlinear mixed-effects models demonstrated on a height growth function[J]. *Forest Science*, 2009, 55(3): 238–248.
- [61] Calama R, Montero G. Multilevel linear mixed model for tree diameter increment in stone pine (*Pinus pinea*): a calibrating approach[J]. *Silva Fennica*, 2005, 39(1): 37–54.
- [62] Crecente-Campo F, Tomé M, Soares P, et al. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain[J]. *Forest Ecology and Management*, 2010, 259(5): 943–952.
- [63] Ogana F N, Gorgoso-Varela J J. A nonlinear mixed-effects tree height prediction model: Application to *Pinus pinaster* Ait in Northwest Spain[J]. *Trees, Forests and People*, 2020, 1: 100003.
- [64] Pinheiro J, Bates D, DebRoy S, et al. Nlme: linear and nonlinear mixed effects models[EB/OL]. (2023–11–27) [2024–04–08]. <https://cran.r-project.org/web/packages/nlme/index.html>.
- [65] Hunter J D. Matplotlib: a 2D graphics environment[J]. *Computing in Science & Engineering*, 2007, 9(3): 90–95.
- [66] 臧颢, 雷相东, 张会儒, 等. 红松树高-胸径的非线性混合效应模型研究[J]. *北京林业大学学报*, 2016, 38(6): 8–16.
- Zang H, Lei X D, Zhang H R, et al. Nonlinear mixed-effects height-diameter model of *Pinus koraiensis*[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2016, 38(6): 8–16.
- [67] Sharma R P, Vacek Z, Vacek S, et al. Modelling individual tree height-diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe[J]. *Trees*, 2019, 33(1): 103–119.
- [68] Fu L, Sharma R P, Hao K, et al. A generalized interregional nonlinear mixed-effects crown width model for Prince Rupprecht larch in northern China[J]. *Forest Ecology and Management*, 2017, 389: 364–373.
- [69] Patrício M S, Dias C R G, Nunes L. Mixed-effects generalized height-diameter model: a tool for forestry management of young sweet chestnut stands[J]. *Forest Ecology and Management*, 2022, 514: 120209.
- [70] 杨惠滨, 国庆喜. 地形与竞争因子对红松胸径与年龄关系的影响[J]. *生态学报*, 2016, 36(20): 6487–6495.
- Yang H B, Guo Q X. Influence of topography and competitive factors on the relationship between DBH and of Korean pine[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2016, 36(20): 6487–6495.
- [71] 李春明. 基于 Cox 比例风险函数及混合效应的落叶松云冷杉混交林林木枯损模型研究[J]. *林业科学研究*, 2020, 33(3): 92–98.
- Li C M. Mortality model of *Larix olgensis-Abies nephrolepis-Picea jazoensis* mixed stands based on cox proportional hazard function and mixed effect model[J]. *Forest Research*, 2020, 33(3): 92–98.

(责任编辑 范娟  
责任编委 张会儒)