

DOI:10.12171/j.1000-1522.20240272

基于广义加性模型的落叶松树冠半径模型研建

姜佟燃 燕云飞 姜立春

(东北林业大学林学院, 森林生态系统可持续经营教育部重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150040)

摘要:【目的】利用广义加性模型理论构建落叶松树冠半径模型, 并与聚合法构建的可加性树冠半径模型进行预测精度对比, 以期落叶松树冠半径和冠幅预测提供理论依据和实际指导。【方法】以黑龙江省大兴安岭 68 块天然林样地 3 444 株落叶松为研究对象, 从 8 个冠幅-胸径基础模型拟合结果中, 分别选择赤池信息量准则和贝叶斯信息量准则最小的模型作为各树冠半径的基础模型。在最优基础模型中引入单木和林分因子, 构建广义模型。基于构建的广义模型, 分别采用聚合法和广义加性模型理论构建树冠半径相容性模型系统。【结果】(1)基础模型拟合结果表明: 不同方向树冠半径的最优基础模型存在差异。(2)在不同方向树冠半径的基础模型中, 分别引入枝下高、每公顷断面积和林分平均胸径等变量, 这些变量均能提高模型的拟合效果。在此基础上, 构建了包含单木尺寸和竞争变量的各方向树冠半径的广义模型。(3)基于聚合法和广义加性模型构建的树冠半径和冠幅相容性模型系统综合对比表明: 广义加性模型表现出较好的拟合效果和预测精度, 树冠半径和冠幅的预测均优于聚合法模型。【结论】落叶松各树冠半径表现出不同的生长趋势。在落叶松树冠半径模型中, 广义加性模型预测精度优于聚合法。广义加性模型不但对模型假设要求不严, 还简化了预测变量和响应变量之间的选择过程。因此, 从模型假设和应用便利性角度, 推荐广义加性模型预测该区域落叶松树冠半径和冠幅。

关键词: 落叶松; 冠幅; 树冠半径; 聚合法; 可加性模型

中图分类号: S791.22; S757; S758.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1522(2025)03-0073-10

引文格式: 姜佟燃, 燕云飞, 姜立春. 基于广义加性模型的落叶松树冠半径模型研建 [J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(3): 73-82. Jiang Tongran, Yan Yunfei, Jiang Lichun. Construction of crown radius models for *Larix gmelinii* based on generalized additive model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(3): 73-82.

Construction of crown radius models for *Larix gmelinii* based on generalized additive model

Jiang Tongran Yan Yunfei Jiang Lichun

(School of Forestry, Key Laboratory of Sustainable Forest Ecosystem Management of Ministry of Education, Northeast Forestry University, Harbin 150040, Heilongjiang, China)

Abstract: [Objective] This study aims to develop crown radius models for *Larix gmelinii* based on the theory of generalized additive model (GAM), and compares the predictive accuracy with the aggregation for crown radius and crown width, and providing theoretical foundations and practical guidance for predictions of crown radius and crown width in *Larix gmelinii*. [Method] The research subjects were 3 444 *Larix gmelinii* trees from 68 natural forest plots in the Greater Khingan Mountains of Heilongjiang Province, northeastern China. From eight crown width-diameter base model fitting results, the model with the smallest Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC) was selected as the base models for each crown radius. Single-tree and stand factors were introduced into the optimal base models to

收稿日期: 2024-08-22 修回日期: 2025-02-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(32271866)。

第一作者: 姜佟燃, 主要研究方向: 林分生长与收获模型。Email: 1571309384@qq.com 地址: 150040 黑龙江省哈尔滨市香坊区和兴路 26 号东北林业大学林学院。

责任作者: 姜立春, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 林分生长与收获模型。Email: jlichun@nefu.edu.cn 地址: 同上。

本刊网址: <http://j.bjfu.edu.cn>; <http://journal.bjfu.edu.cn>

construct the generalized models. Based on the constructed generalized models, the aggregation and GAM theory were used to build a system of compatible models for each crown radius. [Result] (1) The base model fitting results indicated that the optimal base models varied for crown radii in different directions. (2) Introducing variables such as height to the crown base, basal area, and quadratic mean DBH into the base models for different crown radius directions all improved the model fitting effects. Subsequently, generalized models containing single-tree size and competition variables were constructed for each crown radius. (3) The comprehensive comparison of compatible models of crown radius and crown width based on the aggregation and GAM methods showed that GAM had better fitting effects and predictive accuracy, and the predictions for both crown radius and crown width was better than that of aggregation method. [Conclusion] Each crown radius of *Larix gmelinii* exhibits different growth trends. In the crown radius model for *Larix gmelinii*, the predictive accuracy of GAM is superior to that of aggregation. GAM not only does not require strict model assumption but also simplifies the selection process between predictor and response variables. Therefore, from the perspectives of model assumptions and application convenience, GAM is recommended for predicting crown radius and crown width in this region's *Larix gmelinii* forests.

Key words: *Larix gmelinii*; crown width; crown radius; aggregation method; additive model

树冠是树木进行光合作用的重要场所,它决定树木的活力和生产力,也是反映树木长期竞争水平的重要指标^[1]。冠幅是描述树冠生长的重要指标之一,既可以计算树木的竞争指数,亦可作为协变量预测树高或胸径生长量^[2]。树冠半径是林业调查中最基本、最重要的变量之一,通常需从东、南、西、北4个方向分别测量^[3]。树木在林分中的分布通常是随机的,这导致单株树木受到复杂的林分条件、定向太阳辐射和邻近树木竞争的多重影响^[4-5]。树冠具有可塑性和向光性,能够利用空余空间生长形成最佳冠层^[6-8]。因此,4个方向的树冠半径通常具有不同的生长发育特征,往往会形成不对称或不规则的树冠^[5,9-10]。了解树冠半径在4个方向上的生长特征对于评估树木健康和竞争力至关重要^[9]。然而,现有树冠半径模型多假设各方向生长趋势一致,未纳入方向性差异参数,仅以单一模型模拟所有方向的树冠半径,忽略了树冠不对称现象^[10-11]。

为了使树冠半径和冠幅的预测结果更符合生物学逻辑,近年来,有学者提出使用与生物量可加性方法相似的聚合法(aggregation)、分解法和平差法等解决树冠半径和冠幅的可加性问题^[10-12]。就可加性方法总体比较来看,聚合法的预测精度较高^[11-12]。然而,可加性方法都是参数方法,在模型构建时不但要考虑独立、正态和方差同质性的假设前提,还要考虑变量的多重共线性,这在一定程度上增加了模型构建和拟合的难度。

为了应对参数方法在处理树冠半径和冠幅预测中的局限性,半参数方法提供了一种有效的替代方案^[13]。其中,广义加性模型(generalized additive model, GAM)作为一种常用的半参数方法,是广义

线性模型的扩展。GAM通过应用光滑函数(如样条)来构建模型,其核心假设在于函数的可加性和光滑性^[14]。该模型具有数据驱动性,即模型形式由数据中的经验信息驱动,而非依赖于预先设定的结构^[15]。与传统的参数方法相比,GAM不仅具有更高的灵活性,而且对异常值表现出较强的鲁棒性^[13]。这种方法已经应用于一些林业模型构建,包括立地生产力^[16]、物种分布^[17]和削度方程^[18]等,但基于GAM构建树冠半径与冠幅相容性模型的研究仍鲜见报道。因此,本研究以大兴安岭的落叶松(*Larix gmelinii*)为研究对象,基于GAM理论构建树冠半径模型,并将其与传统可加性方法中的聚合法进行对比。通过对比两种方法的预测性能并量化协变量影响,旨在为落叶松树冠半径和冠幅的预测提供理论依据。

1 研究区概况与研究方法

1.1 研究区概况与数据收集

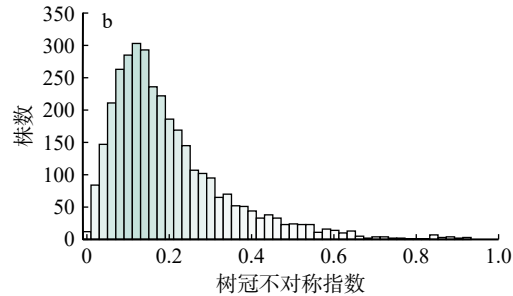
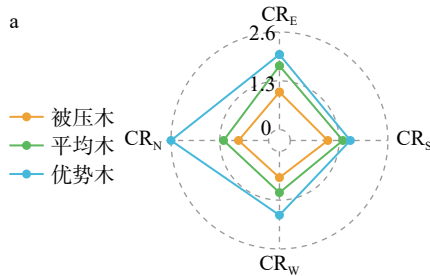
研究区位于黑龙江省大兴安岭新林林业局(123°41'~125°25'E, 51°20'~52°10'N)。该在大兴安岭地区东部,属寒温带大陆性气候。年平均气温-3.0℃,气温年较差大。年降水量550.7mm,主要集中在7—8月份。全年日照时数为2294.3h,日照百分率为51%~56%。年平均风速2~3m/s。

本研究共获取68块落叶松天然林临时样地的实测数据,包含3444株样木。基于森林资源调查技术规范,样地设置避开了河流、林隙等干扰区域,并通过控制林缘与样地边缘距离消除边缘效应。样地面积200~1000m²,覆盖了广泛的林分密度和立地条件(如海拔、坡度、坡位和坡向等)。

在每块样地, 测定树木(胸径 ≥ 5 cm)的胸径、树高、枝下高以及东南西北 4 个方向的冠径。根据实测数据计算冠幅、冠长、冠长率、林分平均胸径、优势木高、大于对象木断面积和、高径比、林分密度以及每公顷断面积等单木和林分信息(表 1)。在每 100 m² 面积的样地上测一株最高树木的树高, 以整个标准地或样地内所选测树木树高平均值作为优势木高。冠幅是东西和南北两个方向上的两个树冠直径的平均值, 由东、西、南、北 4 个树冠半径计算得到。为直观展示落叶松树冠半径不对称的现象, 随机抽取一块样地, 从该样地中随机抽取一株优势木、一株平均木和一株被压木, 并将其树冠半径绘制成雷达图(图 1a), 可以看出, 4 个方向的树冠表现出不对称的现象。此外, 根据公式(1)计算全部样地树木的树冠不对称指数(canopy asymmetry index, CAI)^[5]。

$$CAI = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \frac{|\overline{R}_i - \vec{R}_i|}{\overline{R}_i + \vec{R}_i} \quad (1)$$

式中: N_p 是成对的树冠半径测量值的次数; \overline{R}_i 和 \vec{R}_i 分别代表第 i 对在树冠两个相对方向测量的半径。CAI=0 表示完全对称, CAI=1 表示极度不对称。



CR_E、CR_S、CR_W、CR_N 分别为东冠半径、南冠半径、西冠半径、北冠半径

图 1 树冠半径的雷达图(a)与树冠不对称指数频数(b)

Fig. 1 Radar plots of crown radius (a) and frequency distribution of crown asymmetry indices (b)

从全部样地树冠不对称指数的分布频数(图 1b)可以看出, 大多数树木表现出不同程度的树冠不对称。鉴于此, 我们决定为不同方向的树冠半径构建单独的模型。单独建模更符合落叶松树冠生长不对称的生物学规律。

1.2 研究方法

1.2.1 基础模型和引入协变量模型的构建

选择目前国内外学者们常用的 8 个冠幅—胸径模型作为基础候选模型^[19-22](表 2), 其中 M7 和 M8 为三参数模型, 其余模型为二参数模型。

基于树冠半径基础模型, 使用逐步回归法, 确定并在模型中增加对冠幅影响较大的单木变量和林分变量, 以提高模型的预测精度。同时为避免模型的

表 1 落叶松天然林基本信息

变量	均值	最小值	最大值	标准差
胸径(D)/cm	10.74	5.00	28.20	4.10
树高(H)/m	10.80	3.40	23.30	3.20
枝下高(H _{CB})/m	5.32	0.60	14.40	2.29
林分平均胸径(D _g)/cm	11.44	9.19	15.02	1.29
优势木高(H _D)/m	15.68	11.13	20.20	2.16
优势木胸径(D _D)/cm	19.48	13.96	27.10	2.60
高径比(RHD)/(m·cm ⁻¹)	1.05	0.49	1.99	0.22
冠长(CL)/cm	5.48	0.70	14.60	2.05
冠长率(RCL)	0.51	0.08	0.90	0.14
每公顷断面积(A _B)/(m ² ·hm ⁻²)	18.73	4.53	37.42	8.03
林分密度(N)/(株·hm ⁻²)	1 837	528	4 400	8.35
大于对象木断面积和(BAL)/(m ² ·hm ⁻²)	12.60	0.00	37.42	7.78
东冠半径(CR _E)/m	1.25	0.10	4.60	0.51
南冠半径(CR _S)/m	1.30	0.10	3.50	0.49
西冠半径(CR _W)/m	1.24	0.10	4.50	0.50
北冠半径(CR _N)/m	1.22	0.10	4.00	0.52
冠幅(CW)/m	2.50	0.40	6.40	0.76

表 2 候选基础模型

序号	基础模型	模型形式	文献
M1	CW = b ₀ + b ₁ D	线性函数	[23-24]
M2	CW = b ₀ D ^{b₁}	幂函数(无截距)	[23-24]
M3	CW = b ₀ (1 - exp(-b ₁ D))	单分子式	[23]
M4	CW = (D / (b ₀ + b ₁ D)) ²	豪斯费尔德I型	[23]
M5	CW = exp(b ₀ + b ₁ D)	生长型	[24]
M6	CW = 1 / (b ₀ + b ₁ D)	豪斯费尔德	[25]
M7	CW = b ₀ + b ₁ D + b ₂ D ²	二次型	[23-24]
M8	CW = b ₀ + b ₁ D ^{b₂}	幂函数(有截距)	[3]

注: b₀、b₁和b₂为模型参数。

过度参数化和变量间的共线性,使用方差膨胀因子(variance inflation factor, VIF < 5)来判断自变量间的多重共线性。

1.2.2 聚合法

聚合法由 Parresol^[26]提出,近年来被广泛应用于构建可加性生物量模型^[27]。该方法用于冠径和冠幅模型不仅可以保证各分量(东冠半径、南冠半径、西冠半径、北冠半径)相加的一半等于冠幅(即冠幅可加性),而且还能体现各分量间的相关关系。

$$\begin{cases} CR_E = f_E(D, X_1, \dots, X_j) + \varepsilon_E \\ CR_S = f_S(D, X_1, \dots, X_j) + \varepsilon_S \\ CR_W = f_W(D, X_1, \dots, X_j) + \varepsilon_W \\ CR_N = f_N(D, X_1, \dots, X_j) + \varepsilon_N \\ CW = (\widehat{CR}_E + \widehat{CR}_S + \widehat{CR}_W + \widehat{CR}_N) / 2 + \varepsilon_T \end{cases} \quad (2)$$

式中: D 为胸径; X_j 表示 4 个方向引入的协变量(如枝下高、林分平均胸径等), j 为变量个数,在不同方向, j 值不一定相同; CR_E 、 CR_S 、 CR_W 、 CR_N 和 CW 分别为东冠半径、南冠半径、西冠半径、北冠半径和冠幅; \widehat{CR}_E 、 \widehat{CR}_S 、 \widehat{CR}_W 和 \widehat{CR}_N 分别为东冠半径、南冠半径、西冠半径和北冠半径的估计值; ε_E 、 ε_S 、 ε_W 、 ε_N 和 ε_T 分别表示东冠半径、南冠半径、西冠半径、北冠半径和冠幅的随机误差项。

1.2.3 广义加性模型

广义加性模型由多个变量的加性项组成,每个加性项可以使用不同的光滑样条函数进行估计,根据计算结果,可以解释所求因变量是如何随自变量的变化而变化^[28]。构建广义加性模型时,需要考虑不同光滑样条函数。可供选择的样条函数有多种,如 P-样条(P-splines, PS), B-样条(B-spline, BS), 三次回归样条(cubic regression spline, CR), Duchon 样条(Duchon spline, DS), 薄板回归样条(thin plate regression splines, TP), 高斯过程平滑样条(Gaussian process smooth spline, GP)等。本文利用这 6 个光滑样条函数构建落叶松树冠半径的广义加性模型。使用不同的样条函数对加性项进行组合,发现所有加性项使用同一光滑样条函数的精度高于使用不同样条函数组合^[29]。

$$\begin{cases} CR_E = \alpha_E + S_E(D) + S_E(X_1) + \dots + S_E(X_j) + \varepsilon_E \\ CR_S = \alpha_S + S_S(D) + S_S(X_1) + \dots + S_S(X_j) + \varepsilon_S \\ CR_W = \alpha_W + S_W(D) + S_W(X_1) + \dots + S_W(X_j) + \varepsilon_W \\ CR_N = \alpha_N + S_N(D) + S_N(X_1) + \dots + S_N(X_j) + \varepsilon_N \\ CW = (\widehat{CR}_E + \widehat{CR}_S + \widehat{CR}_W + \widehat{CR}_N) / 2 + \varepsilon_T \end{cases} \quad (3)$$

式中: α_E 、 α_S 、 α_W 和 α_N 分别对应东冠半径、南冠半径、西冠半径和北冠半径的距截; S_E 、 S_S 、 S_W 和 S_N 分

别对应东冠半径、南冠半径、西冠半径和北冠半径选择的非参数光滑样条。

利用 R 软件 systemfit 包中的 nlsystemfit 函数, 联立各冠半径方程组进行参数估计; mgcv 包中的 gamm 函数进行广义加模型的参数估计。

1.2.4 模型评价指标

本研究模型的检验采用十折交叉验证法。基础模型的选择、广义模型变量的确定和样条函数的选择通过赤池信息量准则(Akaike information criterion, AIC)和贝叶斯信息准则(Bayesian information criterion, BIC)确定。采用平均绝对误差、相对百分误差、均方根误差和调整决定系数(R_{adj}^2)拟合和检验模型精度。

2 结果与分析

2.1 基础模型确定

基于各树冠半径数据,利用 R 软件的 nls 和 lm 语句分别拟合表 2 的线性和非线性基础模型,得到各模型的评价结果(表 3)。各模型对不同方向冠半径的适用性不同。二参数模型和三参数模型的拟合效果较为接近,两者之间的差异不显著,但二参数模型形式简单。因此,东冠半径选用模型 M1,南冠半径选用模型 M2,西冠半径和北冠半径选用模型 M5。

2.2 聚合法模型的构建

为提高模型的拟合效果,选择枝下高(H_{CB})、每公顷断面积(A_B)和林分平均胸径(D_g)作为协变量加入到基础模型中,构建含协变量的模型系统(表 4)。基于聚合法模型系统的参数估计值见表 5,所有结果均显著($P < 0.01$)。

$$\begin{cases} CR_E = b_{0E} + b_{2E}H_{CB} + b_{3E}A_B + b_{4E}D_g + b_{1E}D + \varepsilon_E \\ CR_S = (b_{0S} + b_{2S}H_{CB} + b_{3S}A_B)D^{b_{1S}} + \varepsilon_S \\ CR_W = \exp(b_{0W} + b_{2W}H_{CB} + b_{3W}A_B + b_{1W}D) + \varepsilon_W \\ CR_N = \exp(b_{0N} + b_{2N}H_{CB} + b_{3N}A_B + b_{1N}D) + \varepsilon_N \\ CW = (\widehat{CR}_E + \widehat{CR}_S + \widehat{CR}_W + \widehat{CR}_N) / 2 + \varepsilon_T \end{cases} \quad (4)$$

式中: b_{0E} 、 b_{1E} 、 b_{2E} 、 b_{3E} 、 b_{4E} 、 b_{0S} 、 b_{1S} 、 b_{2S} 、 b_{3S} 、 b_{0W} 、 b_{1W} 、 b_{2W} 、 b_{3W} 、 b_{0N} 、 b_{1N} 、 b_{2N} 、 b_{3N} 均为模型参数。

2.3 广义加性模型的构建

基于广义加性模型定义,构建与模型系统(4)具有相同变量的广义加性模型,表达式为

$$\begin{cases} CR_E = \alpha_E + S_E(D) + S_E(A_B) + S_E(H_{CB}) + S_E(D_g) + \varepsilon_E \\ CR_S = \alpha_S + S_S(D) + S_S(A_B) + S_S(H_{CB}) + \varepsilon_S \\ CR_W = \alpha_W + S_W(D) + S_W(A_B) + S_W(H_{CB}) + \varepsilon_W \\ CR_N = \alpha_N + S_N(D) + S_N(A_B) + S_N(H_{CB}) + \varepsilon_N \\ CW = (\widehat{CR}_E + \widehat{CR}_S + \widehat{CR}_W + \widehat{CR}_N) / 2 + \varepsilon_T \end{cases} \quad (5)$$

表 3 基础模型的 AIC 和 BIC 值
Tab. 3 AIC and BIC values of basic models

冠径	评价指标	模型							
		M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
CR _E	AIC	-5 521.6	-5 513.3	-5 465.8	-5 467.1	-5 512.7	-5 469.8	-5 519.9	-5 519.6
	BIC	-5 509.3	-5 501.0	-5 453.5	-5 454.8	-5 500.4	-5 457.5	-5 501.5	-5 501.2
CR _S	AIC	-5 903.0	-5 908.2	-5 870.5	-5 874.0	-5 872.8	-5 804.7	-5 905.3	-5 845.4
	BIC	-5 890.7	-5 895.9	-5 858.2	-5 861.7	-5 860.5	-5 792.4	-5 886.9	-5 826.9
CR _W	AIC	-5 618.8	-5 605.3	-5 548.0	-5 555.2	-5 619.7	-5 594.6	-5 619.2	-5 617.7
	BIC	-5 606.5	-5 593.0	-5 535.7	-5 542.9	-5 607.4	-5 582.3	-5 600.8	-5 599.2
CR _N	AIC	-5 201.0	-5 184.6	-5 129.1	-5 135.5	-5 205.7	-5 187.6	-5 203.2	-5 201.8
	BIC	-5 188.7	-5 172.3	-5 116.8	-5 123.2	-5 193.4	-5 175.3	-5 184.8	-5 183.4

注: AIC为赤池信息量准则, BIC为贝叶斯信息准则。

表 4 不同树冠半径模型的变量组合和拟合指标
Tab. 4 Variable combination and fitting indexes of models with different crown radii

冠径	模型组合	AIC
CR _E	基础模型	-5 521.6
	基础模型 + H_{CB}	-5 612.8
	基础模型 + $H_{CB}+A_B$	-5 642.6
	基础模型 + $H_{CB}+A_B+D_g$	-5 660.6
CR _S	基础模型	-5 908.2
	基础模型 + H_{CB}	-6 095.5
	基础模型 + $H_{CB}+A_B$	-6 119.1
CR _W	基础模型	-5 619.7
	基础模型 + H_{CB}	-5 751.1
	基础模型 + $H_{CB}+A_B$	-5 813.5
CR _N	基础模型	-5 205.7
	基础模型 + H_{CB}	-5 300.2
	基础模型 + $H_{CB}+A_B$	-5 353.1

注: H_{CB} , 枝下高; A_B , 每公顷断面积; D_g , 林分平均胸径。

为确定在各树冠半径上表现最好的样条函数, 使用 6 个样条函数分别进行拟合(表 6)。DS 样条函数在各树冠半径上的拟合效果最佳, 因此本研究选择 DS 样条函数作为最优光滑样条函数, 并用于后续的拟合对比分析。基于 DS 样条函数进一步拟合各树冠半径(表 7)。各参数项和非参数项的 P 值均小于 0.001, 表明各变量 D 、 H_{CB} 、 A_B 和 D_g 对各树冠半径变化有显著的影响。各树冠半径与枝下高呈线性关系, 与其他各变量之间呈非线性关系。

偏残差分析得到, 树冠半径随胸径增加而增大, 与枝下高呈负相关。随林分平均胸径增加, 树冠半径先增大后减小, 随后再次增大。在 $15 \sim 25 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 的每公顷断面积(A_B)区间内, 树冠半径与 A_B 之间的关系具有较高的统计显著性, 表明该区间内的模型拟合置信度较高。当每公顷断面积在 $15 \sim 18 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 时, 树冠半径随 A_B 的增加而增加, 在 $18 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 处达到拐点; 在 $18 \sim 22 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 时, 树冠半径随 A_B 的增加而减小; 在 $22 \sim 25 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 时, 树冠半径再次随 A_B 的增加而增加(图 2)。

2.4 模型评价与验证

评价结果显示, 广义加性模型的表现优于聚合

表 5 基于聚合法模型参数估计和显著性检验

Tab. 5 Model parameter estimation and significance test based on aggregation method

冠径	b_0		b_1		b_2		b_3		b_4	
	估计值	P	估计值	P	估计值	P	估计值	P	估计值	P
CR _E	0.828 4	0.000	-0.042 4	0.000	0.005 3	0.000	-0.018 7	0.000	0.071 6	0.001
CR _S	0.367 1	0.000	-0.012 3	0.000	0.001 1	0.000	0.602 9	0.000		
CR _W	-0.216 0	0.000	-0.041 5	0.000	0.005 8	0.000	0.049 9	0.000		
CR _N	-0.221 4	0.000	-0.036 7	0.000	0.005 5	0.000	0.048 1	0.000		

表6 基于不同样条函数的树冠半径模型函数的 AIC 和 BIC 值
Tab. 6 AIC and BIC values of the model function with different crown radii

冠径	评价指标	样条函数					
		BS	CR	DS	GP	PS	TP
CR _E	AIC	-5 829.1	-5 873.1	-5 874.2	-5 871.7	-5 827.6	-5 871.8
	BIC	-5 798.4	-5 842.4	-5 843.4	-5 840.9	-5 796.8	-5 841.1
CR _S	AIC	-6 233.2	-6 253.3	-6 257.3	-6 253.5	-6 232.1	-6 253.7
	BIC	-6 208.7	-6 228.7	-6 232.7	-6 228.9	-6 207.6	-6 229.1
CR _W	AIC	-5 997.9	-6 000.3	-6 010.2	-6 009.5	-5 996.2	-6 009.9
	BIC	-5 973.3	-5 975.7	-5 985.6	-5 985.0	-5 971.6	-5 985.3
CR _N	AIC	-5 493.0	-5 545.9	-5 552.1	-5 538.0	-5 492.8	-5 535.4
	BIC	-5 468.4	-5 521.3	-5 527.5	-5 513.4	-5 468.2	-5 510.9

表7 广义加性模型各树冠半径拟合结果
Tab. 7 Fitting results for each crown radius of generalized additive model

冠径	参数项					非参数项			
	截距	估计值	SE	<i>t</i>	<i>P</i>	平滑项	df	<i>F</i>	<i>P</i>
CR _E	α_E	1.244 7	0.007 3	171.2	< 0.001	$S_E(D)$	3.63	316.14	< 0.001
						$S_E(A_B)$	9.50	13.15	< 0.001
						$S_E(H_{CB})$	1.00	97.70	< 0.001
						$S_E(D_g)$	5.96	8.49	< 0.001
CR _S	α_S	1.298 9	0.006 9	188.9	< 0.001	$S_S(D)$	3.92	343.22	< 0.001
						$S_S(A_B)$	9.82	17.31	< 0.001
						$S_S(H_{CB})$	1.00	202.34	< 0.001
CR _W	α_W	1.236 4	0.007 1	173.5	< 0.001	$S_W(D)$	4.62	251.17	< 0.001
						$S_W(A_B)$	9.58	24.01	< 0.001
						$S_W(H_{CB})$	1.00	190.18	< 0.001
CR _N	α_N	1.218 1	0.007 6	159.9	< 0.001	$S_N(D)$	3.70	247.64	< 0.001
						$S_N(A_B)$	10.26	21.64	< 0.001
						$S_N(H_{CB})$	1.00	108.55	< 0.001

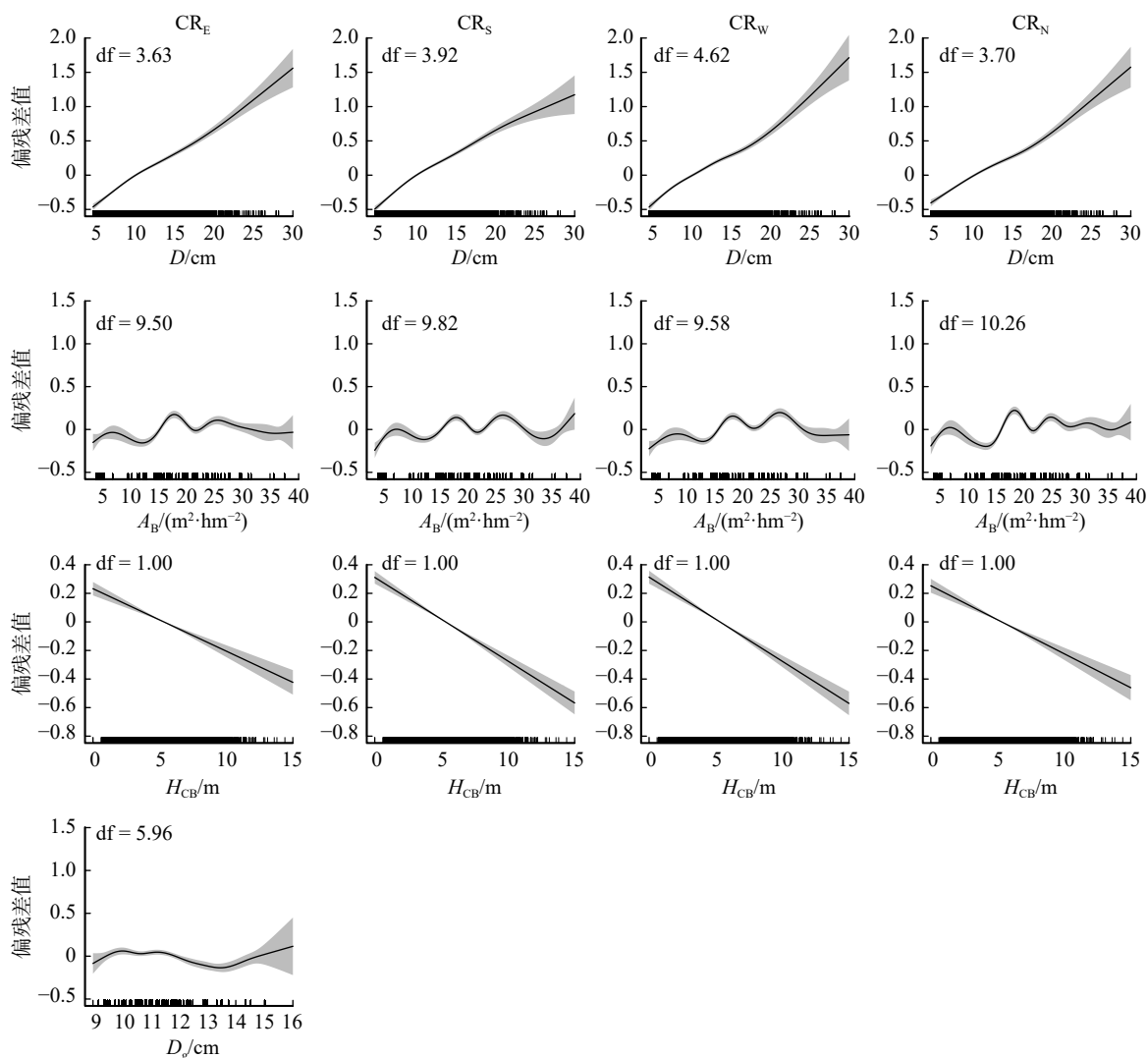
注： α_E 、 α_S 、 α_W 和 α_N 表示树冠半径对应的截距， S_E 、 S_S 、 S_W 和 S_N 表示各树冠半径选择的DS样条函数。

法模型(表8)。从建模数据来看,相对于聚合法,基于广义加性模型冠幅拟合的MAE、MPB、RMSE分别降低6.8%、6.8%、6.0%, R_{adj}^2 提高了14.6%。从检验数据来看,相对于聚合法,基于广义加性模型冠幅预测的MAE、MPB、RMSE分别降低3.3%、3.2%、3.1%。标准化残差分析可以看出,两种方法拟合结果较好,没有明显的异方差(图3)。此外,在各树冠半径和总冠幅标准化残差图中,广义加性模型的标

准化残差图散点分布更为聚集,均匀分布在 $y=0$ 这条线上下。因此,综合来看广义加性模型的拟合和检验效果更优,预测能力较强。

3 讨 论

树冠半径是林业和生态调查中的重要变量,能够反映树木在不同方向上受到的竞争压力^[30]。研究表明,树木在竞争、光照、水分等资源变化时,会形



每个图中的实线是偏残差值, 灰色区域是 95% 的置信区间。各小图底部是单变量直方图, 显示数据点的分布。

图 2 广义加性模型各变量的偏残差图

Fig. 2 Partial residuals of variables for generalized additive model

表 8 不同模型拟合与检验评价指标统计量

Tab. 8 Fitting and test evaluation indexes of different models

模型	冠半径	建模数据				检验数据		
		MAE/m	MPB/%	RMSE/m	R^2_{adj}	MAE/m	MPB/%	RMSE/m
聚合法模型	CR _E	0.342 0	27.478 6	0.439 8	0.256 4	0.342 1	27.491 9	0.441 6
	CR _S	0.321 3	24.738 4	0.411 3	0.289 0	0.321 2	24.752 6	0.412 4
	CR _W	0.334 5	27.050 5	0.430 1	0.252 8	0.333 6	27.005 9	0.429 9
	CR _N	0.358 3	29.417 1	0.460 3	0.215 0	0.358 2	29.433 4	0.461 9
	CW	0.436 9	17.507 8	0.560 7	0.447 3	0.437 2	17.531 8	0.573 0
广义加性模型	CR _E	0.328 0	26.353 2	0.425 9	0.303 5	0.340 3	27.342 0	0.441 5
	CR _S	0.314 2	24.193 3	0.403 0	0.317 6	0.320 4	24.684 9	0.412 0
	CR _W	0.321 1	25.973 6	0.417 7	0.295 1	0.323 7	26.209 9	0.421 4
	CR _N	0.345 1	28.330 0	0.447 2	0.261 6	0.353 8	29.067 7	0.458 4
	CW	0.407 1	16.313 8	0.527 3	0.512 8	0.422 9	16.963 5	0.555 5

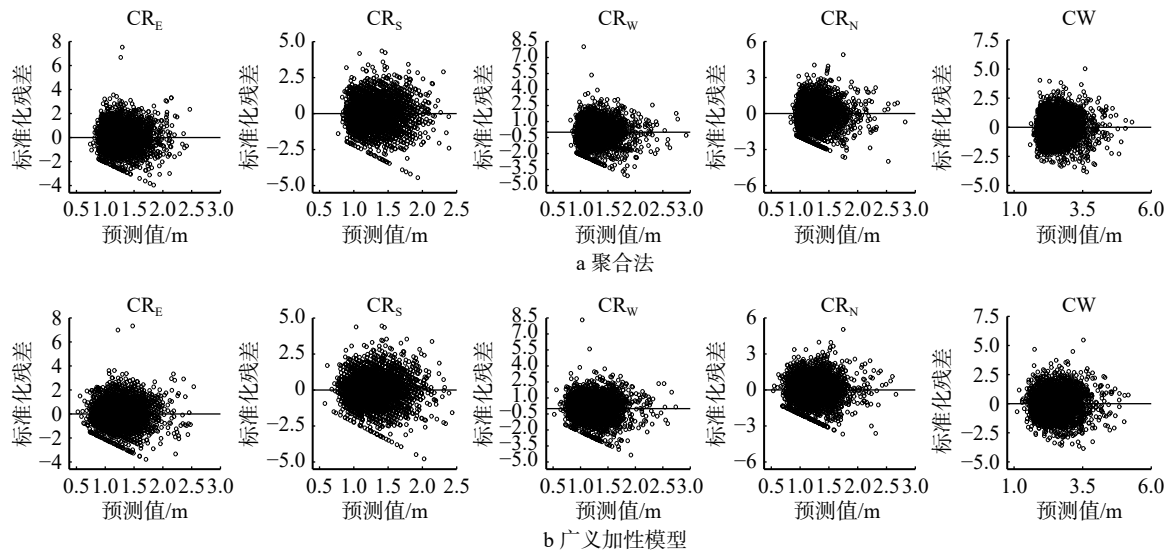


图3 不同树冠半径和冠幅模型的标准化残差图

Fig. 3 Standardized residuals of models with different crown radii and widths

成树冠不对称现象^[5,31]。这种不对称性是树木通过调整树冠形状适应竞争、提高光拦截能力的结果^[6]。由于不同方向的竞争压力各不相同,树冠在各个方向的延伸长度也随之变化,导致不规则的冠形^[5,9-10]。本研究对落叶松天然林的树冠不对称性进行分析,发现落叶松受到竞争的影响,具有树冠不对称的现象。这与 Kong 等^[5]和 Qiu 等^[31]的研究结果相似。基于此,本研究构建了不同方向树冠半径模型,从而更好地描述落叶松的树冠不对称性。这种建模方法不仅避免了忽视树冠不对称现象导致的模型构建的不足,还能较准确地解释树冠半径与树木大小和竞争等因子之间的关系。准确的树冠不对称信息对于树冠生物量和木材质量模拟具有重要应用价值^[4]。

为改进模型的预测精度,除胸径变量外,本研究进一步分析了其他林分和单木因子对树冠半径的影响。研究发现枝下高、 A_B 和林分平均胸径对冠半径影响较大。落叶松树冠半径随着枝下高的增加而减小。当活立木树冠基部的枝条死亡时,树冠会出现衰退,导致枝下高增加和树冠半径变窄^[20]。这和韩艳刚等^[19]得到的结论基本一致。 A_B 对树冠半径的影响呈非单调趋势,本研究发现,当 A_B 在 $15 \sim 18 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 时,竞争强度较低,林分结构稳定,树冠半径随 A_B 增加而增加。此时林分密度约为 $1\,500 \text{ 株}/\text{hm}^2$,林分平均胸径约为 10 cm ,可考虑补植优化林分结构。当 A_B 在 $18 \sim 22 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 时,林分竞争强度增大,抑制树冠的横向延伸,导致树冠半径随 A_B 增加而减小,此时林分密度约为 $2\,000 \text{ 株}/\text{hm}^2$,林分平均胸径约 12 cm ,建议对林分进行抚育间伐降低竞争强度,以发展更好的冠形^[32];当 A_B 在 $22 \sim 25 \text{ m}^2/\text{hm}^2$ 内时,林分经历林木分化和自然稀疏后,竞争能力弱的

树木被淘汰,林分内空间增加,有利于树冠的横向扩展,树冠半径随 A_B 递增。林分平均胸径对树冠半径的影响呈非单调趋势。这可能是由于在初期,树木生长空间较大,树冠半径生长较快^[33],但随着树木的生长,林分内拥挤度增加,抑制了树冠半径的增长速度^[34]。随着林分的进一步发展,在林分中竞争能力较弱的树木被自然稀疏后,林分密度下降,单木生长空间增加,树冠半径随之增加。

与传统的参数模型相比,GAM 作为一种数据驱动的半参数模型,既保留了一部分参数化的结构,可以解释自变量和预测变量间的关系,又引入了非参数,具有灵活性,不需要确切的模型形式^[15]。它将自变量与响应变量之间的关系视为未知的黑箱,通过光滑样条函数寻找最适合的模型^[15]。这种特性使 GAM 在简化建模流程的同时显著提升模型精度。此外,通过偏残差图分析,GAM 能提供合理的变量解释(如竞争与树冠半径之间的非单调关系)^[35],这对森林经营,尤其是密度调控具有一定的指导意义。

4 结 论

本研究揭示了落叶松 4 个方向冠半径的生长异质性,其受树木大小和竞争因子的共同影响。模型对比显示,广义加性模型在落叶松树冠半径预测精度上优于聚合法。广义加性模型简化了变量的选择过程,可以灵活地解析数据间的复杂关系。因此,建议在大兴安岭天然落叶松林区优先采用广义加性模型进行冠层参数预测,以兼顾模型解释力与实操效率。未来大尺度的模型还需要扩大样本量,构建泛化模型,以提升大尺度预测的鲁棒性。

参 考 文 献

- [1] Biging G S, Dobbertin M. A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees[J]. *Forest Science*, 1992, 38(3): 695–720.
- [2] 董晨, 吴保国, 韩焱云, 等. 基于修正函数的杉木人工林单木冠幅预测模型[J]. *东北林业大学学报*, 2015, 43(5): 49–53.
Dong C, Wu B G, Han Y Y, et al. An individual crown-width model for Chinese fir plantation based on modified function[J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2015, 43(5): 49–53.
- [3] Bragg D C. A local basal area adjustment for crown width prediction[J]. *Northern Journal of Applied Forestry*, 2001, 18(1): 22–28.
- [4] Rüdiger G. Estimation of crown radii and crown projection area from stem size and tree position[J]. *Annals of Forest Science*, 2003, 60(5): 393–402.
- [5] Kong F L, Bi H Q, McLean M, et al. Comparative performances of new and existing indices of crown asymmetry: an evaluation using tall trees of *Eucalyptus pilularis* (Smith)[J]. *Journal of Forestry Research*, 2021, 32(1): 43–65.
- [6] Longuetaud F, Piboule A, Wernsdörfer H, et al. Crown plasticity reduces inter-tree competition in a mixed broadleaved forest[J]. *European Journal of Forest Research*, 2013, 132(4): 621–634.
- [7] Jucker T, Bouriaud O, Coomes D A. Crown plasticity enables trees to optimize canopy packing in mixed-species forests[J]. *Functional Ecology*, 2015, 29(8): 1078–1086.
- [8] Krůček M, Trochta J, Cibulka M, et al. Beyond the cones: how crown shape plasticity alters aboveground competition for space and light—Evidence from terrestrial laser scanning[J]. *Agricultural and Forest Meteorology*, 2018, 264: 188–199.
- [9] Thorpe H C, Astrup R, Trowbridge A, et al. Competition and tree crowns: a neighborhood analysis of three boreal tree species[J]. *Forest Ecology and Management*, 2010, 259(8): 1586–1596.
- [10] Fu L Y, Xiang W, Wang G X, et al. Additive crown width models comprising nonlinear simultaneous equations for Prince Rupprecht larch (*Larix principis-rupprechtii*) in northern China[J]. *Trees*, 2017, 31(6): 1959–1971.
- [11] Fu L Y, Sharma R P, Wang G X, et al. Modelling a system of nonlinear additive crown width models applying seemingly unrelated regression for Prince Rupprecht larch in northern China[J]. *Forest Ecology and Management*, 2017, 386: 71–80.
- [12] Lei Y K, Fu L Y, Affleck D L R, et al. Additivity of nonlinear tree crown width models: aggregated and disaggregated model structures using nonlinear simultaneous equations[J]. *Forest Ecology and Management*, 2018, 427: 372–382.
- [13] Adamec Z, Drápela K. Generalized additive models as an alternative approach to the modelling of the tree height-diameter relationship[J]. *Journal of Forest Science*, 2015, 61(6): 235–243.
- [14] Guisan A, Edwards T C, Hastie T. Generalized linear and generalized additive models in studies of species distributions: setting the scene[J]. *Ecological Modelling*, 2002, 157(2–3): 89–100.
- [15] Robinson A P, Lane S E, Thérien G. Fitting forestry models using generalized additive models: a taper model example[J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2011, 41(10): 1909–1916.
- [16] Albert M, Schmidt M. Climate-sensitive modelling of site-productivity relationships for Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) and common beech (*Fagus sylvatica* L.)[J]. *Forest Ecology and Management*, 2010, 259(4): 739–749.
- [17] Falk W, Mellert K H. Species distribution models as a tool for forest management planning under climate change: risk evaluation of *Abies alba* in Bavaria[J]. *Journal of Vegetation Science*, 2011, 22(4): 621–634.
- [18] He P, Jiang L C, Li F R. Evaluation of parametric and non-parametric stem taper modeling approaches: a case study for *Betula platyphylla* in Northeast China[J]. *Forest Ecology and Management*, 2022, 525: 120535.
- [19] 韩艳刚, 雷泽勇, 赵国军, 等. 樟子松人工固沙林冠幅-胸径模型[J]. *干旱区研究*, 2018, 35(5): 1129–1137.
Han Y G, Lei Z Y, Zhao G J, et al. Canopy-DBH models for sand-fixing plantation of *Pinus sylvestris* var. *mongolica*[J]. *Arid Zone Research*, 2018, 35(5): 1129–1137.
- [20] 吕乐, 董利虎, 李凤日. 黑龙江省东部地区天然椴树单木冠幅预测模型[J]. *东北林业大学学报*, 2019, 47(7): 37–42.
Lü L, Dong L H, Li F R. Individual tree crown width prediction models for natural *Tilia tuan* in eastern Heilongjiang Province[J]. *Journal of North-East Forestry University*, 2019, 47(7): 37–42.
- [21] 贺梦莹, 董利虎, 李凤日. 长白落叶松-水曲柳混交林冠幅预测模型[J]. *北京林业大学学报*, 2020, 42(7): 23–32.
He M Y, Dong L H, Li F R. Crown width prediction models for *Larix olgensis* and *Fraxinus mandshurica* mixed plantations[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2020, 42(7): 23–32.
- [22] 邱思玉, 孙玉军. 长白落叶松人工林单木冠幅模型[J]. *东北林业大学学报*, 2021, 49(2): 49–53.
Qiu S Y, Sun Y J. Individual tree crown width prediction models for *Larix olgensis* plantation[J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2021, 49(2): 49–53.
- [23] Sánchez-González M, Cañellas I, Montero G. Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain[J]. *Investigación Agraria: Sistemasy Recursos Forestales*, 2007, 16(1): 76–88.
- [24] Sönmez T. Diameter at breast height-crown diameter prediction models for *Picea orientalis*[J]. *African Journal of Agricultural Research*, 2009, 4(3): 215–219.
- [25] 罗玲, 廖超英. 榆林沙区樟子松冠幅与胸径的相关关系分析[J]. *安徽农学通报*, 2007, 13(24): 92, 97.
Luo L, Liao C Y. Research on the correlation between crown

- width and DBH of *Pinus sylvestris* var. *mongholica* in Yulin desert area[J]. *Anhui Agricultural Science Bulletin*, 2007, 13(24): 92, 97.
- [26] Parresol B R. Additivity of nonlinear biomass equations[J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2001, 31(5): 865–878.
- [27] 辛士冬, 严云仙, 姜立春. 基于不同可加性方法的黑龙江省红松人工林分生物量模型 [J]. *应用生态学报*, 2020, 31(10): 3322–3330.
- Xin S D, Yan Y X, Jiang L C. Stand biomass model for *Pinus koraiensis* plantation based on different additive methods in Heilongjiang Province, China[J]. *The Journal of Applied Ecology*, 2020, 31(10): 3322–3330.
- [28] Stone C. Additive regression and other nonparametric models[J]. *The Annals of Statistics*, 1985, 13(2): 689–705.
- [29] 何培, 辛士冬, 姜立春. 基于广义加性模型的樟子松树干度方程研建 [J]. *北京林业大学学报*, 2020, 42(12): 1–8.
- He P, Xin S D, Jiang L C. Research on stem taper equation of Scots pine based on generalized additive model[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2020, 42(12): 1–8.
- [30] Uribe-Diez J, Pommerening A. Crown plasticity in Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) as a strategy of adaptation to competition and environmental factors[J]. *Ecological Modelling*, 2017, 356: 117–126.
- [31] Qiu S Y, Gao P W, Pan L, et al. Developing nonlinear additive tree crown width models based on decomposed competition index and tree variables[J]. *Journal of Forestry Research*, 2023, 34(5): 1407–1422.
- [32] 胡静杉, 铁牛. 兴安落叶松与白桦混交林合理经营密度研究 [J]. *西北林学院学报*, 2021, 36(2): 180–185.
- Hu J S, Tie N. Rational operating density of mixed forest of *Larix gmelinii* and *Betula platyphlla*[J]. *Journal of Northwest Forestry University*, 2021, 36(2): 180–185.
- [33] Tian D Y, He P, Jiang L C, et al. Developing crown width model for mixed forests using soil, climate and stand factors[J]. *Journal of Ecology*, 2024, 112(2): 427–442.
- [34] 李应涛, 刘时良, 孙海龙, 等. 云冷杉针阔混交林单木枝下高和冠幅模型构建 [J]. *森林与环境学报*, 2022, 42(3): 289–296.
- Li Y T, Liu S L, Sun H L, et al. Modeling of height to crown base and crown width in spruce-fir conifer-broadleaf mixed forest[J]. *Journal of Forest and Environment*, 2022, 42(3): 289–296.
- [35] Levine J, Valpine P D, Battles J. Generalized additive models reveal among-stand variation in live tree biomass equations[J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2021, 51(4): 546–564.

(责任编辑 孟瑶 李 契
责任编辑 张会儒)