

南波, 王露婕, 梁家聪, 等. 基于改进 BESO 法连续体结构拓扑优化研究[J]. 沈阳农业大学学报, 2024, 55(5): 583-593.  
NAN Bo, WANG Lujie, LIANG Jia, et al. Research on structural topology optimization based on improved BESO method[J]. Journal of Shenyang Agricultural University, 2024, 55(5): 583-593.

## 基于改进 BESO 法连续体结构拓扑优化研究

南波, 王露婕, 梁家聪, 迟远鹏, 刘文合

(沈阳农业大学 水利学院 沈阳 110161)

**摘要:** 拓扑优化与传统尺寸优化和形状优化相比, 提供了更广泛的设计灵活性, 其应用越来越广泛。伴随着结构拓扑优化的发展, 其优化方法也在不断进步, 因此, 其方法的研究凸显出重要的理论及工程应用价值。由于双向渐进结构优化方法 (bi-directional evolutionary structural optimization, BESO) 有很强的通用性, 理论和程序实现简单, 优化效率高, 能够得到一系列黑/白分布的拓扑构型, 正日益广泛地应用于工程实际当中。但双向渐进结构优化方法和其改进的方法在对于解决应力约束下的拓扑优化问题上一直都存在着不可忽视的问题。针对连续体结构, 采用 ABAQUS 软件和改进双向渐进结构优化方法相结合来实现结构的拓扑优化, 从而能够解决应力约束拓扑优化问题, 进而证明其优越性以及应用在工程实例的可行性, 详细描述 BESO 方法及其在工程领域中的应用, 分析双向渐进结构优化方法成功的根本原因, 以及相较于其他拓扑优化方法的优点, 然后基于约束条件优化问题, 提出约束条件与拓扑变量的关系。以结构应变能最小化为目标, 利用拉格朗日方法推导出以应力约束作为约束条件, 对 C 形夹、工字钢梁结构进行拓扑优化, 验证了改进双向渐进结构优化法的有效性, 提高了材料利用率, 从而验证了改进双向渐进结构优化法在实际工程中的可行性。

**关键词:** 拓扑优化; 改进 BESO 法; 有限元分析; 最小应变能

中图分类号: TU411.2

文章编号: 1000-1700(2024)05-0583-11

文献标识码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Research on Structural Topology Optimization Based on Improved BESO Method

NAN Bo, WANG Lujie, LIANG Jiacong, CHI Yuanpeng, LIU Wenhe

(College of Water Conservancy, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110161, China)

**Abstract:** Compared with traditional size optimization and shape optimization, topology optimization provides a wider range of design flexibility, and its application is becoming more and more widespread. With the development of structural topology optimization, its optimization methods are also improving, so the research of its methods highlights important theoretical and engineering application value. Because the bi-directional evolutionary structural optimization (BESO) method has strong universality, simple theory and program implementation, and high optimization efficiency, a series of black/white distribution topological configurations can be obtained. It is increasingly widely used in engineering practice. However, the bidirectional asymptotic structure optimization method and its improved methods have some problems in solving topological optimization problems under stress constraints. In this paper, ABAQUS software and improved bidirectional progressive structure optimization method are used to realize the topology optimization of continuous structure, so as to solve the stress constrained topology optimization problem, and then prove its superiority and feasibility of

收稿日期: 2024-06-21

基金项目: 教育部产学研协同育人项目(220905019091928)

第一作者: 南波(1984-), 男, 博士, 副教授, 从事结构工程方面研究, E-mail: nanbo@syau.edu.cn

通信作者: 刘文合(1971-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事设施结构优化及环境研究, E-mail: 1995500021@syau.edu.cn

application in engineering examples. This paper describes BESO method and its application in engineering field in detail, analyzes the fundamental reasons for the success of bidirectional progressive structure optimization method and its advantages compared with other topology optimization methods, and then proposes the relationship between constraint conditions and topology variables based on constraint optimization problem. With the aim of minimizing the strain energy of the structure, the Lagrange method is used to derive the topological optimization of the C-type clamp and I-beam structure with the stress constraint as the constraint condition, which verifies the effectiveness of the improved bidirectional progressive structure optimization method and improves the material utilization rate, thus verifying the feasibility of the improved bidirectional progressive structure optimization method in practical engineering.

**Key words:** topology optimization; improved BESO method; finite element analysis; minimum strain energy

结构优化设计是一种在近几十年内崭露头角的现代设计手段,尤其是在过去的20年里,它经历了迅猛的发展。结构优化设计分为3种类型:尺寸优化、形状优化和拓扑优化。拓扑优化作为一种基于性能的设计技术,可以找出最有效的结构形式,为设计人员探索轻量化和优雅的结构提供了强大的工具<sup>[1]</sup>。拓扑优化的核心在于调控结构内部材料的分布,具体涵盖节点布局、节点连接方式,以及连续体结构中孔洞的数量和布局等关键拓扑特征。拓扑优化比形状优化与尺寸优化具有更加广泛的设计自由度,设计空间也可以达到最大化,因此被视为最有潜力的优化方式,当然生活也有很多关于拓扑优化的例子(图1)。在对复杂结构进行选型及轻量化设计时,拓扑优化可以在产品设计初步阶段灵活地选择合理且具有启发性的结构方案。拓扑优化位于较高层次的设计中,与随后的形状优化、尺寸优化等方法相比,拓扑优化在工程界更具有价值与魅力,所以拓扑优化有着重要的理论价值与较好的应用前景。近20年来,拓扑优化在结构设计中的应用越来越重要。



图1 椅子拓扑优化过程图

Figure 1 Chair topology optimization process

由于双向渐进结构优化法在应用范围上存在局限性,且在优化设计过程中会出现一些缺点,如因体积系数的设定不尽合理,造成程序的不收敛、网格依赖性和棋盘格等数值稳定性较差、应力约束函数出现极端振荡现象、不能对结构应力水平进行有效控制等问题,需对其提出相应的解决办法。本研究对现存的改进渐进结构优化法进行归纳与总结,探索一种应力约束的改进渐进结构优化算法,在保证结构具有一定承载能力的前提下,将材料轻量化,并运用ABAQUS软件对该方法进行验证。

工程结构拓扑优化的目的旨在应用于实际工程中,使结构能够尽量轻量化,并且可以达到更大的承载能力。WANG等<sup>[2]</sup>研究了有限应变弹塑性分析方法,减小了拓扑优化计算中荷载步的时长。HAN等<sup>[3]</sup>提出了一种有限应变弹塑性材料拓扑优化的统一公式,能用于二维和三维结构的拓扑优化。CUNHA等<sup>[4]</sup>开发出一种基于有限变化敏感性分析(FVSA)方法的共轭梯度敏感性(CGS)方法,有效地提高了离散优化程序的稳定性和鲁棒性,即便优化的参数设置不够理想也能有效的进行优化。SU等<sup>[5]</sup>提出的一种新的拓扑优化方法,可用于承受动态荷载的结构拓扑优化。使用响应图像来控制程序的自动网格调整而非特定的误差函数,对于设计二维和三维的结构特别有效。DU等<sup>[6]</sup>采用不同的3D移动可变形空隙(MMV)集来识别每个相材料,对优化的复合结构进行明确的几何描述并减少设计变量的数量,有效的缓解由低密度单元引起的有限变形分析的收敛问题,从而节省大量计算成本。LI等<sup>[7]</sup>提出了一种基于双向进化结构优化法(BESO)的非周期性载荷下应力约束连续体结构拓扑优化方法,适用于具有迭代周期更新变化的非周期载荷下的动态应力。朱黎明<sup>[8]</sup>对钢桥结构的合理构型进行了研究,以结构刚度为约束条件,结构最小质量为目标函数。结果分析表明通过优化设计后的合理的结构构型是拱与桁架的组合。在优化过程中,确保结构的刚度和强度变化趋势较小的同时,成功地将钢桥结构的总质量减少至46%。并在旧桥加固项目中应用了这种方法,从而证明了该方法在实际工程中的有效性和可行性。李胜玉<sup>[9]</sup>首次提出了单箱双室索塔锚固区的拉压杆模型。通过对

渐进结构优化方法进行改进,并结合曹娥江大跨径斜拉桥的工程实例进行研究,研究给出了详细配筋流程,并确定了索塔锚固区所需的预应力钢绞线用量及其布置方式。在此基础上,并对其进行拓扑优化,旨在为斜拉桥索塔锚固区结构的设计提供有效的理论指导和技术的支持。蔡新等<sup>[10]</sup>针对泵房结构设计提出了优化数学模型,基于双阶段式拓扑优化提出了解决方法,最终得到结构性能更高,工程成本更低的拓扑构型。

本研究利用两个模型验证双向渐进结构优化法的优势所在,证明该方法的合理性和适用性,主要以研究较少的应力和体积作为约束条件,以最小应变能为目标函数,并利用ABAQUS软件对C形夹和工字钢梁模型进行有限元分析验算,在保证结构具有一定承载能力的前提下,尽量减小其施工用料,使模型快速收敛至最优解,从而证明了改进后的双向渐进结构优化方法在实际工程中的可行性。

## 1 改进双向渐进结构优化方法

### 1.1 BESO法核心思想

ESO方法本质上来讲就是将结构中低应力单元逐步删减,使得余下的结构进化为一个满足对应约束条件的最优拓扑结构。针对于不同的优化目的,主要有3种判断准则,分别是基于应力约束的判断准则、基于刚度约束(或位移约束)的判断准则和基于频率约束的判断准则<sup>[11-12]</sup>。双向渐进结构优化法有效地克服了渐进结构优化法(ESO法)仅能单向移除单元的局限性,使结构拓扑优化更高效地进行,也使得得到拓扑优化构型更满足性能要求,而且更加美观<sup>[13-15]</sup>。但双向渐进结构优化方法还不能直接应用在应力约束的拓扑优化设计中,因此,本研究利用改进双向渐进结构优化方法解决结构拓扑优化问题。

### 1.2 改进BESO法拓扑优化模型

本研究考虑应力和体积约束下的应变能最小化问题,设目标函数为 $F(x)$ ,设计变量为 $x=[x_1, x_2, \dots, x_{N_e}]$ ,其数学列式可以表示为<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned} C &= F^T U \\ KU &= F \\ \text{St.} &: \sum_{e=1}^{N_e} V_e x_e = V_0 f_v \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sigma_{\max}^M = \max(\sigma_e^M) \leq \sigma^*, e = 1, 2, \dots, N_e$$

式中: $N_e$ 为总的设计变量的数目; $C$ 为结构的柔顺性目标函数; $K$ 为整体刚度矩阵; $U$ 为结构的位移向量; $F$ 为载荷列阵; $V_e$ 为第 $e$ 个单元的体积; $V_0$ 为整个设计域的体积; $f_v$ 为准许的材料体积分; $\sigma_e^M$ 为每个单元的 von Mises 应力; $\sigma_{\max}^M$ 为结构的最大 von Mises 应力; $\sigma^*$ 为结构最大 von Mises 应力约束极限。

拓扑优化问题在应力约束下确实具有相当的挑战性,这主要体现在奇异解问题频繁出现,应力约束条件设置过多导致计算繁琐等问题。为避免上述情况发生,并且保证能够得到清晰的拓扑构型,本研究在结构刚度和应力之间引入了不同的幂指数。将弹性模量、应力和单元密度之间的关系定义为<sup>[17-19]</sup>:

$$E_e^* = x_e^{P_1} E_0, \sigma_e = x_e^{P_2} \sigma_e^0 \quad (2)$$

式中: $\sigma_e^0 = D_0 B u_e = [\sigma_{e,x}, \sigma_{e,y}, \sigma_{e,xy}]^T$ 为在单元 $e$ 的中心点上计算的应力列阵,包含3个应力分量; $P_1$ 为弹性模量; $P_2$ 为应力的惩罚参数。本研究中取 $P_1=3, P_2=0.5$ ;  $E_0$ 为实体材料的弹性模量; $D_0$ 为实体材料的弹性矩阵; $B$ 为应变位移矩阵。

式(1)展示了每个单元的 von Mises 应力,该应力可通过式(2)进行计算<sup>[20-21]</sup>。

$$\sigma_e^M = (\sigma_{e,x}^2 + \sigma_{e,y}^2 - \sigma_{e,x} \sigma_{e,y} + 3\tau_{e,xy}^2)^{1/2} \quad (3)$$

为减少计算成本,采用凝聚函数来构建全局应力约束。本研究选用 $K-S$ 函数作为凝聚函数,其计算如式4。

$$\sigma^{KS} = \frac{1}{\mu} \ln \left[ \sum_{e=1}^{N_e} \exp\left(\mu \frac{\sigma_e^M}{\sigma^*}\right) \right] \quad (4)$$

理论上,当 $\mu$ 趋于无穷大时,全局函数 $\sigma^{KS}$ 趋于 $\sigma_{\max}^M / \sigma^*$ ,故全局应力约束为:

$$\sigma^{KS} \leq 1 \quad (5)$$

需重点关注的是,由于 $\mu$ 不能取为无穷大,这将使全局函数 $\sigma^{KS}$ 无法趋近 $\sigma_{max}^{rM}/\sigma^*$ ,对此,用式(6)对式(5)进行约束修正:

$$\bar{\sigma}^{KS} = c\sigma^{KS} \leq 1 \tag{6}$$

式中:修正参数 $c = \sigma_{max}^{rM}/(\sigma^* \cdot \sigma^{KS})$ 。

在BESO法中,为了能达到满足体积约束的目的,需要将体积作为进化参数。正因如此,可通过应用拉格朗日乘子法,将其他约束融入目标函数中,从而进行统一优化<sup>[22]</sup>。修正的目标函数为:

$$f = U^T KU + \lambda(\bar{\sigma}^{KS} - 1) \tag{7}$$

式中: $\lambda$ 为拉格朗日乘子。如果 $\bar{\sigma}^{KS} = 1$ ,则目标函数与经过修正后的目标函数没有区别;如果 $\bar{\sigma}^{KS} < 1$ ,取 $\lambda = 0$ ,表示已达到设置的应力约束;如果 $\bar{\sigma}^{KS} > 1$ 且其绝对值将接近于无穷大时,表明在后续的迭代过程中需降低结构应力以满足应力约束。

## 2 BESO法有限元模拟验证

### 2.1 C形夹有限元模拟验证

C形夹模型为一端开口一端闭合的C字形结构,在日常生活中十分常见,如零食封口夹或C形餐夹(图2)。由于C形夹材料各不相同,为方便数值模拟,在建立模型的时候简化计算,用单一均质材料,如钢材,只对其形状和体积保留率进行重点分析。



图2 C形夹实例

Figure 2 C-shaped clip example

C形夹结构初始设计域如图3a,其荷载分布如图3b,在右侧两端开口处分别作用大小为100,200,300 N,方向相反的两个集中力。在这两个荷载作用下,对结构进行拓扑优化,以结构体积最小化为设计目标,弹性模量 $E$ 为 $2.1 \times 10^5$  MPa,泊松比 $\mu$ 为0.3。以最小应变能和70%的体积优化率为目标,采用改进双向渐进结构优化方法,寻求C形夹的最佳开洞设计结构和应力重分布形态。

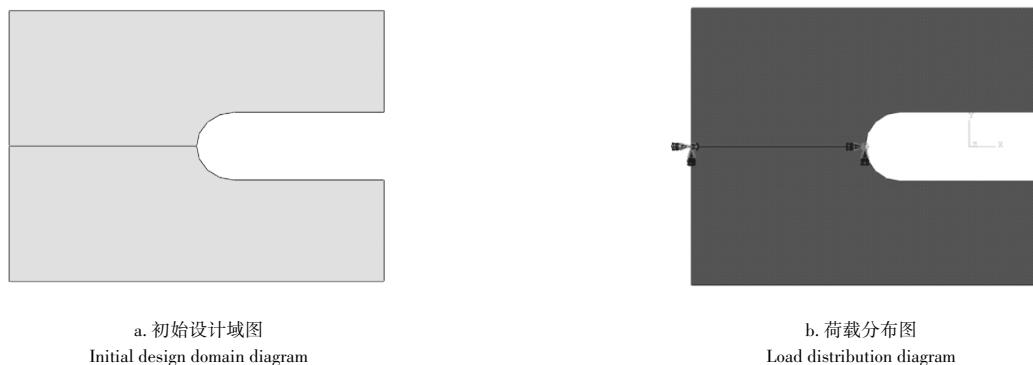


图3 初始条件设计图

Figure 3 Initial condition design

基于 ABAQUS 有限元软件结合改进双向渐进结构优化方法对 C 形夹进行拓扑优化分析,其拓扑优化进程图如图 4。结构由初始设计域迭代至第 5 步,已经将结构的 4 个角先优化掉了,这是由于四个角的位置几乎不受力,C 形夹上下各出现两个较大的孔洞,这是由于该部分受力较小,最开始对结构进行粗略拓扑优化设计;当迭代至 8 步时,结构左侧开始出现孔洞;优化至第 14 步时,结构左侧出现的小空洞连成一个大孔洞,并且优化最开始出现的两个大的孔洞中间也添加了一部分材料,这正是双向渐进结构优化方法拓扑优化的优势所在;第 17 步时,结构呈现较为清晰的效果;第 20 步时的形状已经与最终优化结果图高度相似,在接下来的优化过程中一直对结构进行精细化处理;直至优化至 34 步时,优化结束,得到最终优化结果。

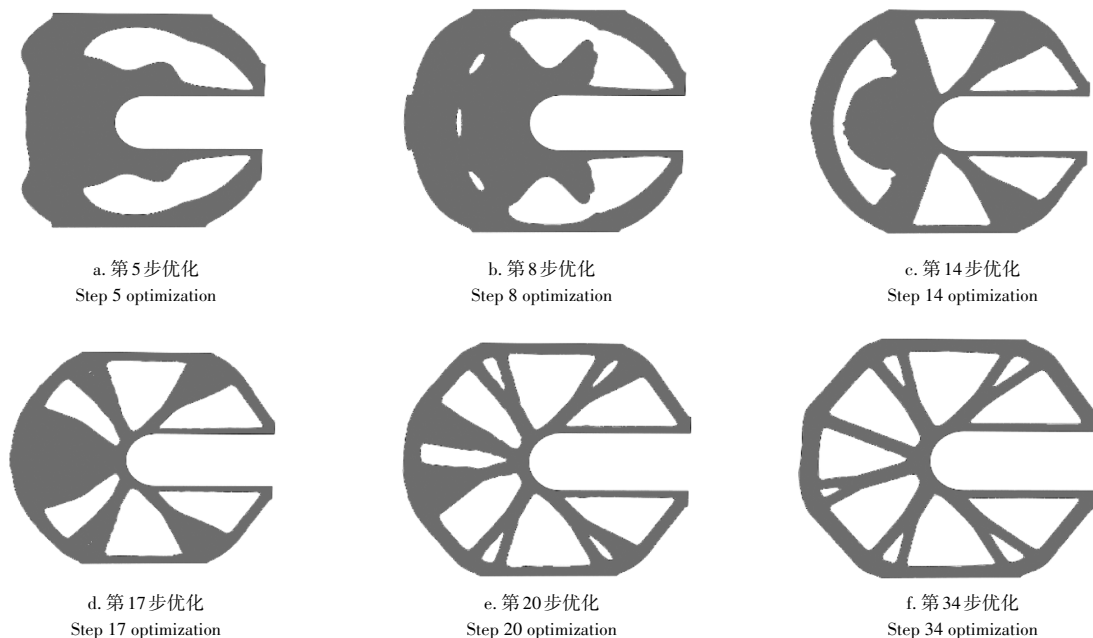


图4 C形夹拓扑进化图

Figure 4 Topology evolution of C-shaped clips

其应力云图和位移云图如图 5 和图 6。从 3 种不同荷载下的应力云图可以看出,应力集中区在 C 形夹开口两端和中心位置,其他位置受力很小,其最大应力分别为 96.92, 193.8, 290.8 Pa, 均小于施加的集中力。从 3 种不同荷载下的位移云图可以看出,变形最大的区域在 C 形夹开口两端,也就是施加集中力的区域,其他位置位移很小,其最大位移分别为 0.093, 0.186, 0.279 mm。随着集中力的增大,其位移也呈逐渐变大的趋势,但变形量都很小,对于整个模型可以忽略不计。

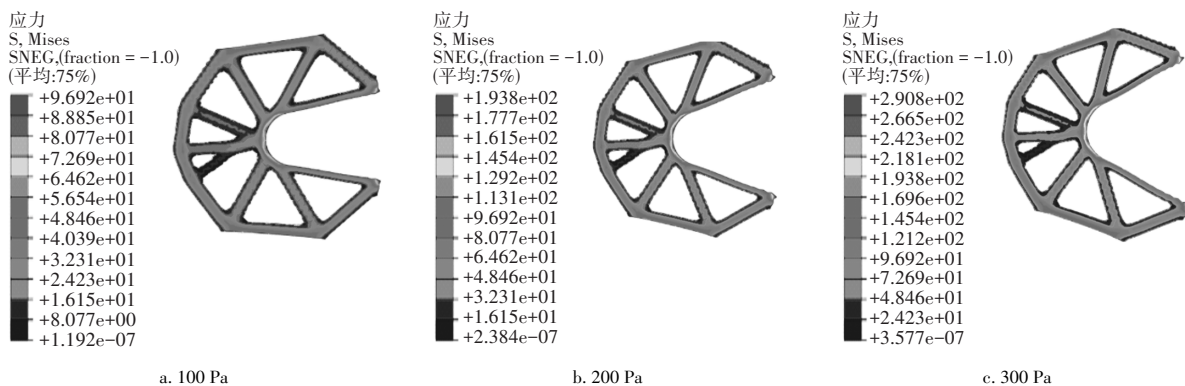


图5 C形夹应力云图

Figure 5 C-shaped clip stress cloud image

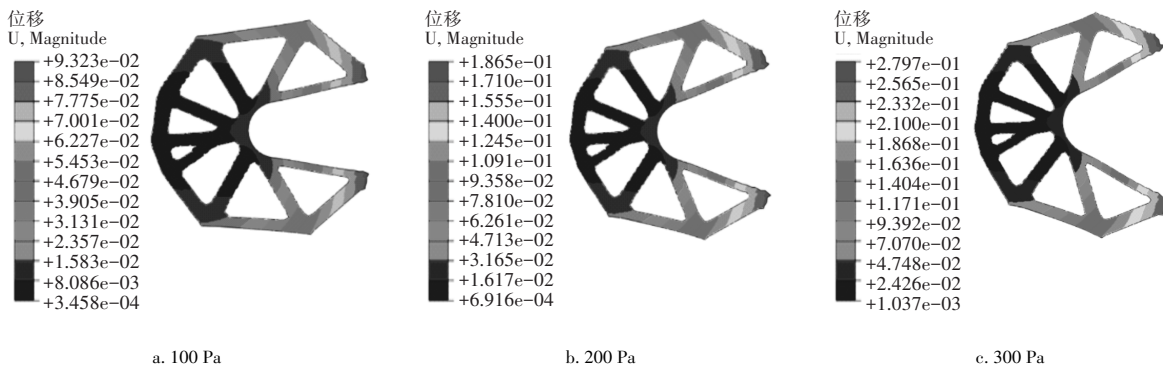


图6 C形夹位移云图

Figure 6 Displacement cloud image of C-shaped clip

由图7和图8可知,迭代步数逐渐增加,其应变能和体积也随即减小。在优化过程中结果会在一个范围内振荡,出现振荡的原因是优化过程中结构低应力区域被粗略删除,但是在接下来的精细处理过程中又在应力集中区域逐渐添加了单元,使材料分布更加合理,这就是双向渐进结构优化的特性。3种不同荷载下的C形夹模型应变能逐渐减小,最终稳定在一个最小值附近,体积保留率均在30%附近,最终收敛到了一个相对稳定的值。随着施加的力逐渐增大,应变能和体积也随之呈微上升的趋势,但变化趋势一致,这说明改进双向渐进结构优化法切实可行,结果真实可信。

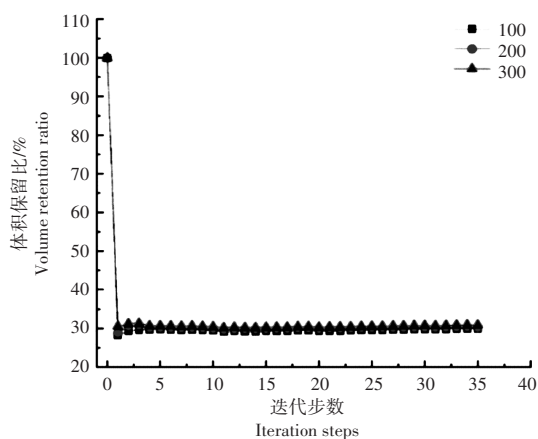


图7 C形夹体积变化图

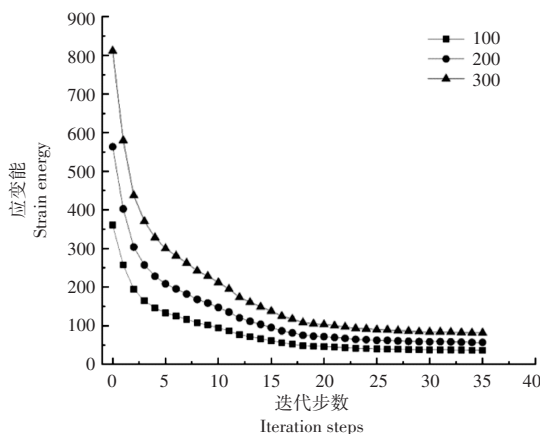


图8 C形夹应变能变化图

Figure 7 Volume change diagram of C-shaped clip Figure 8 Strain energy variation diagram of C-shaped clip

### 2.2 工字钢梁有限元模拟验证

受建筑设计楼层净高等因素的制约,在实际工程中设备管线难免会在钢梁腹板上出现不同程度的开孔现象,而结构拓扑优化的特性就是在低应力区域适当删减材料。本研究利用ABAQUS软件对钢梁进行有限元分析,在固定荷载及边界条件下工字形实腹钢梁的最优结构形态。考虑梁在实际工程应用中两边简支的情况更为普遍,其构造相对简单,制造和安装都较为方便,应用更为广泛,因此采用两端简支的边界条件进行拓扑优化。钢梁建模所用单元为实体C3D8R单元,边界条件为两端简支,左端设置水平和竖向约束,右端设置竖向约束。梁作为一种典型的受弯构件,在实际的工程应用中主要用于承受垂直于梁的构件所传递的荷载,使梁产生弯曲变形,所以荷载工况中考虑自身重力和竖直方向的均布荷载。

该模型截面尺寸参数见表1,其结构视图见图9。工字梁长度 $L$ 为2000 mm,截面高度 $H$ 为440 mm,腹板厚度 $t_1$ 为14 mm,翼缘厚度 $t_2$ 为20 mm,截面宽度 $B$ 为300 mm。采用Q235级钢材,密度设置为 $7.9 \times 10^{-9} \text{ t} \cdot \text{mm}^{-3}$ ,弹性模量设置为 $2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,泊松比设置为0.3。通过有限元法建立三维模型划分网格。优化目标为在体积减少至30%的前提下,将应变能降到最小。

表 1 工字钢梁截面尺寸参数

Table 1 Section and dimension parameters of I-beam

名称 Name	尺寸 Size/mm
长度 Length ( $L$ )	2 000
截面高度 Section height ( $H$ )	400
腹板厚度 Web thickness ( $t_1$ )	14
翼缘厚度 Wing edge thickness ( $t_2$ )	20
截面宽度 Section width ( $B$ )	300

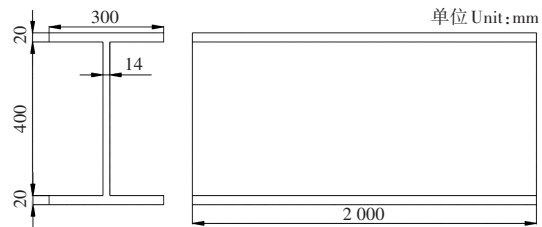


图 9 工字钢梁初始设计域图

Figure 9 Initial design domain of I-beam

在工字钢梁的左右两端截面处设定为不可优化的边界条件。为确保钢梁在实际应用中的适用性,考虑了钢梁的自重荷载,并在其上翼缘顶部施加均匀的永久荷载。重力加速度被设定为  $9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,方向沿着  $Z$  轴的负方向。依据设计规范,将结构的一般均布荷载分别定为  $6, 7, 8 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ ,这些均布荷载的方向与  $Z$  轴的负方向相同。工字钢梁的荷载情况见图 10。

为满足钢梁的功能和力学性能的合理需求,设计优化区域覆盖了尽可能大的范围。由于上、下翼缘的主要作用是承受整体结构的弯矩,并且由于其位于固定端的约束位置,所以不适合将其设定为设计优化区域。

工字梁模型使用实体 C3D8R 单元,这种单元为八结点线性六面体单元。为保证设计优化速度的同时,又能提高有限元模型计算精度,将对模型进行两种尺寸的网格进行划分。对于上下翼缘部分,每 30 mm 划分一个单元,而对于需要精细优化的腹板部分,对网格作更精细化处理,划分为边长为 15 mm 的小六面体单元。最终将整个三维模型结构划分为 7 100 个单元,图 11 展示了网格划分的细节。3 种工况下的三维模型分别在图 12 中以应力云图和位移云图的形式呈现。从这些图中可以观察到:腹板的最大应力主要集中在与钢梁下翼缘相邻的左右边缘区域,其应力值按照所施加的均布荷载  $6, 7, 8 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  的顺序依次为 1.55, 1.809, 2.067 MPa,最大形变均出现在上翼缘的中间部位,也是上翼缘变形的最低点处,其大小分别为 5.389, 6.287, 7.185 mm,最小形变出现在钢梁两侧,即越靠近边缘位置变形越小。

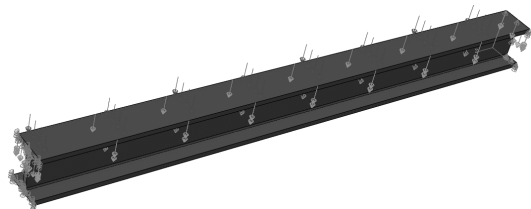


图 10 工字钢梁边界约束和荷载分布图

Figure 10 Boundary constraint and load distribution diagram of I-beam

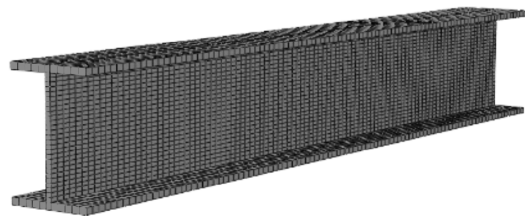


图 11 工字钢梁网格划分图

Figure 11 Grid division of I-beam

由于对模型施加的荷载均为均布荷载,模型的拓扑构型相似,故以最危险的工况模型为例,得到的拓扑之后的钢梁结构见图 13。首先在钢梁中间部位逐渐出现孔洞,优化至第 11 步时,孔洞变得很大(图 11b);随后,在孔洞两侧,靠近上翼缘的位置也逐渐开始出现孔洞(图 11c);优化至第 20 步时,孔洞持续扩大,并且在工字钢梁腹板两侧边缘位置开始出现孔洞;优化至第 25 步时,腹板 1/4 位置才开始出现不规则孔洞;至 26 步时,各孔洞不断扩大,此时模型的形状已经与最终优化结果高度相似,在接下来的优化中将不断对结构进行精细化处理,直至得到最终优化结果(图 11h)。

拓扑优化主要集中于腹板中央位置处。而其主要受力位置在两侧的 1/4 腹板位置,而中间部位受力最小,故在模型最初优化时,就已将该部分区域的材料优先去除,形成大面积孔洞,优化速度较快,这种结构拓扑优化模型符合力学一般规律。

由结果分析可知,拓扑优化后的工字钢梁结构达到最小应变能,且材料利用率大大提高,各方面性能趋向合理。由图 14 可知,腹板最大应力主要集中在靠近钢梁下翼缘左右两侧的边缘位置,其大小按设置均布荷载  $6, 7, 8 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  的顺序依次为 1.575, 1.831, 2.198 MPa,最大形变均出现在上翼缘的

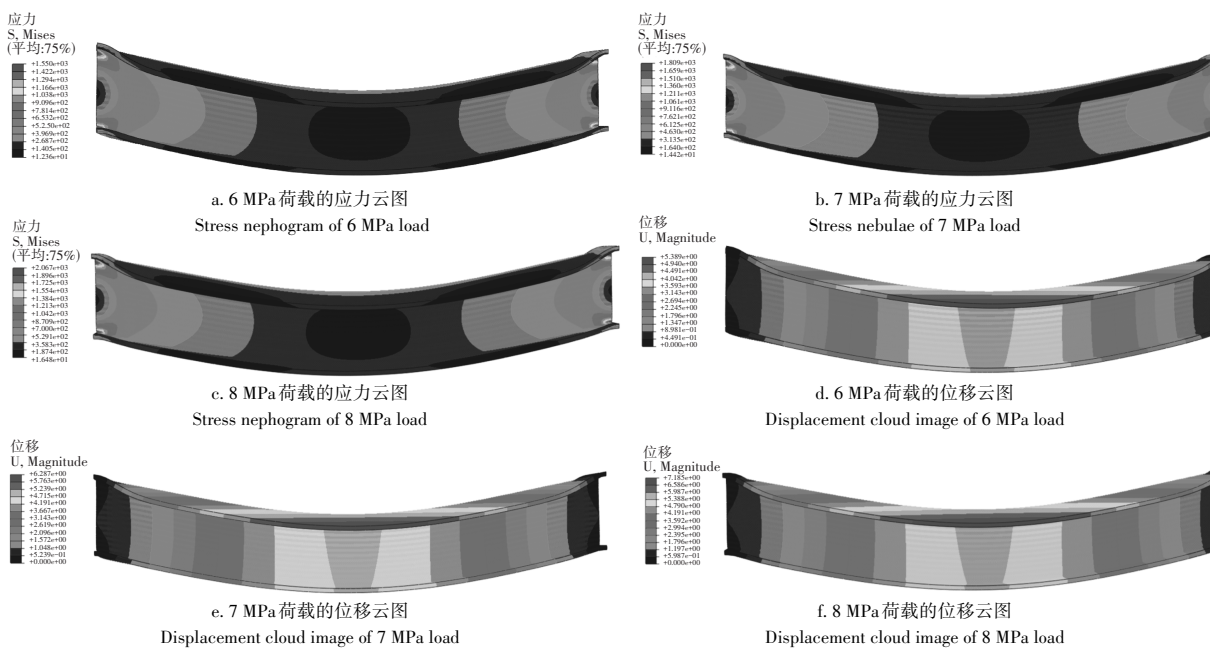


图12 工字钢梁位移云图

Figure 12 Displacement cloud image of I-beam

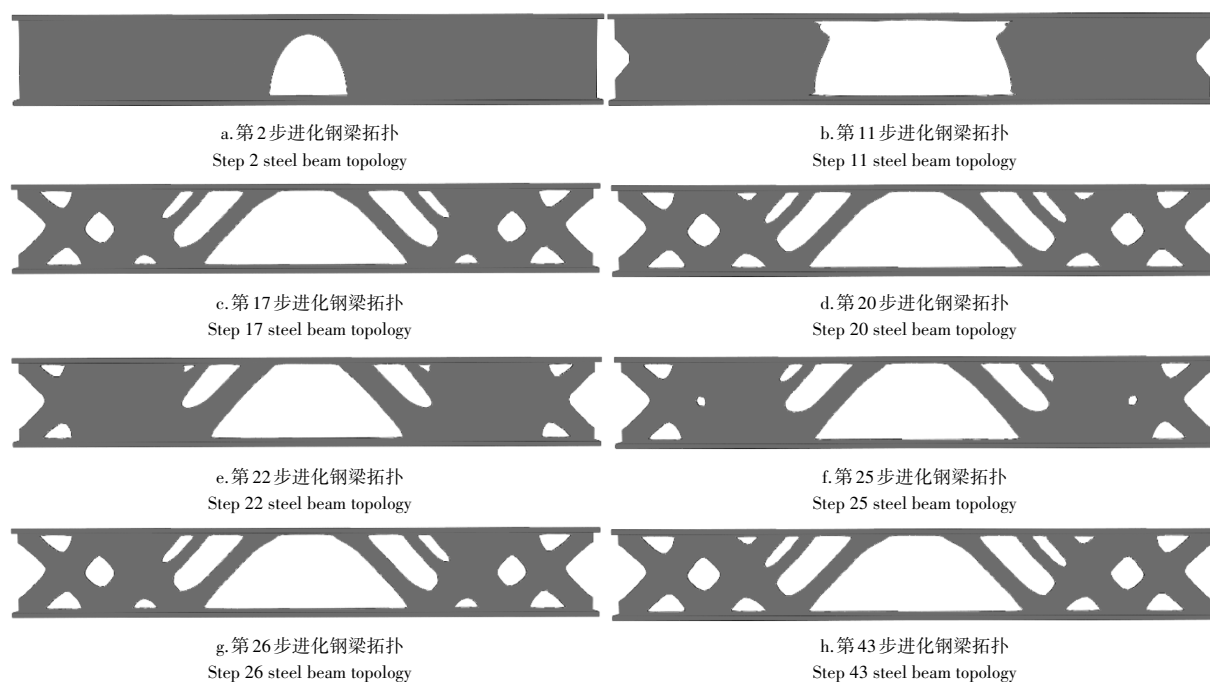


图13 钢梁拓扑进化图

Figure 13 Topology evolution of steel beams

中间部位,也是上翼缘变形的最低点处,其大小分别为1.235,1.442,1.645 mm,最小形变出现在钢梁两侧,即越靠近边缘位置变形越小。

由图 15 可知,随迭代步数增大,应变能与体积呈现的大体趋势,与预期结果一致。钢梁的应变能逐渐减小,满足优化目标的设定。由体积变化图可分析,其体积在刚开始优化的时候有大幅下降趋势,之后又呈上升趋势,这就是双向渐进结构优化方法的优势,即在删除多余材料的同时在应力集中位置增加材料,通过多次迭代得出了优化的结果。迭代至第3次时,优化趋于收敛,且上下起伏较小,说明拓扑优化的结果较好。而在之后的优化过程中会出现振荡,出现振荡的原因是优化过程中结构低应力区域被粗略删除,但是在接下来的精细处理过程中又在应力集中区域逐渐添加了单元,使材料

分布更加合理,这与最开始呈现的大幅下降趋势原理相同。然后,在达到目标函数之后收敛至预先设置的值。经过43步迭代优化,最终得到图13h的最优结构。这充分说明改进双向渐进结构优化法切实可行,且结果真实可信。

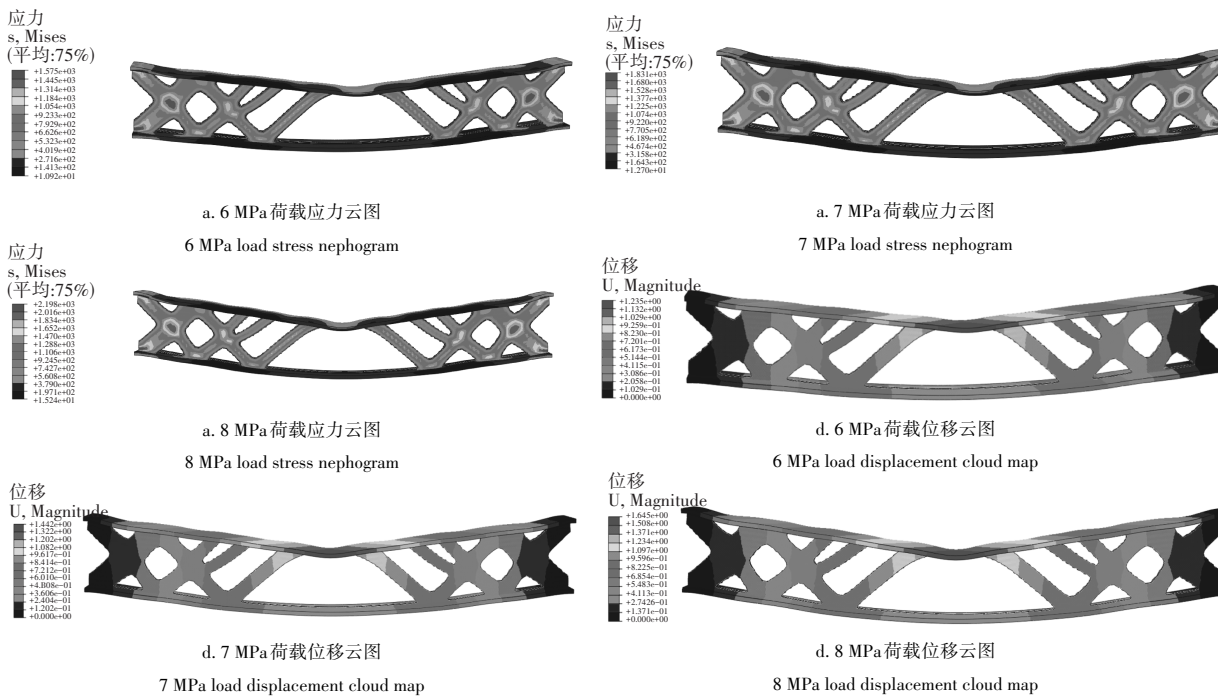


图14 优化后应力图和变形云图

Figure 14 Strain map and deformation cloud map after optimization

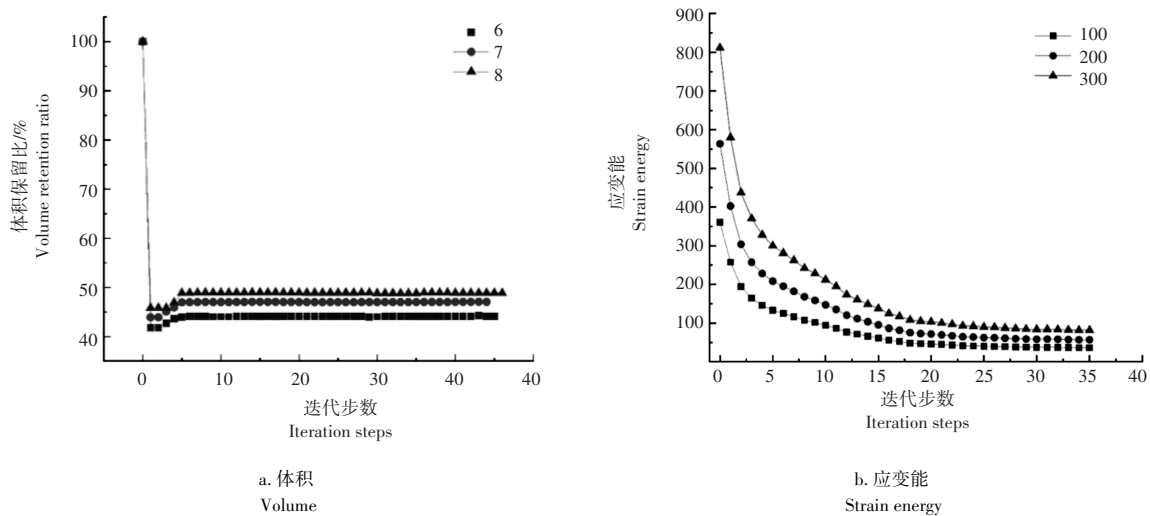


图15 工字钢梁应变能和体积变化曲线

Figure 15 Curve of strain energy and volume change of steel beam

通过以上结果分析可知,在保证工字钢梁结构性能满足一定条件的基础上,采用应力与体积约束相结合的方法对工字钢梁进行拓扑优化,使工字钢梁材料利用率大幅度提高,结构布局更加合理。与初始设计区域相比,体积减少53%~56%,经过拓扑优化,结构的各项性能均达到了设计标准,同时结构仍保留了一定的拓扑优化潜力。可见,改进双向渐进结构优化法提高了工字钢梁材料的性能。由表2可知,最大应力优化百分率依次为-1.61%、-1.22%和-6.33%,最大形变优化百分率依次为77.08%、77.06%和77.11%。可见,结构的最大应力稍有一点增大,但结构的最大变形率大大减小,实现了结构轻量化,这为后续工字钢梁优化设计和研究奠定可靠基础。

表2 工字钢梁优化前后性能对比参数

Table 2 Performance comparison parameters of I-beam before and after optimization

工况 Case	参数 Parameters			
	最大应力/MPa Maximum stress	应力优化百分率/% Stress optimization percentage	最大变形/mm Maximum deformation	优化百分率/% Deformation optimization percentage
6 N·mm <sup>-2</sup> 优化前 6 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	1.55		5.389	
6 N·mm <sup>-2</sup> 优化后 6 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	1.575	-1.61	1.235	77.08
7 N·mm <sup>-2</sup> 优化前 7 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	1.809		6.287	
7 N·mm <sup>-2</sup> 优化后 7 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	1.831	-1.22	1.442	77.06
8 N·mm <sup>-2</sup> 优化前 8 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	2.067		7.185	
8 N·mm <sup>-2</sup> 优化后 8 N·mm <sup>-2</sup> before optimization	2.198	-6.33	1.645	77.11

### 3 讨论与结论

双向渐进结构拓扑优化算法根据给定的负载情况、约束条件和性能指标,在给定的区域内对材料分布进行增、减两个方向的优化,从而设计出经济、安全的结构模型。徐阳<sup>[23]</sup>将BESO的边界拓宽至动力学领域,并引入了等效静载荷策略,化解了动力学优化中计算成本高与流程长的难题。包世鹏等<sup>[24]</sup>针对BESO方法在计算单元灵敏度时遭遇的效率瓶颈,提出了基于向量化的灵敏度过滤加速策略。凭借向量化预处理与稀疏矩阵技术的双重加持,成功将原本孤立的标量计算转变为高效的并行矩阵运算,实现了计算速度的飞跃。余威等<sup>[19]</sup>则聚焦于传统BESO法迭代过程中常见的局部波动与效率低下问题,提出一种融合加权几何平均迭代的优化方案。巧妙融合当前与历史迭代步的灵敏度权重信息,实现了最优权重因子的精准选取,有效遏制了迭代过程中的波动现象,提升了迭代的平稳性与效率,进一步验证此方法的可行性和优越性。

本研究在传统的BESO方法基础上提出一种以最小应变能为目标函数的优化计算公式,通过增加单元删除率与添加率来达到最小应变能的优化目的,并且以体积与应力为约束条件,能够在减小结构体积的前提下提高力学性能,最终达到轻量化的目的,并利用ABAQUS有限元模拟软件对C形夹、工字钢梁结构进行拓扑优化,得到了较为合理的新式孔形,在满足承载能力的前提下,达到了轻量化的目的,验证了改进BESO法在实际工程结构优化设计之中的可行性。

#### 参考文献:

- [1] LAI Y P, LI Y, LIU Y C, et al. Application of bi-directional evolutionary structural optimization to the design of an innovative pedestrian bridge[J]. *AI in Civil Engineering*, 2024, 3(1):9.
- [2] WANG W J, CLAUSEN P M, BLETZINGER K U. Load step reduction for adjoint sensitivity analysis of finite strain elastoplasticity[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, 65(1):19.
- [3] HAN J K, FURUTA K, KONDOH T, et al. Topology optimization of finite strain elastoplastic materials using continuous adjoint method: Formulation, implementation, and applications[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2024, 429:117181.
- [4] CUNHA D C, PAVANELLO R. Finite variation sensitivity analysis in the design of isotropic metamaterials through discrete topology optimization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2024, 125(19):e7560.
- [5] SU R, ZHANG X R, TANGARAMVONG S, et al. Adaptive scaled boundary finite element method for two/three-dimensional structural topology optimization based on dynamic responses[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

- ing,2024,425:116966.
- [6] DU Z L, GUO Y H, LIU C, et al. Structural topology optimization of three-dimensional multi-material composite structures with finite deformation[J]. *Composite Structures*, 2024, 328: 117692.
- [7] LI Y X, CHANG T, KONG W Y, et al. Topological optimization of bi-directional progressive structures with dynamic stress constraints under aperiodic load[J]. *Applied Sciences*, 2023, 14(1): 322.
- [8] 朱黎明. 基于拓扑优化的钢桥结构合理构型研究[J]. *河南大学学报(自然科学版)*, 2019, 49(5): 612-617.
- [9] 李胜玉. 基于拓扑优化的斜拉桥混凝土单箱双室索塔锚固区拉压杆模型研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
- [10] 蔡新, 姚景智, 郭兴文. 泵房结构拓扑优化设计[J]. *人民黄河*, 2021, 43(10): 134-138.
- [11] XIE Y M, STEVEN G P. Shape and layout optimization via an evolutionary procedure[C]// *Proceedings of the International Conference on Computational Engineering Science*, 1992.
- [12] WANG M Y, WANG X M, GUO D M. A level set method for structural topology optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, 192(1/2): 227-246.
- [13] 王颖, 张争艳, 雷焱阳, 等. 基于改进双向渐进法的轻量化设计方法[J]. *河北工业大学学报*, 2022, 51(2): 14-22, 39.
- [14] 谢亿民, 黄晓东, 左志豪, 等. 渐进结构优化法(ESO)和双向渐进结构优化法(BESO)的近期发展[J]. *力学进展*, 2011, 41(4): 462-471.
- [15] 王曦, 赵重年, 李昊天, 等. 几种主要拓扑优化建模方法的分析对比及展望[J]. *装备制造技术*, 2019(2): 191-193, 200.
- [16] 尉洋, 王春彭, 陈兴, 等. 面向双向渐进结构拓扑优化法的高效灵敏度过滤算法研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2022, 19(5): 1215-1221.
- [17] HUANG X, LI Y, ZHOU S W, et al. Topology optimization of compliant mechanisms with desired structural stiffness[J]. *Engineering Structures*, 2014, 79: 13-21.
- [18] HUANG X, XIE Y M. Evolutionary topology optimization of continuum structures with an additional displacement constraint[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 40(1): 409-416.
- [19] 余威, 韩艳彬, 种永刚, 等. 基于加权几何平均迭代的改进BESO法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2020, 52(3): 416-421.
- [20] 张国锋, 徐雷, 王鑫, 等. 基于变密度法的连续体结构拓扑优化后处理方法研究[J]. *机械强度*, 2022, 44(4): 845-851.
- [21] 叶超. 基于双向渐进结构优化法的门座式起重机臂架轻量化设计研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2016.
- [22] 王选, 刘宏亮, 龙凯, 等. 基于改进的双向渐进结构优化法的应力约束拓扑优化[J]. *力学学报*, 2018, 50(2): 385-394.
- [23] 徐阳. 基于VDR-BESO方法的连续体结构动力学拓扑优化方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018.
- [24] 包世鹏, 宋旭明, 唐冕. 基于量化的BESO方法灵敏度过滤快速算法[J]. *铁道科学与工程学报*, 2023, 20(5): 1810-1820.

[责任编辑 李薇]