

基于非线性混合效应模型的泰山地区麻栎人工林地位指数表编制

周光锋,徐佳,赵进红,王玉山,张倩*

泰安市泰山林业科学研究院,山东泰安271000

摘要:麻栎(*Quercus acutissima*)是重要的造林树种和生态树种。泰山地区作为其分布区域之一,如何科学评价该区域麻栎人工林的立地质量是亟需解决的问题。编制泰山地区麻栎人工林地位指数表,以为当地麻栎林的立地质量评价及经营管理提供科学依据。以泰山地区麻栎人工林为研究对象,利用30株平均优势木解析得到的232组树高年龄数据,基于5种常见生长模型,采用样地水平随机效应的非线性混合效应模型,根据各龄阶树高变动系数确定基准年龄,使用树高相对优势法编制泰山地区麻栎人工林地位指数表,利用 X^2 检验和落点检验对地位指数表进行适用性检验。结果表明:(1)可使用地位指数表评价泰山地区麻栎人工林立地质量;(2)单分子式生长模型是最优基础模型($R^2 = 0.6575$),可作为导向曲线;(3)非线性混合效应模型的拟合效果均优于基础模型,其中随机效应置于参数 a 上的非线性混合效应模型拟合效果最好,其 R^2 、RMSE和MAE值分别为0.9792、0.6580和0.5108;(4)确定基准年龄为40a,指数级距为1m,指数级个数为8;(5)经 X^2 检验和落点检验证明编制的地位指数表具有较好适用性。利用样地水平随机效应的非线性混合效应模型编制的泰山地区麻栎人工林地位指数表,可用于该区域麻栎人工林立地质量的评价。

关键词:麻栎;泰山地区;非线性混合效应模型;立地质量评价

中图法分类号: S758.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-2324(2026)01-0179-10

Development of a Site Index Table for *Quercus acutissima* Plantations in the Mount Tai Region Based on Nonlinear Mixed-Effects Models

ZHOU Guang-feng, XU Jia, ZHAO Jin-hong, WANG Yu-shan, ZHANG Qian*

Taishan Academy of Forestry Sciences, Tai'an 271000, China

Abstract: *Quercus acutissima* is an important afforestation and ecological tree species. As one of its distribution areas, the Mount Tai Region faces the pressing need to scientifically evaluate the site quality of its *Q. acutissima* plantations. This study aims to develop a site index table for *Q. acutissima* plantations in the region, providing scientific support for site quality assessment and management practices of local *Q. acutissima* forests. Taking *Q. acutissima* plantations in the Mount Tai Region as the research object, this study uses 232 sets of tree height and age data derived from stem analysis of 30 average dominant trees. Based on five common growth models, this study adopts nonlinear mixed-effects models (NMEMs) with plot-level random effects. It determines the reference age according to the coefficient of variation of tree height across different age classes, compiles a site index table for *Q. acutissima* plantations in the Mount Tai Region using the height relative dominance method, and evaluates the applicability of the site index table by the X^2 test and drop-point test. The results show that: (1) the site index table can be used to evaluate the site quality of *Q. acutissima* plantations in the Mount Tai Region. (2) the Chapman-Richards model is the optimal base model ($R^2 = 0.6575$), which can serve as the guiding curve. (3) all NMEMs outperform the base models, with the NMEM with random effects applied to parameter a achieving the best fitting performance ($R^2 = 0.9792$, RMSE = 0.6580, MAE = 0.5108). (4) the reference age is determined as 40 years, with an index class interval of 1 m and a total of 8 site index classes. (5) the X^2 test and drop-point test confirm the practical applicability of the compiled site index table. In summary, the site index table of *Q. acutissima* plantations in the Mount Tai Region by NMEMs with plot-level random effects, is suitable for the site quality evaluation in the region.

Keywords: *Quercus acutissima*; Mount Tai Region; nonlinear mixed-effects model; site quality evaluation

森林立地质量决定着森林的生长与收获,对其准确评价是森林生产经营、生物量估算、林业研究等工作的基础^[1-3]。地位指数表是森林经营

管理的基础数表,广泛应用于森林立地质量的评价^[4,5]。目前已有杨树(*Populus spp.*)^[4,6,7]、杉木(*Cunninghamia lanceolata*)^[8,9]、马尾松(*Pinus*

收稿日期: 2025-03-04

修回日期: 2025-12-28

基金项目: 山东省农业科技资金(林业科技创新)项目(2019LY004);泰安市科技计划项目(2020NS064)

第1作者简介: 周光锋(1974-),男,本科,高级工程师,研究方向:森林培育。E-mail: zhouguangfeng9669@163.com

*通讯作者: Author for correspondence. E-mail: tslkyzq@163.com

massoniana)^[5]、栓皮栎(*Quercus variabilis*)^[10,11]、落叶松(*Larix olgensis*)^[12,13]等多个树种的地位指数表,其中,绝大部分地位指数表的编制以优势木平均高为指标,部分以优势木平均胸径作为指标^[8]。根据生长曲线是否同行,分为单形和多形地位指数表,大量研究表明多形地位指数表预报精度高于单形地位指数表^[6,8,14]。近年来,为提高地位指数表的预报精度和适用性做了大量工作。牛亦龙等^[12]采用广义代数差分法建立了黑龙江省长白落叶松异形地位指数模型,为准确评估不同立地类型下长白落叶松林分质量提供了依据。陆海飞等^[15]引入立地质量等级作为哑变量,构建的尾巨桉(*Eucalyptus urophylla* × *Eucalyptus grandis*)人工林立地指数模型具有较好的精确度和适用性。马羽等^[8]基于胸径差分方程构建的多形地位指数表,为准确评价湖北省杉木人工林林分质量提供了更便捷的方法。

非线性混合效应模型(nonlinear mixed-effects models, NMEMs)既可以反映总体的平均变化趋势,又可以体现样地和个体之间的差异^[16,17]。相较于传统回归模型,非线性混合效应模型因其在处理纵向数据、嵌套数据及重复数据上的突出优势而被广泛应用于林业研究^[16,18,19]。姜鹏等^[20]使用非线性混合效应方法构建了华东地区主要优势树种林分水平树高一胸径模型,该模型的精度和适用范围均优于传统模型,为华东地区的森林经营提供了参考依据。Zhu等^[21]利用湖南省 110 块杉木人工林样地数据,构建的基于样地水平随机效应的混合效应模型拟合精度优于传统回归模型,为该区域的森林生产经营提供了科学依据。董自华等^[22]以河北省山杨(*Populus davidiana*)与白桦(*Betula platyphylla*)混交林为研究对象,通过 3 种参数估计方法分别构建了混交林地位指数模型,结果发现非线性混合效应方法构建的地位指数模型的预测精度最高。赵薇等^[23]基于 45 株优势木的 307 组圆盘数据,采用数量化理论 I、非线性混合模型及 K-means 聚类方法,构建的含立地类型组的非线性立地指数混合模型的精度较高,具有较高的实用性。

麻栎(*Quercus acutissima*)是壳斗科(Fagaceae)栎属(*Quercus*)落叶乔木,广泛分布于我国温带和亚热带地区^[24]。麻栎具有速生性与强萌蘖能

力,具有较强的抗旱与耐火特性,是我国重要的造林树种和生态树种,泰山地区是麻栎分布区域之一^[25,26]。本研究基于泰山地区 30 块标准样地调查数据,利用含样地水平随机效应的非线性混合模型,编制麻栎人工林地位指数表,以期为该区域森林立地质量评价及经营管理提供参考依据。

1 材料与方法

1.1 研究区域概况

泰山位于山东省中部,东西长约 200 km,南北宽约 50 km,主峰海拔 1 545 m。泰山地区地貌复杂,地形起伏波动较大,整体呈南高北低的特征^[27]。区内水系发育丰富,汶水自东向西贯穿境内,北部支流分布密集^[28]。泰山地区属于温带大陆半湿润季风气候区,春冬干旱少雨,夏季高温多雨,年均气温 12.1 °C,年均降水量 690.3 mm,无霜期 198 d^[26]。泰山地区现有森林绝大部分为人工林,其中乔木树种主要有侧柏(*Platycladus orientalis*)、麻栎、刺槐(*Robinia pseudoacacia*)、黑松(*Pinus thunbergii*)等。

1.2 数据来源及整理

样地分布在泰山地区的泰山林场、罗汉崖林场、徂徕山林场及药乡林场,共设置不同年龄、土层厚度和海拔的标准样地 30 块,面积为 20 m × 20 m,样地信息详见表 1。对标准样地的基本信息进行调查记录,同时进行每木检尺,并抽取 4 株优势木^[10,11],选择 1 株平均优势木进行树干解析。本研究使用的数据为 2019-2023 年获得 30 株解析木数据。2019 年 8~9 月在泰山林场、徂徕山林场和药乡林场分别获取 6 株、5 株和 3 株解析木;2019-2023 年 8 月在罗汉崖林场获取 16 株解析木。标准样地龄组的划分标准和土层厚度分级标准依据 GB/T 26424—2010《森林资源规划设计调查主要技术规定》^[29]。本研究利用解析木获得的树高一年龄数据进行地位指数表的编制^[10,11],以 5 a 作为龄阶距,将 5~85 a 的解析木数据对划分为 17 个龄阶,并利用 3 倍树高标准差法剔除不同龄阶异常值^[1,11],最终获得用于构建基础模型的数据。

1.3 编制地位指数表的可行性

依据优势木树高编制地位指数表的前提是

表 1 标准地信息统计

Table 1 Statistics of standard sample plots information

项目 Item	组别 Group	数量 Number of plots
年龄	幼龄林(≤20 a)	16
	中龄林(21~40 a)	11
	近熟林(41~50 a)	1
	成熟林(51~70 a)	1
	过熟林(>71 a)	1
土层厚度	薄层土(≤30 cm)	22
	中层土(30~60 cm)	8
海拔	≤500 m	11
	500~1 000 m	19

研究对象为同龄纯林或者相对同龄纯林^[11]。本研究调查的样地树种组成中,麻栎占到了 80% 以上,可认为是纯林或相对纯林^[10]。萌蘖更新的麻栎年龄无法利用造林记录确定,因此参考已有研究,通过分析林分的胸径分布是否为正态分布来确认其是否为同龄林^[30]。

1.4 基础模型的拟合及选择

本研究选用 5 种具有生物学意义的生长曲线方程,采用最小二乘法进行模型拟合,选取决定系数(R^2)、赤池信息准则(Akaike Information Criterion, AIC)和贝叶斯信息准则(Bayesian Information Criterion, BIC)作为模型评价的指标。选出 R^2 最大, AIC 和 BIC 最小的模型作为基础模型,即导向曲线。各基础模型的名称及表达式如表 2 所示^[1,23]。

表 2 基础模型
Table 2 Base model

模型 Model	表达式 Expression
抛物线式	$H = a + bA + cA^2$
理查德式	$H = a(1 - e^{-bA})^c$
单分子式	$H = a(1 - be^{-cA})$
逻辑斯蒂式	$H = \frac{a}{1 + be^{-cA}}$
考尔夫式	$H = ae^{-b/A}$

注: H 为树高(m); A 为年龄(year); a, b, c 为模型参数; e 为自然底数。

Note: H is tree height (m); A is age (year); a, b, c are model parameters; e is the nature base.

基础模型的评价指标的计算公式如下:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \widehat{H}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} \quad (1)$$

$$AIC = -\frac{2}{\ln(L)} + 2k \quad (2)$$

$$BIC = -\frac{2}{\ln(L)} + \frac{k}{\ln(n)} \quad (3)$$

式中: H_i, \widehat{H}_i 和 \bar{H} 分别为优势木树高的观测值、模型预测值和观测值的平均值; L 为最大似然值; n 为样本数量; k 为模型参数数量。

1.5 非线性混合效应地位指数模型构建与评价

编制地位指数表的数据对来源于不同的样地和解析木,将样地和解析木作为随机效应,可以扩大地位指数的预测范围。因本研究中样地和解析木为一一对应关系,所以在构建非线性地位指数模型时,只需考虑样地的随机效应。基于非线性混合模型需要明确固定效应和随机效应对模型参数的影响,即将样地作为随机效应,对参数 a, b, c 进行不同组合,利用 AIC、BIC 和对数似然值(logLik)作为模型评价指标^[31],选出 AIC 和 BIC 值最小, logLik 值最大,同时参数少的模型作为地位指数模型。非线性混合效应地位指数模型形式如下^[21, 23, 31]:

$$\begin{cases} H_{ij} = f(\varphi_{ij}, A_{ij}) + \varepsilon_{ij} \\ i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, n \\ \varphi_{ij} = \beta E_{ij} + B_{ij} b_i \\ b_i \sim N(0, D) \\ \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2 R_i) \\ R_i = \sigma^2 G_i^{0.5} \Gamma_i G_i^{0.5} \end{cases} \quad (4)$$

式中: H_{ij} 为第 i 个样地第 j 优势木树高, A_{ij} 为第 i 个样地第 j 优势木年龄, φ_{ij} 为参数向量, ε_{ij} 为随机误差, f 是关于优势木树高与年龄的函数; M 为样地个数, n 为优势木圆盘个数; E_{ij}, B_{ij} 分别为 β, b_i 的设计矩阵, β 为 $p \times 1$ 维固定效应参数, b_i 为 $q \times 1$ 维随机效应参数; D 为随机效应的方差协方差矩阵; R_i 为样地间误差效应方差协方差矩阵, σ^2 为模型残差值, Γ_i 为组内误差相关性结构, G_i 为描述方差异质性的对角矩阵。

目前对于样本数据是否区分建模样本和检验样本存在争议^[31,32]。为充分利用样本数据,本研究不区分建模样本和检验样本,利用全部数据构建模型及模型评价^[33]。选取 R^2 、平均绝对误差

(MAE)和均方根误差(RMSE)作为模型评价指标^[34],对最优的基础模型和非线性混合效应模型的精度进行比较。评价指标计算公式如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \widehat{H}_i)^2}{n - k}} \quad (5)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |H_i - \widehat{H}_i|}{n} \quad (6)$$

式中: H_i 和 \widehat{H}_i 分别为优势木树高的观测值和模型预测值; n 为样本数量; k 为模型参数数量。

本研究利用 R 语言的 nlme 包,对非线性混合效应模型的参数进行估计,采用连续时间一阶自回归(corCAR1)的相关性结构消除残差的自相关性。

1.6 基准年龄及指数级距的确定

基准年龄通常是树高生长趋于稳定且能够灵敏反映立地条件差异的年龄^[14],其确定需要综合考虑采伐年龄、自然成熟年龄的一半年龄和树高平均生长量的最大值^[35]。本研究利用解析木数据,计算出麻栎人工林各龄阶树高变动系数(C_H)的理论值,即整列后的树高变动系数,作为确定基准年龄的主要参考依据。麻栎人工林各龄阶 C_H 的计算公式参照孟宪宇^[35]的相关研究。

指数级距(C)和指数级个数(z)是依据基准年龄时优势木树高绝对变动幅度(ΔH)来确定。指数级距计算公式如下:

$$C = \frac{\Delta H}{z} \quad (7)$$

式中: C 为指数级距; z 为指数级个数; ΔH 为基准年龄时优势木树高绝对变动幅度。

1.7 地位指数表的编制与检验

地位指数表的编制方法包括相对优势高法、变动系调整法与标准差调整法^[35]。相对优势高法是将导向曲线按照一定比例平移的方法,本研究采用该方法编制地位指数表。编制步骤如下^[1]:

(1)将各龄阶值代入非线性混合效应地位指数模型,分别计算第 t 龄阶树高理论值 H_{tk} 。

(2)将基准年龄代入非线性混合效应地位指数模型,计算基准年龄树高理论值 H_{ok} , H_{oz} 为基准年龄的第 z 指数级的树高值。各龄阶调整系数 K_z 的计算公式如下:

$$K_z = \frac{H_{oz}}{H_{ok}} \quad (8)$$

(3)计算第 t 龄阶第 z 指数级调整后的树高值 H_{tz} ,计算公式如下:

$$H_{tz} = K_z \times H_{tk} \quad (9)$$

本研究选取年龄大于 30 a 的优势木(12 株)解析木数据,利用 X^2 检验^[1,11]和落点检验^[8,36]对地位指数表的适用性进行检验。 X^2 检验参考杨传强^[1]等编制山东省松类人工林地位指数表时采取的地位指数序列检验方法,以基准年龄(未达到基准年龄的选择最大年龄)的地位指数级作为分组依据,计算公式如下:

$$H_o = H_t \times \frac{H_{ok}}{H_{tk}} \quad (10)$$

$$X_z^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_z} [H_{40(t,z)} - \bar{H}_{40(z)}]^2}{\bar{H}_{40(z)}} \quad (11)$$

式中: H_o 为地位指数,即基准年龄时的树高; H_t 为第 t 龄阶平均实际树高; H_{ok} 为基准年龄时,式(4)计算的树高; H_{tk} 为第 t 龄阶时,式(4)计算的树高; $\bar{H}_{40(z)}$ 为第 z 指数级优势木的平均地位指数; $H_{40(t,z)}$ 为第 z 指数级第 t 年的地位指数; X_z^2 为第 z 指数级优势木的 X^2 值。

落点检验是将待检验的 12 株解析木的 89 个树高一年龄数据作为散点,绘制在地位指数曲线簇图中,计算散点落在地位指数曲线簇内的概率。

2 结果与分析

2.1 编制地位指数表的可行性

以其中一块标准地为例,其平均胸径为 6.4 cm,胸径分布频率直方图见图 1。由图 1 可知,该标准地内的样木胸径结构为一条主要分布于 5.0~9.0 cm 之间,在 7.0 cm 为峰点的单峰曲线。这条胸径结构分布曲线近似正态分布曲线,符合同龄纯林胸径分布规律。对其他标准地进行相同处理得到的结果基本一致,因此可以认为本研究调查的麻栎林标准地为相对同龄纯林,可进行地位指数表的编制研究。

2.2 基础模型的选择

剔除不同龄阶异常值后,本研究最终获得 232 组树高一年龄数据,详见表 3。

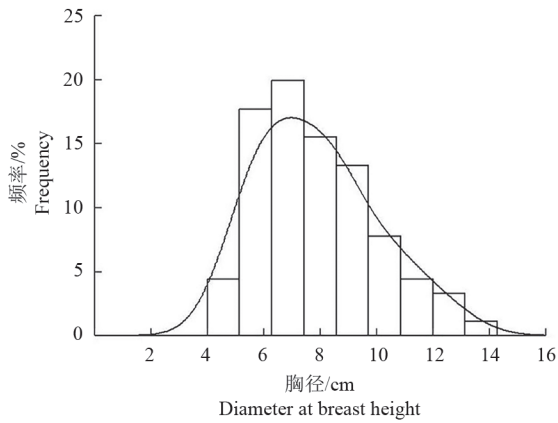


图 1 胸径分布图

Fig. 1 Distribution histogram of diameter at breast height

如表 4 所示, 5 种基础模型拟合结果的 R^2 均大于 0.6, 其中, 单分子式模型和考尔夫式模型的

R^2 最大, 均为 0.657 5; 单分子式模型的 AIC 和 BIC 值最小, 所以单分子式模型为最优模型, 将其作为基础模型。

2.3 非线性混合效应地位指数模型的构建及评价

本研究只考虑样地水平的随机效应, 以单分子式模型为基础模型, 将随机效应分别置于参数 a, b, c 的不同组合上, 共有 7 种不同的组合方式, 其混合效应模型的拟合结果如表 5 所示。由表 5 可知, 相较于基础模型, 非线性混合效应模型的 AIC 和 BIC 值均明显降低。其中, 随机效应置于单个参数时, 模型 M1 的 AIC 和 BIC 值最小且 $\log\text{Lik}$ 值最大, 故模型 M1 拟合效果最好; 置于两个参数时, 模型 M5 的拟合效果最好。模型 M1 和

表 3 解析木特征统计

Table 3 Statistical characteristics of stem analysis trees

龄阶/a	样本数	平均树高/m	标准差/m	3 倍标准差上限/m	3 倍标准差下限/m
Age class	Number of samples	Mean tree height	SD	Upper limit of the 3 times SD	Lower limit of the 3 times SD
5	54	3.37	1.55	8.01	-1.27
10	57	6.09	2.26	12.88	-0.70
15	43	7.75	2.42	15.02	0.48
20	25	9.18	2.95	18.03	0.33
25	14	10.11	2.66	18.08	2.14
30	14	10.23	2.12	16.58	3.88
35	7	10.29	2.01	16.32	4.26
40	4	12.33	3.89	23.99	0.68
45	2	9.66	1.07	12.86	6.45
50	2	9.91	1.29	13.77	6.05
55	2	10.44	1.47	14.85	6.03
60	2	10.78	1.52	15.34	6.21
65	2	11.38	1.66	16.36	6.39
70	1	12.95	0.00	12.95	12.95
75	1	13.36	0.00	13.36	13.36
80	1	13.90	0.00	13.90	13.90
85	1	14.19	0.00	14.19	14.19

表 4 基础模型拟合结果

Table 4 Fitting results of base models

模型 Model	参数 Parameter			R^2	AIC	BIC
	a	b	c			
抛物线式	1.483 7	0.422 0	-0.003 8	0.600 6	1 027.226 0	1 041.013 0
理查德式	11.467 8	0.102 0	1.682 7	0.657 2	992.043 8	1 005.831 0
单分子式	11.693 1	1.214 9	0.083 0	0.657 5	991.807 3	1 005.594 0
逻辑斯蒂式	10.931 0	7.358 9	-0.188 6	0.651 1	996.094 0	1 009.881 0
考尔夫式	13.729 0	9.822 9	1.040 5	0.657 5	991.835 7	1 005.623 0

M5 似然比检验结果(似然比为 0.005 6, $P>0.05$) 说明模型 M5 虽增加了一个随机效应参数, 却未显著提升模型的拟合精度。采取相同方法对模型 M1 和 M7 的拟合精度进行比较(似然比为

0.023 3, $P>0.05$), 得到了相同的结果。这说明随机效应参数的增加不一定能显著提升模型的拟合精度。同时考虑模型 M1 的参数数量较少, 所以模型 M1 为最优样地随机效应混合模型。

表 5 随机效应混合模型拟合结果
Table 5 Fitting results of nonlinear mixed-effects models with random effects

模型 Model	随机参数 Random parameter	参数数量 Parameter number	AIC	BIC	logLik
M1	<i>a</i>	4	394.014 9	414.695 3	-191.007 4
M2	<i>b</i>	4	454.984 1	475.664 5	-221.492 1
M3	<i>c</i>	4	454.984 1	475.664 5	-221.492 1
M4	<i>a, b</i>	5	456.984 1	481.111 3	-221.492 1
M5	<i>a, c</i>	5	395.998 5	420.125 7	-190.999 3
M6	<i>b, c</i>	5	456.984 1	481.111 3	-221.492 1
M7	<i>a, b, c</i>	6	397.991 6	425.565 5	-190.995 8

残差图是检验模型残差异质性直观有效的方法^[21]。使用 R 语言绘制模型 M1 的残差图(图 2), 如图所示, 模型 M1 残差随机分布且集中于 $X=0$ 轴两侧, 故模型 M1 没有明显的残差的异质性趋势, 所以选模型 M1 可以作非线性混合效应地位指数模型。

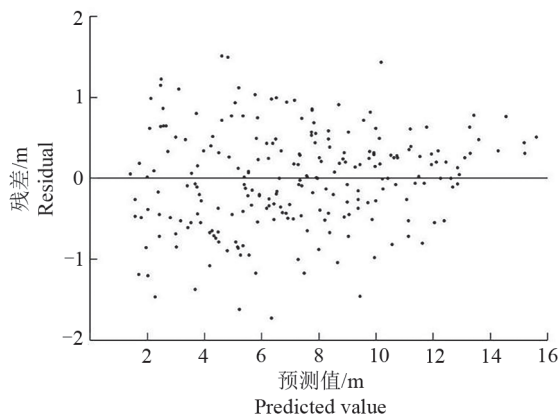


图 2 模型 M1 残差分布图

Fig. 2 Plot of residual distribution for model M1

非线性混合效应地位指数模型的拟合结果(表 6)可知, 固定效应的参数均显著($P<0.001$), 证明构建的模型符合生物学预期。随机效应方差(21.701 9)远大于随机效应残差方差(0.711 0), 表明不同立地条件的的麻栎生长潜力存在明显差异, 且样地间差异远大于样地内个体差异。

利用全部数据作为检验数据, 对最优的基础模型(单分子式模型)和随机效应混合模型(模型 M1)进行评价和检验, 结果见表 7。相较于单分子式模型, 模型 M1 的 R^2 值比前者提高了 48.9%, 同时其 RMSE 和 MAE 值分别降低了 67.44% 和 69.77%。这说明考虑样地随机效应的模型 M1 的拟合度和预测精度比基础模型均有了较大提升。

2.4 基准年龄及地位指数级距

由表 8 可知, 各龄阶整列后 C_H 随年龄增加而逐渐减小, 在 40 a 后趋于稳定, 同时参照 LY/T 2415—2015《地位指数表编制技术规程》^[37], 最终

表 6 最优随机效应混合模型参数估计值
Table 6 Estimated parameters of the optimal random effects mixed model

参数类型 Parameter type	参数 Parameter	估计值 Estimated value	标准误 Standard error	方差 Variance	标准差 Standard deviation
固定效应	<i>a</i>	19.203 5***	1.537 4		
	<i>b</i>	1.048 8***	0.014 9		
	<i>c</i>	0.035 4***	0.003 7		
随机效应	$VAR(a_i)$			21.701 9	4.658 5
	σ^2			0.711 0	0.843 2

注: $VAR(a_i)$ 为随机效应方差; σ^2 为随机效应残差方差; ***表示 $P<0.001$ 。

Note: $VAR(a_i)$ is the random effects variance; σ^2 is random effects residual variance; *** represents $P<0.001$.

表 7 模型检验结果
Table 7 Model test results

模型 Model	R^2	RMSE	MAE
单分子式	0.657 5	2.020 8	1.690 0
模型 M1	0.979 2	0.658 0	0.510 8

确定泰山地区的麻栎基准年龄为 40 a。龄阶 40 a 的优势木树高的变动范围为 8.3~15.5 m, 树高绝对变幅为 7.2 m, 同时考虑泰山地区麻栎人工林的实际经营管理情况, 本研究将指数级个数确定为 8, 指数级距为 1 m。

2.5 地位指数表的编制及检验

依据模型 M1 计算出基准年龄树高曲线, 并由式(8)和式(9)计算出各龄阶的调整系数及理论树高值, 得到泰山地区麻栎人工林地位指数表(表 9)。将建模样本中所有年龄大于 30 a 的 12 株解析木的圆盘数据用于检验, 由式(10)和式(11)计算得出地位指数序列及其检验结果如表 10 所示。查表可知 $X_{0.05(6-1)}^2=11.07$, 该值均远

表 8 各龄阶树高变动系数
Table 8 Coefficient of variation of tree height by age class

龄阶/a Age class	树高变动系数/% Coefficient of variation in tree height (C_H)	整列后树高变动系数/% Theoretical C_H
5	47.19	47.60
10	37.80	38.23
15	31.61	32.74
20	32.13	28.85
25	26.28	25.83
30	20.69	23.36
35	19.53	21.28
40	31.51	19.47
45	11.06	17.88
50	12.99	16.45
55	14.09	15.16
60	14.11	13.98
65	14.61	12.90

大于各组 X^2 值, 据此可知非线性混合效应模型能够准确反映解析木树高生长趋势。

表 9 泰山地区麻栎人工林地位指数表
Table 9 Site index table of *Q. acutissima* plantations in the Mountain Tai Region

龄阶/a Age class	树高/m Tree height							
	指数 8 Index 8	指数 9 Index 9	指数 10 Index 10	指数 11 Index 11	指数 12 Index 12	指数 13 Index 13	指数 14 Index 14	指数 15 Index 15
5	1.3	1.5	1.6	1.8	2.0	2.1	2.3	2.4
10	2.8	3.2	3.5	3.9	4.2	4.6	5.0	5.3
15	4.1	4.6	5.1	5.7	6.2	6.7	7.2	7.7
20	5.2	5.8	6.5	7.1	7.8	8.4	9.1	9.7
25	6.1	6.8	7.6	8.4	9.1	9.9	10.7	11.4
30	6.8	7.7	8.5	9.4	10.3	11.1	12.0	12.8
35	7.5	8.4	9.3	10.3	11.2	12.1	13.1	14.0
40	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0
45	8.4	9.5	10.6	11.6	12.7	13.7	14.8	15.8
50	8.8	9.9	11.0	12.1	13.2	14.3	15.4	16.5
55	9.1	10.3	11.4	12.5	13.7	14.8	16.0	17.1
60	9.4	10.6	11.7	12.9	14.1	15.3	16.4	17.6
65	9.6	10.8	12.0	13.2	14.4	15.6	16.8	18.0
70	9.8	11.0	12.2	13.5	14.7	15.9	17.1	18.4
75	9.9	11.2	12.4	13.7	14.9	16.2	17.4	18.6
80	10.1	11.3	12.6	13.8	15.1	16.4	17.6	18.9
85	10.2	11.4	12.7	14.0	15.3	16.5	17.8	19.1

如图 3 所示, 用于检验的 89 个圆盘数据绝大部分落在地位指数曲线簇内, 只有 9 个圆盘数据

落在地位指数曲线簇外, 落点精度为 89.89%。检验的结果表明, 编制的地位指数表具有一定的

表 10 地位指数序列及其检验
Table 10 Site index sequence and its validation

组别 Group	龄阶/a Age class						$\bar{H}_{40(z)}$	X^2
	5	10	15	20	25	30		
1	8.8	6.1	7.1	8.2	9.2	8.7	8.01	0.88
2	7.4	8.6	9.9	9.5	9.5	9.2	9.02	0.47
3	11.7	10.3	10.3	9.9	10.0	9.7	10.31	0.24
4	8.0	10.2	10.3	10.2	10.4	10.6	9.95	0.48
5	12.3	10.2	11.7	12.2	12.4	12.2	11.81	0.30
6	4.9	6.2	8.9	11.0	12.1	12.8	9.31	5.51
7	9.6	9.7	11.7	13.8	14.6	14.7	12.35	2.21

注： $\bar{H}_{40(z)}$ 为第z组(指数级)优势木的平均地位指数。

Note: $\bar{H}_{40(z)}$ is the average site index of the dominant tree in group z.

适用性。通过对 30 块编表用标准样地的立地质量评估发现：低质量立地(指数级 8~9 m)占比 10%，中等质量立地(10~13 m)占 30%，而高质量立地(14~15 m)高达 60%。这表明泰山地区麻栎人工林 90% 的样地立地质量属于中高等级，立地条件整体优良，能够为麻栎的生长提供了适宜的立地条件。

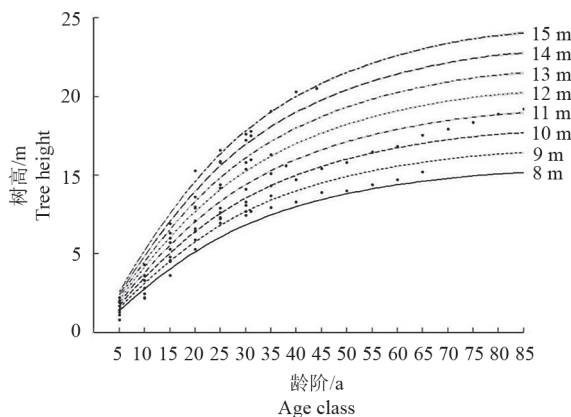


图 3 地位指数表落点检验
Fig. 3 Drop-point test of the site index table

3 讨论

本研究在充分分析标准地内林分胸径结构分布特征的基础上，得出泰山地区麻栎林可视为相对同龄林。该结果与郑聪慧^[10]和祝维^[11]等分别对伏牛山地区和华北地区的栓皮栎天然次生林的分析结果一致。这说明在充分分析优势树种林分年龄结构的基础上，可以应用地位指数表对不同演替阶段的人工林立地质量进行评价。

利用地位指数表对立地质量评价时，应在样本的分布区域范围和年龄范围内使用，对未经验证的优势高分布和年龄分布的范围应谨慎使用^[37]。本研究基于编表的 30 块样地的立地质量评价显示，中高等级立地质量的样地占比达 90%，表明该区域人工林立地条件整体处于麻栎适生区，具备较好的生长潜力空间。

利用解析木的圆盘数据编制地位指数表是目前常用的方法之一^[8,11,14]，该方法在充分利用样本数据的同时，可有效减少工作量。通过该方法获取的树高一年龄数据对具有明显的时间自相关性和嵌套结构，而使用最小二乘法对传统的非线性模型参数估计时，因其对数据的独立性和方差异质性较为敏感^[16,17]，得出的参数估计值存在一定的不确定性。非线性混合效应模型因其能够充分考虑数据的异质性和多层数据的相关性^[19]，因此处理这类数据具有突出的优势。相较于传统的非线性模型，本研究利用非线性混合效应模型构建的地位指数曲线模型的拟合精度和预报精度都明显提高，这与 Zhu^[21]和赵薇^[23]等对杉木人工林地位指数模型的研究结果一致。此外，董自华等^[22]的研究发现非线性混合效应模型用于编制山杨和桦树混交林的地位指数表也具有明显的优越性。

本研究发现与模型 M1 相比，模型 M7 和 M4 均未因随机效应参数的增加而使其模型的拟合精度得到显著提升，这与郑玉等^[34]构建的白桦枝长与枝径的非线性混合模型的结果一致，形成这种结果的原因可能与模型的形式和误差来源有关^[19,38]。此外，董自华^[22]和赵薇^[23]等采用非线性混合效应模型分别评价冀北地区杨桦混交林和湖南省杉木人工林的立地质量，结果表明立地条件差异对林木生长的影响明显大于样地内的个体差异，这与本研究的结论一致。

由于泰山地区地形地貌较为复杂且麻栎成熟林和过熟林多处于自然保护区内，所以本研究中来源于近熟林、成熟林和过熟林的样木较少。本研究利用解析木圆盘数据的时间关联性^[20,29]，结合非线性混合模型处理不平衡数据的优势^[16,39]，可以在一定程度上降低对成熟林和过熟林的样木数量需求，同时保证模型精度满足编制地位指数表的要求，这也在类似的研究中存在^[23]。后续研究中，应结合林场造林记录及森林

资源三类调查数据,积极争取增加自然保护区内实验区中麻栎成熟林和过熟林样地及样木的数量,以使该地位指数表更加稳定。此外,已有研究表明土壤和海拔^[21,23]对立地质量有显著影响并进行了相关数量化评定,后期研究可加入相关立地因子的研究,以对该区域立地质量进行更科学的评价。

4 结论

本研究利用泰山地区30块麻栎人工林标准样地的调查数据及30株优势木的232组树高一年龄数据,采用非线性混合效应模型编制泰山地区麻栎人工林地位指数表。研究表明:利用地位指数表评价麻栎人工林立地质量具有可行性;样地水平随机效应的非线性混合效应模型的拟合精度及预报精度均明显优于最优基础模型,可以用于地位指数表的编制;基于非线性混合效应模型,采用相对优势高法编制的泰山地区麻栎人工林地位指数表通过了 X^2 检验和落点检验,可用于该区域麻栎人工林立地质量评价。

参考文献

- [1] 杨传强,李士美,孔雨光,等.山东省松类人工林立地指数表的编制与应用[J].林业资源管理,2018(02):43-47+118.
- [2] 李宗俊,刘萍,朱英娟,等.纸浆材桉树人工林地位指数表的编制[J].林业资源管理,2016(01):59-64.
- [3] Yin M L, Gao T, Zhao Y H, et al. Carbon stock estimation of poplar plantations based on additive biomass models[J].Forests,2024,15(10):1829.
- [4] 杨成超.辽宁省速生杨树立地指数表的编制[J].林业科技通讯,2024(10):121-123.
- [5] 庄尔奇,凌远云,叶要妹.湖北省马尾松人工林多形曲线地位指数表的编制[J].华中农业大学学报,1996(03):289-294.
- [6] 翟文元,许玉婷,夏泰英,等.山东省107-杨树地位指数表的编制[J].山东农业大学学报(自然科学版),2012,43(02):227-231.
- [7] 王月容,唐万鹏,郑兰英,等.湖北省南方型杨树人工林立地指数表的编制[J].华中农业大学学报,2004,23(03):344-347.
- [8] 马羽,许业洲,袁慧,等.湖北省杉木人工林胸径差分方程及多形地位指数表研究[J].森林工程,2023,39(02):72-81.
- [9] 李斌成,杜超群,袁慧,等.基于理论模型及其差分方程的湖北省杉木立地指数表研制[J].中南林业科技大学学报,2019,39(07):56-64.
- [10] 郑聪慧,贾黎明,段劼,等.华北地区栓皮栎天然次生林地位指数表的编制[J].林业科学,2013,49(02):79-85.
- [11] 祝维,张西,贾黎明.伏牛山地区栓皮栎天然次生林地位指数表的编制[J].东北林业大学学报,2017,45(12):32-37.
- [12] 牛亦龙,董利虎,李凤日.基于广义代数差分法的长白落叶松人工林地位指数模型[J].北京林业大学学报,2020,42(02):9-18.
- [13] 马炜,孙玉军.长白落叶松人工林立地指数表和胸径地位级表的编制[J].东北林业大学学报,2013,41(12):21-25+38.
- [14] 肖君,方升佐,徐锡增.南方型杨树人工林立地指数表的编制[J].福建农业大学学报,2006,20(04):604-609.
- [15] 陆海飞,徐建民,刘望舒,等.引入哑变量的广西尾巨桉人工林地位指数模型拟合效果分析[J].林业科技通讯,2022(11):3-9.
- [16] 李春明.利用非线性混合模型进行杉木林分断面积生长模拟研究[J].北京林业大学学报,2009,31(01):44-49.
- [17] 雷相东,李永慈,向玮.基于混合模型的单木断面积生长模型[J].林业科学,2009,45(01):74-80.
- [18] Chen Z. The full EM algorithm for the MLEs of QTL effects and positions and their estimated variances in multiple-interval mapping[J].Biometrics,2005,61(2):474-480.
- [19] 符利勇,李永慈,李春明,等.利用2种非线性混合效应模型(2水平)对杉木林胸径生长量的分析[J].林业科学,2012,48(05):36-43.
- [20] 姜鹏,孙悦,许佳明,等.基于非线性混合效应的华东地区主要优势树种林分水平树高-胸径模型[J].自然保护地,2024,4(03):65-73.
- [21] Zhu G, Hu S, Chhin S, et al. Modelling site index of Chinese fir plantations using a random effects model across regional site types in Hunan province, China[J]. Forest Ecology and Management,2019,446:143-150.
- [22] 董自华,李大勇,梁宇,等.冀北山地杨桦次生混交林地位指数模型构建[J].林草资源研究,2024(03):70-78.
- [23] 赵薇,朱光玉,吕勇.基于非线性混合效应的区域性杉木人工林立地指数模型[J].林草资源研究,2024(03):42-50.
- [24] 张兴旺,李垚,方炎明.麻栎在中国的地理分布及潜在分布区预测[J].西北植物学报,2014,34(08):

- 1685-1692.
- [25] 刘志龙,虞木奎,唐罗忠,等. 麻栎资源研究进展及开发利用对策[J]. 中国林副特产,2009(06):93-96.
- [26] 张永涛,陈志成,王志伟,等. 泰山罗汉崖林场林下植被物种组成及生物多样性[J]. 中国水土保持科学,2011,9(06):94-98.
- [27] 崔志浩,田立征. 泰山地区近三十年植被覆盖变化与地形因子分析[J]. 北京测绘,2021,35(06):754-758.
- [28] 咸利民,季民,刘法军,等. 基于CF与优化RF模型耦合的泰山地区地质灾害易发性评价[J]. 水土保持通报,2024,44(05):134-143.
- [29] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局,中国国家标准化管理委员会. GB/T 26424—2010森林资源规划设计调查技术规程[S]. 北京:中国标准出版社,2011:8-9.
- [30] 孟宪宇,陈东来. 山杨次生林地位指数表编制方法的研究[J]. 北京林业大学学报,2001(03):47-51.
- [31] 曾伟生,唐守正. 立木生物量方程的优度评价和精度分析[J]. 林业科学,2011,47(11):106-113.
- [32] Kozak A, Kozak R. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? [J]. Canadian Journal of Forest Research, 2003(6):976-987.
- [33] 刘秀红,姜春前,徐睿,等. 相容性单木生物量模型估计方法的比较—以青冈栎为例[J]. 林业科学,2020,56(09):164-173.
- [34] 郑玉,张化永,邹恒超,等. 应用非线性混合模型建立白桦枝长与枝径关系[J]. 东北林业大学学报,2023,51(09):53-58+119.
- [35] 孟宪宇. 测树学[M]. 3版. 北京:中国林业出版社,2006:107-111.
- [36] 赵丽宏. 迎春5号杨树人工林地位指数模型研究[J]. 林业科技情报,2022,54(02):45-47.
- [37] 国家林业局. LY/T 2415—2015地位指数表编制技术规程[S]. 北京:中国标准出版社,2015:4-11.
- [38] 李永慈,唐守正. 度量误差对全林整体模型的影响研究[J]. 林业科学,2005(06):169-172.
- [39] 符利勇,李永慈,李春明,等. 利用2种非线性混合效应模型(2水平)对杉木林胸径生长量的分析[J]. 林业科学,2012,48(05):36-43.