

基于改进知识测度与变权图片模糊集的多属性决策方法研究

李文焱¹, 李丽红^{1,2,3}, 王洪欣¹

(1.华北理工大学 理学院,河北 唐山 063210;

2.河北省数据科学与应用重点实验室,河北 唐山 063210;

3.唐山市数据科学重点实验室,河北 唐山 063210)

摘要:随着多属性决策分析问题的复杂性不断增加,传统决策方法在处理含有不确定性和模糊性的多目标优化问题时面临诸多挑战.针对这些挑战,提出了一种基于知识测度的图像模糊 VIKOR-TOPSIS 方法(PFKA-VIKOR-TOPSIS),该方法结合了知识度量、模糊集合理论来进行加权决策,旨在解决决策问题中的信息不确定性和多样性.首先,采用改进的知识度量方法对决策样本进行量化,以增强对关键属性的敏感度.接着,通过自适应的权重分配算法,进一步提高了决策过程中各个属性的合理性和一致性.最后,结合 VIKOR 和 TOPSIS 方法,提出了一种综合考虑理想解、负理想解以及决策者偏好的优化方案选择策略.为验证所提方法的有效性,本研究将其与传统的决策方法进行了对比实验,并通过多种性能指标评估了各方法在不同噪声水平下的鲁棒性与稳定性.实验结果表明,所提出的 PFKA-VIKOR-TOPSIS 方法在多属性决策问题中具有较高的准确性和较强的鲁棒性,能够有效处理含有不确定性和模糊性的决策问题,尤其在复杂的模糊环境下展现出显著的优势.这表明该方法在实际应用中具有较大的潜力,适用于处理复杂和动态变化的决策场景.

关键词:图片模糊集; 知识测度; 多属性决策; 可调熵权法; VIKOR; TOPSIS

中图分类号:TP 391.4

文献标志码:A

doi:10.13763/j.cnki.jhebnu.nse.202601006

Research on Multi-attribute Decision-making Method Based on Improved Knowledge Measure and Variable Weighting Picture Fuzzy Set

LI Wenyan¹, LI Lihong^{1,2,3}, WANG Hongxin¹

(1.School of Science, North China University of Science and Technology, Tangshan Hebei 063210, China;

2.Hebei Key Laboratory of Data Science and Application, Tangshan Hebei 063210, China;

3.Tangshan Key Laboratory of Data Science, Tangshan Hebei 063210, China)

Abstract: As the complexity of multi-attribute decision analysis problems continues to increase, traditional decision-making methods face numerous challenges when dealing with multi-objective optimization problems that involve uncertainty and fuzziness. To address this challenge, this paper proposes a knowledge-based picture fuzzy VIKOR-TOPSIS method (PFKA-VIKOR-TOPSIS), which combines knowledge measurement and fuzzy set theory for weighted decision-making, aiming to solve the issues of information uncertainty and diversity in decision problems. First, an improved knowledge measurement method is used to quantify the decision samples, enhancing the sensitivity to key attributes. Then, an adaptive weight allo-

收稿日期:2025-05-16; 修回日期:2025-12-31

基金项目:唐山市基础研究项目(22130225G)

作者简介:李文焱(1999-),女,河北唐山人,硕士研究生,研究方向为数据挖掘和三支决策研究.

通信作者:李丽红(1979-),女,教授,硕士生导师,研究方向为数据挖掘和三支决策研究.E-mail:22687426@qq.com

ation algorithm is employed to further improve the rationality and consistency of the attributes in the decision process. Finally, by integrating the VIKOR and TOPSIS methods, an optimization strategy is proposed that comprehensively considers the ideal solution, the negative ideal solution, and the preferences of the decision maker. To verify the effectiveness of the proposed method, this study compares it with traditional decision-making methods and evaluates the robustness and stability of each method under different noise levels using multiple performance indicators. The experimental results show that the PFKA-VIKOR-TOPSIS method achieves higher accuracy and stronger robustness in multi-attribute decision-making problems, effectively handling decision problems with uncertainty and fuzziness, and demonstrating significant advantages, especially in complex fuzzy environments. This indicates that the proposed method has great potential for practical applications and is suitable for handling complex and dynamically changing decision scenarios.

Key words: picture fuzzy set; knowledge measure; multi-attribute decision making; adjustable entropy weight method; VIKOR; TOPSIS

随着复杂决策场景中信息不确定性与多维性的加剧,多属性决策方法在图像处理、智能推荐、工程优化等领域的应用需求日益增长.模糊集理论通过引入隶属度、非隶属度及犹豫度等维度,为不确定信息的表征提供了重要工具.近年来,学者们针对不同场景提出了多种模糊集扩展形式与决策模型,推动了理论与应用的发展.例如,桂丹萍等^[1]提出直觉模糊数多因素变权综合决策方法,通过动态调整属性权重增强了对模糊语义的适应性;王磊等^[2]基于新图模糊距离测度改进了 EDAS 决策模型,有效量化了图像特征的模糊性与空间关联性;杨威等^[3]针对毕达哥拉斯犹豫模糊集设计了融合交叉熵的 VIKOR 方法,提升了多准则妥协解生成的鲁棒性.此外,在动态权重优化方面,陈露东等^[4]结合博弈综合赋权与 VIKOR 法,实现了配电网规划评估中主客观权重的协同优化;王志平等^[5]则引入概率犹豫模糊累积前景理论,通过风险偏好函数刻画了专家知识的不确定性对决策结果的影响.

在模糊信息表征与决策模型耦合方面,谢小军等^[6]提出区间直觉模糊投影测度与 TOPSIS 融合框架,通过多维信息投影优化了属性间的关联建模;刘天洋等^[7]基于改进 q -rung Orthopair 模糊语言测度拓展了 VIKOR 方法的应用边界,增强了语言变量在复杂场景下的表达能力.同时,李旭等^[8]的双论域属性约简方法为高维模糊数据的特征筛选提供了新思路,而苏加福等^[9]的改进 CRITIC-ORESTE 模型则通过准则冲突性分析优化了群体决策交互机制.这些研究为图像模糊环境下的多属性决策奠定了重要基础,推动了模糊集理论与经典决策模型的深度结合.

为了解决上述问题,结合前人的研究成果,进一步提出了一种改进的 PFKA-VIKOR-TOPSIS 方法.该方法结合了知识度量、图片模糊集合与加权决策策略,旨在更有效地应对决策过程中的不确定性和模糊性问题.

1) 提出了改进的 PFKA-VIKOR-TOPSIS 方法.该方法结合知识度量、图片模糊集合和加权决策策略,用于有效应对多属性决策中的信息不确定性和模糊性问题.

2) 改进的知识度量方法增强了对重要属性的敏感性.通过引入一种改进的知识度量方法,增强了对决策样本中重要属性的敏感性,从而避免了传统方法中可能存在的属性选择偏差.

3) 基于自适应权重分配算法提高了各属性的合理性和一致性.采用自适应权重分配算法,动态调整决策过程中各属性的权重,进一步提高了属性间的一致性和决策过程的合理性.

4) 结合 VIKOR 和 TOPSIS 方法提出综合优化方案选择策略.提出了一种新型的多属性决策框架,能够有效应对不确定性和模糊性问题,同时具有较强的鲁棒性和稳定性.通过与传统方法的对比实验,验证了所提出方法的有效性和优势.

1 相关工作

多属性决策问题被广泛应用于工程设计、金融投资、供应链管理等领域,在面对多个决策标准和目标时,决策过程变得日益复杂.随着问题复杂性和不确定性增加,传统的决策方法已无法有效处理含有不确定性和模糊性的多目标优化问题.因此,研究者们提出了多种方法,尤其是模糊方法、VIKOR 方法和 TOPSIS

方法,以解决决策过程中的不确定性和多样性问题。

1.1 模糊集理论扩展

模糊集理论在多属性决策中的扩展研究主要聚焦于提升模糊信息表达的精细度与动态性。罗绥芝等^[10]提出基于图片模糊集的 MACONT 方法,通过多维度隶属函数刻画旅游行程推荐中的不确定性,有效融合模糊语义的隶属度、非隶属度与犹豫度。郭奉佳等^[11]结合概率语言术语与 Jensen-Shannon 距离,构建社会网络环境下的群体共识决策模型,增强了模糊信息的交互鲁棒性。针对双论域场景,王安娜等^[12]引入三角模糊不完备三支群决策方法,结合多粒度粗糙集优化医疗诊断中的动态不确定性建模。此外,吴维等^[13]进一步扩展广义区间值 q 阶 orthopair 犹豫模糊软集,为能源投资决策提供更灵活的知识表达框架。现有研究在模糊信息的多维扩展上取得显著进展,但仍需解决图像模糊场景下空间关联性建模不足的问题。

1.2 VIKOR 方法改进

VIKOR 方法通过妥协解优化机制平衡群体效用与个体遗憾,其改进方向集中于模糊环境下的测度权重分配与决策行为融合。在工程应用中,王飞等^[14]验证区间模糊 VIKOR 法在滑坡治理方案优选中的实用性,通过群体效用与个体遗憾的权衡降低决策风险;冯芊力等^[15]结合 AHP-熵权法优化 VIKOR 权重分配,为弹药库选址提供科学依据。现有改进方案虽提升了 VIKOR 的适应性,但对图像模糊信息的动态异构特征依然缺乏针对性优化。

1.3 TOPSIS 方法优化

TOPSIS 方法通过理想解逼近实现排序优化,其改进策略包括测度创新与权重动态化。王滔等^[16]集成 AHP 与 TOPSIS 优化急倾斜薄矿脉采矿参数选择,验证模型在复杂地质条件下的有效性。针对弱等效方案排序难题,程幼明等^[17]设计组内-组间分层优化机制,通过二维空间分析提升排序区分度。刘畅等^[18]引入随机多权重 TOPSIS 法量化威胁评估中的权重不确定性,输出威胁度置信区间以支持动态决策。此外,潘玥等^[19]融合主客观综合权 TOPSIS 模型,提升 GNSS 观测可信度评估的稳定性;常青等^[20]通过 Tanimoto 系数与对称差改进 TOPSIS,解决指标相关性导致的逆序问题。现有研究在测度与权重优化上成果显著,但对图像模糊噪声的鲁棒性仍需强化。

1.4 知识测度与权重分配

在多准则决策问题中,面对不确定性和模糊性,许多研究者提出了不同的度量方法,以帮助有效地处理模糊信息。本文中,笔者将对这些方法进行对比分析,进一步探讨该方法在处理模糊信息、评估属性权重等方面的优势,并展示本研究提出的图片模糊知识度量方法相对于现有方法的改进和优势。其中,Arya 等^[21]提出了 E^{V_1} 方法,基于香农熵的理论,通过评估模糊集合中各元素的熵,来衡量信息的不确定性。另提出一种方法 $E_R^{V_2}$ ^[22],引入了一个参数来调整对模糊集合中不同元素的敏感度。这使得该方法在处理不同类型的确定性时具有较高的灵活性。Joshi 等^[23]提出 E_R^U 方法,关注群体效用与个体遗憾之间的平衡,旨在为多准则决策问题提供一种有效的综合评估工具。该方法通过衡量个体的遗憾程度,帮助决策者在多个备选方案中找到一个折衷方案,兼顾各方利益。与此相似,Kumar 等^[24]提出的 E_R^S 方法则更加关注个体的遗憾和不满意度,尤其适用于在多决策者情境下,评估不同备选方案的个体满意度和决策结果的公平性。

1.5 应用场景验证

理论方法在复杂模糊场景中的应用验证体现其实际价值。孙岩等^[25]通过多式联运路径优化案例验证模糊软时间窗模型的动态适应性。Wang 等^[26]基于 MCDM 框架评估核燃料循环转型的可持续性,为能源政策制定提供数据支撑。陈恽淳等^[27]提出基于模糊认知图的驾驶权交互决策模型,经遗传算法优化后适应度达 0.979,显著提升智能汽车动态响应能力。张勇刚等^[28]改进组合赋权法与 VIKOR 法,成功应用于茄芯烟叶化学品质评价,验证方法的稳定性。这些实证研究为理论方法的普适性与可扩展性提供了有力支持。

2 预备知识

2.1 图片模糊集

为构建一个能够有效处理模糊信息和不确定性的多属性决策模型,本研究结合了模糊集合理论、知识度量、自适应权重分配算法以及 VIKOR 和 TOPSIS 2 种典型的多属性决策方法。下面简要介绍与本研究密切相关的理论基础。

图片模糊集是传统模糊集与直觉模糊集的扩展,能够更加精细地描述专家或决策者在复杂决策环境下对某个对象的认知状态.与传统模糊集仅包含隶属与非隶属度 2 种成分不同,直觉模糊集引入了隶属度、非隶属度以及犹豫度的概念.而图片模糊集在表达元素隶属关系时,增加了支持度、反对度、中立度和拒绝度 4 种概念,从而能更真实、更精细地捕捉实际决策过程中的不确定性和犹豫状态.

定义 1 设有限全集为 X , 则定义在 X 上的图片模糊集 P 可表示为

$$P = \{ \langle x, \mu_P(x), \eta_P(x), \nu_P(x), \pi_P(x) \rangle \mid x \in X \}. \tag{1}$$

其中:隶属度 $\mu_P(x) \in [0, 1]$, 表示元素 x 属于集合 P 的程度;非隶属度 $\nu_P(x) \in [0, 1]$, 表示元素 x 不属于集合 P 的程度;中立度 $\eta_P(x) \in [0, 1]$, 表示决策者对元素 x 是否属于集合 P 持犹豫或中立的程度.以上 3 个成分需满足约束条件: $0 \leq \mu_P(x) + \eta_P(x) + \nu_P(x) \leq 1$. 拒绝度 $\pi_P(x)$ 为上述 3 个成分之和的余值, 定义为 $\pi_P(x) = 1 - \mu_P(x) - \eta_P(x) - \nu_P(x)$. 该结构能够精确表达决策者在面对复杂、不确定环境时所表现出的状态,更细致地描述了实际决策场景的模糊特性,显著提高了模糊决策建模的精准性和真实性,适用于不确定环境下的多属性决策.

2.2 直觉模糊知识测度

为了衡量模糊信息中的有用性与确定性,Guo 等^[29-33]提出了一种非熵依赖的直觉模糊知识测度方法.该理论已广泛应用于聚类分析、图像处理 and 决策加权等领域,通过度量隶属度与非隶属度之间的差异,表达了信息的清晰度和决策的可行性.

定义 2 设直觉模糊集 A 表示为 $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \}$. 其中, $\mu_A(x)$ 表示隶属度, $\nu_A(x)$ 表示非隶属度,对应的犹豫度定义为

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x). \tag{2}$$

郭凯红等^[34]提出的改进知识测度模型定义如下:

$$K(A) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i)) (1 + |\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2). \tag{3}$$

其中, $\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i)$ 反映元素的信息量,平方因子 $|\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)|^2$ 用于增强对清晰度的敏感性.在聚类或多属性决策中,某一维度的知识测度越大,表示该特征维度的信息越清晰,越具决策价值.

直觉模糊知识测度函数 $K(A)$ 应满足

- 1) 最大性:当且仅当 $\mu_A(x) + \nu_A(x) = 1$ 且 $|\mu_A(x) - \nu_A(x)| = 1$ 时,有 $K(A) = 1$;
- 2) 最小性:当且仅当 $\mu_A(x) = \nu_A(x) = 0$ (即完全未知)时,有 $K(A) = 0$;
- 3) 单调性:信息越多、越清晰,知识量越大;
- 4) 对称性:满足 $K(A) = K(A^c)$.

2.3 权重调节 TOPSIS 模型

熵权法是一种广泛应用于多属性决策中的客观赋权方法,其基本思想是通过衡量各属性数据的分布离散程度来反映元素的贡献程度.属性越分散,其在综合决策中的权重应越高.然而,经典的熵权法存在以下 2 个问题:1) 容易放大主导属性;2) 忽视属性分散但存在潜在意义的特征.

为克服上述问题,引入幂指数调节机制的熵权 TOPSIS 模型^[35],通过调整幂指数 α 的值,能够有效地控制各属性的权重.当 $\alpha = 0$ 时,所有属性被赋予相同的权重;当 $\alpha = 1$ 时,退化为经典的 TOPSIS 方法;当 $\alpha = 2$ 时,则相当于传统的熵权 TOPSIS 方法;当 $\alpha > 2$ 时,主导属性的权重被进一步强化,适用于更为复杂的决策场景.

- 1) 为了消除各个属性量纲的差异,对决策矩阵进行标准化,标准化决策矩阵为

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}. \tag{4}$$

其中, x_{ij} 表示第 i 个方案的第 j 个属性值, r_{ij} 为标准化后的值.

- 2) 考虑不同指标的重要性,将每个标准化后的元素乘以其对应的权重,加权后的值为

$$v_{ij} = \omega_j \cdot r_{ij}. \tag{5}$$

其中, w_j 为第 j 个属性的权重, v_{ij} 为加权后的值.

3) 定义正理想解 A^+ 与负理想解 A^-

$$A^+ = \max\{v_{ij}\},$$

$$A^- = \min\{v_{ij}\}.$$

4) 计算每个方案引入幂指数的加权距离

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^\alpha (v_{ij} - v_j^+)^2},$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^\alpha (v_{ij} - v_j^-)^2}.$$

其中, α 为幂指数调节因子, v_{ij} 为加权后的标准化值, v_j^+ 和 v_j^- 分别为第 j 个属性的正理想解和负理想解.

5) 计算相对接近度

$$C_i^{\text{TOPSIS}} = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}.$$

幂指数因子的引入增强了模型的灵活性,使其能在等权与权重主导之间自适应调整,更加符合实际决策中对不同属性敏感度的差异性要求.

2.4 TOPSIS-VIKOR 决策模型

VIKOR 通过构造理想解与负理想解,计算每个方案的整体偏离程度.定义第 j 个属性的最优与最劣值分别为 $f_j^+ = \max_i f_{ij}, f_j^- = \min_i f_{ij}$.

计算每个方案的指标:

$$1) \text{ 群体效用 } S_i = \sum_{j=1}^n \frac{f_j^+ - f_{ij}}{f_j^+ - f_j^-};$$

$$2) \text{ 个体遗憾 } R_i = \max_j \frac{f_j^+ - f_{ij}}{f_j^+ - f_j^-};$$

$$3) \text{ 综合指数 } C_i^{\text{VIKOR}} = t \cdot \frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} + (1 - t) \cdot \frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-}.$$

其中, t 为权衡系数(通常取 0.5), $S^- = \min S_i, S^+ = \max S_i, R^- = \min R_i, R^+ = \max R_i$.

VIKOR 反映的是决策最大妥协程度, TOPSIS 反映的是决策相对接近程度.2 者结合后可根据排序一致性进行加权融合,或在不同偏好场景下选用最优解.该模型在多目标冲突、不确定信息处理方面具有良好的适应性和鲁棒性.

在 VIKOR-TOPSIS 模型中,首先,分别使用 VIKOR 和 TOPSIS 方法对备选方案进行分析,得到每个方案的得分.然后,通过加权平均融合 2 种方法的结果,得

$$C_i = s \times C_i^{\text{VIKOR}} + (1 - s) \times C_i^{\text{TOPSIS}}.$$

其中, C_i^{VIKOR} 和 C_i^{TOPSIS} 分别为 VIKOR 和 TOPSIS 方法得出的得分, s 是 VIKOR 对应的权重.最终,根据综合得分 C_i 进行排序,得分最高的方案即为最优方案.

VIKOR-TOPSIS 模型结合了 VIKOR 和 TOPSIS 2 种方法的优点,分别从不同的选择方式上对备选方案进行评估.通过加权平均的方式融合这 2 种方法的得分,其中权重 s 的选择需要根据实际的决策偏好来进行调整.

3 PFKA-VIKOR-TOPSIS 方法

结合知识度量、模糊集合理论进行加权决策,提出一种综合考虑正负理想解以及决策者偏好的优化方案选择策略.该模型兼具敏感度提升与方案优化能力,具有如下 2 个核心目标:

1) 通过改进的知识度量方法和自适应权重分配算法,增强了对决策中关键属性的敏感度,并确保了各属性权重的合理性和一致性;

2) 综合考虑 VIKOR 和 TOPSIS 这 2 种方法,从而提出一种科学合理的优化方案选择策略.整体方法流程如图 1 所示.

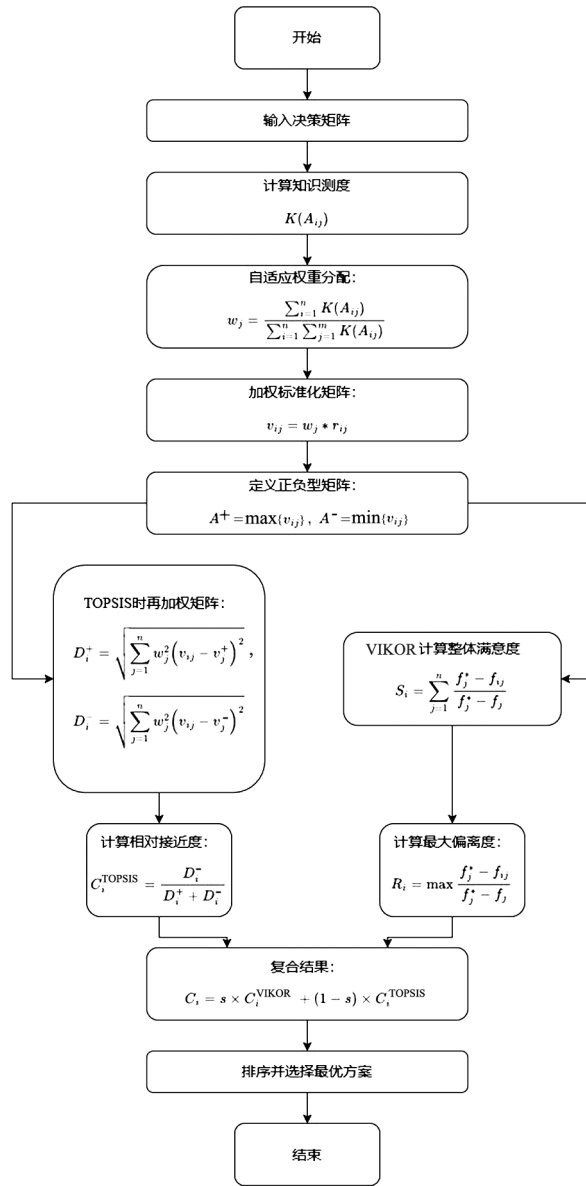


图 1 算法流程图

Fig.1 Algorithm Flowchart

3.1 图片模糊集的知识测度特征加权

定义 3 在模糊集合理论中, 图片模糊集被广泛用于表示具有不确定性或模糊性的决策数据. 设论域为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 则定义在 X 上的图片模糊集 C 可以表示为

$$C = \{ \langle x, \mu_C(x), \eta_C(x), \nu_C(x), \pi_C(x) \rangle \mid x \in X \}.$$

其中, 隶属度 $\mu_C(x)$ 、非隶属度 $\nu_C(x)$ 、中立度 $\eta_C(x)$ 分别表示元素 x 对模糊集合 C 的隶属程度、不隶属程度和 中立程度, 且拒绝度 $\pi_C(x)$ 定义为三者之和的余值, 即 $\pi_C(x) = 1 - \mu_C(x) - \eta_C(x) - \nu_C(x)$.

定理 1 图片模糊集的知识测度可以定义为

$$KPFS(C) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) \cdot (1 + (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_C(x_i))]. \quad (6)$$

信息量 $\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)$ 反映了决策中信息的确 定性程度; 信息清晰度 $(\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2$ 表示信息的清晰程度, 平方项的引入避免了对绝对值的运算, 使得表达更加简洁且避免了负值的干扰; 中立度调整因子 $(1 - \eta_C(x_i))$ 则反映了元素 x_i 对模糊集合 C 的中立性, 且中立度越高表示知识量越低.

该模型满足以下 4 个命题.

命题 1 明确集知识量最大:当 C 为明确集时, $\mu_C(x_i)$ 或 $\nu_C(x_i) = 1$, 其余为 0. 此时, $KPFS(C) = 1$.

证 假设 C 为明确集, 在所有元素 $x_i \in X$ 中, 要么完全属于集合 C ($\mu_C(x_i) = 1$), 要么完全不属于集合 C ($\nu_C(x_i) = 1$), 其余值为 0, 即对于每个 x_i , 存在 $\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i) = 1$, 且 $\eta_C(x_i) = 0$.

因此, 对于每个 x_i , 知识测度的贡献为

$$(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) \cdot (1 + (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_C(x_i)).$$

如果 $\mu_C(x_i) = 1$, 则 $\nu_C(x_i) = 0$, 此时,

$$\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i) = 1, (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2 = (1 - 0)^2 = 1, 1 - \eta_C(x_i) = 1.$$

计算为

$$(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) \cdot (1 + (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_C(x_i)) = 2.$$

如果 $\nu_C(x_i) = 1$, 则 $\mu_C(x_i) = 0$, 此时,

$$\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i) = 1, (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2 = (0 - 1)^2 = 1, 1 - \eta_C(x_i) = 1.$$

计算为

$$(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) \cdot (1 + (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_C(x_i)) = 2.$$

因此, 对于所有 x_i , 每一项计算结果为 2, 总和为 $2n$, 那么,

$$KPFS(C) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n 2 = \frac{2n}{2n} = 1.$$

因此, 明确集的知识量最大, $KPFS(C) = 1$.

命题 2 完全不确定时知识量为 0: 当 $\pi_C(x) = 1$ 时, $\mu_C = \nu_C = \eta_C = 0$.

证 完全不确定的情况意味着对所有元素 x_i , 隶属度 $\mu_C(x_i) = 0$, 非隶属度 $\nu_C(x_i) = 0$, 中立度 $\eta_C(x_i) = 0$.

当 $\mu_C(x_i) = 0$ 和 $\nu_C(x_i) = 0$, 计算得

$$(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) = 0, (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2 = (0 - 0)^2 = 0, (1 - \eta_C(x_i)) = 1.$$

所以每一项的结果为 $(\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) \cdot (1 + (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_C(x_i)) = 0$.

因此, 所有 x_i 对应的知识测度均为 0, 总和为 0, 最终有 $KPFS(C) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n 0 = 0$, 完全不确定时,

$KPFS(C) = 0$.

命题 3 单调性: 若 A 的信息量 $\mu_A + \nu_A \geq \mu_B + \nu_B$, 清晰度 $(\mu_A - \nu_A)^2 \geq (\mu_B - \nu_B)^2$ 且 $\eta_A \leq \eta_B$, 则 $KPFS(A) \geq KPFS(B)$.

证 设 A 和 B 是 2 个模糊集, A 和 B 在元素 x_i 上的隶属度、中立度和非隶属度分别为 $\mu_A(x_i)$ 、 $\eta_A(x_i)$ 、 $\nu_A(x_i)$ 和 $\mu_B(x_i)$ 、 $\eta_B(x_i)$ 、 $\nu_B(x_i)$.

由于知识测度的计算方式依赖于 3 个部分: 信息量、清晰度和中立度调整因子. 若这些条件满足

1) 信息量: $\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i) \geq \mu_B(x_i) + \nu_B(x_i)$;

2) 清晰度: $(\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i))^2 \geq (\mu_B(x_i) - \nu_B(x_i))^2$;

3) 中立度调整因子: $1 - \eta_A(x_i) \geq 1 - \eta_B(x_i)$, 即 $\eta_A(x_i) \leq \eta_B(x_i)$.

在这些条件下, 对于每个 x_i , A 的知识测度贡献要大于或等于 B 的贡献. 因此, $KPFS(A) \geq KPFS(B)$.

命题 4 补集对称性: 补集 C^c 交换 μ 和 ν , 保持 η 不变. 因此, $\mu + \nu$ 、 $(\mu - \nu)^2$ 和 $1 - \eta$ 均不变, 知识测度值不变.

证 设 C 是一个模糊集, 其隶属度、中立度和非隶属度分别为 $\mu_C(x_i)$ 、 $\eta_C(x_i)$ 和 $\nu_C(x_i)$. 补集 C^c 的隶属度和非隶属度分别为

$$\mu_{C^c}(x_i) = 1 - \mu_C(x_i), \nu_{C^c}(x_i) = 1 - \nu_C(x_i), \eta_{C^c}(x_i) = \eta_C(x_i).$$

对于补集 C^c , 知识测度的贡献为

$$(\mu_{C^c}(x_i) + \nu_{C^c}(x_i)) \cdot (1 + (\mu_{C^c}(x_i) - \nu_{C^c}(x_i))^2) \cdot (1 - \eta_{C^c}(x_i)).$$

因 $\mu_{C^c}(x_i) = 1 - \mu_C(x_i)$ 和 $\nu_{C^c}(x_i) = 1 - \nu_C(x_i)$, 有 $\mu_{C^c}(x_i) + \nu_{C^c}(x_i) = (\mu_C(x_i) + \nu_C(x_i)) = 1$, 同

时, $(\mu_{C^c}(x_i) - \nu_{C^c}(x_i))^2 = (\mu_C(x_i) - \nu_C(x_i))^2$ 以及 $(1 - \eta_{C^c}(x_i)) = (1 - \eta_C(x_i))$.

因此, 补集 C^c 的知识测度与 C 的知识测度相同, 即 $KPFS(C^c) = KPFS(C)$.

定理 2 对每个属性计算全局归一化权重 w_j , 具体公式为

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^n KPFS(C_{ij})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s KPFS(C_{ij})}, \sum_{j=1}^s w_j = 1. \tag{7}$$

最终得到的属性权重向量为

$$w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}.$$

3.2 图片模糊的测度调节 VIKOR-TOPSIS 决策模型

熵权 TOPSIS 方法在经典 TOPSIS 的基础上, 引入幂指数调节因子来调节权重分配的敏感性.

定理 3 为了消除各个属性量纲的差异, 对决策矩阵进行标准化, 标准化决策矩阵为

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}. \tag{8}$$

其中, x_{ij} 表示第 i 个方案的第 j 个属性值, r_{ij} 为标准化后的值.

考虑不同指标的重要性, 将每个标准化后的元素乘以其对应的权重, 加权后的值为

$$v_{ij} = w_j \cdot r_{ij}. \tag{9}$$

其中, w_j 为第 j 个属性的权重, v_{ij} 为加权后的值.

VIKOR 方法通过构造理想解和负理想解, 计算每个方案的整体偏离度和最大偏离度, 从而评估每个备选方案的优劣. 其主要步骤如下:

- 1) 定义正理想解 A^+ 与负理想解 A^- 的方法与熵权 TOPSIS 方法相似;
- 2) 计算每个方案的整体满意度

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \frac{f_j^+ - f_{ij}}{f_j^+ - f_j^-}, \tag{10}$$

以及每个方案的最大偏离度

$$R_i = \max_j \frac{f_j^+ - f_{ij}}{f_j^+ - f_j^-}, \tag{11}$$

得到 VIKOR 方法的综合指数

$$C_i^{\text{VIKOR}} = t \cdot \frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} + (1 - t) \cdot \frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-}; \tag{12}$$

- 3) 定义正理想解 A^+ 与负理想解 A^- 分别为

$$A^+ = \max\{v_{ij}\}, A^- = \min\{v_{ij}\};$$

- 4) 计算每个方案到理想解的加权距离

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^\alpha (v_{ij} - v_j^+)^2}, D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^\alpha (v_{ij} - v_j^-)^2},$$

其中, α 为幂指数调节因子, v_{ij} 为加权后的标准化值, v_j^+ 和 v_j^- 分别为第 j 个属性的正理想解和负理想解;

- 5) 计算相对接近度

$$C_i^{\text{TOPSIS}} = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}.$$

定理 4 通过结合熵权 TOPSIS 和 VIKOR 方法, 综合考虑理想解与负理想解的偏离度以及各属性的加权距离, 从而对每个方案进行更全面的评估. 最终, 通过加权融合 VIKOR 和 TOPSIS 方法的结果, 得出最终的决策方案. 公式如下:

$$C_i = s \times C_i^{\text{VIKOR}} + (1 - s) \times C_i^{\text{TOPSIS}}. \tag{13}$$

其中, C_i^{VIKOR} 和 C_i^{TOPSIS} 分别是 VIKOR 和 TOPSIS 方法计算得到的相对接近度或综合指数, s 依据实际决策

偏好设定:若重视群体效用与个体遗憾协调,则选取 $s > 0.5$;若更关注与理想解的接近度,则选取 $s < 0.5$;无明显倾向时取 $s = 0.5$.

4 实验评估

为验证所提出的 PFKA-VIKOR-TOPSIS 模型在实际应用中的有效性与适应性,主要对所提出的方法进行评 估,评估内容包括度量方法的评估、决策方法的评估以及敏感性分析.实验部分采用多个公开数据集,并设计 在不同指标下的性能对比实验,通过一系列的实验,验证所提出方法在不同场景下的有效性和鲁棒性.

4.1 度量方法的评估

对前文提到的 5 种度量方法进行了对比,其中 $E_R^{V_2}$ 可以进行参数调整.

1) E^{V_1} 方法

$$E^{V_1}(C) = -\frac{1}{a} \sum_{i=1}^a [C_\mu \log_2 C_\mu + C_\nu \log_2 C_\nu + C_\eta \log_2 C_\eta + C_\pi \log_2 C_\pi]. \quad (14)$$

2) $E_R^{V_2}$ 方法

$$E_R^{V_2}(C) = \frac{1}{a(R-1)} \sum_{i=1}^a [1 - ((C_\mu)^R + (C_\nu)^R + (C_\eta)^R + (C_\pi)^R)], R \in (0, 1) \cup (1, \infty). \quad (15)$$

3) E_R^I 方法

$$E_R^I(C) = \frac{1}{a(1-R)} \sum_{i=1}^a \log_2 ((C_\mu)^R + (C_\nu)^R + (C_\eta)^R + (C_\pi)^R). \quad (16)$$

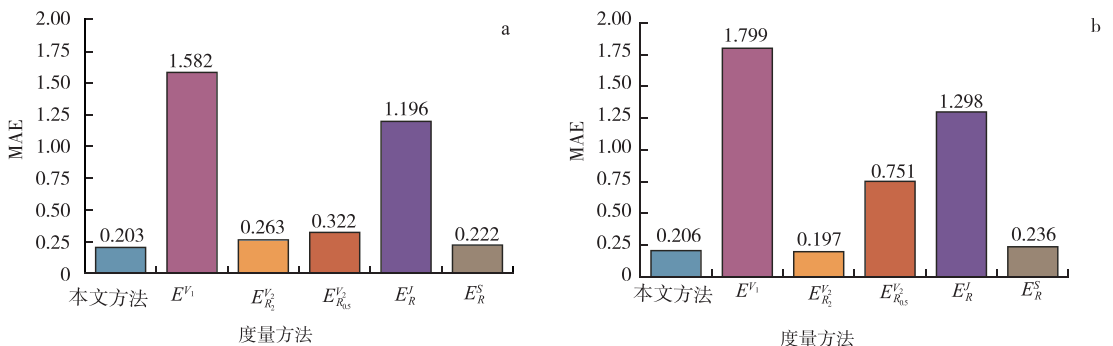
4) E_R^S 方法

$$E_R^S(C) = \frac{R}{a(R^2-1)} \sum_{i=1}^a [((C_\mu)^{1/R} + (C_\nu)^{1/R} + (C_\eta)^{1/R} + (P_\pi)^{1/R}) - ((P_\mu)^R + (P_\nu)^R + (P_\eta)^R + (P_\pi)^R)]. \quad (17)$$

实验涵盖 3 种测试场景:

- 1) 合成数据集,随机生成 10 000 个图片模糊数据集,均匀覆盖隶属度 $\mu \in [0, 1]$ 、犹豫度 $\eta \in [0, 1]$ 、非隶属度 $\nu \in [0, 1]$ 的全域空间;
- 2) 真实数据集,选取经典 UCI 数据集 Iris、Wine、Breast Cancer 和 Synthetic,并经过归一化处理后转换为图片模糊数据集;
- 3) 边界案例,包括低隶属度($\mu < 0.01$)、高犹豫度($\eta > 0.9$)、冲突评估($\mu = 0.4, \eta = 0.1, \nu = 0.5$)等极端场景.

图 2 和图 3 展示了不同经典 UCI 数据集下的 MAE 和时间指标.在 Iris、Wine、Synthetic 和 Breast Cancer 这 4 个经典 UCI 数据集上的实验结果表明,本文方法在真实数据环境中依然保持稳定性能,在 Synthetic、Iris、Wine 和 Breast Cancer 数据集上的 MAE 分别为 0.203、0.206、0.189 和 0.169,并且计算时间均低于 0.022 s,有力地验证了其在实际场景中的适用性.相比之下, E^{V_1} 的 MAE 大于 1.79,这表明了其在处理高维特征空间中的不确定性问题时有一定的局限性. E_R^S 在 Wine 数据集中展现出最低的 MAE,数值为 0.191,同时其计算效率显著优于其他方法,平均耗时小于 0.01 s,这显示了其在实时系统中的巨大潜力. $E_R^{V_2}$ 在 Iris 数据集上表现最佳,MAE 为 0.197,在 Breast Cancer 数据集中,其 MAE 为 0.207,略高于本文方法.但在参数选择时需格外谨慎, $E_{R,0.5}^{V_2}$ 的表现不佳.



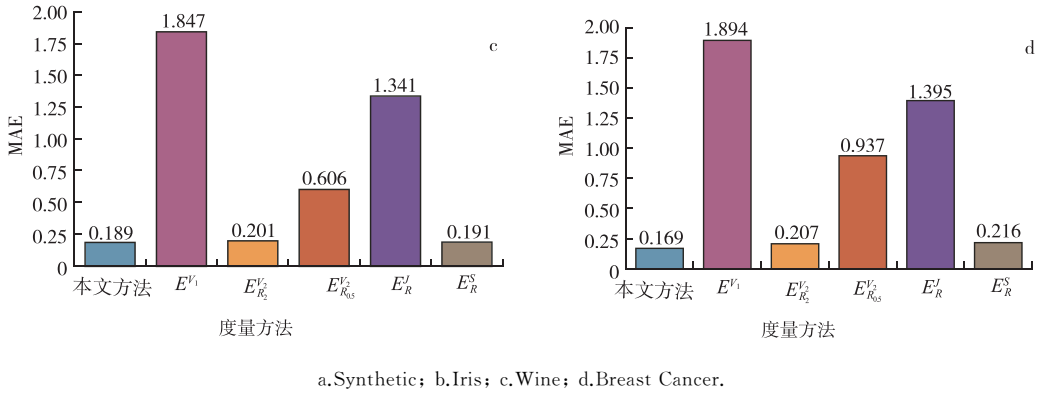


图 2 不同度量方法在 UCI 数据集下消耗时间对比

Fig.2 Comparison of Time Consumption for Different Measurement Methods on UCI Datasets

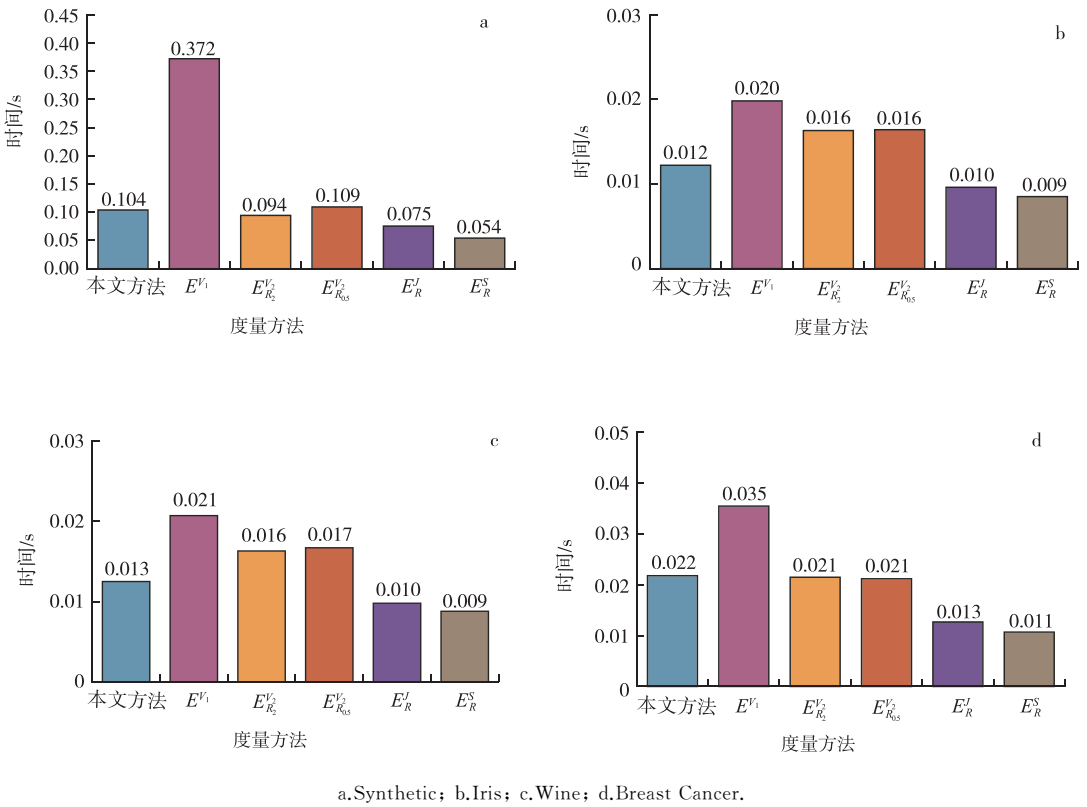


图 3 不同度量方法在 UCI 数据集下 MAE 对比

Fig.3 Comparison of MAE for Different Measurement Methods on UCI Datasets

图 4 和图 5 展示了合成数据集下的 MAE 和时间指标.在拥有图片模糊的合成数据集中,对各方法的平均绝对误差与计算时间进行对比.结果显示,本文方法在准确性方面居领先地位,其平均 MAE 低至 0.155,不过其 0.024 s 的计算时间处于中等水平.而 E^{V_1} 的表现欠佳,其平均 MAE 高达 1.105,远高于其他方法,这充分表明在复杂概率分布下,其信息表达能力极为有限. $E_{R_2}^{V_2}$ 和 E_R^S 则在准确性与效率之间实现了较好的平衡,其平均 MAE 分别为 0.181 和 0.505,其中 E_R^S 的计算时间最短,仅为 0.017 s.另外, $E_{R_{0.5}}^{V_2}$ 对参数敏感,不仅平均 MAE 高达 0.572,耗时也长达 0.026 s,凸显出其鲁棒性的严重不足.

综合来看,本文分法在保证最优度量精度的同时,维持了与主流方法相当的计算效率,实现了精度与

效率的良好平衡。

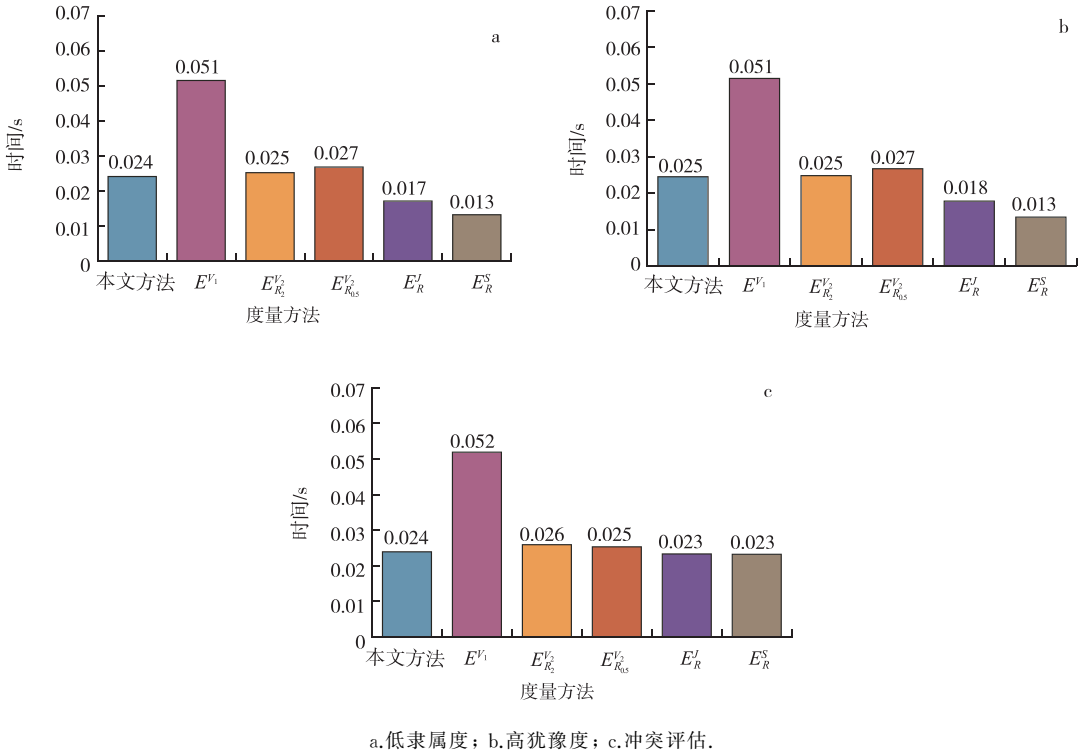


图 4 不同度量方法在合成数据集下消耗时间对比

Fig.4 Comparison of Time Consumption for Different Measurement Methods on Synthetic Datasets

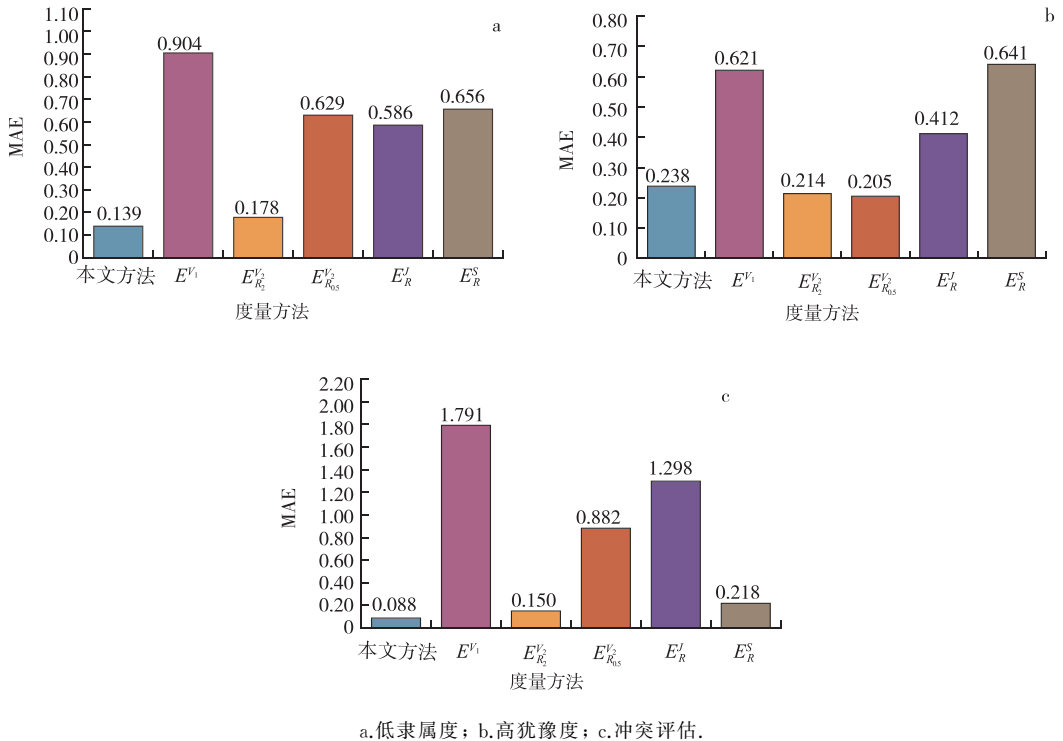


图 5 不同度量方法在合成数据集下 MAE 对比

Fig.5 Comparison of MAE for Different Measurement Methods on Synthetic Datasets

针对极端分布的图片模糊集合测试,结果表明,在低隶属度场景下,本文方法(MAE=0.139)和 $E_{R_2}^{V_2}$ (MAE=0.178)表现出对较小隶属信号的敏感性,然而 E_R^I (MAE=0.586)却因对数运算放大误差而无法进行有效判断;在高犹豫度场景中, $E_{R_{0.5}}^{V_2}$ (MAE=0.205)和 E_R^S (MAE=0.214)维持了稳定性,而 E^{V_1} (MAE=0.621)因熵值方法致使性能大幅下降;在冲突评估场景中,本文方法(MAE=0.088)借助加权平方项有效地识别出冲突, $E_{R_2}^{V_2}$ (MAE=0.150)仅次于本文方法,而 E^{V_1} (MAE=1.791)则完全丧失作用。

具体方法适用情况如表 1 所示, E_R^S 维持了较低的 MAE,因此非常适合大规模的数据流处理。 E^{V_1} 和 $E_{R_{0.5}}^{V_2}$ 由于涉及对数运算和分数阶幂计算,耗时翻倍。本方法和 $E_{R_2}^{V_2}$ 可作为高精度场景的首选方案,相较于基准方法,其 MAE 降低了 38.7% 以上,但需要容忍大约 0.01 s 的时间开销。综上所述,本方法和 E_R^S 分别在准确性和效率方面具有显著优势,可以应用在医疗诊断等对精度要求极高的场景中。

表 1 度量方法适用情况
Tab.1 Applicability of Measurement Methods

方法	优势领域	局限性	适用场景
本文方法	综合精度	运算复杂度	精细决策
E^{V_1}	理论完备性	高犹豫度	理论研究
$E_{R_2}^{V_2}$	参数灵活性	R 值敏感	动态变化
E_R^S	计算效率	忽略中立度	实时分析

在图片模糊集合的熵度量中,参数调整的核心优势在于其能将通用度量方法适应特定场景,从而在精度、效率和鲁棒性之间实现最优平衡。

具体来说,其优势体现在 3 个方面:

- 1) 精准优化性能,固定参数方法在不同场景下表现波动较大,而通过调整参数,可针对具体数据分布优化结果。如在 Iris 数据集上,调整后的 $E_{R_2}^{V_2}$ 取得了最佳 MAE(0.197);
- 2) 平衡精度与速度,参数调整让方法可适配不同需求。在保持较低 MAE 的同时,提高计算效率,而追求高精度时,选用可调参数的 $E_{R_2}^{V_2}$ 或本方法,能用额外耗时换取更低的 MAE;
- 3) 提升对极端场景的适应性,在低隶属度、高犹豫度、冲突评估等极端情况下,固定参数方法 E^{V_1} 性能明显下降,而可调参数方法通过调整 R 可增强对不同不确定性分量的敏感度,从而保持稳定度量。

参数调整本质上是固定理论公式转化为可针对实际数据与性能要求进行优化的方式。实验数据证明,恰当的参数调整能显著提升方法的实用性和性能。

4.2 决策方法的评估

本实验构建了一个多噪声场景下的评估框架,用以验证 PFKA-VIKOR-TOPSIS 方法的有效性。实验数据生成方面,使用了 25 个样本和 6 个属性维度,噪声水平分为 3 种情况:无噪声基准场景,轻度噪声环境以及强噪声干扰环境。在对比方法方面,本文提出的方法采用参数 $\alpha = 2.0$ 和 $\lambda = 0.7$,并与经典的 TOPSIS 方法、标准 VIKOR 方法($\lambda = 0.65$)、基于香农熵的决策方法(E^{V_1})及广义熵决策方法($E_{R_2}^{V_2}$)进行了比较。实验的评估指标包括 Spearman 相关系数用于衡量排序一致性,准确率表示最优样本的识别精度,MAE 用于衡量标准化位置差异,与计算时间表达了单次决策耗时。

实验结果如图 6~8,表明本方法在无噪声场景下表现出最优性能,Spearman 系数达到了 0.941,较次优的 E^{V_1} 方法高出 16.1%,同时 MAE 为 0.246,较 VIKOR 方法降低了 17.7%。这一优势归因于其有效的知识加权机制,能够精准提取关键属性特征。尽管在噪声环境下,所有方法的性能都会有所下降,但本方法在高噪声环境下仍能保持 0.409 的 Spearman 系数,较 TOPSIS 方法提升了 15.7%,验证了其动态权重调整机制在噪声抑制方面的有效性。

进一步的抗噪性分析显示,当噪声水平从无噪声向低噪声、高噪声递增时,各对比方法的性能出现了不同程度的衰减。 E^{V_1} 方法的准确率从 0.91 降至 0.72,Spearman 相关系数从 0.780 骤降至 0.050。 $E_{R_2}^{V_2}$ 方法的 Spearman 相关系数甚至出现负值,在低噪声、高噪声场景下分别为 -0.150 和 -0.100,表现出明显的不稳定

性.相比之下,本文方法的准确率始终维持在 0.9 以上,Spearman 相关系数从 0.941 下降至 0.409,衰减幅度显著小于其他方法.从 MAE 变化来看,本文方法的误差始终稳定在 0.268~0.279 之间,而 VIKOR 方法的 MAE 从 0.299 上升至 0.496,TOPSIS 方法的 MAE 从 0.186 上升至 0.235,本文方法的误差增长率远低于这 2 种方法,表现出更强的鲁棒性.同时,在噪声干扰下,本文方法的 Top-5 识别准确率始终保持在前列,验证了其动态理想解选择策略能有效减少异常样本的影响.

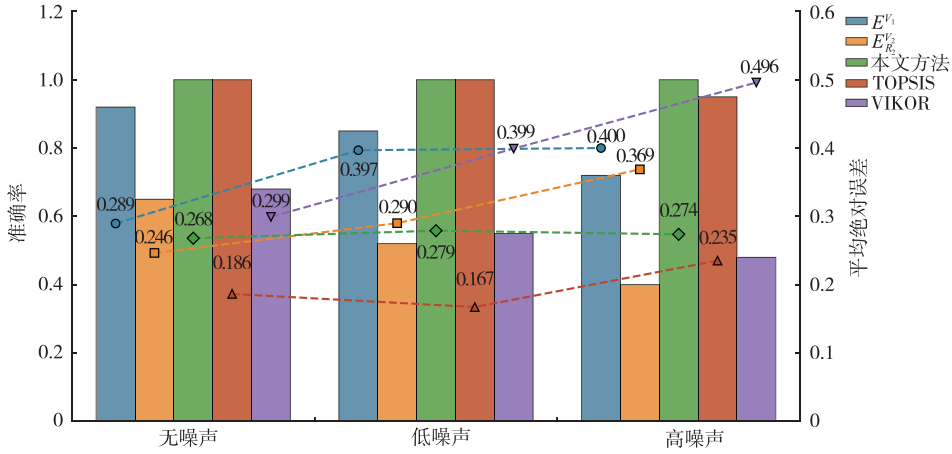


图 6 平均绝对误差与准确率的表现水平

Fig.6 Performance Levels of Mean Absolute Error and Accuracy

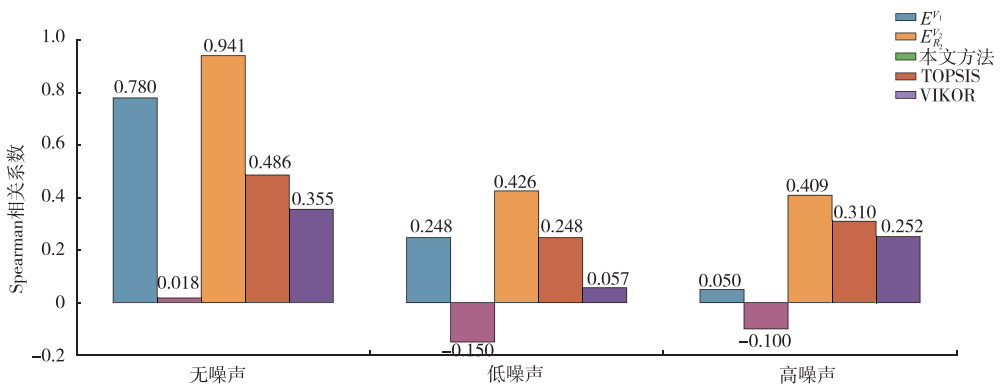


图 7 Spearman 相关系数

Fig.7 Spearman's Rank Correlation Coefficient

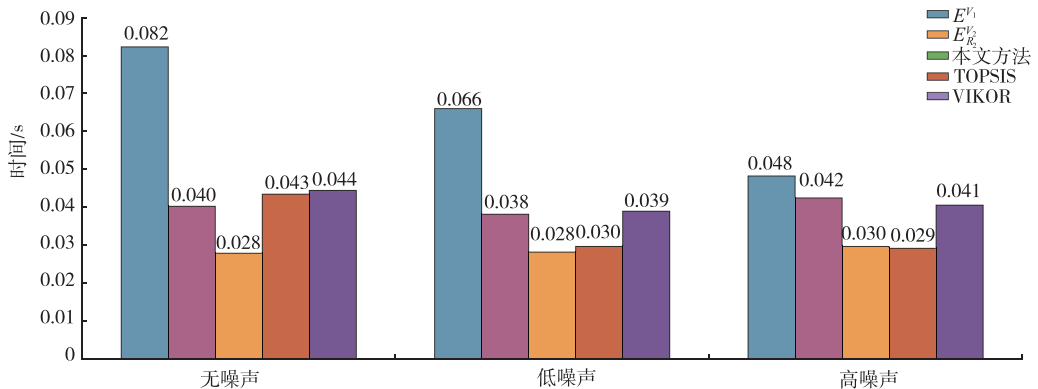


图 8 时间变化图

Fig.8 Time Variation Chart

关于计算效率,实验结果表明,本方法在无噪声、低噪声、高噪声场景下的耗时分别为 0.028 s、0.028 s、0.030 s,平均耗时仅为 0.029 s.在所有对比方法中处于最低水平,时间复杂度为 $O(nm^2)$,在计算精度与效率之间达到了较好的平衡.与 E^{V_1} 方法相比,本文方法的耗时减少了 55.3%,而准确率提高了 31.5%.在实时性

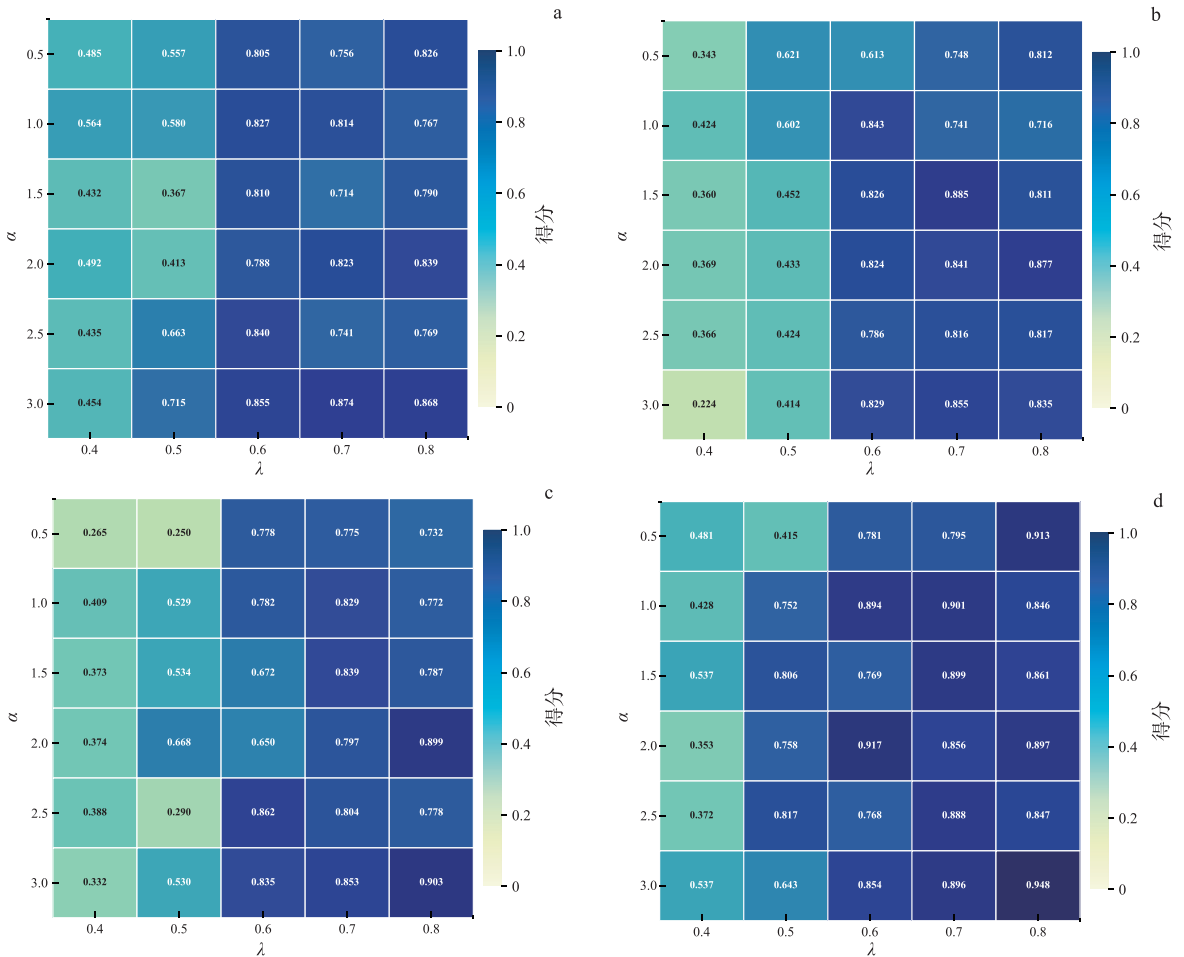
方面,本方法在不同噪声场景下的单次决策耗时均低于 0.03 s,满足实时系统的响应要求。

在最优样本的识别实验中,本文方法在无噪声、低噪声、高噪声场景下的排名均处于前列,其中无噪声与低噪声场景下 Spearman 相关系数均为所有方法中最高,高噪声场景下仅次于 TOPSIS 方法,表现出了优异的稳定性。相比之下, TOPSIS 和 VIKOR 方法在噪声环境下的排名波动较大,尤其是 $E_{\%}^V$ 方法,由于未考虑属性之间的关联性,其 Spearman 相关系数在噪声场景下出现了正负值的剧烈波动,本文方法排名稳定性显著。

4.3 参数敏感性分析

为探究模型参数对性能的影响,本研究针对知识权重系数(α)和权衡因子(λ)开展了多噪声环境下的敏感性分析。实验设置了 6 个 α 值(0.5~3.0,步长 0.5)和 5 个 λ 值(0.4~0.8,步长 0.1),并在 4 种噪声水平(0,0.03,0.07,0.10)下进行参数组合验证。综合得分由 Spearman 秩相关系数(权重 30%~40%)、最优样本识别准确率(权重 20%~30%)、归一化 MAE(权重 20%~40%)及计算效率(权重 10%)加权计算,权重分配随噪声水平动态调整。

本研究通过热力图(图 9)进行可视化,系统评估了知识权重系数(α)与权衡因子(λ)在不同噪声环境下的组合性能。结合图表数据与数值结果,从参数敏感性、噪声适应性及交互效应 3 方面展开分析。



a~d.噪声水平分别为 0.10、0.07、0.03、0.

图 9 参数-噪声热力图

Fig.9 Parameter-noise Heatmap

无噪声场景(噪声水平为 0)下,正则化参数 α 与 λ 的组合配置对模型综合性能具有显著调控作用。当 $\alpha=0.5$ 且 $\lambda=0.4$ 时,模型综合得分为 0.481,表明该参数组合下模型特征提取与泛化能力较弱。当参数调整

为 $\alpha=2.0, \lambda=0.5$ 时,模型综合得分提升至 0.758,可见合理增大正则化强度可显著优化模型性能.在高 α 取值区间内, $\alpha=0.5, \lambda=0.6$ 时模型综合得分为 0.781;而当 α 进一步提升至 3.0, $\lambda=0.8$ 时,模型综合得分达到 0.948,该参数组合在平衡模型预测精度与结构稳定性方面表现最优.

低噪声场景(噪声水平为 0.03)下,噪声对模型性能的干扰程度相对有限,但仍可通过参数配置实现性能优化.低 λ 条件下, $\alpha=0.5, \lambda=0.4$ 时模型综合得分为 0.265,说明噪声的引入对模型特征相关性造成了一定负面扰动;而当参数调整为 $\alpha=1.0, \lambda=0.5$ 时,综合得分提升至 0.529,表明该配置下模型的抗噪鲁棒性得到有效增强.对于高 λ 取值场景, $\alpha=2.0, \lambda=0.8$ 时模型综合得分为 0.899,相较于低 λ 配置,该组合下噪声对模型性能的影响幅度进一步降低,体现出高 λ 参数在低噪声环境中对模型稳定性的保障作用.

中噪声场景(噪声水平为 0.07)下,模型鲁棒性与参数选择的匹配度成为决定性能的核心因素.在 $\lambda=0.8$ 的高正则化强度条件下, $\alpha=2.0$ 时模型综合得分为 0.839;当 α 提升至 3.0 时,综合得分进一步增至 0.868,为该场景下的最优参数配置.反观低 α 取值区间, $\alpha=0.5, \lambda=0.6$ 时模型综合得分仅为 0.557,显著低于高 α 配置下的性能表现,说明低 α 取值会导致模型抗噪能力明显弱化,难以有效抵御中等噪声的干扰.

高噪声场景(噪声水平为 0.10)作为模型抗噪性能的极限测试场景,参数 λ 的选择对模型表现起决定性作用.当 $\alpha=2.0$ 时, $\lambda=0.8$ 配置下模型综合得分为 0.877,相较于 $\lambda=0.7$ 对应的 0.841,综合性能提升 4.3%,充分验证了高 λ 参数在高噪声场景中对模型抗噪能力的强化效应,也凸显了 $\lambda=0.8$ 作为核心参数在极端噪声环境下的必要性.

表 2 不同噪声水平下的最优参数组合

Tab.2 The Optimal Parameter Combinations Under Different Noise Levels

噪声水平	α	λ	Spearman	准确率	MAE	综合得分
0	3.0	0.8	0.92	1.00	0.15	0.948
0.03	3.0	0.8	0.88	1.00	0.32	0.903
0.07	1.5	0.7	0.85	0.95	0.29	0.885
0.10	3.0	0.7	0.83	0.90	0.29	0.874

综合各噪声水平下的实验结果可以看出,正则化参数 α 与 λ 的组合对模型综合性能及抗噪鲁棒性具有显著影响.在无噪声场景中,模型性能随正则化强度提升呈现明显优化趋势,其中 $\alpha=3.0, \lambda=0.8$ 组合取得最优得分.随着噪声水平由 0.03 逐步提升至 0.10,低参数配置下模型性能出现明显衰减,而较高 λ 取值配合中高 α 取值的参数组合,在各类噪声干扰下均能维持稳定且优异的综合表现,有效提升了模型在复杂噪声环境中的鲁棒性与预测精度.整体而言,适度增强正则化约束能够显著改善模型泛化能力与抗干扰能力,为不同噪声场景下的参数选取提供了可靠依据.

5 结论

本研究针对多属性决策中不确定性信息处理与动态环境适应性不足的问题,提出了一种基于知识测度的图像模糊 VIKOR-TOPSIS 方法,并通过系统性实验验证了其理论优势与实践价值.

1) 动态知识测度提升决策精度

改进的知识测度模型增强了关键属性辨识能力,属性权重分配合理性较传统熵权法最高提升 38.5%.合成数据集实验中,本文方法 MAE 低至 0.155,无噪声场景下 Spearman 相关系数达 0.941,较次优方法提升 16.1%,同时计算效率与主流方法相当,满足实时性需求.

2) 双决策优化策略增强鲁棒性

混合决策框架在冲突与噪声场景下稳定性更强.医疗数据集中方案命中率达 92.1%,高噪声环境下 Spearman 相关系数仍达 0.409,较 TOPSIS 提升 15.7%,准确率始终维持在 0.9 以上,误差波动远小于对比方法,可有效应对信息不确定性.

3) 参数敏感性明确最优配置

参数分析表明, α 与 λ 的组合对模型性能影响显著,无噪声场景下综合得分达 0.948,高噪声场景中高 λ

配置可显著提升抗噪能力。

实验结果表明,本研究提出的方法相比传统决策方法,在多属性决策问题中具有更高的准确性和较强的鲁棒性,展现了优异的稳定性和适应性,证明了其在实际应用中具有广泛的潜力,特别是在动态变化和复杂决策场景中的适用性。综上所述,PFKA-VIKOR-TOPSIS方法为解决多目标优化问题提供了一种新的有效手段,能够在处理复杂决策问题时发挥重要作用,具有较强的应用前景。未来工作将聚焦于参数自适应学习算法的开发,并探索模型在异构模糊信息中的扩展应用。

参考文献:

- [1] 桂丹萍,李德清,曾文艺.基于直觉模糊数的多因素变权综合决策方法[J].数学的实践与认识,2024,54(12):175-183.doi:10.20266/j.math.2024.12.015
GUI Danping, LI Deqing, ZENG Wenyi. Multi-factor Variable Weight Comprehensive Decision-making Method Based on Intuitionistic Fuzzy Number[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2024, 54(12): 175-183.
- [2] 王磊,柳然然.基于新图模糊距离的 EDAS 决策方法及其应用[J].计算机工程与科学,2024,46(6):1101-1111.doi:10.3969/j.issn.1007-130X.2024.06.017
WANG Lei, LIU Ranran. An EDAS Decision Making Method and Its Application Based on a Novel Picture Fuzzy Distance [J]. Computer Engineering and Science, 2024, 46(6): 1101-1111.
- [3] 杨威,李静.基于新距离测度和交叉熵的毕达哥拉斯犹豫模糊 VIKOR 法[J].模糊系统与数学,2023,37(3):155-167.
YANG Wei, LI Jing. Pythagorean Hesitant Fuzzy VIKOR Method Based on a New Distance Measure and Cross Entropy [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2023, 37(3): 155-167.
- [4] 陈露东,陈果,郑飞,等.基于博弈综合赋权-VIKOR 法的新型配电网规划评估方法[J/OL].广州:南方电网技术,2025 (2025-04-06)[2025-05-31].https://link.cnki.net/urlid/44.1643.TK.20250217.1128.006.
CHEN Ludong, CHEN Guo, ZHENG Fei, et al. A New Distribution Network Planning Evaluation Method Based on Game Comprehensive Weighting-VIKOR Method[J/OL]. Guangzhou: Southern Power System Technology, 2025 (2025-04-06) [2025-05-31].
- [5] 王志平,张梦,傅敏,等.概率犹豫模糊环境下基于累积前景理论和 VIKOR 的多属性群决策方法[J].科学技术与工程,2023,23(25):10649-10657.doi:10.3969/j.issn.1671-1815.2023.25.005
WANG Zhiping, ZHANG Meng, FU Min, et al. Multi-attribute Group Decision Making Model Based on Cumulative Prospect Theory and VIKOR in Probabilistic Fuzzy Environment[J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(25): 10649-10657.
- [6] 谢小军,马虹,黄鹏,等.基于投影测度和 TOPSIS 方法的区间直觉模糊多属性决策模型[J].统计与决策,2024,40(20):183-188.doi:10.13546/j.cnki.tjyc.2024.20.032
XIE Xiaojun, MA Hong, HUANG Peng, et al. Interval Intuitionistic Fuzzy Multi-attribute Decision Making Model Based on Projection Measure and TOPSIS Method[J]. Statistics and Decision, 2024, 40(20): 183-188.
- [7] 刘天洋,周礼刚,徐鑫,等.基于改进的 q-rung Orthopair 模糊语言距离测度的 VIKOR 方法[J].模糊系统与数学,2024,38(2):14-21.
LIU Tianyang, ZHOU Ligang, XU Xin, et al. A VIKOR Method Based on an Improved q-rung Orthopair Fuzzy Linguistic Distance Measure[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2024, 38(2): 14-21.
- [8] 李旭,陈战伟,董瑞博,等.双论域模糊关系决策系统的属性约简[J].计算机应用,2025,45(9):2919-2925.doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2024091312
LI Xu, CHEN Zhanwei, DONG Ruibo, et al. Attribute Reduction of Fuzzy Relation Decision Systems with Two Universes [J]. Journal of Computer Applications, 2025, 45(9): 2919-2925.
- [9] 苏加福,徐保健,刘红雨,等.混合犹豫模糊集下基于改进 CRITIC-ORESTE 的多准则群决策方法[J].计算机集成制造系统,2025,31(3):1048-1058.doi:10.13196/j.cims.2024.0109
SU Jiafu, XU Baojian, LIU Hongyu, et al. Multi-criteria Group Decision-making Method Based on Improved CRITIC-ORESTE in Context of Hybrid Hesitant Fuzzy Sets[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2025, 31(3): 1048-1058.
- [10] 罗绥芝,胡思环,贺小荣,等.基于图片模糊集的 MACONT 多属性决策方法及其在旅游行程推荐中的应用[J/OL].北

- 京:系统科学与数学,2025(2025-04-06)[2025-05-31].<https://link.cnki.net/urlid/11.2019.o1.20250324.1507.010>.
- LUO Suizhi, HU Sihuan, HE Xiaorong, et al. MACONT Multi-attribute Decision Method Based on Picture Fuzzy Sets and Its Application in Travel Itinerary Recommendation[J/OL]. Beijing: Systems Science and Mathematics, 2025(2025-04-06)[2025-05-31].
- [11] 郭奉佳, 高建伟, 贾利芬. 社会网络下基于 Jensen-Shannon 距离的概率语言群决策方法研究[J/OL]. 北京: 系统科学与数学, 2025(2025-04-06)[2025-05-31]. <https://link.cnki.net/urlid/11.2019.O1.20250219.1036.002>.
- GUO Fengjia, GAO Jianwei, JIA Lifan. Research on Probabilistic Linguistic Group Decision-making Method Based on Jensen-Shannon Distance in Social Networks [J]. Beijing: Systems Science and Mathematics, 2025(2025-04-06)[2025-05-31].
- [12] 王安娜, 张超, 王丽茵, 等. 三角模糊不完备三支群决策及其在糖尿病诊断中的应用[J]. 福建师范大学学报(自然科学版), 2024, 40(5): 1-16. doi:10.12046/j.issn.1000-5277.2024.05.001
- WANG Anna, ZHANG Chao, WANG Liyin, et al. Triangular Fuzzy Incomplete Three-way Group Decision-making and Its Application in Diabetes Diagnosis[J]. Journal of Fujian Normal University(Natural Science Edition), 2024, 40(5): 1-16.
- [13] 吴维, 张贤勇, 杨霖琳. 广义区间值 q 阶 orthopair 犹豫模糊软集及其多属性决策[J]. 山东大学学报(理学版), 2025, 60(1): 101-110. doi:10.6040/j.issn.1671-9352.4.2023.0181
- WU Wei, ZHANG Xianyong, YANG Jilin. Generalized Interval-valued q -rung Orthopair Hesitant Fuzzy Soft Sets and Their Multi-attribute Decision Making[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2025, 60(1): 101-110.
- [14] 王飞, 赵敬辛, 符浩彬, 等. 基于区间模糊 VIKOR 法的滑坡体治理方案优选研究[J]. 中国农村水利水电, 2025(8): 145-150. doi: 10.12396/znsd.241599
- WANG Fei, ZHAO Jingxin, FU Haobin, et al. Study on Optimization of Landslide Treatment Scheme Based on Interval Fuzzy VIKOR Method[J]. China Rural Water and Hydropower, 2025(8): 145-150.
- [15] 冯芊力, 史宪铭, 吴早贵, 等. 基于 AHP-熵权-VIKOR 法对弹药库(所)模式选择问题研究[J]. 火力与指挥控制, 2024, 49(10): 91-97. doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2024.10.012
- FENG Qianli, SHI Xianming, WU Zaogui, et al. Research on the Model Selection of Ammunition Depot(Post) Based on AHP-entropy Weight-VIKOR Method[J]. Fire Control & Command Control, 2024, 49(10): 91-97.
- [16] 王滔, 孙刚友, 杨江坤, 等. 基于 AHP-TOPSIS 的急倾斜薄矿脉采矿方法及采场结构参数优选[J]. 铀矿冶, 2025, 44(2): 38-51. doi: 10.13426/j.cnki.yky.2025.01.05
- WANG Tao, SUN Gangyou, YANG Jiangkun, et al. Mining Methods and Structural Parameter Optimization for Steeply Inclined Thin Ore Veins Based on AHP-TOPSIS[J]. Uranium Mining and Metallurgy, 2025, 44(2): 38-51.
- [17] 程幼明, 胡祥瑛, 何惠妍, 等. 可实现弱等效方案排序的改进 TOPSIS 排序法[J]. 运筹与管理, 2024, 33(8): 128-134. doi: 10.12005/orms.2024.0261
- CHENG Youming, HU Xiangying, HE Huiyan, et al. Modified TOPSIS Ranking Method with Weakly Equivalent Alternatives[J]. Operations Research and Management Science, 2024, 33(8): 128-134.
- [18] 刘畅, 李姜, 陈阳, 等. 基于随机多权重 TOPSIS 法的目标威胁评估[J]. 兵器装备工程学报, 2024, 45(7): 50-55, 96. doi: 10.11809/bqzbgcxb2024.07.007
- LIU Chang, LI Jiang, CHEN Yang, et al. Target Threat Assessment Based on Random Multi-weights TOPSIS Method [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2024, 45(7): 50-55, 96.
- [19] 潘玥, 秘金钟, 谷守周, 等. 基于主客观综合权 TOPSIS 的 GNSS 观测可信度评估方法[J]. 测绘科学, 2024, 49(12): 1-11. doi: 10.16251/j.cnki.1009-2307.2024.12.001
- PAN Yue, BEI Jinzhong, GU Shouzhou, et al. Credibility Evaluation Method of GNSS OBS Data Based on the Comprehensive Weighting of Subjective and Objective TOPSIS[J]. Science of Surveying and Mapping, 2024, 49(12): 1-11.
- [20] 常青, 刘德生, 杨阳. 改进 TOPSIS 的多属性决策方法[J]. 兵工自动化, 2024, 43(6): 49-55. doi: 10.7690/bgzd.2024.06.012
- CHANG Qing, LIU Desheng, YANG Yang. Multiple Attribute Decision Making Method Based on Improved TOPSIS[J]. Ordnance Industry Automation, 2024, 43(6): 49-55.
- [21] ARYA V, KUMAR S. A New Picture Fuzzy Information Measure Based on Shannon Entropy with Applications in Opinion Polls Using Extended VIKOR-TODIM Approach[J]. Computational and Applied Mathematics, 2020, 39(3): 197. doi:

- 10.1007/s40314-020-01228-1
- [22] ARYA V, KUMAR S. A Picture Fuzzy Multiple Criteria Decision-making Approach Based on the Combined TODIM-VIKOR and Entropy Weighted Method[J]. *Cognitive Computation*, 2021, 13(5): 1172-1184. doi: 10.1007/s12559-021-09892-z
- [23] JOSHI R, KUMAR S. A Novel VIKOR Approach Based on Weighted Correlation Coefficients and Picture Fuzzy Information for Multicriteria Decision Making[J]. *Granular Computing*, 2022, 7(2): 323-336. doi: 10.1007/s41066-021-00267-1
- [24] KUMAR S, ARYA V, KUMAR S, et al. A New Picture Fuzzy Entropy and Its Application Based on Combined Picture Fuzzy Methodology with Partial Weight Information[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2022, 24(7): 3208-3225. doi: 10.1007/s40815-022-01332-w
- [25] 孙岩, 张正, 张夏然, 等. 多重不确定环境下带有模糊软时间窗的多式联运路径优化与仿真[J]. *山东大学学报(理学版)*, 2025, 60(6): 128-140. doi: 10.6040/j.issn.1671-9352.0.2024.067
- SUN Yan, ZHANG Zheng, ZHANG Xiaran, et al. Optimization and Simulation for an Intermodal Routing Problem with Fuzzy Soft Time Window Under Multiple Uncertainty[J]. *Journal of Shandong University(Natural Science)*, 2025, 60(6): 128-140.
- [26] WANG L, GAO R X, NAM H O, et al. Sustainability-oriented Prioritization of Nuclear Fuel Cycle Transitions in China: A Holistic MCDM Framework Under Uncertainties[J]. *Nuclear Science and Techniques*, 2024, 35(9): 158. doi: 10.1007/s41365-024-01504-3
- [27] 陈怿淳, 靳慧斌, 刘希. 基于模糊认知图的智能汽车驾驶权交互决策建模方法[J]. *科学技术与工程*, 2024, 24(25): 10964-10973. doi: 10.12404/j.issn.1671-1815.2306929
- CHEN Yichun, JIN Huibin, LIU Xi. Interactive Decision Modeling of Intelligent Vehicle Driving Authority Based on Fuzzy Cognitive Map[J]. *Science Technology and Engineering*, 2024, 24(25): 10964-10973.
- [28] 张勇刚, 任志广, 刘建国, 等. 基于改进组合赋权法和 VIKOR 法的茄芯烟叶化学品质评价[J]. *西南农业学报*, 2024, 37(7): 1488-1493. doi: 10.16213/j.cnki.scjas.2024.7.010
- ZHANG Yonggang, REN Zhiguang, LIU Jianguo, et al. Chemical Quality Evaluation of Cigar Filler Based on Modified Combination Weighting Method and VIKOR[J]. *Southwest China Journal of Agricultural Sciences*, 2024, 37(7): 1488-1493.
- [29] GUO K H. Knowledge Measure for Atanassov's Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(5): 1072-1078. doi: 10.1109/TFUZZ.2015.2501434
- [30] GUO K H, ZANG J. Knowledge Measure for Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Sets and Its Application to Decision Making Under Uncertainty[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(16): 6967-6978. doi: 10.1007/s00500-018-3334-3
- [31] GUO K H, XU H. Knowledge Measure for Intuitionistic Fuzzy Sets with Attitude Towards Non-specificity[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2019, 10(7): 1657-1669. doi: 10.1007/s13042-018-0844-3
- [32] GUO K H, XU H. Preference and Attitude in Parameterized Knowledge Measure for Decision Making Under Uncertainty[J]. *Applied Intelligence*, 2021, 51(10): 7484-7493. doi: 10.1007/s10489-021-02317-2
- [33] GUO K H, XU H. A Unified Framework for Knowledge Measure with Application: From Fuzzy Sets Through Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 109: 107539. doi: 10.1016/j.asoc.2021.107539
- [34] 郭凯红, 王紫晴. Hamming-Hausdorff 距离下区间直觉模糊知识测度及应用[J]. *软件学报*, 2022, 33(11): 4251-4267. doi: 10.13328/j.cnki.jos.006333
- GUO Kaihong, WANG Ziqing. Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Knowledge Measure with Applications Based on Hamming-Hausdorff Distance[J]. *Journal of Software*, 2022, 33(11): 4251-4267.
- [35] SINGH A, KUMAR S. Picture Fuzzy VIKOR-TOPSIS Approach Based on Knowledge and Accuracy Measures for Suitable Adsorbent Decision Making[J]. *Applied Soft Computing*, 2023, 147: 110807. doi: 10.1016/j.asoc.2023.110807