

量子模糊朴素贝叶斯分类算法



侯敏^{1,2}, 张仕斌^{1,2*}, 黄曦³

(1. 成都信息工程大学 网络空间安全学院, 成都 610225; 2. 先进密码技术与系统安全四川省重点实验室, 成都 610225;
3. 西南交通大学 信息科学与技术学院, 成都 610031)

摘要 以传统朴素贝叶斯算法为基础, 研究并提出一种高效、准确的量子模糊贝叶斯分类算法。首先将“模糊集合理论 + 朴素贝叶斯理论”交叉融合, 定义模糊先验概率、模糊条件概率, 将朴素贝叶斯推广至量子模糊朴素贝叶斯, 构建量子模糊贝叶斯模型; 其次, 将“模糊贝叶斯模型 + 量子计算”交叉融合, 将模糊数据集量子化(编码到量子态上)并设计量子线路, 提出一种量子模糊朴素贝叶斯分类算法; 最后, 将该算法应用到鸢尾花数据集。仿真实验表明, 与传统朴素贝叶斯分类算法相比, 该算法具有较高的分类效率和准确率。

关键词 模糊集合理论; 朴素贝叶斯分类; 量子计算; 量子机器学习

中图分类号 TP391 文献标志码 A DOI 10.12178/1001-0548.2022344

Quantum Fuzzy Naive Bayesian Classification Algorithm

HOU Min^{1,2}, ZHANG Shibin^{1,2*}, and HUANG Xi³

(1. School of Cybersecurity, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China;
2. Advanced Cryptography and System Security Key Laboratory of Sichuan Province, Chengdu 610225, China;
3. School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract In today's era of big data, it is difficult for traditional naive Bayesian algorithms to efficiently and accurately deal with the complexity and uncertainty of big data. Based on the traditional Naive Bayes algorithm, this paper proposes an efficient and accurate quantum fuzzy Bayesian classification algorithm. First, the “fuzzy set theory + naive Bayes theory” is cross-integrated, the fuzzy prior probability and fuzzy conditional probability are defined, and the naive Bayes is extended to fuzzy naive Bayes to construct a fuzzy Bayes model; Secondly, a quantum fuzzy naive Bayesian classification algorithm is investigated and implemented by quantizing fuzzy data sets (encoding to quantum states) and designing quantum circuits. Finally, the algorithm proposed in this paper is applied to the iris dataset. Simulation experiments show that the proposed classification algorithm has higher classification efficiency and accuracy compared with the traditional Naive Bayesian classification algorithm.

Key words fuzzy set theory; naive bayesian classification; quantum computing; quantum machine learning

随着大数据日益增长, 传统的机器学习算法很难满足海量大数据的处理^[1]。大数据的复杂性也带来了不确定性, 如何高效、准确地解决大数据的复杂性和不确定性问题已成为目前大数据领域的研究热点^[2]。

朴素贝叶斯算法是较常见的机器学习算法, 相比其他机器学习算法, 它能准确地处理小规模数据集, 计算速度远胜传统 SVM, 收敛速度快于逻辑回归算法^[3]。近年来, 朴素贝叶斯算法引起了不少

学者关注。文献 [4] 提出了隐藏扩展的朴素贝叶斯分类算法、局部克隆的朴素贝叶斯排列算法和基于相似度的实例加权的朴素贝叶斯分类算法, 并探讨了改进算法在若干实际应用问题的应用价值; 文献 [5] 提出基于 EM 算法(期望值最大算法)自动训练的朴素贝叶斯算法, 并验证了该算法具有高准确率; 文献 [6] 对朴素贝叶斯的独立性假设进行改进, 提高了分类准确率。然而, 在当今大数据时代, 在分析处理大数据问题时其高准确率与高效性难以同时

收稿日期: 2022-10-11; 修回日期: 2022-12-17

基金项目: 国家自然科学基金(62076042); 国家重点研发计划“网络空间安全治理”重点专项课题(2022YFB3103103); 成都市重点研发项目(2023-XT00-00002-GX); 四川省重点研发计划项目(2022YFS0571)

作者简介: 侯敏, 主要从事量子通信、量子机器学习等方面的研究。

*通信作者 E-mail: cuitzsb@cuit.edu.cn

满足。

量子计算被认为是最有可能突破现有计算能力瓶颈的新兴技术^[7]。学者们都在积极探索将“量子计算+机器学习”交叉融合,提出研究量子贝叶斯算法^[8-9]。文献[10]提出了基于块编码的量子贝叶斯分类算法,实现了指数级加速,然而该算法只适用于厄米矩阵;文献[11]提出了一种基于量子计数的贝叶斯二元分类算法,实现了指数级加速,且适用于更广泛的数据集;文献[12]提出了量子拒绝采样算法,相比经典拒绝采样算法,它在运行时能提供平方级加速;文献[13]将贝叶斯网络图结构组织到量子态上,实现平方级加速;文献[14]基于文献[13]引入效用函数将量子贝叶斯推理扩展到量子贝叶斯决策,也能实现平方级加速。

研究者们将模糊理论与传统人工智能算法相结合,陆续提出了模糊聚类算法^[15]、模糊 K-Means 算法^[16]、模糊贝叶斯网络^[17]等算法。文献[18]提出了基于模糊聚类模糊朴素贝叶斯分类算法,该算法能高效处理连续变量分类的问题;文献[19]提出了一种基于粗糙集的特征加权朴素贝叶斯分类器,提高了分类性能。

本文将“朴素贝叶斯算法+量子计算+模糊理论”交叉融合,提出一种量子模糊朴素贝叶斯分类算法。

1 模糊朴素贝叶斯模型

首先定义模糊先验概率、模糊条件概率,然后将朴素贝叶斯推广至模糊朴素贝叶斯,最后构建模糊贝叶斯模型。

定义 1 模糊先验概率:事件 A 是状态空间为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 的模糊事件,且状态 A_i 发生的概率为 P_i ,那么事件 A 的模糊先验概率 $\tilde{P}(A)$ 可表示为:

$$\tilde{P}(A) = \sum_{i=1}^n \mu(A_i) P_i = \mu(A) P(A) \quad (1)$$

式中, $\mu(A_i)$ 表示状态 A_i 在状态空间的隶属度。

定义 2 模糊条件概率:在模糊事件 A 发生的情况下,模糊事件 $B = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ 发生的概率称为模糊条件概率 $\tilde{P}(B|A)$,表示为:

$$\tilde{P}(B|A) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu(A_i B_j) P_{ij}}{\sum_{i=1}^n \mu(A_i) P_i} = \mu(B|A) P(B|A) \quad (2)$$

式中, $\mu(A_i B_j)$ 表示状态 A_i 和状态 B_j 同时出现的隶属

度; P_{ij} 表示状态 A_i 和状态 B_j 同时发生的联合概率。

其中隶属度计算为:

$$\mu(x^{(j)}|y) = \begin{cases} \frac{x \pm \sigma(x^{(j)}|y)}{\text{Mean}(x^{(j)}|y)} \\ \frac{\text{Mean}(x^{(j)}|y) \pm \sigma(x^{(j)}|y)}{x} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\text{Mean}(x^{(j)}|y)$ 代表均值; $\sigma(x^{(j)}|y)$ 代表方差,分别为:

$$\text{Mean}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \text{Mean}(x))^2}{n}} \quad (5)$$

在定义了模糊先验概率、模糊条件概率后,朴素贝叶斯分类模型可被推广至模糊朴素贝叶斯,模糊朴素贝叶斯分类模型定义如下:

$$f(x) = \arg \max_{c_k} \tilde{P}(x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)} | y = c_k) \quad (6)$$

2 量子模糊朴素贝叶斯分类算法

在模糊朴素贝叶斯模型的基础上,将模糊数据集量子化(编码到量子态上)并设计量子线路,提出一种量子模糊朴素贝叶斯分类算法,具体步骤如图 1 所示。

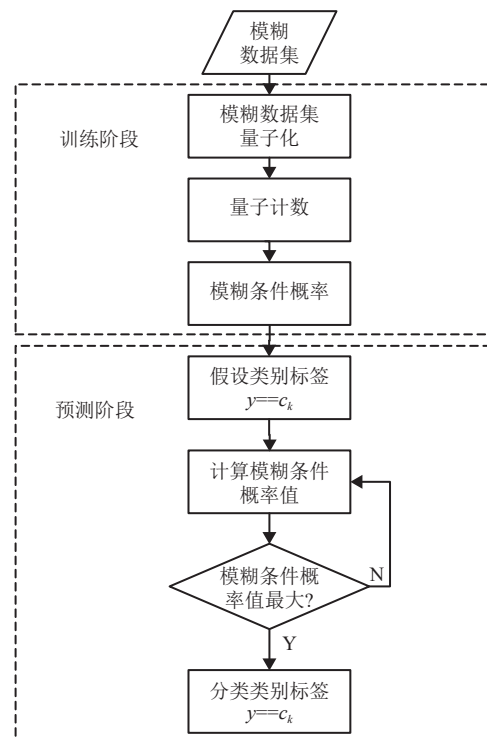


图 1 量子模糊朴素贝叶斯算法的分类过程

2.1 模糊数据集量子化

定义3 量子模糊先验概率: 模糊事件 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 的模糊先验概率 $\tilde{p}(A)$ 用量子态表示为:

$$|A\rangle = \sqrt{\mu(A_1)p_1}|0\rangle + \dots + \sqrt{\mu(A_i)p_i}|i-1\rangle + \dots + \sqrt{\mu(A_n)p_n}|n-1\rangle \quad (7)$$

定义4 量子模糊条件概率: 在模糊事件 A 发生的情况下, 模糊事件 $B = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$ 发生的概率用量子态表示为:

$$|B|A\rangle = \sqrt{\frac{\mu(A_1B_1)p_{11}}{\mu(A_1)p_1}}|00\rangle + \dots + \sqrt{\frac{\mu(A_iB_j)p_{ij}}{\mu(A_i)p_j}}|(i-1)(j-1)\rangle + \dots + \sqrt{\frac{\mu(A_nB_m)p_{nm}}{\mu(A_n)p_n}}|(n-1)(m-1)\rangle \quad (8)$$

2.2 量子模糊朴素贝叶斯分类模型

量子模糊朴素贝叶斯模型分为两个阶段: 1) 训练阶段, 主要包括量子态编码、量子计数两个步骤, 其目的是通过统计学习推断数据中随机变量之间的相关性; 2) 预测阶段, 主要包括量子模糊概率编码、量子振幅扩大两个步骤, 其目的是基于前一步骤所获得的相关性关系对待测样本进行分类。

2.2.1 训练阶段

1) 将训练数据集 $D = \{x_i^{(j)}, y_i\}_{i=1, j=1}^{N, M}$ 编码到量子态:

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{i=1, j=1}^{N, M} |x_i^{(j)}\rangle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N |y_i\rangle \quad (9)$$

2) 量子计数^[20]模块(其量子线路如图2所示)是训练阶段的核心步骤, 目的在于计算训练数据集中满足 $x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)}, y = c_k$ 的个数, 其中 $\tilde{x}^{(j)}$ 、 c_k 分别代表特征向量的值和类别标签的假设。将满足 $x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)}, y = c_k$ 的量子态记为 $|x\rangle$, 初始量子态为 $|D\rangle$ 。

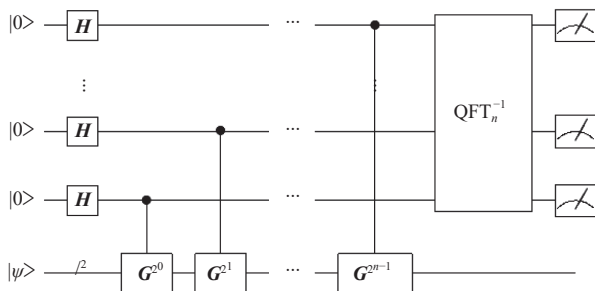


图2 量子计数线路图

量子计数模块的详细步骤如下:

$$|x_i^{(j)}\rangle |y_i\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \rightarrow \begin{cases} |x_i^{(j)} \oplus \tilde{x}^{(j)}\rangle |y_i \oplus c_k\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \\ |x_i^{(j)} \oplus \tilde{x}^{(j)}\rangle |y_i \oplus c_k\rangle \frac{|1\rangle - |0\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (10)$$

此时实现了:

$$O|\varphi\rangle = \begin{cases} |\varphi\rangle x_i^{(j)} \neq \tilde{x}^{(j)} & y_i \neq c_k \\ -|\varphi\rangle x_i^{(j)} = \tilde{x}^{(j)} & y_i = c_k \end{cases} \quad (11)$$

在 G 算子的本征态上重新描述 $|D\rangle$, 有:

$$|D\rangle = \frac{e^{i\theta k j} |x\rangle + e^{-i\theta k j} |-\tilde{x}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

借助辅助量子态进行相位估计, 有:

$$|0\rangle |D\rangle \rightarrow \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K (e^{i\theta k j} |\tilde{\theta}^{kj}\rangle |x\rangle + e^{-i\theta k j} |\pi - \tilde{\theta}^{kj}\rangle |-\tilde{x}\rangle)}{\sqrt{2MK}} \quad (13)$$

对量子态进行测量, 当对第2量子寄存器进行投影测量得到量子态 $|x\rangle$ 时, 第1量子寄存器就塌缩到 $|\tilde{\theta}^{kj}\rangle$, 由此可得问题的解数, 记为 η_{kj} 。

3) 改变 $x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)}, y = c_k$ 中 $\tilde{x}^{(j)}$ 、 c_k 的取值, 依次计算满足不同取值的问题解的数目 η_{kj} , 并根据 η_{kj} 计算出模糊条件概率, 详细步骤如下:

$$\tilde{P}(y = c_k) = \mu(y = c_k) \frac{\sum_{y=c_k} \eta_k}{N} \quad (14)$$

$$\tilde{P}(x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)} | y = c_k) = \mu(x^{(j)} = \tilde{x}^{(j)} | y = c_k) \frac{\sum_{x^{(j)}=\tilde{x}^{(j)}, y=c_k} \eta_{kj}}{\sum_{y=c_k} \eta_k} \quad (15)$$

2.2.2 预测阶段

1) 量子模糊概率编码。训练阶段得到的模糊条件概率分别编码到量子态的概率幅上, 如:

$$\begin{aligned} |x^{(1)}\rangle &= \sqrt{\mu(x^{(1)}|y_1)p(x^{(1)}|y_1)}|x^{(1)}|y_1\rangle + \dots + \sqrt{\mu(x^{(1)}|y_k)p(x^{(1)}|y_k)}|x^{(1)}|y_k\rangle \\ |x^{(2)}\rangle &= \sqrt{\mu(x^{(2)}|y_1)p(x^{(2)}|y_1)}|x^{(2)}|y_1\rangle + \dots + \sqrt{\mu(x^{(2)}|y_k)p(x^{(2)}|y_k)}|x^{(2)}|y_k\rangle \\ &\dots \\ |x^{(M)}\rangle &= \sqrt{\mu(x^{(M)}|y_1)p(x^{(M)}|y_1)}|x^{(M)}|y_1\rangle + \dots + \sqrt{\mu(x^{(M)}|y_k)p(x^{(M)}|y_k)}|x^{(M)}|y_k\rangle \end{aligned} \quad (16)$$

式中, M 个量子态的张量积表示为 $|\phi\rangle = |x^{(1)}\rangle \otimes |x^{(2)}\rangle \cdots \otimes |x^{(M)}\rangle$, $|\phi\rangle$ 表述 M 个特征属性独立时的联合概率密度。

2) 已知联合概率密度的情况下, 根据 $\tilde{x}^{(j)}$ 、 c_k 的取值, 对量子态 $|\phi\rangle$ 应用振幅扩大技术^[21], 目的在于扩大特定类别标签的量子态的概率, 减少无关概率幅的干扰, 变换过程为:

$$\begin{pmatrix} x^{(1)}y_1 & x^{(1)}y_2 & \cdots & x^{(1)}y_k \\ x^{(2)}y_1 & x^{(2)}y_2 & \cdots & x^{(2)}y_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{(M)}y_1 & x^{(M)}y_2 & \cdots & x^{(M)}y_k \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x^{(1)}y_{c_k} \\ x^{(2)}y_{c_k} \\ \vdots \\ x^{(M)}y_{c_k} \end{pmatrix} \quad (17)$$

3) 对量子态 $|\phi\rangle$ 进行多次测量可得到满足 $\tilde{x}^{(j)}$ 、 $c_k \in \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ 的模糊条件概率。通过改变 c_k 的取值并重复步骤 2), 根据模糊条件概率的取值, 选择取值最大的假设对待测样本进行分类。

3 仿真实验

1) 仿真实验环境。本实验在本源量子云平台下进行, 其中全振幅量子虚拟机设置为: 蒙特卡罗方法, 量子比特数为 5, 重复实验次数为 100 次。

2) 仿真数据来源。本实验的数据均来自鸢尾花数据集 (公开数据集下载地址: <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris>)。该数据集的每个样本包括 4 个特性: 花萼长度、花萼宽度、花瓣瓣长和花瓣宽度; 3 种类别, 即 Setosa、Versicolour 和 Virginica, 每种类别的鸢尾花收集 50 份样本记录, 共计 150 份, 如图 3 所示。

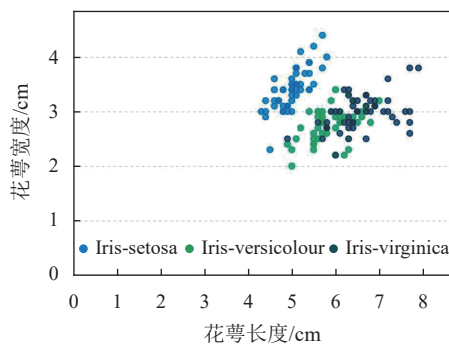


图 3 鸢尾花数据集

图 3 为鸢尾花数据集, 图 4 为本次仿真实验的测试数据集。实验将鸢尾花数据集划分为训练数据集与测试数据集。

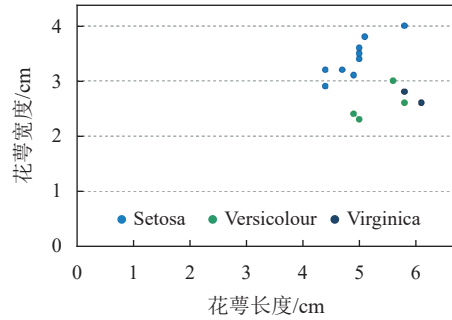


图 4 仿真实验的测试数据集

3.1 仿真实验步骤

1) 将鸢尾花数据集编码到量子态上, 根据训练阶段的步骤依次计算出训练样本 4 种属性的均值与方差, 如表 1 和表 2 所示。

表 1 鸢尾花 4 种属性的均值

类别	花萼长度	花萼宽度	花瓣瓣长	花瓣宽度
Setosa	5	3.41	1.46	0.24
Versicolour	5.94	2.76	4.29	1.33
Virginica	6.55	2.97	5.49	1.99

表 2 鸢尾花 4 种属性的方差

类别	花萼长度	花萼宽度	花瓣瓣长	花瓣宽度
Setosa	0.37	0.38	0.18	0.11
Versicolour	0.47	0.31	0.41	0.19
Virginica	0.63	0.32	0.52	0.27

2) 将步骤 1) 所得结果编码到量子态, 通过训练阶段学习花萼长度、宽度、瓣长、宽度与鸢尾花类别标签的关系, 得到量子模糊朴素贝叶斯分类模型。

3) 假设给定待测样本 $\tilde{x} = (4.7, 3.2, 1.3, 0.2)$, 通过给定不同的类别标签假设, 并对量子态进行多次测量, 即可得到不同类别假设下的条件概率, 选择使得条件概率值最大的假设作为最终分类的类别。

3.2 仿真实验结果及分析

分别对 3 种假设下的量子态进行测量, 测量结果如图 5 所示。

对鸢尾花数据进行分类是一个三分类问题, 因此需要分别基于不同假设计算相应类别下的条件概率, 并选择概率值最大的假设作为最终的分类类别, 本次实验中待测样本的分类结果为 Setosa。

值得注意的是, 即使对于二分类问题, 也需要进行两次假设进行比较判断, 因为基于不同假设的条件概率之和不一定为 1。

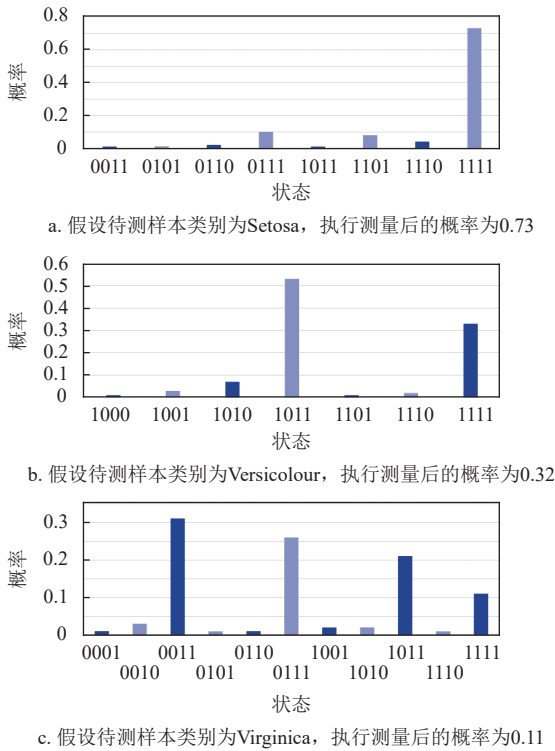


图 5 仿真实验测量结果

对测试数据集中的所有样本采用本文算法进行分类, 最终分类结果如图 6 和图 7 所示。

仿真实验表明, 本文算法对鸢尾花数据集具有良好的分类效果。通过数据可视化可以直观地看

出样本的分类情况, 在本次实验的 20 个测试样本中只有一个错误分类, 将 Versicolour 误分类为 Virginica 样本, 准确率为 95%。本文算法与朴素贝叶斯算法、基于模糊聚类的模糊朴素贝叶斯算法的对比如表 3 所示。

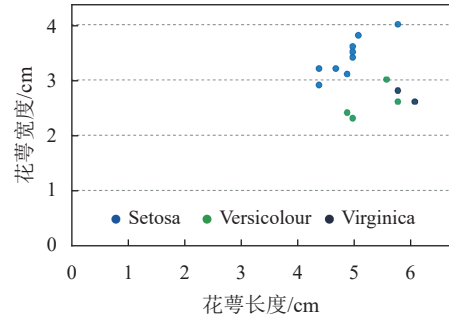


图 6 测试数据集中样本及真实类别标签

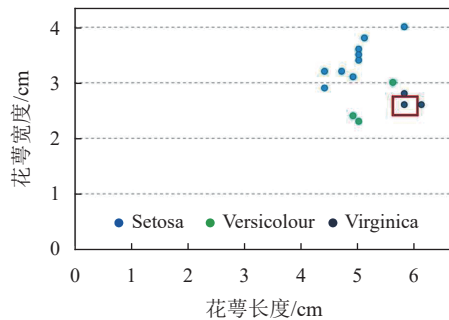


图 7 本文算法所对应的样本与分类标签

表 3 算法准确率对比

参数	文献[3]	文献[10]	文献[11]	本文算法
数据集	iris dataset	-	-	iris dataset
测试集的比例	0.25	-	-	0.25
时间复杂度	$O(MN)$	$O\left(\frac{\log^2 M + \log N}{\delta^3}\right)$	$O(M \log(MN + \sqrt{M}))$	$O(\sqrt{MN})$
准确率/%	84.21	-	-	95

在时间复杂度方面, 对于拥有 M 个属性的 N 个样本, 朴素贝叶斯的时间复杂度为 $O(MN)$ 。而本文算法首先在训练阶段引入量子计数模块, 计算次数由 NM 降至 \sqrt{MN} ; 其次在预测阶段, 基于 K 种假设计算对应的模糊条件概率, 传统算法的计算次数为 $K(MN)$, 而量子算法将模糊条件概率编码到量子态上, 并借助振幅放大算法, 计算次数为 $K\sqrt{MN}$, 故本文算法的时间复杂度可记为 $O(\sqrt{MN})$ 。

因此, 通过该仿真实验可以验证本文算法相比传统算法具有更高的准确率。同时由于结合量子计算理论, 时间复杂度为 $O(\sqrt{MN})$, 相比传统朴素贝叶斯算法获得了平方级的加速。

4 结束语

本文将“模糊集合理论 + 朴素贝叶斯 + 量子计算”交叉融合, 提出了量子模糊贝叶斯分类算法, 并将该算法应用到鸢尾花数据集, 准确率较高, 相比传统朴素贝叶斯分类算法能够实现平方级加速。

参考文献

[1] 李建中, 李英姝. 大数据计算的复杂性理论与算法研究进展[J]. 软件学报, 2016, 46(9): 1255-1275.
 LI J Z, LI Y S. Research progress in complexity theory and algorithms for big data computing[J]. Software Journal, 2016, 46 (9): 1255-1275.
 [2] 张仕斌, 黄曦, 昌燕, 等. 大数据环境下量子机器学习的研

- 究进展及发展趋势[J]. 电子科技大学学报, 2021, 50(6): 802-819.
- ZHANG S B, HUANG X, CHANG Y, et al. Research progress and development trend of quantum machine learning under big data environment[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2021, 50 (6): 802-819.
- [3] 郭秀娟, 李庆凯, 孟庆楠, 等. 基于朴素贝叶斯算法分析鸫尾花数据集分类[J]. 工业和信息化教育, 2022, 4(6): 82-84.
- GUO X J, LI Q K, MENG Q N, et al. Analysis of the iris dataset classification based on a naive Bayesian algorithm[J]. Industry and Information Education, 2022, 4 (6): 82-84.
- [4] 蒋良孝. 朴素贝叶斯分类器及其改进算法研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2009.
- JIANG L X. Naive Bayesian classifier and its improved algorithm study[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2009.
- [5] 李静梅, 孙丽华, 张巧荣, 等. 一种文本处理中的朴素贝叶斯分类器[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24(1): 71-74.
- LI J M, SUN L H, ZHANG Q R, et al. A naive Bayes classifier in text processing[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2003, 24(1): 71-74.
- [6] 周龙. 基于朴素贝叶斯的分类方法研究[D]. 合肥: 安徽大学, 2006.
- ZHOU L. Naive Bayes-based classification methods research[D]. Hefei: Anhui University, 2006.
- [7] PARRA-RODRIGUEZ A, LOUGOVSKI P, LAMATA L, et al. Digital-analog quantum computation[J]. Physical Review A, 2020, 101(2): 022305.
- [8] BIAMONTE J, WITTEK P, PANCOTTI N, et al. Quantum machine learning[J]. Nature, 2017, 549(7671): 195-202.
- [9] DAS S S, DENG D L, DUAN L M. Machine learning meets quantum physics[J]. Physics Today, 2019, 72(3): 48-54.
- [10] SHAO C P. Quantum speedup of bayes' classifiers[J]. Journal of Physics A: Mathematical and theoretical, 2020, 53(4): 045301.
- [11] 陆春悦, 郭躬德, 林崧. 基于量子计数的贝叶斯二元分类算法[J]. 南京师大学报(自然科学版), 2021, 44(4): 117-121.
- LU C Y, GUO G D, LIN S. A Bayesian binary classification algorithm based on quantum counting[J]. Nanjing Normal University Daily (Natural Science edition), 2021, 44(4): 117-121.
- [12] OZOLS M, ROETTELER M, ROLAND J. Quantum rejection sampling[J]. ACM Transactions on Computation Theory, 2011, 5(3): 1-11.
- [13] LOW G H, YODER T J, CHUANG I L. Quantum inference on Bayesian networks[J]. Physical Review A, 2014, 89(6): 1-12.
- [14] MD O, BARBOSA L S. Quantum Bayesian decision-making[J]. Foundations of Science, 2021, 9(7): 1572.
- [15] 毕文豪, 周杰, 张安, 等. 杂波环境下基于最大熵模糊聚类的 JPDA 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 6(29): 1-11.
- BI W H, ZHOU J, ZHANG A, et al. JPDA algorithm based on maximum entropy fuzzy clustering in clutter environment[J]. Systems Engineering and Electronic Technology 2022, 6(29): 1-11.
- [16] 支建勋. 基于模糊 K-means 聚类算法的区域数据智能分析方法[J]. 电子设计工程, 2022, 30(10): 46-49.
- ZHI J X. Intelligent analysis method of regional data based on fuzzy K-means clustering algorithm[J]. Electronic Design Engineering, 2022, 30(10): 46-49.
- [17] 于涛. 基于故障树贝叶斯网络的 TDS-8SA 顶驱装置故障分析与诊断[D]. 大连: 大连海洋大学, 2022.
- YU T. Fault analysis and diagnosis of TDS-8SA top drive device based on fault tree bayesian network[D]. Dalian: Dalian Ocean University, 2022.
- [18] TANG Y, PAN W, LI H, et al. Fuzzy naive Bayes classifier based on fuzzy clustering[EB/OL]. [2022-08-21]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/1176401>.
- [19] 王国才. 朴素贝叶斯分类器的研究与应用[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2010.
- WANG G C. Research and application of the Naive Bayes classifier[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2010.
- [20] MICHAEL A, NIELSEN ISAAC L, CHUANG. Quantum computing, and quantum information[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [21] BRASSARD G, HOYER P, MOSCA M, et al. Quantum amplitude amplification and estimation[EB/OL]. [2022-09-02]. <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0005055.pdf>.

编辑 税红