

引用格式: 任新惠, 袁娜. 考虑过载级联失效的航空-高铁相依网络鲁棒性[J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(1): 39-51.  
REN X H, YUAN N. Robustness of cascading failure of overload on aviation-high-speed rail interdependent network[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(1): 39-51.

## 考虑过载级联失效的航空-高铁相依网络鲁棒性



任新惠\*, 袁娜

(中国民航大学 经济与管理学院, 天津 300300)

**摘要:** 空铁联运是航空运输与铁路运输协作的一种联合运输方式, 通过机场与高铁的无缝中转, 旅客可以有效换乘, 出行范围扩大。由于公共卫生事件、自然灾害带来的冲击, 重点研究不同时段下航空-高铁相依网络过载级联失效的鲁棒性问题。构建线性负载容量模型对航空-高铁相依网络进行蓄意攻击和随机攻击下的鲁棒性分析, 并结合负载容量系数 $\beta$ 和初始负载系数 $\alpha$ 提出了中心节点负载占比 $p$ 指标, 分析 $\alpha$ 对网络鲁棒性的影响。研究发现: 航空-高铁相依网络并非属于同配耦合和异配耦合的网络; 蓄意攻击相依网络时, 网络效率随 $\beta$ 值的增大而增大, 呈现一阶相变并存在临界负载容量系数; 模型参数 $\alpha$ 通过指标 $p$ 影响网络鲁棒性,  $p$ 越大, 单网越脆弱。而整体相依网络的鲁棒性, 则取决于相依的两个节点中较大的 $p$ 值; 从不同时段下随机攻击相依网络上的节点结果来看, 8:00-10:00 时段是网络鲁棒性最高的时段, 22:00-24:00 是网络最为脆弱的时段。研究结论为构建快速高效稳定的空铁联运网络便于旅客选择空铁换乘提供理论依据。

**关键词:** 相依网络; 鲁棒性; 级联失效; 综合运输; 空铁联运

中图分类号: N949; U113

文献标志码: A

DOI: 10.12178/1001-0548.2023234

## Robustness of cascading failure of overload on aviation-high-speed rail interdependent network

REN Xinhui\* and YUAN Na

(College of Economics and Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract:** Air and rail combined transport is a kind of joint transport mode of cooperation between air and rail transports. Through the seamless transfer between airport and high-speed rail, the respective radiation circle of aviation and high-speed rail network( referred to as air-rail network) is expanded. However, public health events (epidemics, viruses, etc.) and natural disasters (floods, earthquakes, etc.) can all have an impact on the transportation network. This paper takes the effective transfer time of passengers into account, and mainly studies the robustness of overload cascade failure of the interdependent network of aviation-high-speed rail at different time periods. A linear load capacity model is constructed to analyze the robustness of the air-rail dependent network under deliberate and random attacks. Incorporating load capacity coefficient  $\beta$  and initial load coefficient  $\alpha$ , the study introduces a new metric, the central node load proportion  $p$ , to analyze the impact of  $\alpha$  on network robustness. The findings reveal that the air-rail dependent network does not belong to either assortative or disassortative coupling networks. Under deliberate attacks, network efficiency increases with  $\beta$ , exhibiting a first-order phase transition and a critical load capacity coefficient. The model parameter  $\alpha$  impacts network robustness through the metric  $p$ ; the larger  $p$  is, the more vulnerable the individual network becomes. The overall robustness of the dependent network, however, depends on the larger  $p$  value between the two dependent nodes. From the results of random attacks on network nodes in different time periods, the 8:00 to 10:00 time slot shows the highest network robustness, while the 22:00 to 24:00 time slot is the most vulnerable. The conclusions of this study provide a theoretical basis for constructing a fast, efficient, and stable air-rail intermodal network, facilitating passengers' choices for air-rail transfers.

**Key words:** interdependent network; robustness; cascading failure; integrated transportation; air-rail network

我国的航空运输与高铁正处于高速发展的阶段, 航空与高铁网络覆盖范围和网络服务持续拓展

并逐步形成双网络发展格局, 形成以京津冀、成渝、珠三角和长三角地区构成的四角“菱形”区域

收稿日期: 2023-09-12

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (62173332); 天津多元基金 (21JCYBJCO0700)

作者简介: 任新惠, 教授, 主要从事航空运输规划方面的研究。

\*通信作者 E-mail: xhren@cauc.edu.cn

为核心的出行网络<sup>[1]</sup>。航空与高铁协同发展所建立的协同网络与设施互联互通关系,为没有机场城市的旅客选择高铁-航空组合运输方式出行创造条件,促进城市创新能力提升<sup>[2]</sup>。同时具有机场和高铁站设施的城市为旅客换乘、实现空铁联运提供了便利。因此,围绕空铁联运网络设计<sup>[3-5]</sup>、空铁联运换乘节点的研究成为热门<sup>[6-7]</sup>。航空网络、高铁网络的运行有时会受到外部环境的影响,造成网络中断,影响旅客出行。如公共卫生事件、自然灾害以及大面积航班延误等突发事件,因此对航空-高铁形成的综合运输网络进行鲁棒性分析显得尤为重要。

流量网络的动态鲁棒性问题一直是研究的热点。交通网络、电网、代谢系统和许多其他呈现级联效应的真实网络都是流量网络。在流量网络模型中,节点或连接的故障导致其流量被重新分配给网络中的其他节点和连接<sup>[8]</sup>,从而导致级联失效。级联失效又称相继故障,由于节点的故障或边的故障,会造成其他节点或边的相继故障。文献[9]根据集群供应链网络的特点构建了一个新的级联模型,并引入了网络负载熵的概念,探索其脆弱性在级联故障传播过程中的动态行为,研究发现集群供应链网络中负载分布的多样性与集群供应链系统的脆弱性密切相关。文献[10]从耦合网络边的角度建立相继故障模型,研究由于边失效导致的相继故障现象。文献[11]以随机步行者的数量作为随机波动负载来对级联故障过程进行建模,研究了互联网和移动通信网络在面对具有泊松波动性质的负载下的鲁棒性问题。文献[12]构建衡量道路拥堵程度的信任值模型,并根据此模型对失效路口的多重过载进行重新分配,得到了能将级联故障规模控制在一定范围内的负荷阈值和负荷分配系数联合参数。

文献[13]将级联失效引入到交通网络系统,揭示了级联失效对交通网络的影响。文献[14]基于耦合映像格子模型,研究了交通运输网络级联失效的规律,发现最容易造成网络级联失效的是饱和度和节点度组合最大的节点。文献[15]开发了一种分析互联网络中随机行走覆盖时间的方法,并将其应用在测评伦敦的地铁、地上铁路和码头区轻轨这种互联运输网络在应对外界干扰的恢复能力上,结果证明,互连网络引入了额外的维度,可以帮助从单层的明显孤立部分找到路径。文献[16]研究了地铁-公交复合网络在不同袭击模式下的静态抗毁性,并对突发性事故下地铁客流拥堵的传播扩散现象与级联失效过程进行了仿真分析,结果表明复

合网络整体效能优于单一网络。文献[17]基于出行时间提出了可达性指标,研究了地铁和高速铁路综合运输系统在单个火车站故障和两次真实恶劣天气下的脆弱性。为研究高速铁路、区域铁路和城市轨道交通组成的融合铁路网在高峰时段交通流过载条件下的性能和相互影响,文献[18]开发了一个具有可调负载再分配参数的新型过载级联失效模型。文献[19]构建了基于节点状态的民航网络容量-负载级联失效模型,并以中南地区民航网络为例研究不同攻击方式对网络鲁棒性的影响。文献[20]基于实际数据,将中国高铁和航空建模为一个边缘耦合网络,研究了动态负载分布下的网络鲁棒性问题。

围绕航空与高铁网络的失效研究大多聚焦于子网络,对于二者形成的相依网络的失效研究较少,主要侧重航空-高铁复合网络拓扑结构及其鲁棒性,而忽略交通网络流的属性带来的级联失效问题。此外,现有文献研究也很少考虑航空与高铁网络在时间分布上的差异对构建航空-高铁相依网络的影响。

本文考虑了旅客空铁联运出行时间衔接因素,探讨了各个时间段下航空-高铁相依网络过载级联失效的网络鲁棒性,提出一个新指标(中心节点负载占比指标值 $p$ ),用于分析初始系数 $\alpha$ 对网络鲁棒性的影响。研究结果为构建快速高效稳定的空铁联运网络,便于旅客选择空铁换乘提供理论依据。

## 1 航空-高铁相依网络鲁棒性问题描述

航空子网络中,节点为具有机场设施的通航城市,对于城市中的多个机场,合并为一个航空网络的节点。网络边由节点之间的连边构成,两个机场之间若存在航线则形成连边,将经停航线拆分为两个OD航线(如 $A-B-C$ ,拆分为 $A-B$ 和 $B-C$ )。高铁子网络中,节点为具有高铁设施的城市,对于城市中的多个高铁站,合并为一个高铁网络节点,网络边由节点之间的连边构成,将G和D开头的高铁列次所经过的城市段,作为这两个城市节点之间的连边。由于高铁列次的停靠站点较多,如高铁列次先后经过 $A-B-C$ ,拆分为 $A-B$ 、 $B-C$ 和 $A-C$ 。相依网络的节点为航空子网与高铁子网的节点,这些城市节点同时具有机场和高铁设施,相依边为航空子网耦合节点与高铁子网的耦合节点形成的连边,这表示旅客能够同城进行航空与高铁的换乘,从而实现空铁联运。

公共卫生事件(疫情、病毒等)、自然灾害

(洪水、地震等) 都能对交通运输网络造成冲击。由航空网、高铁网构成的满足旅客换乘目标的综合运输网络, 其中任一网络的节点失效, 都会导致换乘的中断, 如图 1 所示。旅客出行需求是城市 E 到城市 B, 出行方式是, 乘高铁从 E2 到 D2, 经过同城换乘到 D1 机场, 再乘坐航班至 B1, 出行完成。当 D1 受到外部冲击时失效, 不能运送旅客; D2 由于作为相依网络中对应的节点, 其实也失效了, 不能作为换乘点。后续旅客为达到出行需求, 会选择以城市 A 作为中转城市, 乘坐高铁至 A2, 再换乘至 A1, 再乘坐飞机至城市 B。

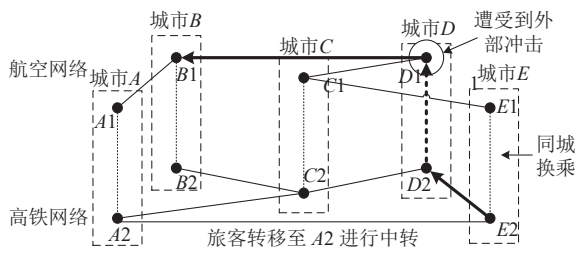


图 1 换乘网络节点受到攻击示意图

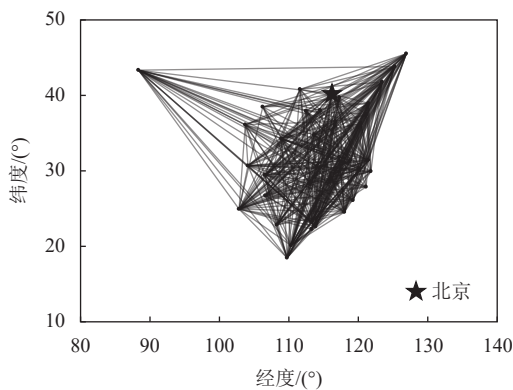
上述过程说明了由航空-高铁形成的相依网络的作用及其受到攻击时的旅客流动, 这一过程存在网络过载级联失效的可能, 原因在于: 1) 当相依网络任一节点受到攻击时, 机场节点及同城的高铁节点都因为无法达到换乘目标而失效; 2) 机场及高铁设施存在一定容量, 超过容量, 机场及高铁站将封锁入口禁止旅客的流入, 过载体现为设施拥堵、旅客滞留等; 3) 由于受影响城市不能作为换乘点, 任何在该城市换乘的旅客都将需要转移到另一个中转点, 有可能造成下一步的过载。本文将着重研究过载级联失效的航空-高铁相依网络鲁棒性问题。

## 2 航空-高铁相依网络过载级联失效过程及模型

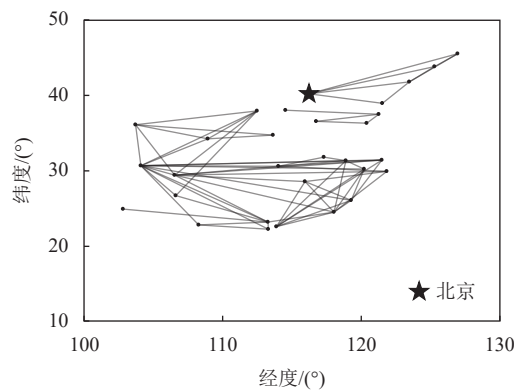
### 2.1 分时段航空-高铁相依网络构建及特征分析

本文选取《2019 年民航机场生产统计公报》千万级的机场 38 个及所在城市的高铁站。由于旅客换乘出行与航班起飞时间高铁发车时间有关, 本文选取 2019 年 5 月 1 日 38 个机场及对应城市高铁站的航班及列次 (航线数据来源: <https://map.variflight.com/>, 高铁列次数据来源: <http://www.piaojia.cn/dongche/>), 并将从早上 6:00 至次日早上 6:00 的 24h 划分为 10 个时间段, 其中早上 6:00 至 24:00 为每两小时一时段, 共有 9 个时段, 从 24:00 至次日 6:00 合并为 1 个时段。由于 0:00-6:00 时, 航班量非常少, 连接点只有几个, 忽略不计。

航空网络及高铁网络的个别边并不具备形成本文中的相依网络的条件, 由于航线、列次在一天中分布不均匀, 在单个航空网络中出现的边, 就不一定会出现在相依网络中; 同理, 在单个高铁网络中出现的边, 也并不一定在相依网络中出现。在 0:00-6:00 时段, 航空网络只有重庆-上海、广州-温州、海口-深圳 3 条连边, 6 个节点重庆、上海、广州、温州、海口、深圳之间并无高铁列次, 因此 0:00-6:00 时段, 形成不了相依网络。本文构建了 9 个时段下的航空-高铁相依网络, 以 6:00-8:00 时段为例, 相依网络形成过程见图 2。图 2a 和图 2b 分别是航空航线网络和高铁网络, 图 2c 是将两个网络中共同存在的节点建立耦合联系, 高铁网络中没有乌鲁木齐这个节点, 因此相依网络中就没有。相依网络在时刻上的分布规律受高铁网络影响较大。



a. 6:00-8:00 航线网络图



b. 6:00-8:00 高铁网络图

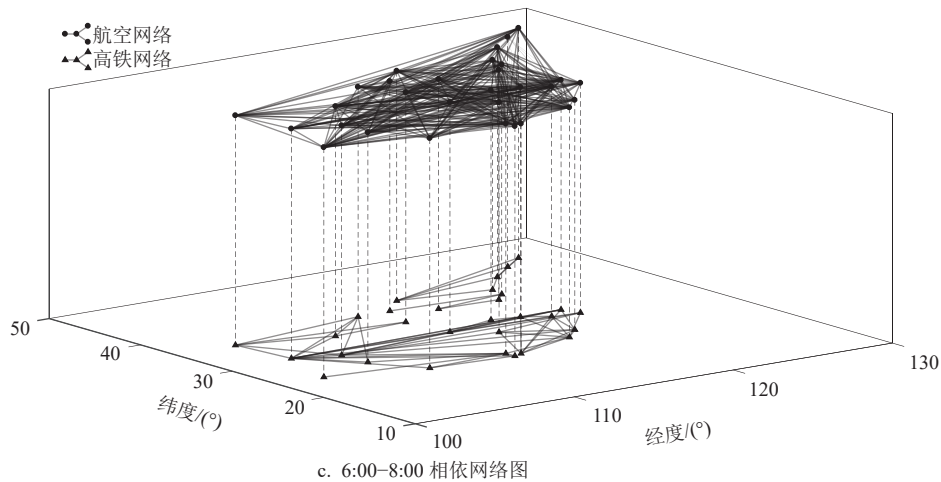


图 2 6:00-8:00 航空-高铁相依网络形成图

由于航空网络与高铁网络分布在各时段的差异性，二者构建的相依网络在各时段的分布也必定存在差异，以最密集的 8:00-10:00 航空-高铁相依网络和最稀疏的 22:00-24:00 相依网络图为例，见图 3。相依网络密集，旅客选择这一时段换乘的可能性就较大，相依网络在 22:00-24:00 相对稀疏，旅客选择这一时间段进行换乘的可能性就较小。

采用平均度、网络直径、平均路径长度<sup>[21]</sup>分析航空子网络、高铁子网络、航空-高铁相依网络特征。平均度反应网络边的稀疏程度，值越大，网络边相对越密集。网络直径定义为网络中任意两个节点之间距离的最大值，值越大，说明网络整体连通性相对较差。平均路径长度定义为任意两个节点之间的距离的平均值，该值越大，说明旅客从一个节点到另一个节点经过的边数相比其他交通运输方式多，便捷性较差。

基于上述相依网络构建及数据，得到的各个时段下相依网络中的航空子网络、高铁子网络及航空-高铁相依网络的平均度、网络直径和平均路径长度，见表 1。由表 1 可知，同一网络在不同时段下平均度、网络直径、平均最短路径差异明显。8:00-10:00，航空子网络、高铁子网络、相依网络的平均度最大，说明这一时段网络边分布最为密集，是一天中最具连通性的时段。22:00-24:00 反

之。同一时段下，相依网络在平均度、网络直径、平均路径长度这 3 个指标上优于任一子网，说明由航空及高铁形成的相依网络在提高网络连通性上有效，也为旅客换乘提供便利。因此本文以航空-高铁相依网络为研究对象。

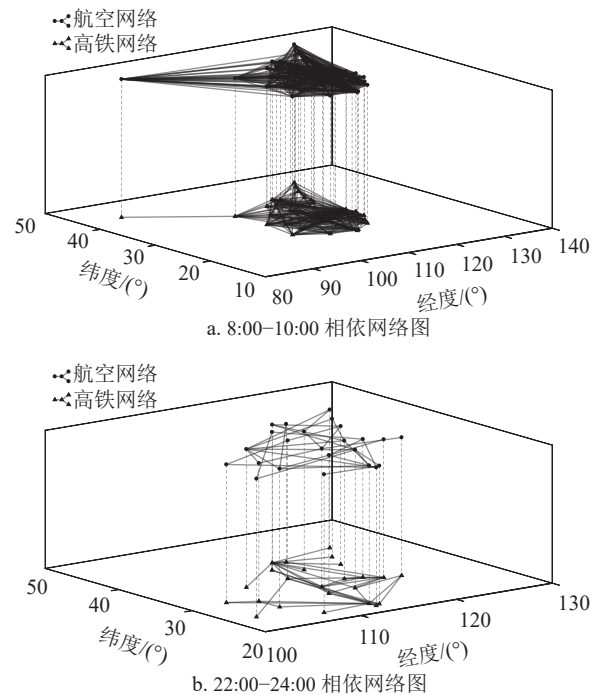


图 3 最密集及最稀疏相依网络图

表 1 各网络特征分析

时段	航空网络			高铁网络			航空-高铁相依网络		
	平均度	网络直径	平均路径长度	平均度	网络直径	平均路径长度	平均度	网络直径	平均路径长度
6:00-8:00	17.867	2	1.384	4.467	4	1.947	20.533	2	1.292
8:00-10:00	22.235	2	1.326	16.294	3	1.542	27.882	2	1.155
10:00-12:00	18.824	2	1.43	15.588	3	1.565	25.706	2	1.211
12:00-14:00	16.588	2	1.497	13.118	3	1.633	24.235	2	1.266

续表

时段	航空网络			高铁网络			航空-高铁相依网络		
	平均度	网络直径	平均路径长度	平均度	网络直径	平均路径长度	平均度	网络直径	平均路径长度
14:00-16:00	14.824	2	1.551	12.882	3	1.686	22.941	2	1.305
16:00-18:00	12.765	3	1.636	10.061	3	1.841	19.882	2	1.398
18:00-20:00	10.353	3	1.713	7.588	4	2.073	17	2	1.485
20:00-22:00	6.882	4	1.993	5.588	5	2.248	11.882	3	1.649
22:00-24:00	2.75	6	2.946	3.583	4	2.337	5.917	4	1.888

## 2.2 航空-高铁相依网络过载级联失效传播过程

作为流网络的航空-高铁系统协同运输旅客时, 遭受节点攻击后, 网络上的流会重新流动, 由于机

场或高铁站的容量限制, 新的网络节点会因为过载而失效, 这会对网络造成进一步破坏。航空-高铁相依网络点遭到攻击后的级联失效模拟过程见图 4。

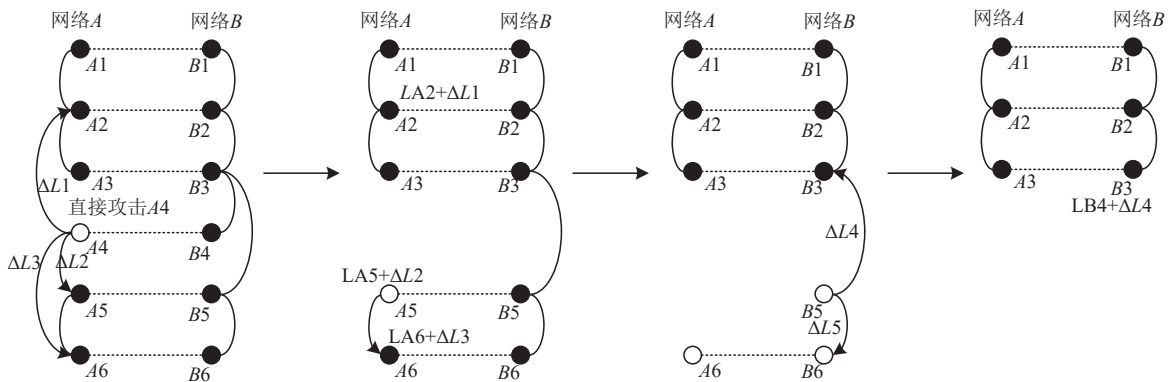


图 4 过载级联失效过程

图 4 中航空网络 A 上的节点 A4 受到攻击, 节点 A2、A5、A6 得到来自失效节点 A4 的额外负载  $\Delta L1$ 、 $\Delta L2$  和  $\Delta L3$  (额外负载转移的数量根据分配公式求得), A4 的相依节点 B4 也被移除。图 4 中第 2 部分节点 A2 的负载为  $L_{A2}+\Delta L1$ , 小于容量, 仍是有效节点, 节点 A5 由于过载失效, 负载进一步转移到邻居节点中, 节点 A6 得到的额外负载  $\Delta L3$  和来自失效节点 A5 的所有负载  $L5+\Delta L$ , 同时相依节点 B5 也将被移除。图 4 中第 3 部分作为 A6 的相依节点 B5 被移除, 节点 B5 的负载转移到邻居节点上, B3、B6 得到分别得到额外负载  $\Delta L4$ 、 $\Delta L5$ , 网络 A 和 B 中都孤立的节点 A6 和 B6 因连通失效, B3 得到额外负载后的总负载  $L9+\Delta L4$  依旧小于负载容量, 节点仍旧有效。图 4 第 4 部分为级联失效后的稳定状态, 网络 A 中还有节点 A1、A2、A3, 网络 B 中还有节点 B1、B2、B3。

航空-高铁相依网络的过载级联失效过程中, 通常航空网络容易受到突发事件的攻击, 节点失效后, 与之相依的节点也失效。节点上的负载会进行转移, 如何分配负载, 需要构建相应的分配规则, 以探讨网络的初始负载、节点负载及失效负载重的

分配。

## 2.3 航空-高铁相依网络过载级联失效模型

### 2.3.1 初始负载模型

对于初始负载模型的构建, 现在的研究主要围绕一些能够体现网络拓扑结构的复杂网络指标进行, 许多学者将节点度、介数的相关函数作为相依网络的初始负载模型<sup>[22]</sup>。旅客在航空-高铁所形成的相依网络中, 无论是机场还是高铁站, 航线或列次越多, 就越吸引旅客到该节点换乘。本文假设节点的初始负载与节点的度有关。得出航空网络和高铁网络上的初始负载如下:

$$L_i^{\text{air}} = \left[ K_i^{\text{air}} \left( \sum_{j \in A_i} K_j^{\text{air}} \right) \right]^\alpha \quad (1)$$

$$L_i^{\text{rail}} = \left[ K_i^{\text{rail}} \left( \sum_{j \in R_i} K_j^{\text{rail}} \right) \right]^\alpha \quad (2)$$

式中,  $L_i^{\text{air}}$ 、 $L_i^{\text{rail}}$  分别表示航空和高铁网上节点的初始负载;  $K_i^{\text{air}}$ 、 $K_j^{\text{air}}$  表示航空网络上节点的度;  $K_i^{\text{rail}}$ 、 $K_j^{\text{rail}}$  表示高铁网络上节点的度;  $A_i$ 、 $R_i$  分别表示航空网络和高铁网络上节点  $i$  的邻居节点集合;  $\alpha$  为大于 0 的初始负载系数, 可调节节点初始

负载的大小。

### 2.3.2 线性负载容量模型

每个节点都有最大承受能力，即容量，节点容量越大，越能抑制级联失效，网络的鲁棒性越强。本文采用线性负载容量模型<sup>[23]</sup>，即节点最大承受负载与初始负载呈线性关系：

$$C_i = (1 + \beta)L_i \quad (3)$$

式中， $C_i$ 为节点 $i$ 的容量； $\beta$ 为大于0的负载容量系数，值越大，容量越大，所能承受的负载越大。但当管理者为增强网络鲁棒性，而增大负载容量系数时，此时网络维护成本就会增加，因此，本文在研究相依网络鲁棒性的同时，也研究维护网络鲁棒的最小负载容量系数，即临界负载容量系数。

### 2.3.3 失效负载重分配模型

节点在受到直接攻击后会崩溃并从网络中移除，其负载后会转移至邻近节点。每次负载的转移都会引发一次级联效应，文献[24]根据最近分布规则，假设节点接收的额外负载与失效节点的负载成正比。本文根据现实旅客的特点，假设邻居节点所分得的负载与失效节点负载成正比，与自身节点负载容量成正比，从而得到各邻居节点在 $t+1$ 次级联后所分得的额外负载 $\text{add}L_i(t+1)$ 如下：

$$\text{add}L_i(t+1) = L_i(t) \frac{L_j(t)}{\sum_{k \in G} L_k(t)} \quad (4)$$

式中， $G$ 为邻居节点，既包括同一网络上的连接节点也包括与之相依的节点。因为在航空-高铁相依网络中，如果一个节点如机场遭受到攻击无法使用，旅客可能会转移到其他机场或者转移到同城的高铁站，前者是同一子网上的负载流动，后者是网络间的负载流动。由于本文考虑的是节点遭受攻击后对换乘网络的影响，因此，当一个节点受到攻击，那么相依节点也会受到攻击。节点负载更新为：

$$L_j(t+1) = L_j(t) + \text{add}L_j(t+1) \quad (5)$$

## 3 航空-高铁相依网络鲁棒性分析

### 3.1 鲁棒性指标设立

无论是航空网络还是高铁网络，受自然灾害或公共卫生事件的干扰，节点并没有被删除，但因为过载失效无法再接收来自外界的负载，因此属于逻辑连接失效<sup>[19]</sup>。

$$S_i(t) = \begin{cases} 1 & L_i(t) \leq C_i \cap k(i) \neq 0 \\ 0 & L_i(t) > C_i \cup k(i) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中， $k(i)$ 表示逻辑连接， $k(i) = 0$ 表示逻辑连接断开。当网络中的节点负载小于负载容量且逻辑连接并未断开时，该节点为有效节点；当网络中的节点负载大于负载容量，或逻辑连接断开时，该节点为失效节点。

失效节点包含3种：1) 直接攻击导致的失效，比如自然灾害或是公共卫生事件，这些因素导致机场或高铁站等设施瘫痪或封锁；2) 节点过载导致的失效，旅客流滞留在某一节点，该节点瘫痪；3) 孤立节点失效，由于该节点缺少连边，节点负载缺失，从而导致间接失效。因此，采用网络过载级联失效后的剩余节点数（即以上3种失效节点后的剩余节点）与初始网络总节点数的比值作为网络鲁棒性指标，反映过载级联失效后网络有效节点的比率。蓄意攻击下的网络效率指标为：

$$R = \frac{S_t^{\text{air}} + S_t^{\text{rail}}}{N_0^{\text{air}} + N_0^{\text{rail}}} \quad (7)$$

式中， $S_t^{\text{air}}$ 和 $S_t^{\text{rail}}$ 分别表示 $t$ 时段下航空网络及高铁网络剩余的节点数； $N_0^{\text{air}}$ 和 $N_0^{\text{rail}}$ 分别表示各自网络的初始节点数。

随机攻击下的网络效率指标如下：

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n S_{t,i}^{\text{air}} + S_{t,i}^{\text{rail}}}{n(N_0^{\text{air}} + N_0^{\text{rail}})} \quad (8)$$

式中， $n$ 表示模拟次数； $S_{t,i}^{\text{air}}$ 和 $S_{t,i}^{\text{rail}}$ 分别代表 $t$ 时段下进行第 $i$ 次攻击时的剩余节点数。

### 3.2 航空-高铁相依网络鲁棒性问题仿真

首先提取航空-高铁相依网络数据、航空网络数据、高铁网络数据，根据上述建立的过载级联失效模型进行网络仿真，步骤如下。

1) 相依网络、航空网络和高铁网络初始状态下，定义初始负载 $L_i$ ，初始负载等于节点度乘以所连节点度之和，再根据所给的初始负载系数求幂。得到每个节点的容量 $C_i$ ，并定义一个额外负载向量 $\text{add}L$ 。这一步得到相依网络各节点负载向量 $L$ 、航空网络初始负载 $L_A$ 、高铁网络初始负载 $L_B$ 、相依网络负载容量 $C$ 。

2) 选择攻击策略并给出攻击节点集合 $\text{del}$ 。

3) 判断。

①若初始相依网络节点等于集合  $del$ , 则删掉所有节点, 相依网络  $net$ 、航空网络  $netA$  和高铁网络  $netB$  全部置空。

②若  $del$  为空集, 那么所有网络矩阵、负载向量和负载容量向量以及额外负载向量全部保留。

③不满足以上两个条件, 则遍历  $del$  的所有点, 找出位于航空网络的节点  $DA$  和高铁网络上的节点  $DB$  (这两个集合不同时为空集), 同时得到  $DA$  在高铁网络的相依节点  $delA$ ,  $DB$  在航空网络上的相依节点  $delB$ , 求出  $DA$  和  $delA$  的并集  $DelA$ 、 $DB$  和  $delB$  的并集  $DelB$ , 以及  $del$ 、 $delA$ 、 $delB$  的并集  $delAB$ 。

④按照失效节点负载重分配模型更新  $addL$  向量。

⑤删除网络节点: 从相依网络中删除  $delAB$ , 从航空网络中删除节点  $DelA$ , 从高铁网络中删除节点  $DelB$ ; 找出相依网络中的孤立节点, 并删除孤立节点。

⑥判断节点是否过载。

⑦更新  $net$ 、 $netA$  和  $netB$ , 将初始状态下的被删除节点的负载及容量置空, 得到新的向量  $L$ 、 $L_A$ 、 $L_B$  和  $C$ , 同时重新置空  $addL$ 。

⑧找到过载节点集合  $Del$ , 令  $del = Del$ , 重复步骤 3)。

4) 利用鲁棒性评价指标, 得到级联失效过后的网络效率。

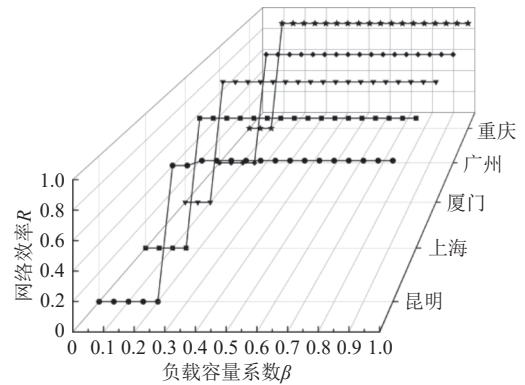
本文仿真算法实现工具为 MATLAB R2016b, 运行化境为 64 位 Windows 11 操作系统, 处理器为 11th Gen Intel(R) 酷睿 i7, 主频 2.80 GHz, 运行内存为 15.7 GB。

### 3.3 航空-高铁相依网络级联失效鲁棒性分析

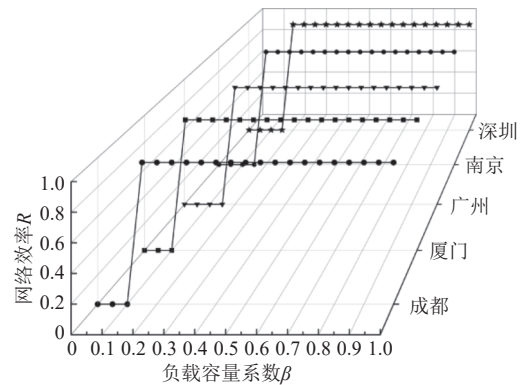
#### 3.3.1 特定时段下的网络鲁棒性分析

为分析城市节点因素对网络鲁棒性的影响, 首先选取 6:00-8:00 这一时段的航空-高铁相依网络, 对网络中的节点进行蓄意攻击。选取初始负载系数小于 1 和大于 1 的情况, 随机选取  $\alpha$  为 0.3 和 1.5, 分别分析网络鲁棒性。

依次对度排名前 5 位的节点进行蓄意攻击, 仿真计算出遭到攻击后的网络效率。依据所构建的网络, 航空网络中度排名前 5 位的机场节点为: 昆明、上海、厦门、广州、重庆; 高铁网络中度排名前 5 位的节点为成都、厦门、广州、南京、深圳。结果见图 5 和图 6。

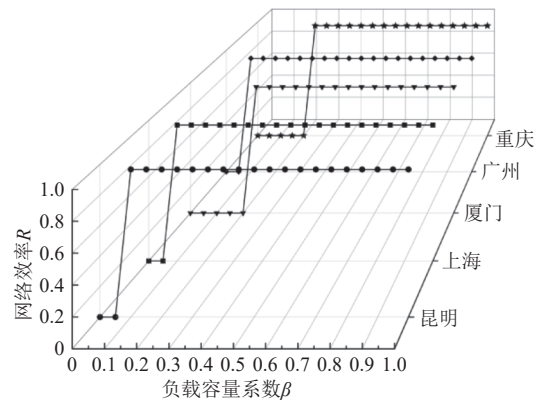


a. 蓄意攻击度排名前5位机场节点

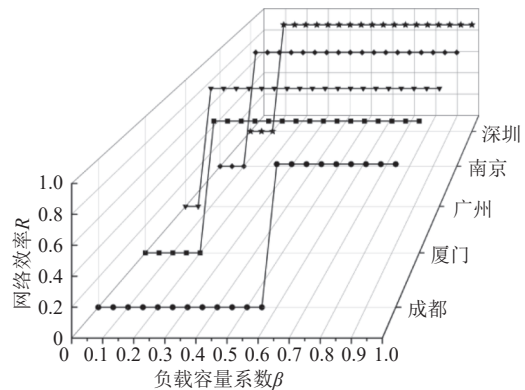


b. 蓄意攻击度排名前5位高铁节点

图 5  $\alpha=0.3$  时蓄意攻击时的网络效率



a. 蓄意攻击度排名前5位机场节点



b. 蓄意攻击度排名前5位高铁节点

图 6  $\alpha=1.5$  时蓄意攻击时的网络效率

由图 5 及图 6 可知，蓄意攻击网络度排名前 5 位的节点时，随着负载容量系数 $\beta$ 的增大，网络效率 $R$ 增大，且呈“阶跃式”增大。且攻击每个节点时，存在一个 $\beta$ 值，当负载容量系数小于该 $\beta$ 值时，网络某个节点遭受到蓄意攻击时，都会导致网络的全局崩溃，该值是令网络发生全局崩溃的最大容量系数，定义为 $\beta_c$ 。 $\beta_c$ 越大，说明攻击该节点更易造成网络全局崩溃，网络越脆弱。由上述结果得到的各个节点不同初始负载系数下的 $\beta_c$ 及其大小的排名见表 2。由表 2 可知，蓄意攻击节点时的网络鲁棒性与该节点的度的大小无关，如上海航空节点作为度排名第 2 的节点，对应的值的排名却在第 14 位；重庆航空节点度排名第 2，对应的值却排名第 28，但在 $\alpha=1.5$ 时，临界容量系数值排在前列，这说明相依网络鲁棒性并不取决于节点在单网中的重要程度。此外，初始负载系数 $\alpha$ 也会影响网络鲁棒性大小，表中， $\alpha$ 由 0.3 增大到 1.5 时，昆明、上海、广州、南京、深圳节点（处于航空或高铁上）的 $\beta_c$ 减小，厦门、重庆、成都节点的 $\beta_c$ 增大，其中成都节点（处于航空网络或高铁网络）的 $\beta_c$ 增大幅度尤为明显。这说明初始负载系数 $\alpha$ 对网络鲁棒性的影响在各个城市节点存在差异。

表 2 各节点蓄意攻击下的临界容量系数值

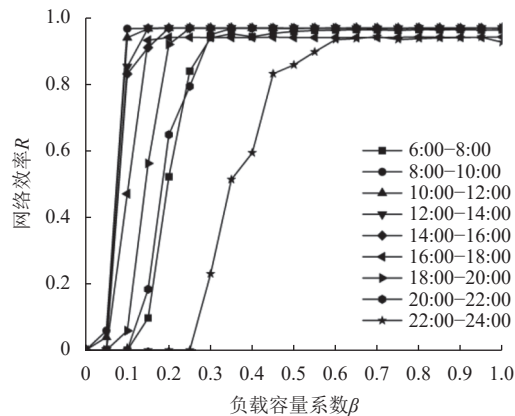
$\alpha=0.3$				$\alpha=1.5$							
航空		高铁		航空		高铁					
网络	$\beta_c$	排名	网络	$\beta_c$	排名	网络	$\beta_c$	排名			
节点			节点			节点					
昆明	0.2	1	成都	0.1	28	昆明	0.05	13	成都	0.55	1
上海	0.15	14	厦门	0.1	28	上海	0.05	13	厦门	0.2	4
厦门	0.1	28	广州	0.15	14	厦门	0.2	4	广州	0.05	13
广州	0.15	14	南京	0.15	14	广州	0.05	13	南京	0.1	8
重庆	0.1	28	深圳	0.15	14	重庆	0.2	4	深圳	0.1	8

### 3.3.2 不同时段下的网络鲁棒性分析

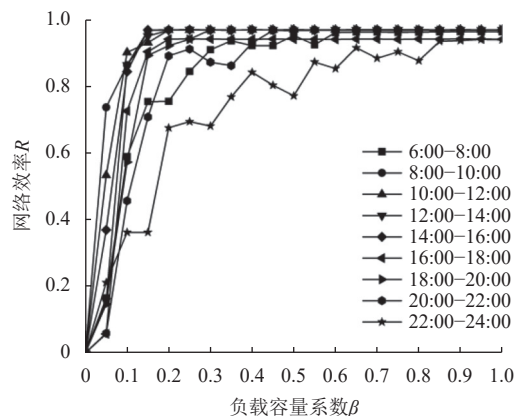
#### 1) 不同时段下随机攻击

为分析时段因素对网络鲁棒性的影响，对各个时段的相依网络进行随机攻击，仿真模拟次数 $n=100$ 次，每次随机攻击 1 个网络节点，得到结果见图 7。由图 7 可知，时段因素对相依网络鲁棒性影响较为明显。8:00–10:00 时段的网络效率在 $\alpha$ 为 0.3 和 1.5 时增幅最快，说明这一时段在随机攻击下的网络鲁棒性最强。同时，22:00–24:00 的相依网络无论在 $\alpha$ 为 0.3 还是 1.5 时，网

络鲁棒性都最差，在 $\beta \leq 0.5$ 时 22:00–24:00 的网络 $\alpha=0.3$ 时比 $\alpha=1.5$ 时的网络更为脆弱。当 $\beta > 0.5$ 时，该时段的网络在 $\alpha=1.5$ 时呈现出较大的波动性。



a.  $\alpha=0.3$ 时各个时段鲁棒性结果



b.  $\alpha=1.5$ 时各个时段鲁棒性结果

图 7 不同时段随机攻击时的网络鲁棒性

#### 2) 不同时段下蓄意攻击

为排除城市差异性带来的影响，蓄意攻击特定城市节点，得出攻击该节点时时段因素对鲁棒性的影响。由于 6:00–8:00 时段成都的临界容量系数 $\beta_c$ 在不同的 $\alpha$ 值下变化较大。因此选取成都节点进行仿真分析，鲁棒性结果见图 8。由图 8 可以看出时段因素对网络鲁棒性有影响，对于成都（航空节点或高铁节点）而言，在 $\alpha=0.3$ 时，22:00–24:00 的 $\beta_c$ 最大，而当 $\alpha=1.5$ 时，6:00–8:00 时的 $\beta_c$ 最大，出现这种结果的原因在于， $\alpha=0.3$ 时，22:00–24:00 航空网络节点由于稀疏，相依网络的脆弱性取决于航空网络上成都节点的特性，同样地，在 $\alpha=1.5$ 时，6:00–8:00 的相依网络的脆弱性取决于高铁网络上成都节点的特性。其他时段下的蓄意攻击网络较为鲁棒。

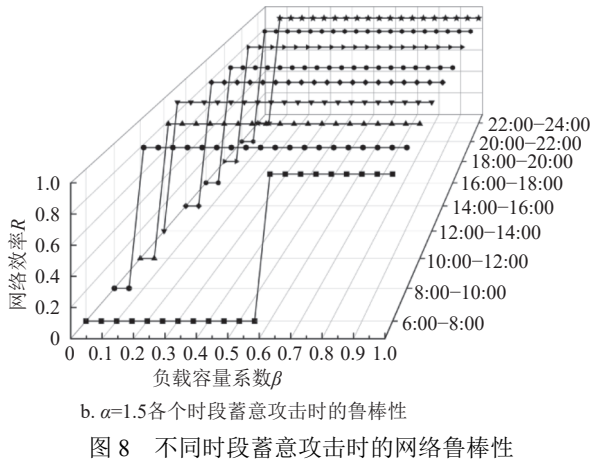
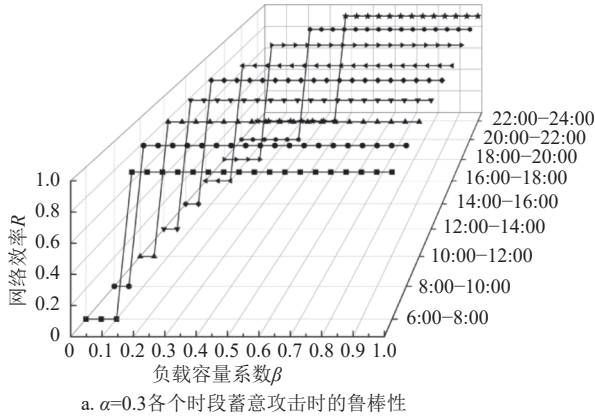


图 8 不同时段蓄意攻击时的网络鲁棒性

### 3.4 模型参数对网络鲁棒性影响分析

由上面分析得出关于模型参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 的两点结论: 1) 负载容量系数 $\beta$ 越大, 网络鲁棒性越强; 2) 初始负载系数 $\alpha$ 对不同节点的作用不同, 对于同一城市的航空节点与高铁节点的作用也不同。为进一步分析负载容量系数 $\beta$ 和初始负载系数 $\alpha$ 对网络鲁棒性的影响, 需要明确各个节点的度及其邻居节点的度的大小。

#### 3.4.1 特定时段下参数对鲁棒性影响

首先选取 6:00-8:00 这一特定时段进行分析。图 9 中  $M$  的邻居节点为  $N1$ 、 $N2$ 、 $N3$  和  $N4$ , 任一邻居节点  $N$  也有邻居节点, 如点  $N1$  的邻居节点为  $M$  和点  $N2$ , 该网络中, 点  $M$  的度值为 4,  $N1$  度值为 2,  $N2$  的度为 3,  $N3$  的度为 2,  $N4$  的度为 3, 因此点  $M$  的邻居节点的度之和为 11, 由给定的初始负载系数可得到点  $M$  的初始负载。

根据负载容量模型, 航空-高铁相依网络中任一节点  $M$  受到攻击, 该节点的邻居节点  $N_i$  所接收到的负载为:

$$\text{add}L_{MN_i} = L_M \frac{L_{N_i}}{\sum_{i=1}^{KM} L_{N_i}} \quad i = 1, 2, \dots, KM \quad (9)$$

网络停止级联失效的条件为任一邻居节点的总负载都不超过其负载容量, 即:

$$\begin{aligned} \text{add}L_{MN_i} + L_{N_i} &\leq (1 + \beta)L_{N_i} \\ \text{add}L_{MN_i} &\leq \beta L_{N_i} \\ \frac{\text{add}L_{MN_i}}{L_{N_i}} &\leq \beta \end{aligned} \quad (10)$$

而式 (10) 中左边可化为:

$$\frac{\text{add}L_{MN_i}}{L_{N_i}} = L_M \frac{L_{N_i}}{\sum_{i=1}^{KM} L_{N_i}} \bigg/ L_{N_i} = \frac{L_M}{\sum_{i=1}^{KM} L_{N_i}} \quad (11)$$

上述过程说明, 负载容量系数增大, 由于被攻击节点的初始负载与邻居节点的初始负载之和的比值不变, 那么式 (10) 成立的概率就越大。证明随着负载容量系数 $\beta$ 的增大, 网络的鲁棒性增强, 航空-高铁相依网络受到蓄意攻击存在临界容量系数这一现象也符合渗流理论<sup>[25]</sup>。

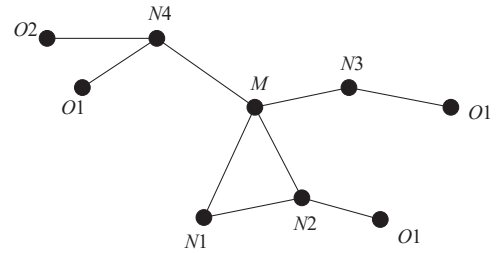


图 9 单网中节点的邻居节点示意图

#### 3.4.2 初始负载系数 $\alpha$ 对网络鲁棒性影响

令式 (11)  $L_M \big/ \sum_{i=1}^{KM} L_{N_i} = p$ ,  $KM \geq 1$ , 定义中心节点负载占比如下:

$$p = \frac{KM^\alpha \left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^\alpha}{\sum_{i=1}^{KM} KN_i^\alpha \left( \sum_{j=1}^{KN_i} KO_{i,j} \right)^\alpha} \quad (12)$$

该值反映了被攻击节点的度值和该节点相对于邻居节点度之和的大小对网络鲁棒性的作用, 节点度越大以及该节点的度排名越靠前,  $p$  值越大。为便于计算其值, 运用倒数进行求解, 其倒数如下:

$$\frac{1}{p} = \frac{KN_1^\alpha \left( \sum_{j=1}^{KN_1} KO_{1,j} \right)^\alpha + KN_2^\alpha \left( \sum_{j=1}^{KN_2} KO_{2,j} \right)^\alpha}{KM^\alpha \left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^\alpha} s +$$

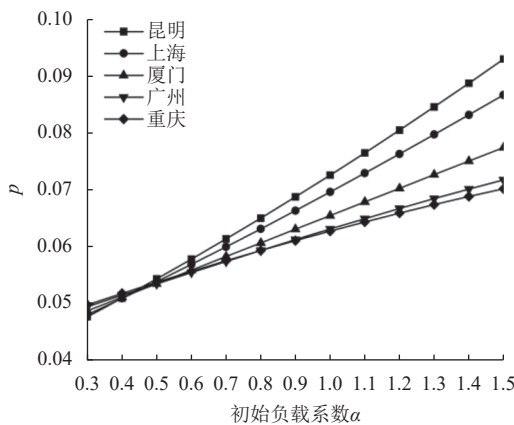
$$\begin{aligned}
 & \frac{+KN_{\gamma}^{\alpha} \left( \sum_{j=1}^{KN_{\gamma}} KO_{\gamma,j} \right)^{\alpha}}{KM^{\alpha} \left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^{\alpha}} = \\
 & \frac{KN_1^{\alpha} \left( \sum_{j=1}^{KN_1} KO_{1,j} \right)^{\alpha}}{\left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^{\alpha} KM^{\alpha}} + \\
 & \frac{KN_2^{\alpha} \left( \sum_{j=1}^{KN_2} KO_{2,j} \right)^{\alpha}}{\left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^{\alpha} KM^{\alpha}} + \dots + \\
 & \frac{KN_{\gamma}^{\alpha} \left( \sum_{j=1}^{KN_{\gamma}} KO_{\gamma,j} \right)^{\alpha}}{\left( \sum_{i=1}^{KM} KN_i \right)^{\alpha} KM^{\alpha}} \quad \gamma \leq KM \quad (13)
 \end{aligned}$$

由于航空网络的节点与高铁网络的节点的度不同，节点与相依节点的中心节点负载占比也会不同。为得出中心节点负载占比  $p$  与初始负载系数  $\alpha$  的关系，选取度排名前 5 位的机场节点及对应高铁上的相依节点分别计算出其在不同  $\alpha$  下的  $p$  值，同理，选取度排名前 5 位的高铁节点及对应的机场节点（由于厦门和广州既是航空网络度前 5 位又是高铁网络度前 5 位，为避免重复计算，选取高铁网络度第 6 位和第 7 位的北京和西安节点），分别计算出其在不同  $\alpha$  下的  $p$  值，见图 10。

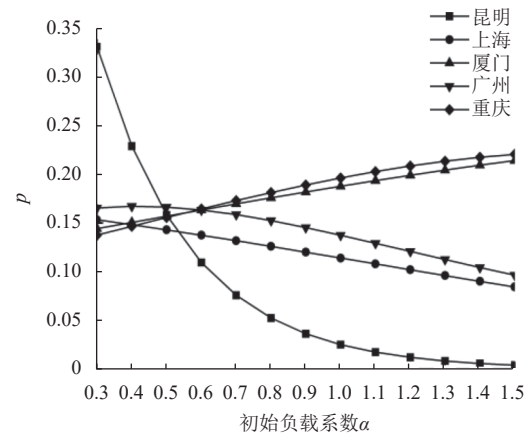
图 10a 中昆明机场节点的中心节点负载占比  $p$  是随  $\alpha$  递减的，而图 10b 中昆明高铁节点的  $p$  是随  $\alpha$  递增的，且变化范围最大。这是因为在该时段

有 26 条航线，是航空网络中度最大的节点，而当昆明作为高铁节点时，在该时段只有一个与其他节点连接的列次，是高铁网络上度最小的节点，连接少且旅客量不大。由于航空网络节点与高铁网络节点相依的关系，二者在受到蓄意攻击时，临界容量系数的值是由二者  $p$  的较大值决定的，相依网络的鲁棒性由两个网络中更脆弱的网络决定。如表 3 所示，当  $\alpha=0.3$  时，作为机场节点的昆明， $p=0.047$ ，作为高铁节点的昆明  $p=0.331$ ，当负载容量系数  $\beta < 0.331$ ，攻击昆明高铁节点或机场节点网络都会发生过载级联失效，且临界容量系数是由更脆弱的高铁节点  $p$  值决定，即如果昆明机场或高铁站任一节点因外部冲击失效都会使得旅客滞留，剩余旅客转移到其他节点继续出行，造成下一节点的过载失效，依次下去，使得整个换乘网络系统发生过载级联失效；但当  $\alpha=1.5$  时，昆明机场节点  $p=0.093$ ，昆明高铁节点  $p=0.004$ ，当负载容量系数  $\beta < 0.093$ ，攻击该节点就会发生过载级联失效，且  $\beta_c < 0.093$ 。昆明的高铁节点  $p$  值大，鲁棒性由高铁网络决定，增大  $\alpha$  能降低  $p$  值，吸引更多旅客能够提高网络鲁棒性，类似昆明的还有上海、广州和西安。

从表 3 可以看出，厦门高铁节点的  $p$  值在  $\alpha=0.3$  和  $\alpha=1.5$  时都比航空节点的  $p$  值大，因此厦门两种情况下的临界容量系数都是由厦门高铁节点的  $p$  值决定，与昆明不同的是，随着  $\alpha$  的增加，临界容量系数增大，鲁棒性减弱，类似厦门的还有重庆、成都和北京，面向此类节点，提高鲁棒性应增加负载容量系数。南京和深圳两个城市在相依网络中的节点的  $p$  值随  $\alpha$  的变化幅度较小，说明蓄意攻击这两个城市的机场或高铁站节点，对网络的冲击影响相对较小，对于旅客而言，南京和深圳可以作为较好的空铁换乘点。



a. 机场度排名前 5 位节点  $p$



b. 对应高铁节点  $p$

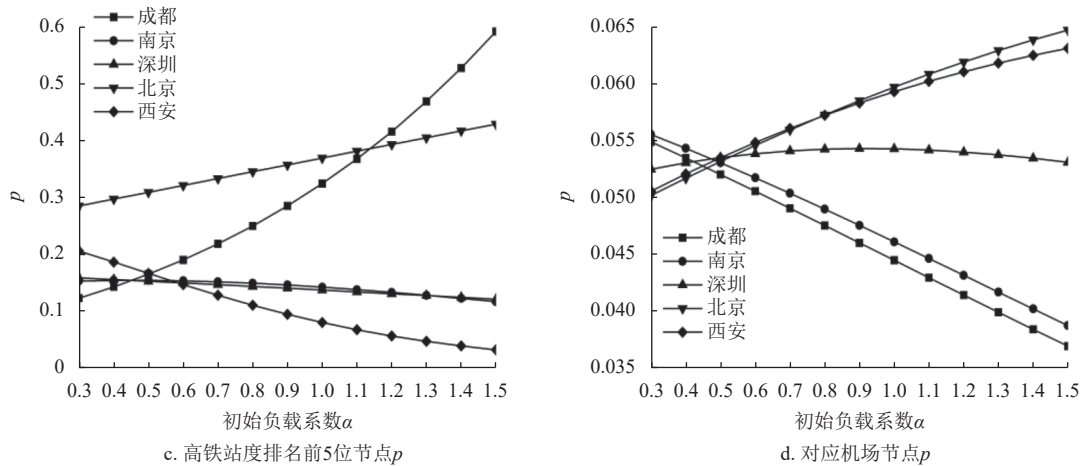


图 10 全国主要航空节点及高铁节点的  $p$  与  $\alpha$  的关系图

表 3 各节点在  $\alpha=0.3$  和  $1.5$  时的  $p$  值

城市	$\alpha=0.3$		$\alpha=1.5$	
	机场节点	高铁节点	机场节点	高铁节点
昆明	0.047	0.331	0.093	0.004
上海	0.048	0.153	0.087	0.084
厦门	0.048	0.144	0.077	0.214
广州	0.050	0.165	0.072	0.096
重庆	0.050	0.137	0.070	0.220
成都	0.055	0.123	0.037	0.592
南京	0.056	0.153	0.039	0.117
深圳	0.053	0.159	0.053	0.121
北京	0.050	0.285	0.065	0.429
西安	0.051	0.206	0.063	0.032

3.4.3 不同时段下参数对鲁棒性影响

为分析时段因素对模型参数的影响, 仍以成都节点作为研究对象, 分析在不同时段下蓄意攻击成都节点时的  $p$  值及度值, 结果见表 4。

由表 4 可以看出, 当  $\alpha=0.3$  时,  $p$  的较高值大都出现在高铁网络中, 因此整个网络的鲁棒性是由高铁网决定的。度值越大,  $p$  值一般越小, 网络越稳健。8:00–10:00 时的成都航空网络节点的度和高

铁网络节点的度相比所有时段都最大,  $p$  是所有时段中最小的, 该时段网络鲁棒性最好。22:00–24:00 成都航空网络节点的度和高铁网络节点的度相比所有时段都最小,  $p$  是所有时段中最大的, 该时段网络鲁棒性最差。但当  $\alpha=1.5$  时,  $p$  值的高值大都出现在航空网络中, 因此整个网络的鲁棒性是由航空网决定。度值对  $p$  的影响并不明显, 6:00–8:00 时  $p$  是所有时段中最大的, 该时段网络鲁棒性最差。

表 4 不同时段下蓄意攻击特定城市节点时的中心节点负载占比  $p$  及度值

时段	$\alpha=0.3$				$\alpha=1.5$			
	航空网		高铁网		航空网		高铁网	
	$p$	度	$p$	度	$p$	度	$p$	度
6:00–8:00	0.055	17	0.123	13	0.037	17	0.592	13
8:00–10:00	0.022	24	0.053	20	0.042	24	0.052	20
10:00–12:00	0.048	23	0.057	16	0.064	23	0.032	16
12:00–14:00	0.062	15	0.072	12	0.040	15	0.035	12
14:00–16:00	0.060	19	0.079	10	0.084	19	0.021	10
16:00–18:00	0.074	13	0.108	7	0.058	13	0.023	7
18:00–20:00	0.101	9	0.157	4	0.056	9	0.021	4
20:00–22:00	0.140	7	0.270	2	0.100	7	0.005	2
22:00–24:00	0.385	2	0.301	2	0.076	2	0.020	2

## 4 结束语

本文构建 9 个时段下的航空-高铁相依网络, 此相依网络基于换乘目的, 为空铁联运的实现创造条件。通过构建线性的负载容量模型对航空-高铁相依网络进行了蓄意攻击和随机攻击, 观察仿真结果, 结合负载容量系数 $\beta$ 和初始负载系数 $\alpha$ 提出了中心节点负载占比 $p$ 的指标值, 用来分析航空网络节点和高铁网络节点遭受外部攻击时对网络鲁棒性造成的影响。分析结果为管理部门提高航空-高铁相依网络的鲁棒性提供参考。需要采取的措施总结为以下几点: 1) 依据各个城市节点的临界容量系数适当增大这些脆弱节点的容量, 这些城市节点无论是在航空网络还是在高铁网络, 都是重要枢纽, 如重庆、成都和北京; 2) 对全国重要枢纽城市昆明、上海、广州、西安, 对它们采取引流措施比增大节点容量更能提高网络鲁棒性; 3) 协调航班和高铁列次时刻, 对于航空节点与高铁节点在各自单网中重要程度一致的城市, 重点建设空铁联运换乘枢纽。

### 参考文献

- [1] 乔婧. 应加快民航与高铁共生互补运输功能、网络、生态重构[J]. 中国经贸导刊, 2022(10): 52-54.  
QIAO J. Speed up the reconstruction of civil aviation and high-speed rail symbiotic and complementary transport functions, networks and ecology[J]. China Economic & Trade Herald, 2022(10): 52-54.
- [2] 罗雪, 毛炜圣, 王帮娟, 等. 航空和高铁对中国城市创新能力的影响[J]. 地理科学进展, 2022, 41(12): 2203-2217.  
LUO X, MAO W S, WANG B J, et al. The impacts of aviation and high-speed rail on urban innovation capacity in China[J]. Progress in Geography, 2022, 41(12): 2203-2217.
- [3] 徐凤, 朱金福, 苗建军, 等. 空铁联运网络的模型构建与算法设计[J]. 数学的实践与认识, 2016, 46(19): 117-124.  
XU F, ZHU J F, MIAO J J, et al. Establishment and algorithm design of air-rail network model[J]. Journal of Mathematics in Practice and Theory, 2016, 46(19): 117-124.
- [4] 孔明星, 朱金福. 基于旅客类型的空铁联运网络优化设计[J]. 航空计算技术, 2019, 49(3): 60-63.  
KONG M X, ZHU J F. Optimization design of air-rail comprehensive transportation network based on passenger type[J]. Aeronautical Computing Technique, 2019, 49(3): 60-63.
- [5] 徐凤, 朱金福, 陈丹. 基于多层网络的空铁联运双层加权网络结构特性[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2023, 20(1): 49-56.  
XU F, ZHU J F, CHEN D. Structure characteristics of air-rail double-layer weighted network based on multilayer network[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2023, 20(1): 49-56.
- [6] MASSOBRIO R, NESMACHNOW S, MURANA J, et al. Learning to optimize timetables for efficient transfers in public transportation systems[J]. Applied Soft Computing, 2022, 119: 108616.
- [7] GIVONI M, CHEN X M. Airline and railway disintegration in China: The case of Shanghai hongqiao integrated transport hub[J]. Transportation Letters, 2017, 9(4): 202-214.
- [8] MOTTER A E, YANG Y. The unfolding and control of network cascades[J]. Physics Today, 2017, 70(1): 32-39.
- [9] ZENG Y, XIAO R B. Modelling of cluster supply network with cascading failure spread and its vulnerability analysis[J]. International Journal of Production Research, 2014, 52(23): 6938-6953.
- [10] 王建伟, 蒋晨, 孙恩慧. 耦合网络边相继故障模型研究[J]. 管理科学, 2014, 27(6): 132-142.  
WANG J W, JIANG C, SUN E H. Study on cascading failures' model of edge in coupled networks[J]. Journal of Management Science, 2014, 27(6): 132-142.
- [11] LI Z P, TANG X J. Robustness of complex networks to cascading failures induced by Poisson fluctuating loads[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2019, 536: 120848.
- [12] YIN R R, YUAN H L, WANG J, et al. Modeling and analyzing cascading dynamics of the urban road traffic network[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2021, 566: 125600.
- [13] WU J J, GAO Z Y, SUN H J. Optimal traffic networks topology: A complex networks perspective[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2008, 387(4): 1025-1032.
- [14] 尹洪英, 权小锋. 交通运输网络级联失效影响规律及影响范围[J]. 系统管理学报, 2013, 22(6): 869-875.  
YIN H Y, QUAN X F. The cascading influence law and influence scope of a failure in transportation networks[J]. Journal of Systems & Management, 2013, 22(6): 869-875.
- [15] DE DOMENICO M, SOLÉ-RIBALTA A, GÓMEZ S, et al. Navigability of interconnected networks under random failures[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2014, 111(23): 8351-8356.
- [16] 沈犁, 张殿业, 向阳, 等. 城市地铁-公交复合网络抗毁性与级联失效仿真[J]. 西南交通大学学报, 2018, 53(1): 156-163.  
SHEN L, ZHANG D Y, XIANG Y, et al. Simulation on survivability and cascading failure propagation of urban subway-bus compound network[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018, 53(1): 156-163.
- [17] HONG L, OUYANG M, XU M, et al. Time-varied accessibility and vulnerability analysis of integrated metro and high-speed rail systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2020, 193: 106622.
- [18] LIU S, YIN C S, CHEN D J, et al. Modelling and impact analysis of interdependent characteristics on cascading overload failure of syncretic railway networks[J]. PLoS

- One, 2020, 15(9): e0239096.
- [19] 谢本凯, 黄龚迪, 李琴, 等. 基于节点状态的中南地区民航网络级联失效[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(3): 1097-1102.  
XIE B K, HUANG G D, LI Q, et al. The robustness of civil aviation network cascade failure in central and southern China based on node state[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(3): 1097-1102.
- [20] GAO Y L, LIANG C S, ZHOU J, et al. Robustness optimization of aviation-high-speed rail coupling network[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2023, 610: 128406.
- [21] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.  
WANG X F, LI X, CHEN G R. Complex network theory and its application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [22] 赖强, 张宏昊, 王徐旸. 基于复杂网络理论的城市公交网络鲁棒性分析与优化[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(10): 249-254.  
LAI Q, ZHANG H H, WANG X X. Robustness analysis and optimization of urban public transport network based on complex network theory[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(10): 249-254.
- [23] MOTTER A E, LAI Y C. Cascade-based attacks on complex networks[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2002, 66(6 Pt 2): 065102.
- [24] WANG N, JIN Z Y, ZHAO J. Cascading failures of overload behaviors on interdependent networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 574: 125989.
- [25] 董高高. 遭受攻击的耦合相依网络的鲁棒性研究[D]. 镇江: 江苏大学, 2013.  
DONG G G. Research on robustness of coupled dependent networks under attack[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2013.

编辑 税红

(上接第 28 页)

- [9] AO T, ZHANG K, SHI H, et al. Energy-efficient multi-UAVs cooperative trajectory optimization for communication coverage: An MADRL approach[J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(2): 429.
- [10] ZHANG T, ZHU K, ZHENG S, et al. Trajectory design and power control for joint radar and communication enabled multi-UAV cooperative detection systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, 71(1): 158-172.
- [11] LI X M, XU J. Positioning optimization for sum-rate maximization in UAV-enabled interference channel[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(10): 1466-1470.
- [12] GUAN Y, ZOU S, PENG H, et al. Cooperative UAV trajectory design for disaster area emergency communications: A multiagent PPO method[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(5): 8848-8859.
- [13] LYU Z, ZHU G, XU J. Joint maneuver and beamforming design for UAV-enabled integrated sensing and communication[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 22(4): 2424-2440.
- [14] LIU Q, LIANG H, LUO R, et al. Energy-efficiency computation offloading strategy in UAV aided V2X network with integrated sensing and communication[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2022, 3: 1337-1346.
- [15] LI B, LIAO J, GONG X, et al. UAV-assisted ISAC network physical layer security based on Stackelberg game[J]. *Ad Hoc Networks*, 2024, 152: 103304.
- [16] DENG C, FANG X, WANG X. Beamforming design and trajectory optimization for UAV-empowered adaptable integrated sensing and communication[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(11): 8512-8526.
- [17] GONG W, WANG X, LI M, et al. Round-robin resource sharing algorithm for device-to-device communications underlying SFN system[C]//2014 IEEE 79th Vehicular Technology Conference (VTC Spring). [S.l.]: IEEE, 2014: 1-5.
- [18] WU Q, XU J, ZHANG R. Capacity characterization of UAV-enabled two-user broadcast channel[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2018, 36(9): 1955-1971.
- [19] MENG K, WU Q, MA S, et al. UAV trajectory and beamforming optimization for integrated periodic sensing and communication[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 11(6): 1211-1215.
- [20] ZENG Y, XU J, ZHANG R. Energy minimization for wireless communication with rotary-wing UAV[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(4): 2329-2345.
- [21] CHEN Y, LIU Y, ZENG M, et al. Reinforcement learning meets wireless networks: A layering perspective[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2020, 8(1): 85-111.
- [22] SUTTON R S, BARTO A G. Reinforcement learning: An introduction[M]. [S. l.]: MIT Press, 2018.

编辑 叶芳