

基于 Slepian 序列信号字典的目标频段瞬态 信号检测方法



雷茂林¹, 叶 芑^{1,2}, 杨慧芝³, 王培睿⁴, 赵 禹¹, 杨扩军^{1,2*}

(1. 电子科技大学 自动化工程学院, 成都 611731; 2. 电子科技大学 (深圳) 高等研究院, 深圳 518110;
3. 四川建筑职业技术学院 基础教学部, 成都 610300; 4. 电子科技大学 信息与通信工程学院, 成都 611731)

摘要 提出一种基于 Slepian 序列信号字典的目标频段瞬态信号检测方法, 该方法只关注目标频段的能量信息, 是一种高效率的检测方式。首先, 选取标准正交的 Slepian 序列组成信号字典, 该字典能够表征目标频段内信号特征; 然后, 通过判断被观测信号样点与字典的匹配程度实现检测。对比实验表明, 该方法的计算效率比短时傅里叶变换提升 92% 以上, 比离散小波变换提升 71% 以上, 比加窗 Wigner-Ville 分布提升 35% 以上。仿真实验使用时域稀疏的脉冲调制信号进行验证, 结果表明了该检测方法的有效性。

关键词 信号检测; 频谱分析; 瞬态分析; Slepian 序列; 多窗谱法; 频谱感知; 时频分析
中图分类号 TB971 文献标志码 A DOI 10.12178/1001-0548.2023183

Transient Signal Detection Method for Target Frequency Band Using Slepian Series

LEI Maolin¹, YE Peng^{1,2}, YANG Huizhi³, WANG Peirui⁴, ZHAO Yu¹, and YANG Kuojun^{1,2*}

(1. School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;
2. Shenzhen Institute for Advanced Study, University of Electronic Science and Technology of China, Shenzhen 518110, China;
3. Basic Teaching Department, Sichuan College of Architectural Technology, Chengdu 610300, China;
4. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract A huge amount of data will be generated per unit of time at high sampling rates. Some data will be discarded when the data cannot be processed in real-time, thus missing the episodic transient signals. Practical test scenarios are often faced with sparse signals in the frequency domain, and the concern is often narrow frequency bands. Therefore, a transient signal detection method for the target band is proposed based on a signal dictionary of the Slepian series, which is efficient by focusing only on target band energy information. First, a set of orthonormal Slepian sequences are selected to form a signal dictionary, which can characterize the signal features in the target band; then, the detection is achieved by judging the matching degree between the observed signal samples and the dictionary. The comparison experiment shows that the computational complexity of the proposed detection method is reduced by more than 92% compared with the short-time Fourier transform, more than 71% compared with the discrete wavelet transform, and more than 35% compared with the windowed Wigner-Ville distribution. Simulation experiments are performed using pulse-modulated signals with a sparse time domain for verification, and the results show the effectiveness of the proposed detection method. Based on the detection results, the sampling data that are not of interest can be discarded, which saves storage resources and reduces the amount of data for signal processing.

Key words signal detection; spectrum analysis; transient analysis; Slepian series; multi-taper method; spectrum sensing; time-frequency analysis

高速采样率下单位时间内数据量巨大, 因为无法实时处理会舍弃部分数据, 导致容易漏掉偶发的瞬态信号^[1]。为了提高瞬态信号的捕获概率, 需要

借助瞬态信号检测技术, 定位和捕获感兴趣的信号成分。传统信号检测技术利用信号时域信息来检测, 如信号的幅度、上升沿或下降沿、脉冲宽度等^[2-4]。

收稿日期: 2023-06-30; 修回日期: 2023-09-08

基金项目: 国家自然科学基金 (62201125); 中央高校基础研究基金 (ZYGX2020ZB003, ZYGX2020ZB002, ZYGX2020J012)

作者简介: 雷茂林, 博士生, 主要从事时变信号处理方面的研究。

*通信作者 E-mail: yangkuojun@uestc.edu.cn

然而,传统时域检测方法无法从信号频域对信号进行检测。如现代雷达系统测试需要监测频谱的分配情况^[5]、现代频谱管理需要监测选定频带中的瞬态干扰或脉冲噪声^[6]。可见,研究以目标频域为对象的检测方法具有重要意义。通过频域特征来检测信号成为了测量领域的重要研究方向,被广泛应用于测试仪器的频域触发系统中,实现的触发方式包括频率边沿触发、频率模板触发(FMT)和DPX密度触发^[7-10]。

然而,这些触发方法对目标频段瞬态信号的检测尚存在局限。频率边沿触发利用相位变化率(瞬时频率)来定位信号的频率变化。但它是时间的单值函数,在给定时间内只能给出一个瞬时频率值,当输入是多音信号时,信号的相位信息是多个频率分量综合作用的结果,不能从多分量信号中分离出感兴趣的频率成分。为了分离不同的频率成分,可采用频率模板触发和DPX密度触发。频率模板触发根据用户定义的目标频段和目标振幅来查找和定位用户感兴趣的波形,DPX密度触发机制是根据目标频段和目标振幅,检测超过统计阈值的信号事件。但当信号是持续时间较短的瞬态信号时,DFT无法提供足够的频率分辨率来感知信号能量分布,从而导致频谱泄漏^[11]。此外,对于经常遇到的分析窄带的应用场景,带外频谱计算是多余的。而使用DFT计算整个奈奎斯特域的频谱,冗余的计算会降低信号检测速度。因此,现有的频域信号检测方法无法可靠地解决目标频段瞬态信号检测问题,有必要提出一种更高效率和更可靠的检测方法来捕获目标频段中的瞬变事件。

本文提出了一种基于Slepian序列信号字典的检测方法。首先选取标准正交的Slepian序列来组成信号字典,其包含了目标频段内信号的所有波形特征,其次通过判断被观测信号与字典的匹配程度,来定位目标频段内的瞬态信号。

1 标准正交的Slepian序列

被分析的信号 $x(t)$ 是时间的连续函数。数字系统对模拟信号进行离散化处理,得到信号样点。由于数字系统中乘法器、加法器等硬件资源限制,单次只能分析处理有限的数量,如图1所示。该数据量记为 N_F ,则信号的观测时间 $2T$ 为:

$$2T = N_F T_s \quad (1)$$

式中, T_s 表示离散抽样间隔。相应的采样数据可表示成 $x_n = x(nT_s), n = 0, 1, \dots, N_F - 1$ 。

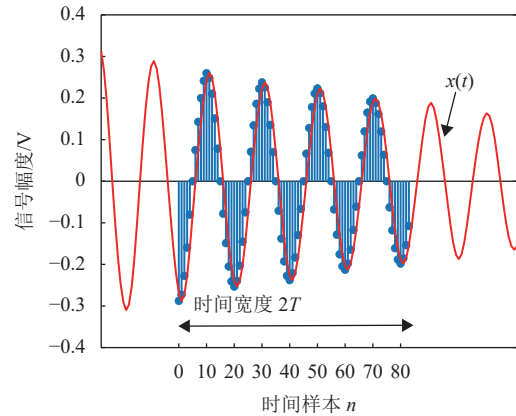


图1 单次能分析处理的数据量

假设目标频带是基带 $[-\Omega, \Omega]$, Ω 表示角频率(单位: rad/s),与信号频率 f (单位: Hz)和采样率 f_s (单位: Hz)有关:

$$\Omega = 2\pi f / f_s \quad (2)$$

该频带内信号能量可由采样数据 x_n 估计:

$$\int_{-\Omega}^{\Omega} |X(\xi)|^2 \frac{d\xi}{2\pi} = \sum_{n=0}^{N_F-1} \sum_{m=0}^{N_F-1} x_n x_m \frac{\sin[\Omega(n-m)]}{\pi(n-m)} \quad (3)$$

式中, $X(\xi)$ 表示 $\{x_n\}$ 的傅里叶变换:

$$X(\xi) = \sum_{n=0}^{N_F-1} x_n e^{-j\xi n} \quad \xi \in [-\pi, \pi] \quad (4)$$

将 $\{x_n\}$ 看作向量,则其所在的向量空间维数为 N_F 。Laudau、Pollak和Slepian找到了该空间的一组标准正交基,称作Slepian序列 $\{v_n^{(k)}, 1 \leq k \leq N_F\}$ ^[12-16]:

$$\langle v_n^{(k_1)}, v_n^{(k_2)} \rangle = \sum_{n=0}^{N_F-1} v_n^{(k_1)} \overline{v_n^{(k_2)}} = \begin{cases} 1 & k_1 = k_2 \\ 0 & k_1 \neq k_2 \end{cases} \quad (5)$$

用 $v_n^{(k)}$ 替换式中的 x_n ,同样可计算Slepian序列位于目标频带的能量 λ_k :

$$\lambda_k = \sum_{n=0}^{N_F-1} \sum_{m=0}^{N_F-1} v_n^{(k)} v_m^{(k)} \frac{\sin[\Omega(n-m)]}{\pi(n-m)} \quad (6)$$

λ_k 取值只取决于乘积 $T\Omega$,并随 k 增大而减小,如图2所示。阶数 k 靠前的序列其能量与1接近,当 k 超过阈值 $2T\Omega/\pi$,能量迅速衰减到0,之后停留在0附近。衰减区域的宽度与 $\log(T\Omega)$ 成正比。基序列在目标频带被观测的能量 λ_k 越大,说明其特征与目标频带的信号特征越相关。能量衰减大的序列与目标频带的信号特征不符,对检测毫无用处。图3给出了在 $N_F = 83, 2T\Omega/\pi = 2.5$ 情况下, λ_k 接近1的Slepian序列波形。

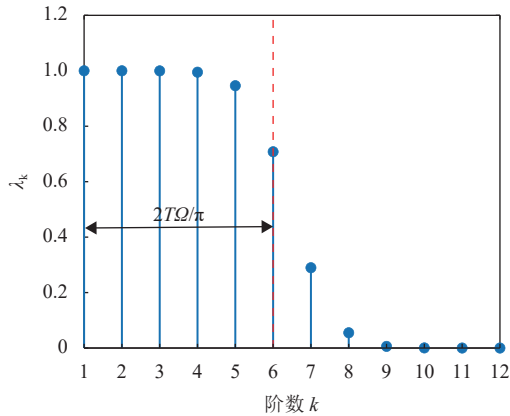


图 2 Slepian 序列在目标基带的能量随其阶数 k 的变化

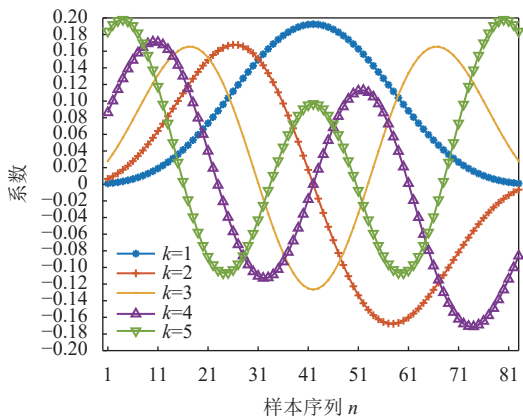


图 3 λ_k 接近 1 的 Slepian 序列

2 检测方法

将与目标频带的信号特征相关的所有 Slepian 序列集合起来, 构成信号字典 $D = \{v_n^{(k)}, 1 \leq k \leq K\}$, 这里 $K = 2T\Omega/\pi$ 。由字典内的序列张成的空间为 V , 具备有限的时间和频率支撑, 位于图 4 中的 $[-T, T] \times [-\Omega, \Omega]$ 区域。 V 的自由度对应字典里的序列数量。本文方法通过判断被测信号与字典的时频特征是否一致, 实现对信号的检测。

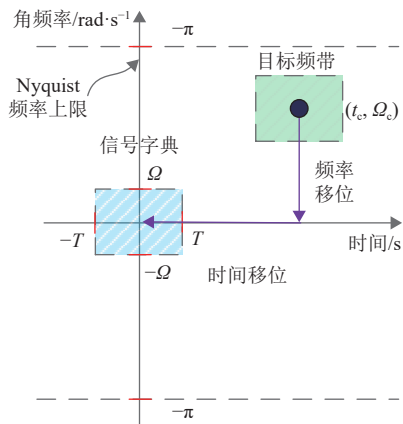


图 4 信号字典所选的 Slepian 序列时间和频率支撑范围

总体检测方案如图 5 所示, 检测系统根据设定的 N_F 和目标带宽 Δf 确定字典包含的序列个数 K , 结合式 (1) 和式 (2), 有:

$$K = 2T\Omega/\pi = N_F\Delta f/f_s \quad (7)$$

根据 N_F 和 Δf 生成相应的 Slepian 序列, 生成方法参见文献 [14]。

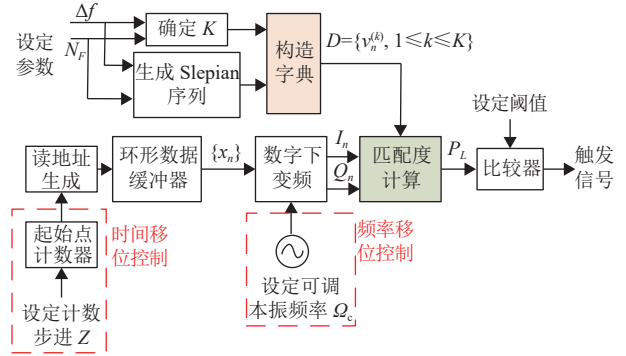


图 5 Slepian 信号字典检测实现框图

注意到 V 的时频特征位于基带。当目标频段区域位于图 4 中的中心频率 Ω_c 时, 还需要时间移位和频率移位, 即图 5 中对信号处理部分, 采集的数据样点存储在图 5 中的环形数据缓冲器内。时间移位通过不同的起始读地址实现, 将时间中心位置不同的数据帧读出, 读地址取决于当前的计数器输出的起始样点位置, 起始点计数器的计数步进 Z 可调。读出的数据帧 $\{x_n\}$ 以步进 Z 滑动, 如图 6 所示。帧 1 样点与信号无关, 帧 2 有部分样点来自信号, 帧 3 样点全部来自信号。因此, 帧 3 定位到了瞬态信号。为了提高时间定位的准确性, 帧步进 Z 应设置较小, 这时数据帧之间存在重叠。但 Z 越小, 检测的计算复杂度越大。频率移位可通过数字下变频实现, 设定可调本振的频率与目标带宽的中心频率 Ω_c 一致。其具体实现如图 7 所示, 输入数据 x_n 与两路正交本振混频, 输出同相分量 $I_n = x_n \cos(\Omega_c n)$ 和正交分量 $Q_n = -x_n \sin(\Omega_c n)$ 。两路正交本振信号由数控振荡器 NCO 和相应的移相器产生。

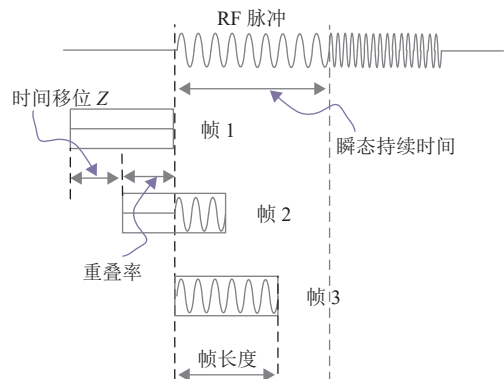


图 6 数据帧以步进 Z 滑动观测射频脉冲

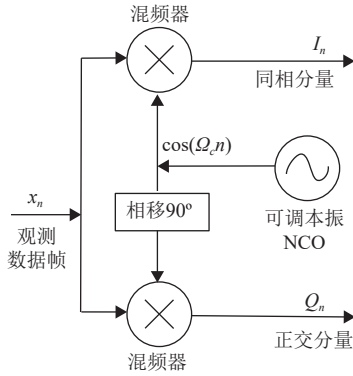


图 7 基于 Slepian 序列信号字典的目标信号检测定位架构

如图 4, 经过数据预处理, 目标时频特征与信号字典的特征重合, 即预处理后的信号 u_n 为:

$$u_n = I_n + jQ_n \quad (8)$$

借助正交分解, 当 u_n 的特征与字典匹配时, u_n 在空间 V 中的投影能量达到最大。所以, 投影能量衡量着 u_n 与字典的匹配度。为了便于计算, 将 u_n 由字典中的向量 $\mathbf{v}_n^{(k)}$ 线性表出:

$$u_n = \sum_{k=1}^{2TQ/\pi} \langle u_n, \mathbf{v}_n^{(k)} \rangle \mathbf{v}_n^{(k)} + \mathbf{R}u_n \quad (9)$$

式中, $\mathbf{R}u_n$ 表示 u_n 结构与字典向量不匹配的残留项 (Residue)。 u_n 在函数空间 V 中投影 (Projection) 的能量表示为:

$$\|P_V u_n\|^2 = \sum_{k=1}^{2TQ/\pi} \left| \langle u_n, \mathbf{v}_n^{(k)} \rangle \right|^2 \quad (10)$$

用功率 P_L (dBm) 表示的匹配度为:

$$P_L = 10 \log_{10} \left(\frac{\|P_V u_n\|^2 / N_F}{Z_L} \right) \quad (11)$$

式中, Z_L 表示 50Ω 载阻抗。图 5 中, 将计算出的匹配度 P_L 与比较器相接, 当大于设定的阈值, 输出触发信号, 指示目标信号的出现。

3 计算复杂度分析

为了说明本文方法的高效性, 与短时傅里叶变换 (STFT)、离散小波变换 (DWT) 和加窗 Wigner-Ville 分布 (Pseudo WVD, PWVD) 进行对比。对比实验假定采样率为 122.88 MHz, 采样数据总长度为 N , 系统单次处理数据帧长度为 N_F 。表 1 为不同分析方法的参数设置。

表 1 对比实验中的参数设置

方法	TQ/π	$\Delta f/\text{MHz}$	N_F 或 N_w	Z	J
本文情形1	2.5	10	61	1	NM ^a
本文情形2	2.5	22	27	1	NM
STFT ^[17]	NM	NM	256	38	NM
DWT ^[18]	NM	NM	NM	NM	59
PWVD ^[19]	NM	NM	256	38	NM

^aNM: 没有意义

对于所提出的方法, 构建信号字典和数据预处理, 可在分析前完成, 在分析过程中不产生计算操作。计算复杂度来自于计算匹配度 $\|P_V x_n\|^2$, 对于单次数据帧分析, 需要 K 次乘累加运算, 计算 u_n 在 $\mathbf{v}_n^{(k)}$ 投影。乘累加运算量 N_F 为:

$$\langle u_n, \mathbf{v}_n^{(k)} \rangle = \sum_{n=0}^{N_F-1} u_n \mathbf{v}_n^{(k)} \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

需要 K 次加法将 K 个投影的能量求和。假设截取窗口滑动步进为 Z , 则处理的数据帧总量 $M = \text{floor}((N - N_F)/Z) + 1$, 上述的计算要重复 M 次完成整个采样数据的分析。由此, 提出的检测方法所需计算复杂度为:

$$C_{\text{Slepian}} = M(KN_F + K) \quad (13)$$

对于 STFT, 可使用快速傅里叶变换 (Cooley Tukey FFT) 算法, 节省加法和乘法次数。假设窗函数 $w(k)$ 长度为 N_F , 滑动步进 Z , 那么要处理的数据帧总量与本文提出的方法相同, 其计算复杂度为:

$$C_{\text{STFT}} = M(N_F + N_F \log_2 N_F) \quad (14)$$

对于 DWT, 也可借助 FFT 算法^[20]:

$$W_x a_j, b_m = F_n^{-1}(F_n x) \odot \widehat{\psi}_j \quad j = 0, 1, \dots, J-1 \quad (15)$$

式中, $a_j = r^j \Delta u$ 和 $b_m = m \Delta u$ 是对尺度和时移的离散化; J 表示允许的频带数量; \odot 表示向量中元素相乘; 向量 $\widehat{\psi}_j$ 的长度与 N 一致, $(\widehat{\psi}_j)_m = a_j^{1/2} \widehat{\psi}(a_j \xi_m)$, ξ_m 表示频率区间抽样 ($\xi_m = 2\pi m/N$, $m = 0, 1, \dots, N-1$)。DWT 的计算复杂度为:

$$C_{\text{DWT}} = J(N \log_2 N + N) + N \log_2 N \quad (16)$$

比较分析使用 Morse 小波作为 $\widehat{\psi}_j$, 该类小波适宜瞬态信号分析, J 取 59^[18]。

对于 PWVD, 其计算复杂度为^[19]:

$$C_{\text{PWVD}} = N^2/2 + M(2N_w + 2N_w \log_2 2N_w) \quad (17)$$

式中, $2N_w$ 表示窗函数长度。

图 8 给出在不同 N 情形下, 采样率为 12 288 MHz 时不同分析方法的计算复杂度。图中横坐标表示数

据容量, 纵坐标表示计算复杂度, 以对数形式表示。随着 N 的增加, 各类方法的计算复杂度增大。在 $256 \leq N \leq 4096$ 区间内, 本文的方法比其他方法的计算复杂度低, 计算复杂度最大的是 STFT, 其次是 PWVD 和 DWT, PWVD 的计算复杂度增长率快于 DWT, 在 $N = 1024$ 处, PWVD 的计算复杂度超过 DWT。

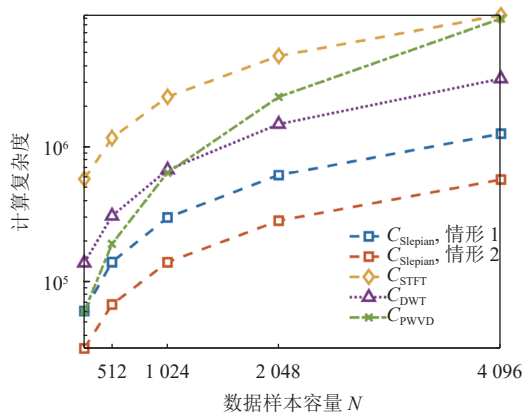


图8 不同分析方法的计算复杂度对比

图8还显示了本文方法在情形1的计算复杂度始终高于情形2。这是由于在 $N_F W$ 和滑动步进 Z 相同的条件下, 情形2的目标带宽 Δf 更宽, 需处理的帧长度 N_F 从61减少到了27, 计算复杂度降低。

定义计算量减少的百分比%CR为:

$$\%CR = 100\% \times \frac{C_X - C_{Slepian}}{C_X} \quad (18)$$

式中, C_X 代表计算复杂度 (C_{STFT} , C_{DWT} 和 C_{PWVD})。根据定义, 表2给出了%CR结果, 说明本文方法的计算复杂度比 STFT 减少 92% 以上, 比 DWT 减少 71% 以上, 比 PWVD 减少 35% 以上。此方法是对传统时频分析方法的改良, 即它只感知局部频谱, 保留感兴趣波段的分析计算, 从而使得计算复杂度降低, 提高了信号检测效率。

表2 计算量减少百分比 %

方法	%CR, 情形1/情形2				
	$N=256$	$N=512$	$N=1024$	$N=2048$	$N=4096$
STFT ^[17]	93.2/94.4	92.8/94.2	92.6/94.0	92.5/94.0	92.5/94.0
DWT ^[18]	71.7/76.7	72.7/77.8	74.3/79.3	76.1/80.8	77.7/82.1
PWD ^[19]	35.4/46.7	56.1/64.4	73.1/78.3	84.9/87.9	92.0/93.6

4 仿真实验验证

使用瞬态脉冲频率调制信号来验证检测方法^[21]。

实验中, 采样率为 10 gsp/s, $TQ/\pi=2.5$, 字典的自由度 $K=5$, 数据帧长度 $N_F=83$, 数据帧移动步进 $Z=1$ 。对频段 [663,1265]MHz 实施检测, 对应图5, 相应的可调本振频率 Ω_c 设置为 0.0964 rad/s。

图9a是被测信号波形, 它包含4个不同频率的瞬态脉冲, 脉冲重复周期(PRI)45.4 ns, 包含454个样点, 脉冲宽度30 ns, 包含300。脉冲信号内是正弦振荡, 其振幅非平稳。第一和第三脉冲的频率约1021 MHz, 位于目标频段, 第二和第四脉冲频率为500 MHz和2000 MHz, 位于目标频段外。

图9是匹配度结果, 在第一和第三脉冲得到的匹配度明显增强。匹配度与信号能量强度正相关。当信号振幅达到峰值0.36 V, 相应匹配度达到-0.034 dBm。随着振幅衰减, 匹配度随之下降, 降低至-11.369 dBm。在第二和第四脉冲的匹配度降到-23 dB以下, 这是信号特征与字典不匹配所致。在脉冲间隙, 匹配度降到了-33 dB以下, 说明目标频段内信号消失, 只剩下系统噪声。根据23 dB匹配度差别, 检测中的比较器能够判断目标信号的有无。系统可根据判断结果存储目标信号样点, 丢弃无关的信号和脉冲间隙样点, 减少高采样率下产生的数据量, 节省存储空间, 降低后端信号处理压力。

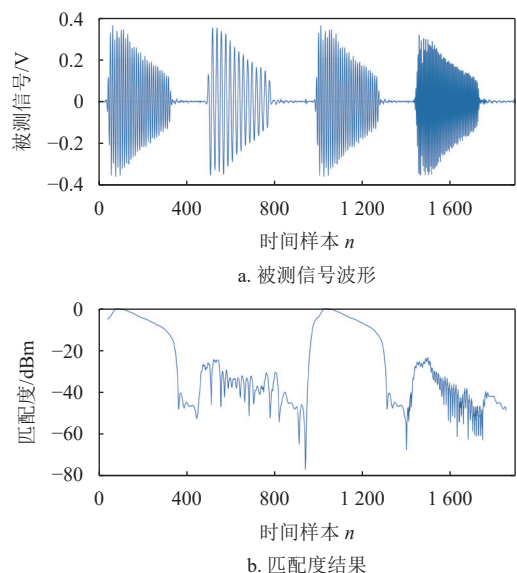


图9 基于 Slepian 序列的信号能量检测

5 结束语

本文提出了一种基于 Slepian 序列信号字典的目标频段信号检测方法。此方法依据匹配度大小,

可只存储目标信号数据,减少了数据量,降低了后端处理压力,计算效率高。

参考文献

- [1] 刘洪庆,向前.示波器最新技术进展与发展趋势[J].*电子质量*,2021(8):1-5.
LIU H Q, XIANG Q. Latest technology progresses and development trends of oscilloscope[J]. *Electronics Quality*, 2021(8): 1-5.
- [2] TEKTRONIX. Fundamentals of real-time spectrum analysis[EB/OL]. (2019-05-23). https://download.tek.com/document/37W_17249_6_Fundamentals_of_Real-Time_Spectrum_Analysis1.pdf.
- [3] TEKTRONIX. Fundamentals of the MDO4000 series mixed domain oscilloscope[EB/OL]. (2019-05-23). <https://www.tek.com/en/documents/application-note/fundamentals-mdo4000-series-mixed-domain-oscilloscope>.
- [4] 李毅,师奕兵,王厚军,等.数字存储示波器触发电路的数字化技术研究[J].*仪器仪表学报*,2004,25(3):385-387.
LI Y, SHI Y B, WANG H J, et al. Research on the digitization technique of trigger circuit in digital storage oscilloscope[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2004, 25(3): 385-387.
- [5] TEKTRONIX. Advanced radar analysis tools for measuring modern radars[EB/OL]. (2020-11-10). <https://www.tek.com/en/documents/application-note/advanced-radar-analysis-tools-measuring-modern-radar-application-note>.
- [6] TEKTRONIX. Spectrum management/surveillance solutions fact sheet[EB/OL]. (2019-05-23). <https://www.tek.com/en/documents/fact-sheet/spectrum-management-surveillance-solutions-fact-sheet>.
- [7] HILLMAN JR A K, HARWOOD S L. Time qualified frequency mask trigger: US8255179[P]. 2012-08-28.
- [8] STANTON S W, GEE E C, HILLMAN A K, et al. Frequency mask trigger with non-uniform bandwidth segments: US9702907[P]. 2017-07-11.
- [9] LIU B Q, WANG Q, YAN X, et al. A new spectrum measurement triggering method and its implementation [C]//Proceedings of the International Conference on Computational Problem-Solving. New York: IEEE, 2013, DOI:10.1109/ICCPS.2013.6893538.
- [10] LI T, CHEN Z P. A wideband reconnaissance receiver design based on real-time spectrum analysis technology[C]//Proceedings of the IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference. New York: IEEE, 2017: 1463-1467.
- [11] 程佩青.数字信号处理教程:MATLAB版[M].5版.北京:清华大学出版社,2017.
CHENG P Q. Digital signal processing course: MATLAB version[M]. 5th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2017.
- [12] KARNIK S, ROMBERG J, DAVENPORT M A. Thomson's multitaper method revisited[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2022, 68(7): 4864-4891.
- [13] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets[M]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [14] BELL B, PERCIVAL D B, WALDEN A T. Calculating Thomson's spectral multitapers by inverse iteration[J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1993, 2(1): 119-130.
- [15] MOORE I C, CADA M. Prolate spheroidal wave functions, an introduction to the Slepian series and its properties[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2004, 16(3): 208-230.
- [16] HAYKIN S, THOMSON D J, REED J H. Spectrum sensing for cognitive radio[J]. *Ingeniare Revista Chilena de Ingenieria*, 2012, 20(2): 197-210.
- [17] 胡广书.现代信号处理教程[M].北京:清华大学出版社,2004.
HU G S. Modern signal processing course[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [18] LILLY J M. Element analysis: A wavelet-based method for analysing time-localized events in noisy time series[J]. *Proc Math Phys Eng Sci*, 2017, 473(2200): 20160776.
- [19] GUNER K K, GULUM T O, ERKMEN B. FPGA-based wigner-hough transform system for detection and parameter extraction of LPI radar LFM CW signals[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation Measurement*, 2021, 70: 3060584.
- [20] THAKUR G, BREVDO E, FUČKAR N S, et al. The Synchrosqueezing algorithm for time-varying spectral analysis: Robustness properties and new paleoclimate applications[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(5): 1079-1094.
- [21] JIA X, TANG L H, LIU S G, et al. Frequency-tunable pulsed microwave waveform generation based on unbalanced single-arm interferometer excited by near-infrared femtosecond laser[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(24): 11928.

编辑 税红