



基于改进 Chrip-Z 变换的高精度 频率估计算法

朱颖洁^{1,2}, 张武雄^{1*}, 易辉跃¹, 许 晖¹

(1. 中国科学院上海微系统与信息技术研究所微系统技术实验室, 上海 200050; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要 为解决栅栏效应对频率估计精度的影响, 提升频率估计的精度和抗噪性能, 提出了一种基于改进 Chrip-Z 变换 (CZT) 的高精度频率估计算法。将频率估计的过程分成粗估计和细估计两个过程, 使用 FFT 算法对信号进行频域分析, 获得信号频率粗估计值, 基于信号频率的粗估计值确定频率的细化区间, 使用 CZT 算法对该区间的频谱进行细化, 使用细化后频谱最大谱线及其左右谱线的幅值对频率估计值进行修正, 得到精确的频率估计值。仿真表明, 该算法能够以较低的细化倍数, 获得高精度频率估计值, 且具有较好的抗噪性能。使用 FMCW 雷达进行测距实验, 验证了该算法的实际应用效果优于现有算法。

关键词 频率估计; Chrip-Z 变换; CRLB; FMCW 雷达; RMSE

中图分类号 TN911.7 文献标志码 A DOI 10.12178/1001-0548.2022332

High-Precision Frequency Estimation Algorithm Based on Improved Chrip-Z Transformation

ZHU Yingjie^{1,2}, ZHANG Wuxiong^{1*}, YI Huiyue¹, and XU Hui¹

(1. Key Laboratory of Science and Technology on Micro-System, Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract In order to solve the influence of the fence effect on the frequency estimation accuracy and improve the frequency estimation accuracy and anti-noise performance, a high-precision frequency estimation algorithm based on Chrip-Z Transformation (CZT) is proposed. The process of frequency estimation is divided into two processes, coarse estimation and fine estimation. The FFT algorithm is applied to analyze the signal in the frequency domain to obtain the rough estimation value of the signal frequency. Based on the rough estimation value of the signal frequency, the frequency refinement interval is determined. The frequency spectrum in this interval is refined, the frequency estimation value is corrected by using the amplitude of the maximum spectral line of the refined spectrum and its left and right spectral lines to obtain the accurate frequency estimation value. Simulations show that the proposed algorithm can obtain high-precision frequency estimates with a lower number of refinement points, and has better anti-noise performance. The range measurement experiment using FMCW radar verifies that the practical application effect of the proposed algorithms is better than the existing algorithm.

Key words frequency estimation; Chrip-Z transformation; CRLB; FMCW radar; RMSE

信号的频率估计作为信号处理的重要组成部分, 广泛应用于通信、雷达、声呐、振动等相关领域^[1-3]。以 FMCW 雷达测距为例, 雷达的测距精度与差频信号的频率估计精度成正比, 提出高精度、抗噪性能好的频率估计算法对促进 FMCW 雷达在测距领域的应用具有积极的意义^[4]。

信号频率估计方法主要分为两类, 一类是基于

信号时域的频率估计方法, 一类是基于信号频域的频率估计方法。基于信号时域的频率估计方法主要有相关法^[5-6]、超分辨率算法^[7-8]、极大似然法^[9]、最小二乘法^[10]等。基于信号频域的频率估计方法, 主要以 FFT 算法为基础展开, 许多算法在 FFT 算法的基础上进行了改进, 如 Zoom-FFT 算法^[11]、CZT 算法^[12-14]、Rife^[15-17] 算法等。基于信号频率的

收稿日期: 2022-09-30; 修回日期: 2023-07-31

基金项目: 中国科学院青年创新促进会 (2020239); 上海市 2020 年度“科技创新行动计划”基础研究领域项目 (20JC1416504)

作者简介: 朱颖洁, 主要从事信号处理方面的研究。

*通信作者 E-mail: wuxiong.zhang@mail.sim.ac.cn

频率估计方法具有实时性强、抗噪性强等优点,受到了学者广泛的关注和研究^[18]。

Zoom-FFT 算法^[11]对信号进行移频,再进行降采样,通过降采样提升了频谱分辨率,从而提升了频率估计的精度。CZT 算法^[12]对部分频段进行了细化,相较于 FFT 算法具有更高的频率估计精度。Zoom-FFT 算法和 CZT 算法都是对频谱进行了细化从而提升了频率估计的精度,但这个过程需要大量的计算量。Rife 算法^[15]在 FFT 算法的基础上,利用频谱幅值最大的谱线及其相邻谱线中幅值较大谱线来计算实际频率与最大谱线对应的频率的偏差值,从而提升频率估计的精度。但 Rife 算法存在估计精度受噪声影响大、频率偏差值较小时估计误差较大的问题。文献^[19]通过设定频移门限值,对频移因子满足门限值的信号使用 Rife 算法,否则便使用相角来估计频移因子,提升了算法的性能。文献^[20]提出利用 FFT 变换主瓣内次大值与最大值之比的实部代替幅值之比的频率估计方法,减少了由于频移因子方向判断错误引起的误差。Rife 算法、Quinn 算法等利用谱线进行频率矫正的算法普遍存在抗噪性能较差的问题。

为了解决栅栏效应对频率估计值精度的影响,提升算法抗噪性能,在 CZT 算法的基础上,提出了一种改进的 CZT 算法。该方法利用细化后频谱最大谱线及其左右谱线幅值计算频率偏移值,从而提升频率估计精度。最后,通过理论仿真和现场实验验证了算法的性能。

1 问题描述

单一频率复正弦信号可以表示为:

$$s(t) = A \exp\{j(2\pi f_c t + \varphi)\} \quad (1)$$

式中, A 是正弦信号的振幅; f_c 是正弦信号的频率; φ 是正弦信号的相位。

对信号以 f_s 的频率进行采样,采样点数为 N 。采样后的信号表示为:

$$s(n) = A \exp\left\{j\left(\frac{2\pi}{N} m_c n + \varphi\right)\right\} \quad (2)$$

式中, $m_c = \frac{f_c N}{f_s}$ 。

对于信号 $s(n)$ 进行 FFT 运算,信号的频谱为:

$$S(k) = A \frac{\sin(\pi(k - m_c))}{\sin(\pi(k - m_c)/N)} \exp\left\{-j\frac{N-1}{N}(k - m_c)\pi + j\varphi\right\} \quad (3)$$

对获得的频谱的幅值进行搜索,幅值最大处即为频率的估计值:

$$\widehat{f}_{\text{FFT}} = m_0 \Delta f_0 \quad (4)$$

式中, $m_0 = \text{int}\left[\frac{f_c N}{f_s}\right]$; $\text{int}[x]$ 表示 x 最接近的正数; m_0 是最大谱线的索引值; $\Delta f_0 = \frac{f_s}{N}$ 是频率分辨率。

由于存在栅栏效应, m_c 与 m_0 之间可能存在一定偏差 δ , 这限制了频率估计的精度。计算如下:

$$\delta = m_c - m_0 \quad (5)$$

式中, $\delta \in [-0.5, 0.5]$ 。

为了提高频率估计精度, CZT 算法被提出,图 1 给出了 CZT 变换在 Z 平面抽样点的轨迹。CZT 算法对于部分频率区间进行了细化, CZT 变换表示为:

$$S_{\text{CZT}}(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) z_k^{-n} \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (6)$$

式中, $z_k = AW^{-k}$; $A = A_0 e^{j\theta_0}$; $W = W_0 e^{-j\phi_0}$; $\theta_0 = 2\pi \frac{m_0 - q}{N}$ 是起始采样角度; q 是整数用于控制细化频率区间的大小; $\phi_0 = 2\pi \frac{2q}{MN}$ 是两相邻采样点之间的角度; M 是频率细化倍数。

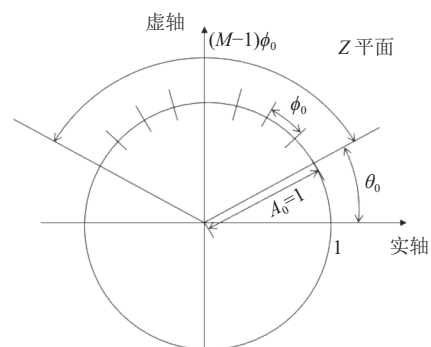


图 1 CZT 变换在 Z 平面抽样点的轨迹

当频率的细化倍数为 M 时, CZT 算法的频率分辨率 Δf_1 比 FFT 算法的频率分辨率 Δf_0 高了 M 倍,表示为:

$$\Delta f_1 = \frac{2q f_s}{MN} \quad (7)$$

式中, q 用于控制细化区间的大小。

使用 CZT 算法对频率进行估计,虽然能够得到较高精度的频率估计值,但栅栏效应也依旧存在,这使得估计的频率 \widehat{f}_{CZT} 与信号频率 f_c 之间依旧存在一定的偏差。 f_c 计算如下:

$$f_c = \widehat{f}_{\text{CZT}} + \delta \Delta f_1 \quad (8)$$

式中, $\delta \in [-0.5, 0.5]$ 。

针对现有算法存在的问题, 需要研究一种新的频率估计算法, 能够解决栅栏效应的问题从而提升频率估计精度, 以满足实际工程应用的要求。

2 基于改进 CZT 的高精度频率估计算法

为解决栅栏效应对频率估计精度的影响, 提出在 CZT 算法的基础上, 利用细化频谱最大谱线及其左右谱线对频率偏移值进行估计, 从而提升频率估计的精度。所提算法将频率估计分成粗估计和细估计两个过程。

2.1 频率粗估计

首先, 使用 FFT 算法获得信号 $s(n)$ 的频谱, 并计算出频谱的幅值 $|S(k)|$:

$$|S(k)| = A \frac{\sin(\pi(k-m_c))}{\sin(\pi(k-m_c)/N)} \quad (9)$$

对频谱幅值进行搜索, 幅值最大处即为频率的粗估计值 $\widehat{f_{CZT}}$ 和该点的频率索引值 m_0 。根据频率的粗估计值 $\widehat{f_{CZT}}$, 以此为中心设置频率细化区间 (f_1, f_2) :

$$f_1 = \frac{f_s}{N} (m_0 - q) \quad (10)$$

$$f_2 = \frac{f_s}{N} (m_0 + q) \quad (11)$$

2.2 频率细估计

在确定的频率细化区间对信号做 CZT 变换。在进行 CZT 变换时, 设置 $A_0 = 1$ 、 $W_0 = 1$, 求得原信号 $s(n)$ 的细化频谱 $S_{CZT}(k)$:

$$\begin{aligned} S_{CZT}(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} s(n) z_k^{-n} = \\ & \sum_{n=0}^{N-1} s(n) \exp(-j\theta_0 n) \exp(-j\phi_0 nk) = \\ & \sum_{n=0}^{N-1} A \exp\left\{j\left(\frac{2\pi}{N} m_c n + \varphi\right)\right\} \exp(-j\theta_0 n) \exp(-j\phi_0 nk) = \\ & A \exp(j\varphi) \exp\left(j\pi \frac{N-1}{N} (m_c - (m_0 - q) - \frac{2qk}{M})\right) \\ & \frac{\sin\left(\pi\left(m_c - (m_0 - q) - \frac{2qk}{M}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\left(m_c - (m_0 - q) - \frac{2qk}{M}\right)\right)} \end{aligned} \quad (12)$$

然后, 计算细化频谱的幅值 $|S_{CZT}(k)|$:

$$|S_{CZT}(k)| = \frac{\sin\left(\pi\left(m_c - (m_0 - q) - \frac{2qk}{M}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\left(m_c - (m_0 - q) - \frac{2qk}{M}\right)\right)} \quad (13)$$

对 $S_{CZT}(k)$ 进行搜索, 幅值最大处即为频率的估计值 $\widehat{f_{CZT}}$:

$$\widehat{f_{CZT}} = (m_0 - q) \Delta f_0 + m_1 \Delta f_1 \quad (14)$$

式中, m_1 是细化后频谱最大谱线的索引值。

信号的真实频率与细化后频谱的采样点之间存在一定的偏差 δ , 信号频率 f_c 表示为:

$$f_c = (m_0 - q) \Delta f_0 + (m_1 + \delta) \Delta f_1 \quad (15)$$

使用细化频谱中最大谱线及其左右谱线的幅值求出误差 δ , 对频率估计值 $\widehat{f_{CZT}}$ 进行修正。最大谱线的幅值为:

$$|S_{CZT}(m_1)| = A \frac{\sin\left(\pi \frac{2q\delta}{M}\right)}{\sin\left(\pi \frac{2q\delta}{MN}\right)} \quad (16)$$

最大谱线左侧谱线的幅值为:

$$|S_{CZT}(m_1 - 1)| = A \frac{\sin\left(\pi \frac{2q(\delta + 1)}{M}\right)}{\sin\left(\pi \frac{2q(\delta + 1)}{MN}\right)} \quad (17)$$

最大谱线右侧谱线的幅值为:

$$|S_{CZT}(m_1 + 1)| = A \frac{\sin\left(\pi \frac{2q(1 - \delta)}{M}\right)}{\sin\left(\pi \frac{2q(1 - \delta)}{MN}\right)} \quad (18)$$

$|S_{CZT}(m_1 + 1)|$ 和 $|S_{CZT}(m_1)|$ 的比值记为 a_1 , a_1 表示为:

$$a_1 = \frac{|S_{CZT}(m_1 + 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|} = \frac{\sin\left(\pi \frac{2q(1 - \delta)}{M}\right) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{MN}\right)}{\sin\left(\pi \frac{2q(1 - \delta)}{MN}\right) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{M}\right)} \quad (19)$$

对于较大的 N , a_1 可以表示为:

$$a_1 = \frac{|S_{CZT}(m_1 + 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|} = \frac{\delta \sin\left(\pi \frac{2q(1 - \delta)}{M}\right)}{(1 - \delta) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{M}\right)} \quad (20)$$

$|S_{CZT}(m_1 - 1)|$ 和 $|S_{CZT}(m_1)|$ 的比值记为 a_2 , a_2 表示为:

$$a_2 = \frac{|S_{CZT}(m_1 - 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|} = \frac{\sin\left(\pi \frac{2q(1 + \delta)}{M}\right) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{MN}\right)}{\sin\left(\pi \frac{2q(1 + \delta)}{MN}\right) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{M}\right)} \quad (21)$$

对于较大的 N , a_2 可以表示为:

$$a_2 = \frac{|S_{CZT}(m_1 - 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|} = \frac{\delta \sin\left(\pi \frac{2q(1+\delta)}{M}\right)}{(1+\delta) \sin\left(\pi \frac{2q\delta}{M}\right)} \quad (22)$$

将式 (20) 和式 (22) 相减, 利用三角函数的和差化积公式进行化简求解, 可得 δ 的表达式为:

$$\delta = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2 - 2 \cos\left(\frac{2q\pi}{M}\right)} \quad (23)$$

将 δ 的估计值代入式 (15) 即可获得频率的估计值 \hat{f}_c 。

2.3 频率估计算法流程

图 2 给出了基于改进 CZT 的高精度频率估计算法流程图, 算法具体流程如下。

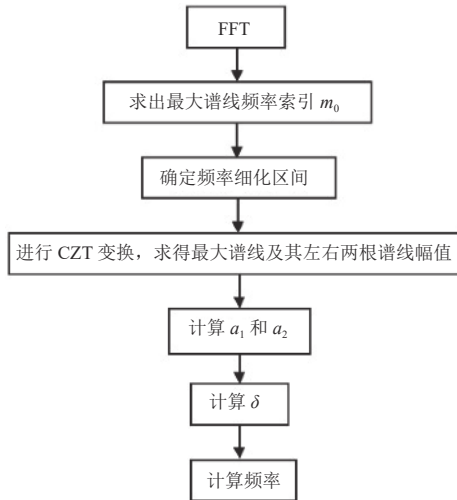


图 2 基于改进 CZT 的高精度频率估计算法流程图

1) 对差频信号进行 FFT 变换, 获得最大谱线频率索引 m_0 。

2) 根据 m_0 确定频率细化区间, 对于信号进行 CZT 变换。

3) 对 CZT 变换后的频谱进行搜索, 获得最大谱线的幅值 $|S_{CZT}(m_1)|$ 及其左右两根谱线的幅值 $|S_{CZT}(m_1 - 1)|$ 、 $|S_{CZT}(m_1 + 1)|$ 。

4) 计算 $a_1 = \frac{|S_{CZT}(m_1 + 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|}$ 。

5) 计算 $a_2 = \frac{|S_{CZT}(m_1 - 1)|}{|S_{CZT}(m_1)|}$ 。

6) 计算 $\delta = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2 - 2 \cos\left(\frac{2q\pi}{M}\right)}$ 。

7) 计算 $\hat{f}_c = (m_0 - q)\Delta f_0 + (m_1 + \delta)\Delta f_1$ 。

2.4 计算量分析

对于工程应用而言, 算法的计算量是一个重要的参考因素。复数乘法的计算量远大于复数加法, 因此在讨论时忽略了复数加法的计算量, 表 1 中列出了本文算法和比较算法的计算量。其中, $K \geq M + N - 1$, 且 $K = 2^m$ (m 为正整数)。

从表 1 中可以看出, FFT 算法和 Rife 算法的计算量是最小的, 补零 FFT 算法的计算量是最大的。Zoom-FFT 算法的计算量是 FFT 算法的两倍。CZT 算法的计算量与细化倍数相关, 在细化倍数相同的情况下, 本文所提算法的计算量与 CZT 算法基本一致, 略大于 FFT 算法。实际上, 本文算法可以以较低的细化倍数达到较高的频率估计精度, 这能够减少算法需要的计算量。

表 1 算法计算量比较

算法	复数乘法
FFT 算法	$\frac{N}{2} \lg N$
补零 FFT 算法	$8N \lg N$
CZT 算法	$K \lg K + K + N + M$
Rife 算法	$\frac{N}{2} \lg N$
Zoom-FFT 算法	$N \lg N$
本文算法	$K \lg K + K + N + M$

3 仿真分析

为了验证算法的性能, 使用 MATLAB 软件对算法性能进行仿真, 将本文所提算法与 FFT 算法、补零 FFT 算法、CZT 算法、Rife 算法、Zoom-FFT 算法和克拉美罗下限进行比较。FFT 补零法补了 $3N$ 长度的零。Zoom-FFT 算法的细化倍数为 64。CZT 算法和所提算法设置了 $q=1$ 和 $q=2$ 两种细化区间。当 $q=1$ 时, CZT 算法的细化倍数设置为 64 倍和 32 倍, 本文算法的细化倍数设置为 32 倍。当 $q=2$ 时, CZT 算法和本文所提算法的细化倍数均设置为 32 倍。单一频率复正弦信号的克拉美罗下限^[21]为:

$$\text{CRLB} = \sqrt{\frac{6f_s^2}{4\pi^2 N(N^2 - 1) \text{SNR}}} \quad (24)$$

使用 RMSE 来衡量频率估计的精度, 使用 SD 来衡量算法的稳定性。计算如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L (\hat{f}_i - f_c)^2}{L}} \quad (25)$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L (\hat{f}_i - \bar{f})^2}{L}} \quad (26)$$

式中, L 为仿真次数。

在仿真时, 向信号 $s(n)$ 加入高斯白噪声, 并进行采样后得:

$$s(n) = A \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi}{N} m_c n + \varphi \right) \right\} + w(n) \quad (27)$$

式中, $w(n)$ 表示高斯白噪声。仿真中, 采样频率 $f_s = 92.7835 \times 10^3$ Hz, 初相位 φ 随机取值, 振幅 $A = 1$, 进行 10 000 次独立蒙特卡罗仿真实验。

3.1 算法运行时长

在信噪比为 0 dB 时, 设置信号 $s(n)$ 的频率 $f_c = 5\ 100$ Hz, 比较不同采样点数下各算法实际的运行时长, 结果如表 2 所示。

表 2 不同采样点数下算法运行时长的均值

采样点数	算法								
	FFT	padzeros	64-1CZT	32-2CZT	32-2CZT+	32-1CZT	32-1CZT+	Rife	Zoom-FFT
128	0.000 6	0.002 7	0.000 8	0.000 8	0.000 8	0.000 8	0.000 8	0.000 7	0.000 7
256	0.001 3	0.005 7	0.001 6	0.001 5	0.001 5	0.001 5	0.001 5	0.001 3	0.001 5
512	0.002 8	0.011 9	0.003 2	0.003 0	0.003 0	0.003 0	0.003 0	0.002 8	0.003 3
1 024	0.005 5	0.024 3	0.006 2	0.006 1	0.006 1	0.006 0	0.006 0	0.005 5	0.007 5
2 048	0.011 0	0.049 2	0.012 3	0.012 1	0.012 1	0.012 1	0.012 1	0.011 0	0.018 6

从表 2 中可以看出, FFT 算法和 Rife 算法的运行时长是最短的, 补零 FFT 算法的运算时间是最长的。Zoom-FFT 算法在采样点数小时, 运行时长小于 CZT 算法; 当采样点数大时, 运行时长大于 CZT 算法。CZT 算法的计算时间和细化倍数相关, 细化倍数越高, 运行时间越长, CZT 算法的运行时长略大于 FFT 算法。本文提出的改进算法与 CZT 算法的运行时间基本一致, 不会影响计算的速度。

3.2 不同信噪比时的算法性能

设置信号 $s(n)$ 的频率 $f_c = 5\ 100$ Hz, 采样点数 $N = 1\ 024$, 向信号中加入高斯白噪声, 比较信噪比在 $[-12\ \text{dB}, 12\ \text{dB}]$ 的情况下各算法的性能, 结果如图 3 和图 4 所示。

从图 3 和图 4 中可以看出, 由于存在栅栏效应, FFT 的频率估计值一直维持在一个稳定值, 这使得 FFT 算法的频率估计误差为一个定值, SD 也恒为零。只有提升频率分辨率才能提升 FFT 算法的精度, 这需要消耗大量的计算资源。补零 FFT 算法的频率估计精度高于 FFT 算法, 与 FFT 算法类似, 频率估计的精度受到了栅栏效应的影响, 只有提升频率分辨率, 才能提升频率估计的精度。在同样的细化倍数下, Zoom-FFT 算法的精度低于 CZT 算法。CZT 算法的精度受细化倍数和细化区间的影响, 当细化倍数一定时, 细化区间小的算法频率估计精度高; 当细化区间一定时, 细化倍数越高频率估计精度越高。虽然 CZT 算法具有较 FFT

算法、Zoom-FFT 算法具有较高的精度, 但 CZT 算法依旧受到了栅栏效应的影响, 信噪比高时, 频率估计误差将为一个稳定值。CZT 算法的 SD 一直都较小, 频率估计具有较高的稳定性。Rife 算法在信噪比大时, 具有较好的性能, 但 SD 受噪声影响较大。本文所提算法的 SD 一直较小, 频率估计的结果稳定性较强, 受噪声影响较小。本文所提算法性能与 CRLB 接近, 频率估计的精度高于上述所有算法, 在信噪比为 $[-12\ \text{dB}, 12\ \text{dB}]$ 的情况下均接近 CRLB, 具有较好的抗噪性能。本文所提算法在细化倍数为 32 时, 频率估计精度高于细化倍数为 64 的 CZT 算法, 能以更低的细化倍数获得更高的频率估计精度。

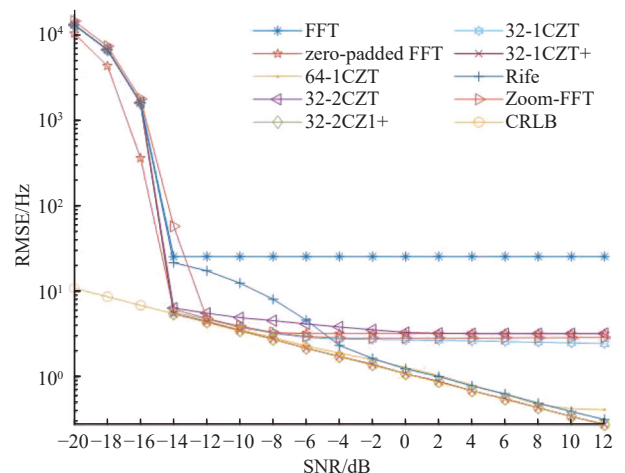


图 3 不同信噪比下的频率估计 RMSE

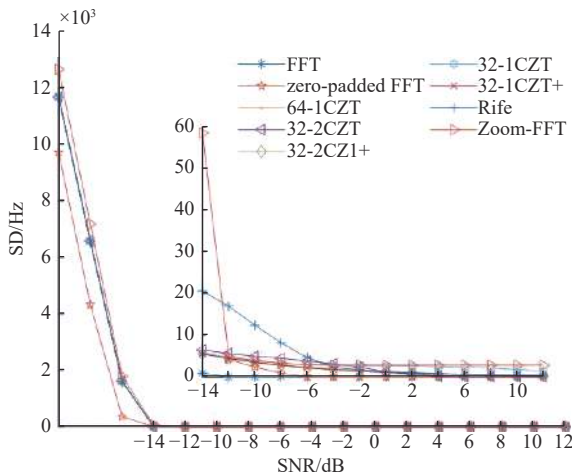


图 4 不同信噪比下的频率估计 SD

3.3 不同频率时的算法性能

为了分析本文所提算法在不同频率下的性能,在信噪比为 0 dB 时,采样点数 $N = 1024$,仿真信号频率 f_c 由 5 000 Hz 以 1 Hz 的步长递增至 5 150 Hz 的条件下,进行仿真比较,结果如图 5 和图 6 所示。

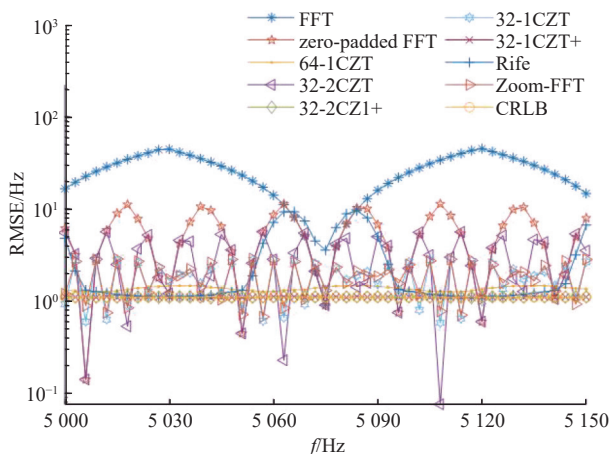


图 5 SNR=0 dB 时不同频率下的频率估计 RMSE

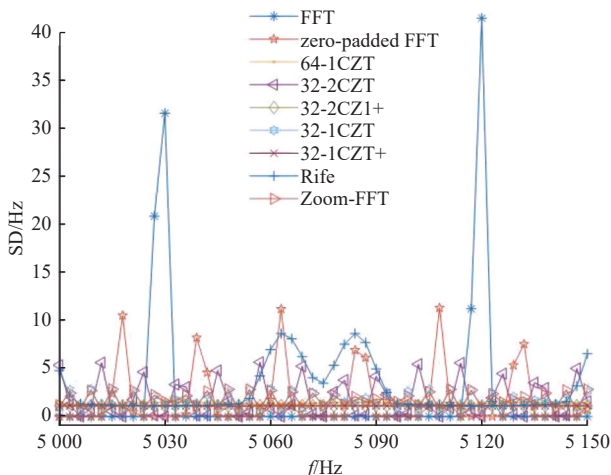


图 6 SNR=0 dB 时不同频率下的频率估计 SD

从图 5 和图 6 中可以看出,FFT 算法、补零 FFT 算法、CZT 算法,这几个受栅栏效应影响的算法,在信号频率改变时,频率估计 RMSE 呈周期性,当信号频率为频谱两个采样点中间位置时,受噪声影响频率估计值会出现抖动,导致 SD 较大。Rife 算法受到算法本身性能的限制, RMSE 在部分频段时较大,SD 也一直大于本文所提算法。本文所提算法的 RMSE 一直趋近于 CRLB 优于所有比较的算法,频率估计精度不受频率变化的影响,且 SD 一直较小,具有较好的稳定性。

4 实验分析

为了验证算法在实际工程应用中的性能,使用 FMCW 雷达来验证算法性能,图 7 给出了 FMCW 雷达测距场景的示意图。FMCW 雷达测量的距离与中频信号的频率成正比:

$$R = \frac{cf_c}{2\xi} \quad (28)$$

式中, c 为光速; ξ 为线性调频的斜率。

实验中,雷达的采样率为 $f_s = 123.2 \times 10^3$ Hz,采样点数 $N = 2048$,带宽 $B = 999.807 \times 10^6$ Hz。实验场景如图 7 所示,使用导轨控制雷达与墙面之间的距离,使用激光测距仪来确定雷达与墙面之间的距离值。设置雷达与墙面之间的距离为 1 049~1 549 mm,每间隔 50 mm 测量一次距离,对于 FMCW 雷达采集到的数据进行分析处理,利用式 (28) 求出距离估计值。



图 7 FMCW 雷达测距场景

通过前面的仿真结果可知,补零 FFT 算法的性能是高于 FFT 算法的。因此在实测数据分析时,未使用 FFT 算法进行比较。补零 FFT 算法补

了 $3N$ 长度的零。Zoom-FFT 算法的细化倍数为 32。CZT 算法和所提算法的细化区间设置为 $q=1$, 算法的细化倍数为 32。

从表 3 中可以看出, 本文所提算法的测距性能优于补零 FT 算法和常规 CZT 算法。Rife 算法少数点的测距精度高于本文所提算法, 这是因为 Rife 算法的精度与误差相关, 在部分区间估计精度高, 算法的鲁棒性较差。Zoom-FFT 算法的精度与常规 CZT 算法相近, 仅在个别点的性能优于本文算法, 整体性能不如本文算法。

表 3 不同算法的距离估计值 mm

距离	算法				
	padzeros	32-1CZT	32-1CZT+	Rife	Zoom-FFT
1 049	1 053.9	1 050.8	1 050.6	1 075.0	1 050.8
1 099	1 128.9	1 097.7	1 099.1	1 099.9	1 097.7
1 149	1 128.9	1 154.0	1 150.2	1 145.4	1 149.3
1 199	1 204.0	1 200.8	1 200.1	1 188.2	1 200.8
1 249	1 279.0	1 247.7	1 248.7	1 249.3	1 247.7
1 299	1 279.0	1 294.6	1 297.7	1 294.1	1 299.3
1 349	1 354.0	1 350.9	1 349.4	1 337.2	1 350.9
1 399	1 429.0	1 397.7	1 398.5	1 399.5	1 397.7
1 449	1 429.0	1 444.6	1 448.1	1 444.3	1 449.3
1 499	1 504.0	1 500.9	1 498.5	1 488.2	1 496.2
1 549	1 579.0	1 547.8	1 549.0	1 550.8	1 547.8

5 结束语

为解决栅栏效应对频率估计精度的影响, 提升频率估计的精度和算法抗噪性能, 提出了一种基于改进 Chrip-Z 变换的高精度频率估计算法, 该算法将频率估计过程分成粗估计和细估计两个过程, 通过 FFT 算法确定频率细化区间, 使用 CZT 变换对频谱进行细化, 使用细化频谱最大谱线及其左右谱线的幅值对频率估计值进行修正, 获得高精度的频率估计值。

在不同条件下对算法进行了仿真, 证明了本文所提算法具有较好的抗噪声性能和较高的频率估计精度, RMSE 与 CRLB 贴近, 优于现有算法。且本文算法不受信号频率的影响, 在各频率下都具有较好的性能, 优于现有算法。本文算法能以较低的细化倍数, 获得较高精度的频率估计值, 降低了计算量, 能够满足工程应用对算法实时性的要求。通过实验对本文算法进行验证, 将算法应用于 FMCW 雷达测距场景中, 实验证明本文算法在实际应用场景中有较好的表现, 优于现有算法。

参考文献

[1] 张琳. 基于 DFT 的正弦信号频率估计算法研究[D]. 南京:

东南大学, 2019.

ZHANG L. Research on frequency estimation algorithm of sinusoidal signal based on DFT[D]. Nanjing: Southeast University, 2019.

- [2] 陈毅滨. 一种低信噪比下正弦波频率估计方法[J]. 通信技术, 2021, 54(10): 2316-2320.
CHEN Y B. Research on sinusoidal frequency estimation at low SNR[J]. *Communications Technology*, 2021, 54(10): 2316-2320.
- [3] SHI S Y, LI C, HU J M, et al. A high frequency vibration compensation approach for Terahertz SAR based on sinusoidal frequency modulation Fourier transform[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(9): 10796-10803.
- [4] HAMIDI S, SAFAVI-NAEINI S. Single channel mmWave FMCW Radar for 2D target localization[C]//2021 IEEE 19th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM). Piscataway: IEEE, 2021: 1-2.
- [5] 陈鹏, 向仕刚, 李明, 等. 基于线性预测自相关的多段信号频率估计方法[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(2): 58-60.
CHEN P, XIANG S G, LI M, et al. Frequency estimation method of multi-segment signals based on linear prediction autocorrelation[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2020, 39(2): 58-60.
- [6] 曹燕, 王一歌, 李欣雯, 等. 一种基于窄带自相关的实信号频率估计算法[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(7): 2756-2761.
CAO Y, WANG Y G, LI X W, et al. A narrow-band autocorrelation-based frequency estimator algorithm for a noisy sinusoid[J]. *Science Technology and Engineering*, 2020, 20(7): 2756-2761.
- [7] SRIVASTAVA A K, TIWARI A N, SINGH S N, et al. Harmonic frequency estimation with MEMO-ESPRIT technique using MATLAB and Python[C]//2020 IEEE 7th Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Electronics and Computer Engineering (UPCON). Piscataway: IEEE, 2020: 1-4.
- [8] KO C B, LEE J H. Performance of ESPRIT and Root-MUSIC for angle-of-arrival(AOA) estimation[C]//2018 IEEE World Symposium on Communication Engineering (WSCE). Piscataway: IEEE, 2018: 49-53.
- [9] LIU Y, SUN Y X, XIONG Z H. An approximate maximum likelihood estimator for instantaneous frequency estimation of multicomponent nonstationary signals[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 1-9.
- [10] 卢进, 王小华, 郭姝言, 等. 基于递推阻尼最小二乘法的电力系统频率跟踪[J]. 电子科技, 2014, 27(12): 17-19.
LU J, WANG X H, GUO S Y, et al. Frequency estimation for power system based on recursive damped least square algorithm[J]. *Electronic Sci & Tech*, 2014, 27(12): 17-19.
- [11] TANG B, ZHANG J, HU S H, et al. Low complexity two-stage FOE using modified Zoom-FFT for coherent optical M-QAM systems[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2020, 99: 1.
- [12] LI D, LIN H, LIU H Q, et al. Focus improvement for squint FMCW-SAR data using modified inverse Chrip-Z

- transform based on spatial-variant linear range cell migration correction and series inversion[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(8): 2564-2574.
- [13] 刘上, 朱国富, 王玲, 等. LFM CW 雷达高精度测距相位差改进算法[J]. *雷达科学与技术*, 2021, 19(3): 287-291.
LIU S, ZHU G F, WANG L, et al. An improved algorithm of high precision ranging phase difference for LFM CW Radar[J]. *Radar Science and Technology*, 2021, 19(3): 287-291.
- [14] 杨润海, 谭俊卿, 向涯, 等. 基于改进的线性调频 Z 变换的高精度地震波速干涉测量[J]. *地震研究*, 2020, 43(1): 1-9.
YANG R H, TAN J Q, XIANG Y, et al. High precision seismic wave velocity interferometry based on modified Chirp Z transform[J]. *Journal of Seismological Research*, 2020, 43(1): 1-9.
- [15] 崔英杰, 刘云学, 宋健强, 等. 基于 M-Rife 算法的梯形波 FMCW 雷达多目标检测技术研究[J]. *电子设计工程*, 2021, 29(24): 69-74.
CUI Y J, LIU Y X, SONG J Q, et al. Research on multi-target detection technology of trapezoidal wave FMCW radar based on M-Rife algorithm[J]. *Electronic Design Engineering*, 2021, 29(24): 69-74.
- [16] 罗佳, 车延庭, 黄光明. 基于双级 M-Rife 算法的频率测量方法[J]. *电子信息对抗技术*, 2020, 35(6): 50-53.
LUO J, CHE Y T, HUANG G M. Frequency measurement based on double-M-Rife algorithm[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2020, 35(6): 50-53.
- [17] LUO J, CHE Y T, HUANG G M. Frequency estimation based on MLE-M-Rife algorithm[C]// 2020 12th International Conference on Advanced Infocomm Technology (ICAIT). Piscataway: IEEE, 2020: 64-67.
- [18] 李国庆. 基于 DFT 插值的正弦信号频率估计算法研究[D]. 南京: 东南大学, 2021.
LI G Q. Research on frequency estimation algorithm of sinusoidal signal based on DFT interpolation[D]. Nanjing: Southeast University, 2021.
- [19] 孙宏军, 王小威. 基于幅值-相角判据的修正 Rife 正弦波频率估计算法[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2018, 51(8): 810-816.
SUN H J, WANG X W. Modified Rife algorithm for frequency estimation of sinusoid wave based on amplitude and phase criterion[J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2018, 51(8): 810-816.
- [20] QUINN B G. Estimation of frequency, amplitude and phase from the DFT of a time series[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1997, 45(3): 814-817.
- [21] 高瑞令, 吴晓富, 颜俊, 等. 改进的 DFT 正弦信号频率估计[J]. *信号处理*, 2014, 30(9): 1071-1077.
GAO R L, WU X F, YAN J, et al. A modified DFT-based frequency estimator for sinusoidal signals[J]. *Journal of Signal Processing*, 2014, 30(9): 1071-1077.

编辑 刘飞阳