

引用格式: 张蕴霖, 邵晋梁, 陈凯, 等. 基于不确定性感知的多智能体主动式无线电地图估计 [J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(5): 660-670.
ZHANG Y L, SHAO J L, CHEN K, et al. Uncertainty aware multi-agent active radio map estimation[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(5): 660-670.

基于不确定性感知的多智能体主动式 无线电地图估计



张蕴霖, 邵晋梁*, 陈 凯, 程玉华, 李铁山

(电子科技大学 自动化工程学院, 成都 611731)

摘要: 无线电地图是掌握电磁环境态势的关键要素。针对多机协同监测与构建无线电地图的场景, 提出一种基于不确定性感知的采样轨迹规划协同控制方法, 涵盖地图估计、区域探索和邻域探索三大模块。首先, 采用高斯过程回归对无线电地图进行周期性重构, 通过后验分布方差表征不确定性, 为轨迹规划提供量化依据。其次, 利用维诺图动态分配探索窗口, 并设计不确定区域的质心检测与评估方法, 以引导智能体优先探索高不确定性子区域。最后, 智能体抵达质心位置后, 结合历史采样点的空间分布特征, 设计基于贪心测量的搜索方法, 以实现低采样密度空间的邻域优先采样。仿真实验结果表明, 提出的算法能够在短时间内采集高质量的数据, 并在地图探索时间以及地图估计精度等方面均得到提升。

关键词: 无线电地图估计; 多智能体系统; 协同控制; 高斯过程回归; 采样轨迹规划

中图分类号: TP249 **文献标志码:** A **DOI:** 10.12178/1001-0548.2025102

Uncertainty aware multi-agent active radio map estimation

ZHANG Yunlin, SHAO Jinliang*, CHEN Kai, CHENG Yuhua, and LI Tieshan

(School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: Radio maps are a key element in understanding the electromagnetic environment. For scenarios involving multi-agent cooperative monitoring and constructing radio map, an uncertainty-aware sampling trajectory planning cooperative control method is proposed, encompassing three major modules: map estimation, region exploration, and neighborhood exploration. First, Gaussian process regression is employed to periodically reconstruct the radio map, with the posterior variance quantifying uncertainty to provide a basis for trajectory planning. Second, Voronoi diagrams are utilized to dynamically allocate exploration windows, and a centroid detection and evaluation method for uncertain regions is designed to guide agents in prioritizing the exploration of high-uncertainty subregions. Finally, upon reaching the centroid location, the agent employs a greedy measurement-based search method, incorporating the spatial distribution characteristics of historical sampling points, to prioritize sampling in low-density neighborhood spaces. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm can collect high-quality data within a short time and achieves improvements in both map exploration time and estimation accuracy.

Key words: radio map estimation; multi-agent system; cooperative control; Gaussian process regression; sampling trajectory planning

随着无线通信技术的飞速发展, 用频设备的数量和种类日益增多, 导致电磁环境呈现复杂态势。无线电地图 (radio map) 作为表征电磁环境的一种重要工具^[1], 通过建立地理坐标与电磁参数间的映射关系, 形象地描述了接收信号强度、功率谱密度、信道增益等多维电磁参数的空间分布。无线电

地图目前已在网络规划^[2]、资源管理^[3]、室内定位^[4]等方面被广泛应用。此外, 随着机器人技术的发展, 无线电地图也应用于无人系统的导航与控制^[5-6]。显然, 上述任务效能与无线电地图的精度密切相关。

无线电地图估计 (radio map estimation, RME)

收稿日期: 2025-05-14

基金项目: 国家自然科学基金 (62273077); 四川省自然科学基金 (2024NSFJQ0013); 新基石科学基金 (XPLORER PRIZE)

作者简介: 张蕴霖, 博士生, 主要从事多智能体协同控制方面的研究。

*通信作者 E-mail: jinliangshao@uestc.edu.cn

旨在利用空间采集的离散信号数据和环境特征重构高保真的无线电地图。根据估计方法的不同, 现有方法可分为空间插值法^[7]、传播模型法^[8]以及机器学习法^[9]。其中, 机器学习通过数据驱动的方式挖掘信号传播规律, 在确保估计精度的同时无须复杂的建模步骤, 成为现有 RME 的主流。然而, 现有研究大多通过随机采样的方式获得信号数据, 忽略了电磁波的传播特征与采样位置的内在联系。为此, 文献 [10-11] 将路径损耗效应编码为字典, 并将 RME 建模为压缩感知问题, 通过优化测量矩阵实现了最优的压缩采样布局。进一步, 文献 [12] 引入时空半变异函数 (semi variogram) 表征电磁传播的时空相关性, 实现了时变频谱环境中的压缩采样。然而, 文献 [10-12] 的方法在本质上等价于全部采样点一次性给定的预设采样模式, 忽略了采样的轨迹规划, 同时假设信号在任意位置均可采集, 忽略障碍物的影响。由于采样点的遍历是 NP 难问题, 这使得其难以应用于电磁环境的实时自主探索。

作为规划与控制的经典问题, 问题旨在控制智能体最大化对外部世界的认知。学术界提出了大量包括基于边界^[13]、基于质心^[14]以及基于随机采样^[15]在内的探索算法。这些算法面向空间域的探索任务, 通常假设智能体具有范围感知能力, 能快速化未知区域为已知。然而, 在电磁域的探索中, 智能体往往装备无源传感设备, 仅具有点感知能力, 直接应用文献 [13-15] 的方法意味着对栅格地图的遍历, 会造成极大的时间开销。为此, 区别于空间域的探索, 学术界提出主动式无线电地图估计 (active radio map estimation, ARME) 方法来解决这一类问题。文献 [16] 提出“地图估计-轨迹规划”框架, 通过贝叶斯估计器度量各位置的不确定性, 然后通过滚动时域优化技术将智能体引导至最高不确定性的栅格, 并确保沿途覆盖栅格的不确定值最大。沿用这一框架, 文献 [17-18] 均基于卷积神经网络模型构建地图估计算法, 但采用了不确定度量设计: 文献 [17] 的不确定性与后验概率分布的方差有关, 而文献 [18] 则借鉴了主动学习中信息量 (informativeness) 和代表性 (representativeness), 用于选择最有价值的样本。

文献 [16-18] 主要面向单机作业的场景, 没有考虑多智能体间的协同。文献 [19] 通过维诺区域划分实现采样任务的解耦, 结合 U-net 周期性估计地图, 将文献 [15] 拓展至多智能体场景。为兼

顾局部采样密度, 文献 [20] 还加入了粒度采样 (granular sampling) 策略。然而在障碍物环境中, 文献 [19-20] 的方法无法保证区域探索的完备性, 可能有部分区域始终无法得到有效探索。此外, 尽管上述算法提升了固定采样率下估计精度, 但是没有考虑采样任务的时间效率。

综上所述, 面向障碍物环境下多智能体 ARME 问题, 本文提出基于不确定性感知的采样轨迹规划算法, 利用高斯过程回归 (Gaussian process regression, GPR) 估计无线电地图, 并用后验分布的方差来表示区域不确定性的感知结果。基于此, 提出不确定区域探索和贪心式邻域探索方法, 其中, 不确定区域探索负责将智能体引导至高不确定区域 (即置信程度较低的区域), 然后贪心式邻域探索保证智能体在该区域的局部采样效果。通过“地图估计—区域探索—邻域探索”3个部分不断地迭代, 实现高效的无线电地图采样与估计。

1 系统模型与问题描述

1.1 符号定义

在本文中, 集合用花体字母表示, 如 \mathcal{A} ; \mathbb{R} 表示实数域; \mathbb{N} 表示正整数域; $[\cdot]_{ij}$ 表示矩阵的 i 行 j 列的元素; $\|\cdot\|_2$ 是二范数; $\|\cdot\|_\infty$ 是无穷范数, 表示向量元素绝对值的最大值; $\|\cdot\|_F$ 是 Frobenius 范数, 其值为矩阵所有元素绝对值平方和的平方根; \odot 是哈达玛积, 表示矩阵对应位置元素的点乘。

1.2 系统模型

根据无线传播理论, 无线电传播模型可表示为:

$$P_r = P_e + PL + S + F + \varepsilon \quad (1)$$

式中, P_r 是接收信号强度; P_e 是发射端发射功率 (dBm); PL 表示路径损耗, 表征了电磁波在自由空间中传播时的能量衰减, 其 dB 值通常随空间距离增加呈对数减少; S 是阴影衰落, 表示电磁波在传播路径上因障碍物的阻挡而造成的信号衰减; F 是快衰落, 描述了多径信号在移动接收端叠加所引起的信号强度快速波动的现象; ε 指代接收端噪声。

本文考虑无线电地图中的功率图, 其记录了任意一点的接收信号强度。考虑任务区域 $Q \subseteq \mathbb{R}^2$ 中存在多个非相干辐射源, 根据电磁波叠加原理, 任意位置 $\mathbf{q} \in Q$ 处的接收信号强度可建模为:

$$r(\mathbf{q}) = 10 \log \left(\sum_{m=1}^M 10^{P_{r,m}/10} \right) \quad (2)$$

式中, M 是辐射源个数; $P_{r,m}$ 表示由式 (1) 计算的各个辐射源的接收信号分量。

为减少建图成本, 将任务区域均匀划分为 $N_L \times N_W$ 个栅格, 对于栅格坐标 (i, j) , 其世界坐标表示为:

$$\mathbf{g}_{ij} = \mathbf{g}2\mathbf{w}(i, j) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{g}2\mathbf{w}(\cdot, \cdot)$ 表示栅格坐标转世界坐标的映射函数。定义无线电地图矩阵 $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N_L \times N_W}$, 其元素 $[\mathbf{R}]_{ij}$ 记录栅格 \mathbf{g}_{ij} 中心处的接收强度信息, 即 $[\mathbf{R}]_{ij} = r(\mathbf{g}_{ij})$ 。定义 0-1 环境地图矩阵 $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{N_L \times N_W}$, $[\mathbf{E}]_{ij} = 1$ 表示对应栅格 \mathbf{g}_{ij} 被障碍物所占据, 反之 $[\mathbf{E}]_{ij} = 0$ 表示 \mathbf{g}_{ij} 为智能体可达空间。对于采样任务, 定义 0-1 采样矩阵 $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N_L \times N_W}$, $[\mathbf{S}]_{ij} = 1$ 表示对应栅格 \mathbf{g}_{ij} 的信号强度数据已被采样, 反之 $[\mathbf{S}]_{ij} = 0$ 表示 \mathbf{g}_{ij} 未被采样。在本文中, 若某时刻采集设备的位置位于栅格 \mathbf{g}_{ij} 中, \mathbf{g}_{ij} 就视为已被采样。给定采样矩阵 \mathbf{S} 和环境矩阵 \mathbf{E} , 采样率可计算如下:

$$S_r = \frac{\|\mathbf{S}\|_F^2}{N_L N_W - \|\mathbf{E}\|_F^2} \quad (4)$$

式中, $N_L N_W - \|\mathbf{E}\|_F^2$ 等价于空闲栅格数量。

对于多智能体系统, 定义智能体 $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 在 t 时刻下的坐标为 $\mathbf{x}_i(t)$, 并假设智能体每时刻 (步) 仅能移动至周围 3×3 的邻域栅格之中, 相应运动学约束表述为:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t)) = \|\mathbf{w}2\mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t+1)) - \mathbf{w}2\mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t))\|_\infty - 1 \leq 0 \quad (5)$$

式中, $\mathbf{w}2\mathbf{g}(\cdot)$ 表示世界坐标转栅格坐标的映射函数。

1.3 问题描述

面向已知障碍物分布、未知辐射源分布的任务环境, 本文旨在利用 N 个携带信号接收设备的智能体组成的多智能体系统协同采集电磁信号强度数据, 实现高精度的无线电地图构建, 如图 1 所示。给定时间约束 T , 多智能体 ARME 问题可形式化表述为如下约束优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_i(t)} \|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\|_F \\ & \text{s.t. } \hat{\mathbf{R}} \odot \mathbf{S} = \mathbf{R} \odot \mathbf{S} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t)) \leq 0, \forall t \leq T-1 \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\hat{\mathbf{R}}$ 表示估计的无线电地图矩阵。本质上, 式 (6) 表述的约束优化问题包含两个相互耦合的子问题: 地图估计问题, 基于部分采集数据 $\hat{\mathbf{R}} \odot \mathbf{S}$ 来估计 \mathbf{R} ; 轨迹规划问题, 在给定时间约束 $t \leq T$ 下, 规划合适的采集轨迹使估计精度最大化。由于式 (6) 的优化效果不仅与估计模型的设计有关, 还与采样点的

选择有关, 这使得该问题通常难以联合优化。文献 [16-20] 的工作基于估计算法来度量不确定性, 从而规划采样轨迹。沿用这一思路, 在估计算法选择上, 本文选择广泛应用于回归与分类问题的高斯过程回归作为地图估计算法^[21]。基于此, 在下文中将给出采样轨迹规划的问题建模。

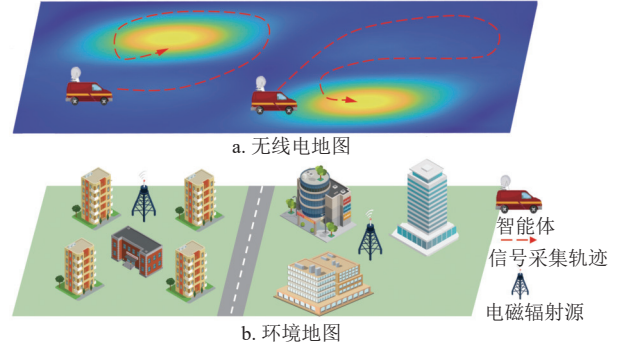


图 1 多智能体 ARME 任务场景

给定采样数据 D , 高斯过程可用于近似无线电地图 \mathbf{R} , 表示为如下的后验高斯分布:

$$p(r(\mathbf{q})|\mathbf{q}, D) = \mathcal{N}(\mu(\mathbf{q}), \sigma(\mathbf{q})), \mathbf{q} \in \mathcal{Q} \quad (7)$$

式中, $\mu(\mathbf{q})$ 是均值函数, 表示位置 \mathbf{q} 处的信号强度估计值; $\sigma(\mathbf{q})$ 表示方差函数, 其衡量了估计值的不确定性。在采样轨迹规划问题中, 最优轨迹的设计取决于估计误差, 而获取估计误差需要真实的无线电地图, 这在现实中是不可能的。相反, 通过估计的不确定度量 $\sigma(\mathbf{q})$ 来引导轨迹规划, 从而近似最优轨迹是可行的。其内在的直觉是不确定性大的区域蕴含着更多未被发现的信息, 有助于减少估计误差。基于此, 本文利用阈值的方法来区分不确定性较大的区域。在高斯过程中, 点 \mathbf{q} 的方差 $\sigma(\mathbf{q})$ 与置信区间 CI 满足 $\text{CI} := \mu(\mathbf{q}) \pm Z_\delta \sqrt{\sigma(\mathbf{q})}$, 其中, Z_δ 表示置信度 $\delta \in (0, 100)\%$ 所对应的 Z 分数。从参数估计角度, 给定最大误差容忍比例 $e \in (0, 1)$, 当某区域的估计置信区间落在误差容忍范围时, 可以视为该区域已充分采样, 反之为该区域的估计结果不确定性高, 需要进一步被采样, 其对应的方差阈值门限为:

$$\sigma(\mathbf{q}) \geq \left(\frac{e\mu_{\max}}{Z_\delta} \right)^2 \quad (8)$$

式中, μ_{\max} 表示估计地图 $\hat{\mathbf{R}}$ 中的最大值。

综上所述, 在地图估计的不确定性层面, 通过将区域划分为采样充分与采样不足两类, 本文所关注的采样轨迹规划问题可转化为以不确定性度量 $\sigma(\mathbf{q})$ 为“地图”的区域探索问题。采样轨迹规划的

目标是通过主动规划轨迹探索电磁空间, 从而快速减少采样不足区域的面积。定义 0-1 不确定地图矩阵 $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N_L \times N_W}$, $[\mathbf{U}]_{ij} = 1$ 表示 $\sigma(\mathbf{g}_{ij})$ 高于方差阈值门限且不为障碍物栅格, 否则 $[\mathbf{U}]_{ij} = 0$ 。因此, 在不确定地图 \mathbf{U} 中, 值为 1 的栅格视为采样不足区域, 值为 0 的区域视为采样充分区域。类似于现有区域探索的研究工作^[13-15], 本文的目标是用尽量少的时间使采样不足区域占比降低至预设的比例 $\alpha \in (0, 1)$ 之下, 可形式化表述如下:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_i(t)} T \\ \text{s.t. } & \|\mathbf{U}(0)\|_F^2 = N_L N_W - \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ & \|\mathbf{U}(T)\|_F^2 \leq \alpha(N_L N_W - \|\mathbf{E}\|_F^2) \\ & g(\mathbf{x}_i(t)) \leq 0, \forall t \leq T - 1 \end{aligned} \quad (9)$$

在式 (9) 表述的优化问题的构建过程中, e 和 Z_0 的选择是至关重要的, 要兼顾地图构建的精度要求以及地图估计算法的性能表现。过小的阈值门限会降低每次采样的收益, 即降低不确定区域面积, 进而降低算法采样效率。反之, 过大的阈值门限则会降低地图构建的精度。

2 主要工作

2.1 总体架构

本文提出多智能体主动式无线电地图估计方法流程与模块的示意如图 2 所示。输入是智能体位置及其采集的信号强度数据, 输出是智能体下一时刻

的航点 (waypoints)。所提出的方法分为无线电地图估计、不确定区域探索以及贪心式邻域探索 3 个核心模块, 整体运行流程将分段阐述如下。

1) 在无线电地图估计模块中, 所有智能体采集的数据将被聚合, 并用于训练基于高斯过程的地图估计模型。当训练完成后, 将对所有栅格进行评估, 输出均值地图、方差地图以及对应的阈值门限。依据阈值门限, 可将地图划分为采样充分与采样不足区域。为避免模型实时训练与评估造成计算与通信负担, 该模块将按周期进行触发。

2) 在不确定区域探索模块中, 为避免多个智能体探索同一区域, 采用维诺划分的方法为智能体分配探索窗口。在每个维诺单元外接的矩形探索窗口中, 智能体检测采样不足的连通区域的质心, 并选择维诺单元内效用最高的质心作为目标航点, 从而引导智能体前往高不确定区域探索。此外, 当智能体尚未到达之前分配的目标点或尚未结束邻域探索时, 则无须再重复分配目标点。

3) 在贪心式邻域探索模块中, 智能体将根据邻域的采样密度, 贪心式选择密度低的区域作为目标航点, 从而保证区域的均匀采样。此外, 为避免与区域探索模块相冲突, 该模块仅在智能体到达质心后才会触发。

4) 在得到目标航点后, 将其输入轨迹规划模块中, 通过 A star 等已有寻路算法, 保证智能体安全地导航到目标航点。

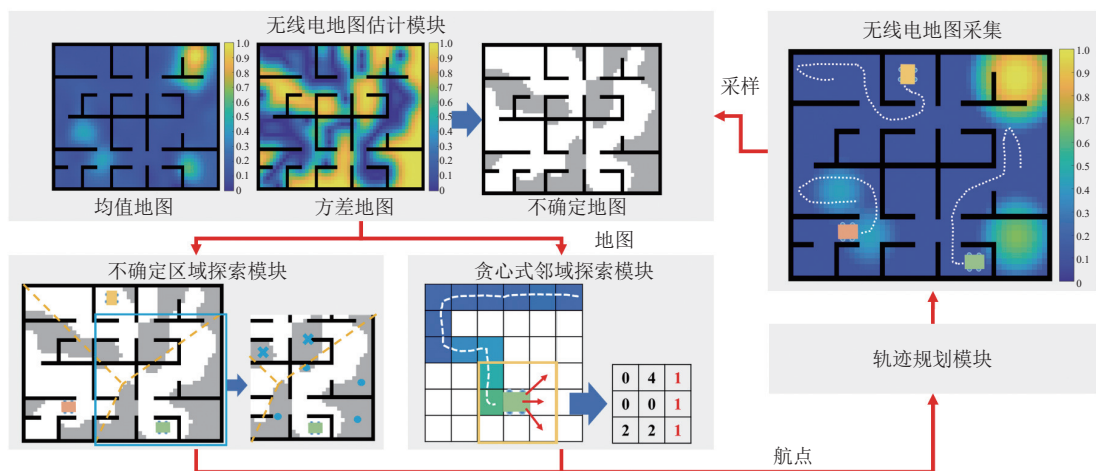


图 2 主动式无线电地图估计的整体流程图

需要说明的是, 尽管该方法整体上是集中式的形式描述的, 但通过周期性广播采样数据、实时共享航点位置数据, 该方法可分布式部署在每个智能体上独立运行。同时, 除了 GPR 之外, 本文框架还能兼容任何能够评估模型估计不确定性的地图

估计方法, 如文献 [16-17, 19] 中的神经网络方法或者文献 [20] 中的克里金插值方法。

2.2 基于 GPR 的无线电地图估计

本节将阐述基于 GPR 的无线电地图估计模块中的具体设置。该模块以采样数据为输入, 输出均

值地图 $\hat{\mathbf{R}}$ 、方差地图 \mathbf{V} 、阈值门限 σ_{Th} 。定义触发周期为 T_{GPR} ，在每个触发时刻 $t = kT_{\text{GPR}}$ ， $k \in \mathbb{N}$ ，智能体的历史采样位置及数据将被聚合，得到数据集 $D_t = \{\mathbf{X}_t, \mathbf{y}_t\}$ ，其中， $\mathbf{X}_t = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T$ 是采样位置， $\mathbf{y}_t = [r(\mathbf{x}_1), \dots, r(\mathbf{x}_n)]^T$ 是信号强度， n 是数据集的样本数。给定待估计的无线电地图 \mathbf{R} 中所有栅格的坐标集合 $\mathbf{X}^* = [\mathbf{g}_{11}^T, \mathbf{g}_{12}^T, \dots, \mathbf{g}_{N_L N_W}^T]^T$ ，利用贝叶斯理论^[21]，可以计算 $\hat{\mathbf{R}}$ 的条件分布：

$$(\hat{\mathbf{R}}|D_t, \mathbf{X}^*) \sim \mathcal{N}(\mu(\mathbf{X}^*|D_t), \sigma(\mathbf{X}^*|D_t)) \quad (10)$$

式中，均值函数 $\mu(\mathbf{X}^*|D_t)$ 表示为：

$$\mu(\mathbf{X}^*|D_t) = k(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}_t)^T [k(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_t) + \sigma_v^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{y}_t \quad (11)$$

协方差矩阵（方差函数） $\sigma(\mathbf{X}^*|D_t)$ 表示为：

$$\sigma(\mathbf{X}^*|D_t) = k(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*) - k(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}_t)^T [k(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_t) + \sigma_v^2 \mathbf{I}]^{-1} k(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}^*) \quad (12)$$

式中， σ_v 表示接收端噪声的方差，而 $k(\cdot, \cdot)$ 表示核函数，用于衡量两个变量的相关性。考虑到信号强度通常关于距离二次衰减，本文采用平方指数核函数，即：

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2}{2\lambda^2}\right) \quad (13)$$

式中， λ, σ_f 表示待训练的超参数变量，可通过对似然函数梯度寻优求得，其中，似然函数表示如下：

$$\log p(\mathbf{y}|\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{K}_y^{-1} \mathbf{y} - \frac{1}{2} \log |\mathbf{K}_y| - \frac{n}{2} \log 2\pi \quad (14)$$

式中， $\boldsymbol{\theta} = (\lambda, \sigma_f, \sigma_v)$ 是超参数； $\mathbf{K}_y = k(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_v^2 \mathbf{I}$ 。需要注意的是，面向不同的地理环境特征，针对性设计核函数将有助于提升估计精度^[21]，这将是未来的研究重点。

为了加速模型训练，训练集所有数据都被归一化到 $0 \sim 1$ 之间。当超参数寻优完成后，通过所有栅格位置 \mathbf{X}^* 进行评估，该模块将输出均值地图 $\hat{\mathbf{R}}$ ， $[\hat{\mathbf{R}}]_{ij} = \mu(\mathbf{g}_{ij})$ 、方差地图 \mathbf{V} ， $[\mathbf{V}]_{ij} = \sigma(\mathbf{g}_{ij})$ 以及对对应阈值门限：

$$\sigma_{\text{Th}} = \left(\frac{e \max(\hat{\mathbf{R}})}{Z_\delta} \right)^2 \quad (15)$$

基于阈值门限，进一步能够得到不确定地图 \mathbf{U} ，其元素定义为：

$$[\mathbf{U}]_{ij} = \begin{cases} 1 & [\mathbf{V}]_{ij} \geq \sigma_{\text{Th}} \& [\mathbf{E}]_{ij} \neq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

作为示意，图 2 地图估计模块中分别展示了均值地图、方差地图以及不确定地图的可视化图像，其中方差大于阈值的采样不足区域由灰色表示。

2.3 基于质心引导的不确定区域探索

基于质心引导的不确定区域探索模块承接地图估计模块的输入，输出目标航点以引导智能体积极探索不确定区域。定义智能体 i 当前的目标航点为 \mathbf{c}_i^* ，为了促进智能体合作并避免探索同一区域，首先基于维诺划分技术对智能体的探索区域进行分配。作为一种区域划分方法，维诺划分以一组生成点作为输入，将区域划分成同等数量的不重叠的维诺单元。每个维诺区域内，任意一点到该维诺区域生成点的距离要小于到其他生成点的距离^[22]。考虑每个智能体最终会到达的位置，以 n 个智能体目标航点 $\mathbf{c}_1^*, \mathbf{c}_2^*, \dots, \mathbf{c}_n^*$ 作为生成点，将区域划分为 n 个维诺单元。每个维诺单元 \mathcal{V}_i 形式化定义为：

$$\mathcal{V}_i = \left\{ \mathbf{q} \in \mathcal{Q} \mid \|\mathbf{q} - \mathbf{c}_i^*\|_2 \leq \|\mathbf{q} - \mathbf{c}_j^*\|_2, \forall j \neq i \right\} \quad (17)$$

在得到维诺单元后，智能体将选择维诺单元的最小外接矩形 $\mathcal{W}_i, \mathcal{V}_i \subseteq \mathcal{W}_i$ 作为探索窗口并用于筛选目标航点。如图 3 所示，在关于探索窗口 \mathcal{W}_i 的不确定地图 \mathbf{U} 的切片 \mathbf{U}_i 中存在多个采样不足的连通区域。本文将通过计算每个连通区域的质心来引导智能体探索。具体而言，将 $0-1$ 矩阵 \mathbf{U}_i 视为二值图像，利用图像处理算法寻找连通区域（如 MATLAB 中 `bwconncomp` 函数、OpenCV 中 `findContours` 函数），得到一系列互不相邻的连通区域。记第 j 个区域为 $\mathcal{Q}_j^u \subseteq \mathcal{W}_i$ ，其质心坐标 \mathbf{c}_j 可计算如下：

$$m_j = \int_{\mathcal{Q}_j^u} \sigma(\mathbf{q}) d\mathbf{q}, \mathbf{c}_j = \frac{1}{m_j} \int_{\mathcal{Q}_j^u} \mathbf{q} \sigma(\mathbf{q}) d\mathbf{q} \quad (18)$$

式中， m_j 表示 \mathcal{Q}_j^u 关于 $\sigma(\cdot)$ 广义质量； $\sigma(\cdot)$ 是地图估计模块训练得到的方差函数。注意到质心位置可能存在两种特殊情况，一种是由于 $\mathcal{V}_i \subseteq \mathcal{W}_i$ ，质心位于维诺单元之外，另一种是对于非凸的 \mathcal{Q}_j^u ，其质心可能位于障碍物内。对于前一种情况，本文直接将该质心剔除，后一种情况则将其投影到最近的空闲栅格位置，即：

$$\mathbf{c} = \underset{\mathbf{g}_{ij}, 1 \leq i \leq N_L, 1 \leq j \leq N_W}{\text{arg min}} \|\mathbf{g}_{ij} - \mathbf{c}\|_2 \quad (19)$$

式中, \mathbf{g}_{ij} 为栅格的世界坐标。当所有质心计算完成后, 记候选质心集为 C_i 。针对质心的评估, 本文提出如下参数不敏感的效用函数:

$$f(\mathbf{c}_j, \mathbf{x}_i) = \frac{n_j + Z_\delta m_j}{\|\mathbf{c}_j - \mathbf{x}_i\|_2} \quad (20)$$

式中, n_j, m_j 分别表示 Q_j^u 的关于均值 $\mu(\cdot)$ 和方差 $\sigma(\cdot)$ 的广义质量, 计算方法与式(18)类似; Z_δ 为Z分数; \mathbf{x}_i 为智能体当前位置。该效用函数不仅考虑了候选质心的距离 $\|\mathbf{c}_j - \mathbf{x}_i\|_2$ 因素, 还考虑了其在区域内预测的辐射源信号强度整体水平 n_j 与不确定性水平 m_j 。由于辐射源信号强度在空间中分布往往是不均匀的, 因此在同一不确定性水平下, 优先前往高场强区探索采样是合理的。同时, 不同于文献[19-20]中的结果, 本文的效用函数不依赖任何需要人工调节的权重。

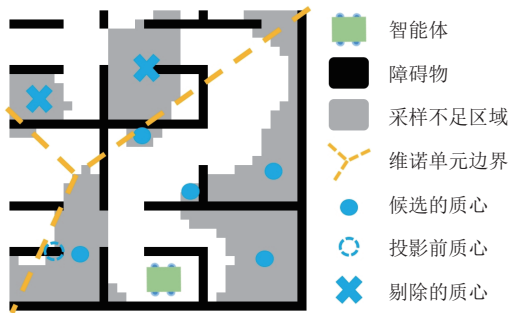


图3 在探索窗口中提取质心的示意图

综上所述, 具有最大效用的质心将被选择为智能体的目前航点, 即:

$$\mathbf{c}_i^* = \arg \max_{\mathbf{c} \in C_i} f(\mathbf{c}, \mathbf{x}_i) \quad (21)$$

为了避免重复的探索, 智能体将记录式(21)产生的历史航点, 在以后的效用函数寻优时排除掉与历史航点重复或相近的航点, 其定义为栅格坐标差不超过2个栅格。此外, 随着探索的进行, 区域的不确定性将整体降低, 导致采样不足的区域面积减少, 进而可能造成智能体所属维诺单元整体上已被充分采样, 使候选质心为空集 $C_i = \emptyset$ 。针对这种情况, 智能体将纳入其他智能体的候选质心, 并排除掉其他智能体的目标航点, 即:

$$C_i = \bigcup_{j \neq i} C_j \setminus \mathbf{c}_j^* \quad (22)$$

在此基础上, 再通过式(21)选择目标航点。至此, 区域探索模块结束, 图4总结了其整体的运行流程。

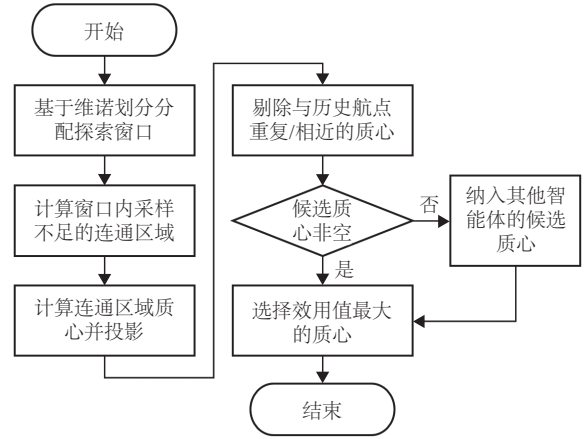


图4 区域探索模块的流程图

2.4 基于采样密度的贪心式邻域探索

本节将阐述基于采样密度的贪心式邻域探索模块中的具体设置。该模块的设置动机如下: 当智能体到达某采样不足区域的质心时, 仅能减小当前质心位置的估计方差, 该区域其余位置仍有待探索。当地图估计模块更新地图后, 该区域栅格方差仍高于阈值, 需要二次探索。基于此, 本文设置邻域探索模块, 对质心的邻域进行采样, 从而整体上降低质心所在区域的不确定性, 减少二次探索的依赖性。该模块与区域探索模块将交替执行, 当智能体到达区域探索模块分配的质心之后, 则开始执行邻域探索; 反之当邻域探索到达终止条件后, 则开始执行区域探索。

为了能用较少的采样点获取高质量的采样数据, 本文设计了基于采样密度设计贪心式搜索方法, 引导智能体前往采样密度较低的栅格, 进而通过增加空间采样的多样性来降低区域的不确定性。具体而言, 定义邻域未采样栅格密度矩阵 $S_c \in \mathbb{R}^{N_L \times N_W}$, 其元素由邻域的采样密度决定:

$$[S_c]_{ij} = \begin{cases} 9 - \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{l=j-1}^{j+1} [S]_{kl} & [S]_{ij} = 0 \& [E]_{ij} \neq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (23)$$

该矩阵通过计算每个未采样栅格周围 3×3 邻域内已采样点数量, 动态反映了采样需求, 根据任务区域的规模, 可扩大计算范围。矩阵元素值与其邻域采样密度呈负相关, 对于未采样的点, 其邻域采样点越少, 则元素值越大, 表示该区域需要优先被采样。因此, 根据贪心算法的原则, 智能体的目标航点 \mathbf{c}_i^* 将选择其所在栅格周围 3×3 邻域中 S_c 元素值最大的栅格:

$$c_i^* = \arg \max_{\substack{g_{kl} \\ p-1 \leq k \leq p+1 \\ q-1 \leq l \leq q+1}} [S_c]_{kl} \quad (24)$$

式中, g_{kl} 表示栅格坐标 (k, l) 对应的世界坐标; $(p, q) = w2g(x_i)$ 是智能体世界坐标转化为的栅格坐标。此外, 为了保证该区域的足够探索, 该模块将执行多次“航点选择—航点到达”的航点迭代过程。其终止步数 T_s 由采样不足区域 Q_j^u 大小确定:

$$T_s = \min(T_{\max}, \|U_{ij}\|_F) \quad (25)$$

式中, U_{ij} 表示智能体 i 所在的第 j 个采样不足区域在不确定地图 U_i 上的切片, $\|U_{ij}\|_F^2$ 等价于采样不足区域的栅格数量; T_{\max} 表示最大终止步数。当完成 T_s 轮的航点迭代, 将退出邻域探索模块, 返回区域探索模块选择下一块采样不足的连通区域进行探索。

至此, 多智能体 ARME 算法完成, 算法 1 总结了其整体流程。算法 1 中, 状态位 State 和 NextState 分别指算法当前和下次航点计算要调用的模块 (值为 Area 表示区域探索模块, Greedy 表示邻域探索模块), 标志位 flag 表示是否到达已分配的航点。

算法 1 多智能体 ARME 算法

输入: 环境地图 E 、数据集 D_0 、Z 分数 Z_0 、初始位置 $x_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 、误差容忍比例 e 、更新周期 T_{GPR}

输出: 估计的无线电地图 \hat{R}

$t = 0$, State = Area, flag = True

REPEAT

根据智能体采样数据, 更新数据集 D_t

IF $\text{mod}(t, T_{GPR}) = 0$

根据式 (10)~式 (14) 训练高斯过程模型并输出均值 \hat{R} 、方差 V

根据式 (15) 和式 (16) 计算方差阈值 σ_{Th} 及对应的不确定地图 U

IF $\|U\|_F^2 \leq \alpha(N_L N_W - \|E\|_F^2)$ OR $t \geq t_{\max}$

任务结束, BREAK

END IF

END IF

IF State = Area AND flag = True

根据式 (17) 分配探索窗口, 并计算采样不足的连通区域

根据式 (18) 和式 (19) 计算质心, 并排除与历史航点相近的质心

若无候选质心, 则根据式 (22) 加入其他智能体的质心

根据式 (21) 计算航点 c_i^*

根据式 (25) 计算终止步数 T_s , $k = 0$,

NextState = Greedy

ELSE IF State = Greedy AND flag = True

根据式 (23) 更新邻域采样密度矩阵 S_c

根据式 (24) 计算航点 c_i^*

IF $k > T_s$

NextState = Area

END IF

END IF

根据寻路算法计算到达 c_i^* 的轨迹, 并执行一步, $t = t + 1$

IF 智能体到达 c_i^*

flag = True, State = NextState, $k = k + 1$

ELSE

flag = False

END IF

END

3 仿真实验与分析

3.1 仿真设置

为了验证其在不同环境下的泛化能力, 使用 2 种不同尺寸的室内地图作为无线电数据的生成场景, 如图 5 所示。场景 Simple 的栅格尺寸为 26×27 , 辐射源个数为 1, 坐标为 (10, 2) m, 场景 Complex 的栅格尺寸为 41×52 , 辐射源个数为 2, 坐标为 (5, 8) m, (22.5, 18.0) m。在每个场景中, 分辨率均设置为 0.5 m/栅格, 辐射源工作频率是 2 GHz, 传输功率为 43 dBm。为了模拟障碍物环境中的路径损耗和阴影衰落, 使用文献 [23] 中的经验模型, 无线电信号传播总损耗建模为:

$$L_{\text{total}} = 20 \log_{10} f + N \log_{10} d + L_f(n) - 28 \quad (26)$$

式中, f 是信号频率 (单位: MHz); N 是距离功率衰减系数; $d > 1$ m 和 n 分别是辐射源与接收终端相隔距离和墙壁面数; $L_f(n)$ 是墙壁穿透损失系数。对于 1.8~2 GHz 的信号, 取经验值 $N = 30$; $L_f(n) = 15 + 4(n - 1)$ 。

关于多智能体系统, 智能体的数量设置为 3, 位置随机生成, 轨迹规划算法采用 A star。关于采样轨迹规划任务, Z 分数设置为 $Z_0 = 1.44$, 对应 85.02% 的置信度, 误差容忍比例设置为 $e = 0.05$ 。当不确定栅格数量降至 $\alpha = 0.05$ 比例之下后, 视为任务完成。

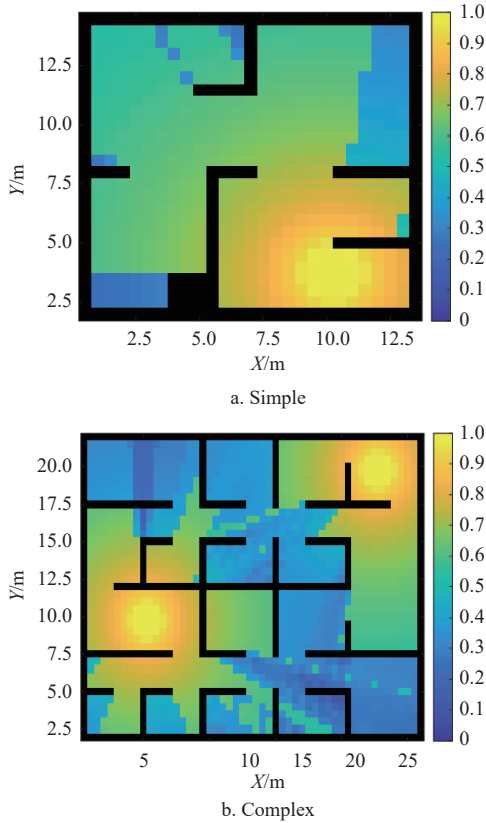


图5 仿真环境及无线电地图可视化

为了验证方法有效性,除了多智能体 ARME 算法(记为 Ours),本文选择文献 [20] 中的算法(记为 Drones25)、仅区域探索算法(记为 Area)以及仅邻域探索算法(记为 Greedy)进行对比实验,其中 Area 算法思想与文献 [19] 相似,即只负责将智能体引导至不确定区域,忽略了该区域内的局部采样。关于 2 个场景下的算法参数设置,地图估计周期设置为 $T_{\text{GPR}} = 20, 50$,并在初始随机选择 1% 的采样数据用于初始化高斯过程;邻域探索最大步数为 $T_s = 5, 10$ 。由于在 Drones25 中采用了强化学习跟踪航点,克里金插值估计地图。为了公平地对比,统一替换成与本文一致的 A star 以及 GPR 方法。Drones25 其他超参数:策略切换所需的信号强度阈值 $R_{\text{th}} = 5 \text{ dB}$,局部搜索窗口大小为 $0.4L$ (L 为地图宽度,单位为 m)以及效用函数权重 $\alpha = 0.8$,具体用法请参见原文。

为了定量评估算法的性能,实验设置如下两个评价指标:任务完成时间,对应式 (9) 表述的轨迹规划问题,反映了任务完成效率;固定采样时间下的估计误差,对应式 (6) 表述的地图估计问题,反映了采样数据对地图估计的增益。其中估计误差用均方根误差 (RMSE) 表示,其定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N_L N_W - \|\mathcal{O}\|_F^2} \sum_{g_{ij} \in \mathcal{O}} (r_{ij} - \hat{r}_{ij})^2} \quad (27)$$

式中, \mathcal{O} 表示障碍物区域; r_{ij}, \hat{r}_{ij} 分别表示无线电地图中栅格 (i, j) 的真实值与估计值。

3.2 性能评估

本节将对不同的算法进行性能评估,所有性能指标取 10 次实验的平均值。每次实验将随机选取智能体的初始位置,但保证不同算法初始位置的一致性。首先,评估各算法对采样任务的完成效率。表 1 展示了 2 个场景下不同算法的任务完成时间 T 、采样率 S_r 以及任务成功率,其中表格中“—”表示该算法在 10 次实验中超过 5 次产生死锁现象或者不能在 800 步内完成任务。整体而言,本文算法在所有场景中的任务完成时间最短,成功率最高,采样率仅次于 Area 算法。Drones25 算法在 Simple 场景中能够正常完成任务,而在障碍物分布更为复杂的 Complex 场景中则完全失败。Area 和 Greedy 算法在采样过程中均存在死锁现象,即智能体不能产生新的航点导致采样停止。本文算法在采样率上略高于 Area 算法,可见邻域探索模块会增加任务完成所需的采样率,但其加速了任务执行,即尽量避免质心所在区域的二次探索,同时也保证了任务的成功率。

表 1 不同场景的任务完成时间与采样率

算法	Simple			Complex		
	T /步	S_r	成功率/%	T /步	S_r	成功率/%
Ours	80±16.33	0.37±0.05	100	365±33.74	0.43±0.03	100
Drones25	150±50.11	0.41±0.10	100	—	—	0
Area	80±28.28	0.29±0.06	80	550±70.71	0.40±0.02	50
Greedy	—	—	30	—	—	0

为分析死锁现象的产生原因,图 6a 和图 6b 展示了 Simple 场景中 Area 和 Greedy 算法的死锁现象,其中蓝色圆点及蓝色线条分别表示了智能体当前位置及朝向,白色圆点表示候选质心,白色圆圈表示选为航点的质心,白线表示轨迹。在图 6a 中,候选质心位置因与历史航点相近而被剔除,导致候选航点集合为空。造成的原因在于:Area 算法仅能将智能体引导至采样不足区域,而不能使其在邻域采集足够多的数据点。这会导致地图更新前后采样不足区域的质心位置基本不发生变化,进而无法产生新的可用航点。而在图 6b 中,智能体静止于角落,被历史采样点包围。由式 (23) 可知,

此时智能体周围栅格的 S_c 元素值均为 0，导致式 (24) 寻优失败，无法产生新的航点。

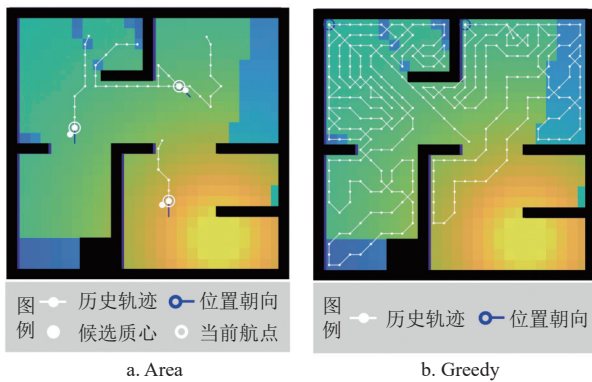


图 6 部分算法的死锁现象

图 7 展示了本文算法和 Drones25 在 Complex 场景下最终的采样轨迹及无线电地图估计结果。由图 7a 可知，本文算法规划的轨迹均匀分布于场景中各个“房间”，兼顾了全局探索的完备性以及局部探索的精度，直接验证了本文区域探索与邻域探索能力。而图 7b 所示的 Drones25 轨迹分布并不均匀，且始终有部分区域无法探索（黄圈部分），导致采样任务的失败。其原因在于 Drones25 中每一阶段的航点是根据深度优先和邻居排斥两个原则生成的，由 $\alpha = 0.8$ 控制二者的比重，但这并不能保证区域探索的完备性。上述轨迹特征最终反映在地图估计结果上，图 7c 展示的本文估计结果与图 5b 的 Ground Truth 基本一致，而图 7d 展示的 Drones25 的估计结果在欠探索的部分估计精度不佳（黄圈部分）。

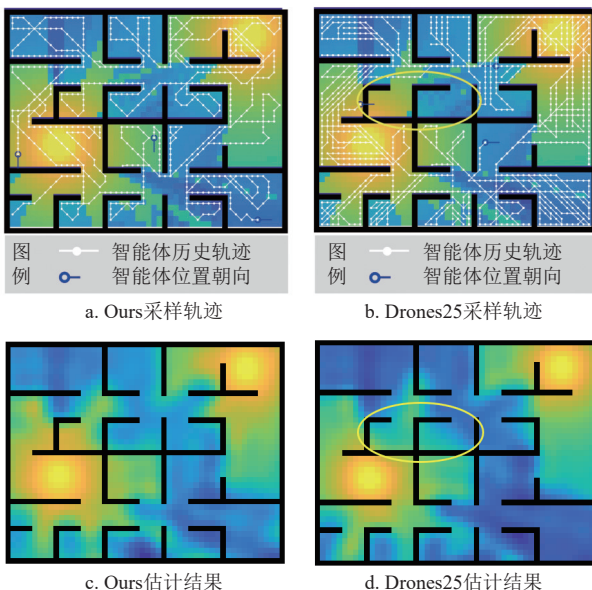


图 7 Complex 场景下各算法采样轨迹及估计地图

为定量评估采样策略对无线电地图的增益，以 Complex 场景为例，表 2 展示了固定时间条件下，各算法的无线电地图估计误差。在 100 步的采样初期，由于低采样率限制了探索，4 种采样策略的 RMSE 未呈现出明显的差异。随着采样时间的增加，所有算法的估计精度均有所提升。而本文算法的估计精度提升效果明显，误差分别减小了 28% 和 20%，并且 RMSE 达到最小；Area 算法次之，分别为 22% 和 12%，而 Drones25 算法和 Greedy 算法整体偏低，仅有 16% 和 8%，以及 12% 和 12%。该结果除了整体反映本文算法的性能优势，还验证了本文的不确定区域探索模块的有效性，即通过将智能体引导至高不确定性区域进行探索，有效降低了地图整体的估计误差。

表 2 不同算法的无线电地图估计误差 (RMSE) dB

采样时间/步	Ours	Drones25	Area	Greedy
100	10.81±2.33	11.18±1.46	11.25±1.08	12.65±2.03
200	7.78±0.96	9.35±1.73	8.78±1.12	11.06±1.99
300	6.22±0.98	8.52±1.38	7.69±1.03	9.70±1.41

3.3 性能分析

本节将分析不同算法参数设置对性能的影响，主要参数设置与 3.2 节中 Complex 场景相同，主要记录任务完成时间以及任务完成时的估计精度两种性能指标。每种性能指标将取 5 次实验的平均值。

1) 不同智能体数量。图 8 展示了不同智能体数量条件下的任务完成性能。当智能体数量由 3 增加到 6 时，任务完成效率近似线性提升。而当智能体数量由 6 增加到 8 时，任务完成效率的提升却并不显著。可以看出，对于 Complex 场景，不需要选择 6 个以上的智能体进行采样。任务效率并没有持续显著提高的原因是其除了受到智能体数量的影响外，还受到环境复杂程度、辐射源个数与分布、智能体初始位置等因素的共同影响。此外，随着智能体数量的增多，采样率也会增加，进而估计精度也会随之提升。

2) 不同地图估计周期。图 9 展示了不同估计周期设置下的任务完成性能。估计周期对应地图更新频率，其影响质心位置的准确性，即估计周期越短，地图的时效性越高，与当前不确定性区域的匹配程度就越高，计算的质心位置就越准确。但这也会导致质心位置变化频繁，影响智能体的航点选择。可以看出，对于 Complex 场景，3 个智能体的设置情况，估计周期为 50 是最合适的，估计周期

的增加和减少均会拖慢任务效率。而在智能体数量相同情况下, 任务完成时间越长意味着相应地图的采样率越高, 因此最终的估计精度也会得到提升。

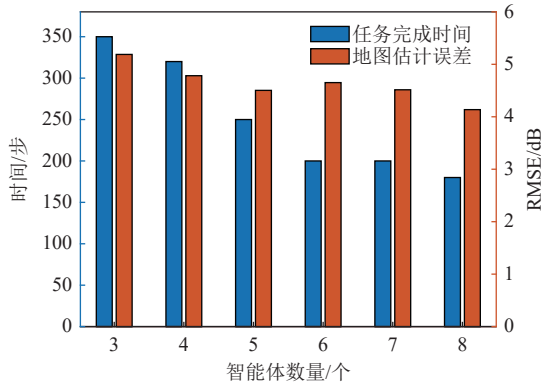


图 8 不同智能体数量的任务性能情况

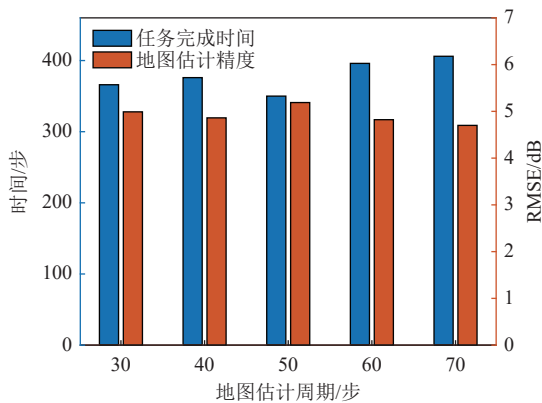


图 9 不同地图估计周期的任务性能情况

3) 不同效用函数。表 3 展示了不同效用函数选择条件下的任务完成性能。除了本文采用的效用函数 (distance&mean&var), 还选择距离优先 (distance) 以及均值方差优先 (mean&var) 的效用函数用于不确定区域的质心选择。可以看出, 兼顾距离、均值、方差的效用函数最快完成了采样, 而均值方差优先的效用函数的速度次之, 距离优先的效用函数的速度最差。这说明在将智能体引导至不确定区域时, 综合权衡距离、均值和方差这三者的关系可以有效提升不确定区域的探索效率, 进而减少任务完成时间。此外, 与 2) 情况相似, 任务完成时间越长, 最终的估计精度越高。

表 3 不同效用函数选择情况下的任务完成性能

指标	Distance&Mean&Var	Mean&Var	Distance
时间/步	350	380	450
RMSE/dB	5.188 6	5.034 3	4.266

4 结束语

本文提出一种基于不确定性感知的多智能体采样轨迹规划算法, 以实现主动式无线电地图的估计。通过基于 GPR 的地图和不确定性估计、基于质心引导的不确定区域探索以及基于采样密度的贪心式邻域探索 3 个部分的迭代运行, 智能体能够周期感知地图估计的不确定性, 协同式的访问高不确定性连通区域的质心, 并完成该区域的均匀采样。仿真实验表明: 本文方法能够在复杂障碍物环境中自适应规划采样轨迹, 进而高效地实现无线电地图构建。为进一步提高构建精度, 未来的研究工作将基于地理环境特征针对性地开发地图估计算法, 并设计自适应触发机制来兼顾地图更新与探索。

参考文献

- [1] HU Y D, ZHANG R. A spatiotemporal approach for secure crowdsourced radio environment map construction[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2020, 28(4): 1790-1803.
- [2] CORRE Y, LOSTANLEN Y. Three-dimensional urban EM wave propagation model for radio network planning and optimization over large areas[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009, 58(7): 3112-3123.
- [3] BI S Z, LYU J B, DING Z, et al. Engineering radio maps for wireless resource management[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2019, 26(2): 133-141.
- [4] WU C S, YANG Z, XIAO C W. Automatic radio map adaptation for indoor localization using smartphones[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2018, 17(3): 517-528.
- [5] MU X D, LIU Y W, GUO L, et al. Intelligent reflecting surface enhanced indoor robot path planning: A radio map-based approach[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(7): 4732-4747.
- [6] ZENG Y, XU X L, JIN S, et al. Simultaneous navigation and radio mapping for cellular-connected UAV with deep reinforcement learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(7): 4205-4220.
- [7] AZPURUA M A, DOS R K. A comparison of spatial interpolation methods for estimation of average electromagnetic field magnitude[J]. *Progress in Electromagnetics Research M*, 2010, 14: 135-145.
- [8] FENG J, YU H X, TIAN M Y, et al. Multisubgrid cylindrical parabolic equation model for radio environment map generation in a large-scale region[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2024, 23(1): 334-338.
- [9] LEVIE R, YAPAR Ç, KUTYNIOK G, et al. RadioUNet: Fast radio map estimation with convolutional neural networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(6): 4001-4015.
- [10] SHEN F, WANG Z, DING G R, et al. 3D compressed

- spectrum mapping with sampling locations optimization in spectrum-heterogeneous environment[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(1): 326-338.
- [11] WANG J, ZHU Q M, LIN Z P, et al. Sparse Bayesian learning-based hierarchical construction for 3D radio environment maps incorporating channel shadowing[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(10): 14560-14574.
- [12] GAO Q H, ZHU Q M, LIN Z P, et al. Time-variant radio map reconstruction with optimized distributed sensors in dynamic spectrum environments[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2025, 12(12): 20927-20941.
- [13] YAMAUCHI B. A frontier-based approach for autonomous exploration[C]//Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. Monterey: IEEE, 2002: 146-151.
- [14] BI Q C, ZHANG X B, WEN J, et al. CURE: A hierarchical framework for multi-robot autonomous exploration inspired by centroids of unknown regions[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(3): 3773-3786.
- [15] UMARI H, MUKHOPADHYAY S. Autonomous robotic exploration based on multiple rapidly-exploring randomized trees[C]//Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. New York: IEEE, 2017: 1396-1402.
- [16] SHRESTHA R, ROMERO D, CHEPURI S P. Spectrum surveying: Active radio map estimation with autonomous UAVs[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(1): 627-641.
- [17] CHEN Z B, WANG H, GUO D X. 3-D radio map estimation based on active measurement trajectory selection[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2025, 14(7): 1884-1888.
- [18] LIU C Y, ZHU K, TAO C Q, et al. UAV-assisted active sparse crowdsensing for ground signal map construction based on 3-D spatial-temporal correlation[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(16): 27260-27274.
- [19] SHI J, WU J X, CHONG J Z, et al. Collaborative spectrum sensing for multi-UAV system: A U-Net approach with uncertainty awareness[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025: 3566494.
- [20] LIN J Y, WANG H J, WU T, et al. Unmanned aerial vehicle-enabled aerial radio environment map construction: A multi-stage approach to data sampling and path planning[J]. *Drones*, 2025, 9(2): 81.
- [21] CHEN G K, LIU Y X, ZHANG J Z, et al. GPRT: A Gaussian process regression-based radio map construction method for rugged terrain[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2025, 12(13): 23905-23920.
- [22] LIU Q C, YE M B, SUN Z Y, et al. Coverage control of unicycle agents under constant speed constraints[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 2471-2476.
- [23] SERIES P. Propagation data and prediction methods for the planning of indoor radiocommunication systems and radio local area networks in the frequency range 900 MHz to 100 GHz[EB/OL]. [2025-05-01]. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:1420992>.

编辑 张 莉