

引用格式: 许勇, 孙俊峰. 电磁散射问题的隐式频域有限体积方法 [J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(4): 481-487.

XU Y, SUN J F. Implicit frequency-domain finite volume method for electromagnetic scattering problems[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(4): 481-487.



## 电磁散射问题的隐式频域有限体积方法

许 勇, 孙俊峰\*

(中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 绵阳 621000)

**摘要:** 为获得精确的电磁场空间分布和目标电磁散射特性, 针对简谐波入射情况, 提出了一种全新直接求解散射场形式频域麦克斯韦方程组的隐式有限体积方法。频域有限体积方法是时域有限体积方法从时域到频域的拓展, 待求解变量也从实数型时空四维转变到复数型空间三维变量, 并可应用各种定常加速技巧。频域有限体积法半离散迭代求解过程包含定常虚拟时间推进和空间通量残差隐式 LU-SGS 求解两步骤。大库朗 (CFL) 数计算显示了该全隐算法的无条件稳定性, 二、三维完全导体、介质、介质/导体混合目标以及复杂外形目标电磁散射的频域有限体积法结果与矩量法、Mie 级数解等验证对比, 证明该方法具有可信的计算精度和广泛的应用场景。

**关键词:** 麦克斯韦方程组; 频域有限体积法; 隐式 LU-SGS; 电磁散射; 雷达散射截面

中图分类号: O441.4

文献标志码: A

DOI: 10.12178/1001-0548.2024020

## Implicit frequency-domain finite volume method for electromagnetic scattering problems

XU Yong and SUN Junfeng\*

(Computational Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** A novel implicit frequency-domain finite volume method for directly solving the scattered-field formulation of frequency-domain Maxwell's equations is proposed to obtain the precise spatial distribution of electromagnetic fields and scattering characteristics of targets under harmonic wave incidence. This method is an extension of the time-domain finite volume method from temporal to spectral domains, transforming solution variables from real-valued 4D spacetime coordinates into complex-valued 3D spatial representations while enabling applications of various steady-state acceleration techniques. It is a semi-discrete scheme, whose solution process involves two steps: steady-state virtual time integration and implicit LU-SGS (lower upper symmetric Gauss Siedel) solving of the spatial flux residual. Calculations with Large Courant number show that this implicit algorithm has the advantage of unconditional stability. Numerical examples demonstrate that the frequency-domain finite volume method exhibits comparable computational accuracy to methods of the moments and Mie series solutions. It indicates that this method has extensive applicability across various scenarios.

**Key words:** Maxwell equations; finite volume frequency domain method (FVFD); implicit LU-SGS; electromagnetic scattering; radar cross section (RCS)

电磁散射、电磁干扰所需电磁场高可信数据目前依赖于各种全波数值算法, 最为著名的是矩量法<sup>[1-5]</sup> (method of moment, MOM)、时域有限差分法<sup>[6-7]</sup> (finite difference time domain, FDTD) 以及有限元方法<sup>[8-9]</sup> (finite element method, FEM)。矩量法求解电磁流积分方程, 使用格林函数自动满足辐

射边界条件, 在电大尺寸开域散射和辐射计算方面具有优势。后两种是求解麦克斯韦或亥姆霍兹波动方程组的微分方程方法, 在截断网格空间进行电磁场的时空计算时, 其波传播会带来累积耗散和色散误差, 但有适用问题广、易于编程的优点。从 1989 年开始, 时域有限体积法<sup>[10-14]</sup> (finite volume time

收稿日期: 2024-01-20

作者简介: 许勇, 博士, 研究员, 主要从事气动物理目标电磁特性、计算电磁学等方面的研究。

\*通信作者 E-mail: stephen000@sina.com

domain, FVTD) 从计算流体力学逐步被引入计算电磁学, FVTD 使用共形网格能更好地贴近物面, 以及在尖点、边缘和缝隙等处进行网格加密, 与有限元法相似, 有易于处理复杂外形、材料, 网格划分灵活, 以及精度高、通用性和鲁棒性强的特点, 目前是计算流体力学商业软件中的主流算法, 在电磁计算中也备受关注。

宽频谱电磁信号的辐射、散射问题在时域处理计算上更为便捷, 但对于连续周期信号输入的单频简谐电磁波相关问题, 从计算效率和精度以及网格量方面考虑, 频域模拟更为合理。频域中复数型麦克斯韦方程组物理时间导数项可直接求导, 再消去两端相同的时间相位项, 则待求解场从时域实数型时空四维转换为空间三维频域复数型变量, 非定常转化为定常问题。频域复数方程更紧凑和简洁, 不包含时频转换所需的傅里叶变换过程, 同时该方程的频域求解方法更为电子工程界所熟悉。

直接数值求解频域麦克斯韦方程组的微分方法主要包括频域有限差分法<sup>[15-18]</sup> (finite difference frequency domain, FDFD) 和频域有限体积法 (finite volume frequency domain, FVFD)<sup>[19-23]</sup>, 它们离散后需求解线性代数方程组, 工程实践中方程组的迭代算法被大量使用。FDFD 目前主要应用在二维波导及光学结构问题。在 FVFD 相关研究中, 文献 [19] 用紧致差分计算空间通量, 六阶显式滤波添加人工粘性, 时间积分用四阶点隐式 Runge-Kutta 法, 计算过程繁琐复杂; 文献 [20] 利用相位间几何关系构建空间通量和 BICGSTAB 法计算场量线性代数方程组。文献 [21-23] 利用模式降阶技巧, 将方程系统投影到 Krylov 子空间以减少变量数目。FVFD 作为一种电磁偏微分方程组数值方法, 采用空间非均匀分布网格能很好地仿真部件、非均匀介质和复杂外形目标, 未知变量数目仅与网格数目相关, 也能解决工程问题。但该方法目前还不完善, 因此发展结合外形、材料、网格通用性和各种加速技巧的 FVFD 方法很有必要。

本文提供了一种全新的频域电磁场计算的完整架构。直接求解散射场形式的麦克斯韦方程组, 避免在网格空间中计算解析入射场带来的误差。通过添加虚拟时间导数项, FVFD 频域定常问题作为 FVTD 特殊情形, 能灵活运用各种时间迭代推进技巧。隐式化通量项能增大 CFL (courant friedrichs lewyor) 数并降低刚性对稳定性的影响, 前后向迭代求解的 LU-SGS (lower upper symmetric gauss siedel)

算法则消除了矩阵求逆环节, 减少计算量和存储占用。最后通过大 CFL 数和典型介质、导体目标雷达散射截面的计算对比, 验证了 FVFD 方法鲁棒的无条件稳定性和结果可信性。

## 1 数值方法

### 1.1 控制方程

频域麦克斯韦方程组法拉第电磁感应定律和安培定理 (时间因子取  $e^{-j2\pi ft}$ ) 分别为:

$$\nabla \times \mathbf{E} = j2\pi f \mathbf{B} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j2\pi f \mathbf{D} + \mathbf{J} \quad (2)$$

式中,  $j$  是复数符号;  $f$  为简谐波频率;  $\mathbf{B}$  为复数型磁感应强度矢量;  $\mathbf{D}$  是复数型电位移矢量;  $\mathbf{J}$  是外加强迫电流。麦克斯韦方程组其余两个高斯定理散度方程是无散的, 根据文献 [24-25], 如果无散条件初始就满足, 则该条件在数值过程的所有时刻都满足, 因此不需列出求解。若入射电磁场满足真空麦克斯韦方程组, 式 (1) 和式 (2) 的总场减去入射场的麦克斯韦方程组就得到散射场满足的频域麦克斯韦方程组, 其两个旋度方程用矩阵表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} - 2\pi j f \mathbf{Q} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}_z}{\partial z} = -\mathbf{S} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix}, \mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -E_z \\ E_y \\ 0 \\ H_z \\ -H_y \end{bmatrix}, \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} E_z \\ 0 \\ -E_x \\ -H_z \\ 0 \\ H_x \end{bmatrix}, \mathbf{F}_z = \begin{bmatrix} -E_y \\ E_x \\ 0 \\ H_y \\ -H_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -(\mu_r - 1)B_x^i + \sigma_m H_x^i \\ -(\mu_r - 1)B_y^i + \sigma_m H_y^i \\ -(\mu_r - 1)B_z^i + \sigma_m H_z^i \\ -(\varepsilon_r - 1)D_x^i + \sigma_e E_x^i + J_x \\ -(\varepsilon_r - 1)D_y^i + \sigma_e E_y^i + J_y \\ -(\varepsilon_r - 1)D_z^i + \sigma_e E_z^i + J_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{Q}$  是由  $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$  组合的散射电磁场守恒变量;  $\tau$  是人工添加的虚拟时间;  $\mathbf{F}$  是直角坐标系下的电磁通量;  $\mu_r$  是相对磁导率;  $\varepsilon_r$  是相对介电常数;  $\sigma_m$ 、 $\sigma_e$  对应磁导、电导损耗; 上标  $i$  对应入射场; 上标  $t$  对应总场。而且经过时间相关法数值过程收敛后, 虚拟时间导数项趋于零, 控制方程等效于原始方程组。

贴体多块结构网格构成复杂外形体计算空间,

网格的曲线坐标系有 $\xi, \eta, \zeta$ 这3个方向, 在每个网格单元进行虚拟时间和体积积分, 应用高斯定理把体积分转化为单元表面面积分, 得到曲线坐标系麦克斯韦方程组守恒方程:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} - 2\pi j f \hat{Q} + \frac{\partial \hat{F}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_\zeta}{\partial \zeta} = -\hat{S} \quad (6)$$

$$\hat{F}_k = V(k_x F_x + k_y F_y + k_z F_z) \quad k = \xi, \eta, \zeta \quad (7)$$

式中,  $V$ 是网格单元体积; 上标 $\wedge$ 表示曲线坐标系下的变量值, 经坐标变换计算。

## 1.2 定常虚拟时间推进

式(6)的隐式化虚拟时间离散为:

$$\begin{aligned} & \frac{(\hat{Q}_{l,p,q}^{n+1} - \hat{Q}_{l,p,q}^n)}{\Delta \tau} - 2\pi j f \hat{Q}^n + \Omega \left( \frac{\partial \hat{F}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_\zeta}{\partial \zeta} \right)_{l,p,q}^{n+1} + \\ & (1-\Omega) \left( \frac{\partial \hat{F}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_\zeta}{\partial \zeta} \right)_{l,p,q}^n = -\hat{S} \end{aligned} \quad (8)$$

式中, 上标 $n$ 为虚拟时间迭代步; 下标 $l, p, q$ 是网格单元编号;  $\Omega$ 是隐式格式控制参数,  $\Omega = 1$ 对应全隐式,  $\Omega = 0$ 对应全显式, 其他为混合格式。如果不增加虚拟时间导数, 采用牛顿法计算该非线性代数方程组, 将面临初值必须落在真解有限区域附近, 及直接计算大存储、大计算量两大难题<sup>[26]</sup>, 因此应用虚拟时间推进收敛到定常解, 能排除对初值的严格限制, 此时时间精度已无物理意义, 且问题是刚性的, 故本文采用 $\Omega = 1$ 对应的全隐格式。

$\Delta \tau$ 为满足稳定性要求的虚拟时间步长, 由CFL数、当地网格、特征值计算, 虚拟时间全隐算法是无条件稳定的, 但计算过程包含的隐式通量项线性化和近似算符因子分解, 多维网格质量以及方程刚性都对稳定性带来一定破坏, 因此研究CFL数的影响还是有意义的。本文的频域定常计算不同于时域非定常计算, 它在网格单元间可采用不等的局部虚拟时间, 以加快场收敛。

## 1.3 空间通量残差隐式LU-SGS计算

有限体积法的空间精度由精确计算网格单元分界面的状态变量, 进而精确计算分界面通量 $F$ 来保证, 通量使用Steger-Warming分裂获取:

$$F_k = F_k^+ + F_k^- \quad (9)$$

$$F_k^+ = S(Q_L)A^+(Q_L)S^-(Q_L) \quad (10)$$

$$F_k^- = S(Q_R)A^-(Q_R)S^-(Q_R) \quad (11)$$

式中,  $k = \xi, \eta, \zeta$ ;  $S, S^-$ 是相似矩阵;  $A^+, A^-$ 是正负特征值组成的对角矩阵;  $Q_L, Q_R$ 代表左右状态变量, 经MUSCL格式插值计算, 精度最高可达三阶。

由此式(8)转化为:

$$\frac{\Delta \hat{Q}^n}{\Delta \tau} + \left[ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \xi} [(A^+ + A^-)\Delta \hat{Q}^n] + \frac{\partial}{\partial \eta} [(B^+ + B^-)\Delta \hat{Q}^n] + \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} [(C^+ + C^-)\Delta \hat{Q}^n] \end{array} \right] = -RHS \quad (12)$$

$$RHS = -2\pi j f \hat{Q}^n + \left( \frac{\partial \hat{F}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{F}_\zeta}{\partial \zeta} \right)_{l,p,q}^n + \hat{S} \quad (13)$$

式中,  $A^+, A^-, B^+, B^-, C^+, C^-$ 是分裂的系数矩阵; RHS为上一步迭代时间步的空间通量残差;  $\Delta \hat{Q} = \hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n$ 为迭代电磁场增量。该方程表示为LDU近似因子分解:

$$D_- \Delta \hat{Q}_- + D \Delta \hat{Q} + D_+ \Delta \hat{Q}_+ = -RHS \quad (14)$$

$$D = \left[ \frac{1}{\Delta \tau} + \beta(\gamma_A + \gamma_B + \gamma_C) \right] I \quad (15)$$

$$D_- \Delta \hat{Q}_- = - \left( A_{l-1}^+ \Delta \hat{Q}_{l-1} + B_{p-1}^+ \Delta \hat{Q}_{p-1} + C_{q-1}^+ \Delta \hat{Q}_{q-1} \right) \quad (16)$$

$$D_+ \Delta \hat{Q}_+ = \left( A_{l+1}^- \Delta \hat{Q}_{l+1} + B_{p+1}^- \Delta \hat{Q}_{p+1} + C_{q+1}^- \Delta \hat{Q}_{q+1} \right) \quad (17)$$

LU-SGS算法计算复杂度小<sup>[27]</sup>, 采用前后向迭代消除矩阵求逆, 得到相邻虚拟时间步电磁场增量 $\Delta \hat{Q}$ :

$$\begin{cases} (LD^{-1}U)\Delta \hat{Q} = -RHS \\ L = D + D_- \\ U = D + D_+ \end{cases} \quad (18)$$

LU-SGS采用的前向循环和后向循环为:

$$\begin{cases} L\Delta \bar{Q} = -RHS \\ \Delta \bar{Q} = D^{-1}U\Delta \hat{Q} \end{cases} \quad (19)$$

## 1.4 初始及边界条件

本文FVFD方法采用零场初值条件、金属壁面完全导体边界条件以及无反射截断远场边界条件。数值计算所涉及的电磁变量用自由空间入射电磁场作无量纲归一化。收敛标准是等效电流积分面相邻迭代步电磁场最大幅度差值小于一定标准, 在电流等效面使用Stratton-Chu积分方程来计算目标雷达散射截面。

## 2 算例验证

### 2.1 二维金属方柱电磁散射

二维方柱长 10 波长，宽 1 波长，TE 极化，入射电磁波在  $XY$  平面与  $X$  轴成  $20^\circ$  角入射。图 1 为计算网格，由两块  $201 \times 353 \times 2$  结构网格构成，物面网格每波长取 30 个网格点，壁面法向网格的一层高度取  $\frac{\lambda}{300}$ ，远场截断边界在距物面 10 波长处。二维问题作为三维特例，空间网格在  $Z$  方向仅有两层网格点即一层单元， $Z$  方向通量赋零或采用对称边界条件，从而程序实现二维、三维问题统一计算。

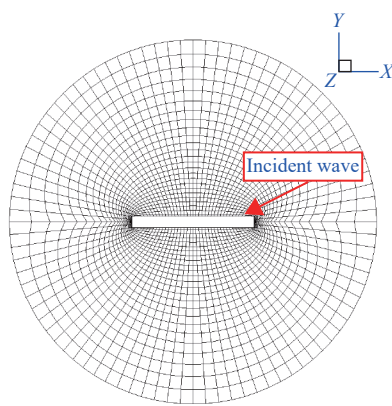


图 1 二维金属方柱计算网格

图 2 为二维散射磁场等值线云图，清晰可见与  $X$  轴成  $160^\circ$  角的长边镜面反射波，与短边法向成  $20^\circ$  的镜面反射波以及前向传播的绕射波。

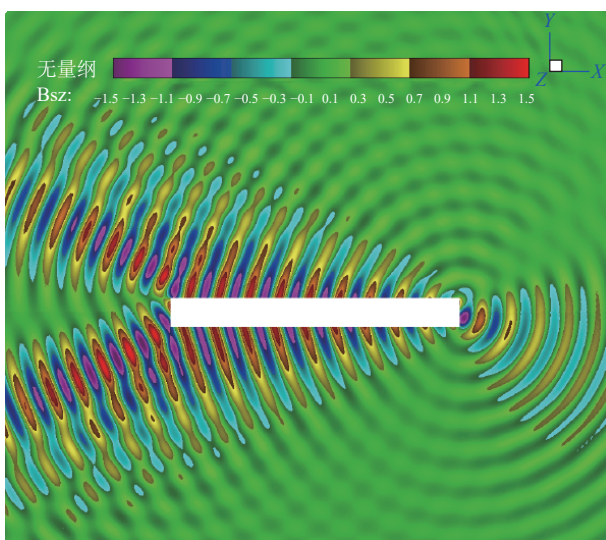


图 2 二维金属方柱散射磁场等值线云图

图 3 为 FVFD 计算的二维金属方柱双站雷达散射截面分布，横坐标  $\phi$  表示平面内散射方向与  $X$  轴

沿逆时针方向的夹角，纵坐标为以波长  $\lambda$  为参考计算的 RCS 分贝值，与矩量法对比吻合良好，FVFD 能很好地数值模拟镜面反射、棱边绕射等电磁现象。

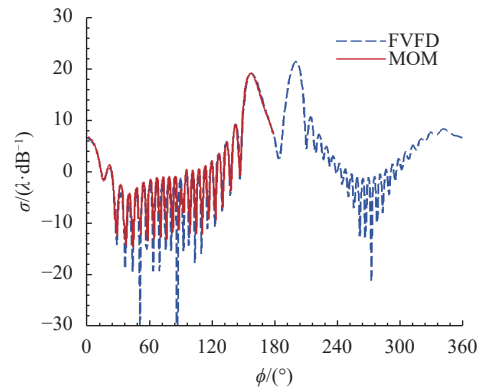


图 3 二维金属方柱双站雷达散射截面分布

### 2.2 三维金属橄榄球电磁散射

EMCC 橄榄球外形长度 0.254 m，最大半径 0.025 4 m，半锥角  $22.62^\circ$ 。网格（如图 4 所示）块维度为  $40 \times 46 \times 65$ ，远场在 3 波长外，远场到物面距离理论上越远越好，但要兼顾反射杂波幅度和网格量<sup>[28-29]</sup>，频率  $f=1.18$  GHz，收敛标准是等效电流积分面相邻步场最大幅度差值小于 0.005。

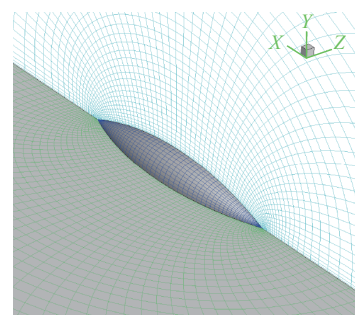


图 4 金属橄榄球计算网格

图 5 为 FVFD 计算空间某点复数电磁场幅值的收敛过程，图 6 为同一位置时域电磁场的连续波振荡波形，可见频域 FVFD 是定常计算，而时域有限体积法（FVTD）是场非定常迭代计算。

通常显式算法因稳定性限制，等效 CFL 数有个位量级上限。一维均匀网格下的无条件稳定全隐算法，多维情况因通量线性化、算符因子分解以及网格质量和方程刚性等原因，实际计算所取 CFL 数并不能无限放大。为验证 FVFD 隐式算法鲁棒的稳定性，图 7 为不同 CFL 数的电磁场 FVFD 计算收敛过程，FVFD 收敛随 CFL 数的增加而加速，但到一定程度后加速效果缓慢。对于这种连续波单

频入射情况, 相同 CFL 数条件下, FVFD 较 FVTD 需更少的迭代步和计算时间。本算例中 FVFD 耗时 1 515.7 s, 少于 FVTD 的 2 604.5 s, 但因场变量为复数, FVFD 需要更多计算内存。相反地, FVTD 方法具有处理宽带信号问题的优势, 这是 FVFD 不具备的。

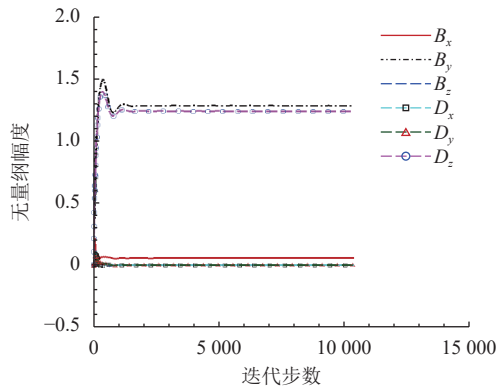


图5 频域 FVFD 计算空间某点电磁场迭代过程

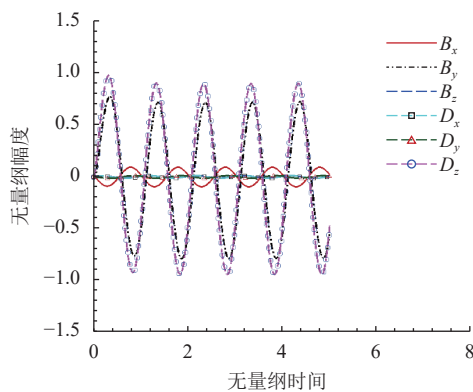


图6 时域 FVTD 计算空间某点电磁场迭代过程

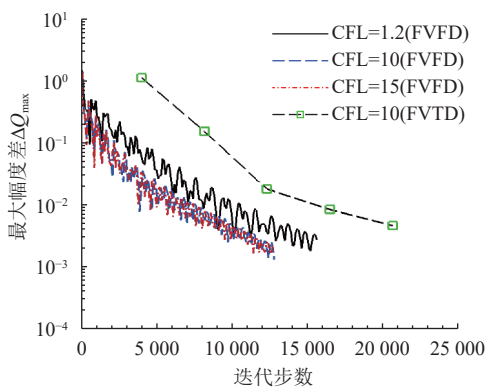


图7 不同 CFL 数收敛历程比较

图 8 为 FVFD 计算的橄榄球无量纲表面诱导电流 (磁场由入射磁场归一化), 图 9 为 FVFD 计算的双站雷达散射截面与 FVTD 和 MOM 的对比, 即使在 RCS 为 -40 dB 量级时依然吻合良好, 说明 FVFD 数值精度高。

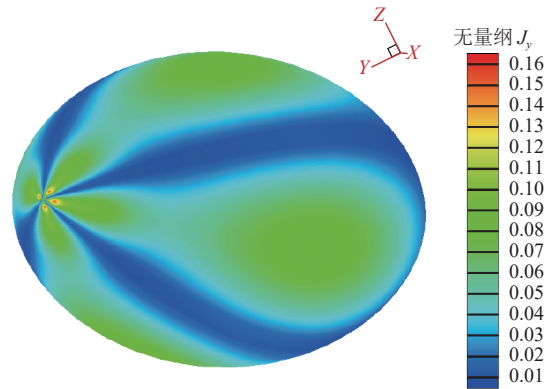


图8 橄榄球表面诱导电流分布 (VV 极化)

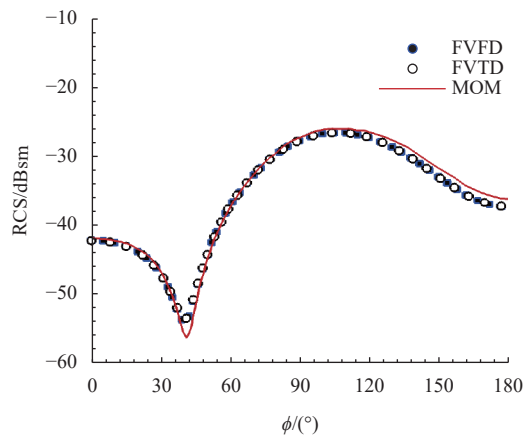


图9 橄榄球双站雷达散射截面分布 (VV 极化)

### 2.3 均匀介质壳体电磁散射

均匀球形介质壳层, 内径 0.8 m, 厚度 0.2 m, 介质参数  $\epsilon_r = 1.6 + j0.8$ , 频率 300 MHz。不同参数单元间有场间断, 计算根据物理条件做通量修正<sup>[30-31]</sup>。图 10 为 FVFD 计算的垂直极化双站雷达散射截面分布, 与精确的 Mie 级数解比较, 结果符合很好。

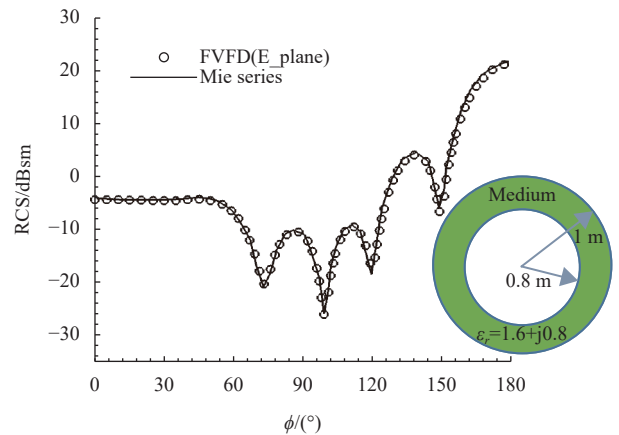


图10 球形介质壳层双站雷达散射截面分布 (VV 极化)

### 2.4 介质覆盖金属球电磁散射

FVFD 具有介质/导体混合目标计算能力, 金属球覆盖一层介质算例, 球半径 0.152 8 m, 外半径

0.1628 m, 波长 0.32 m,  $\epsilon_r = 2 + j$ ,  $\mu_r = 1.5 + j0.5$ 。图 11 为基于 FVFD 的双站雷达散射截面分布与精确 Mie 级数解比较, 二者吻合很好。

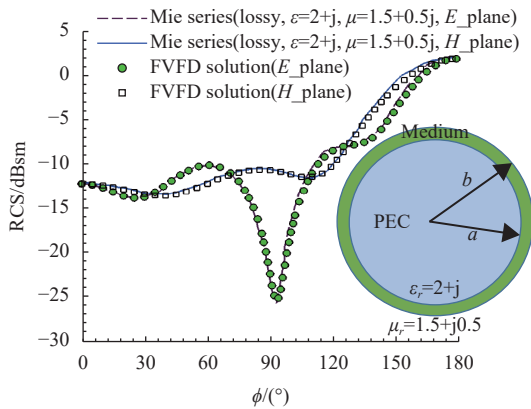


图 11 介质覆盖金属球双站雷达散射截面分布

## 2.5 复杂外形目标电磁散射

FVFD 具有处理复杂外形几何目标的能力<sup>[32]</sup>, 模拟带弹翼导弹(长 3.6 m)电磁散射, 图 12 为复杂外形目标的网格, 232 块网格, 305 万网格点。 $f=600$  MHz, 垂直极化,  $\theta^i = 90^\circ$ ,  $\varphi^i = 30^\circ$ 。图 13 为对称面及表面电感应矢量  $Z$  分量实部等值线, 图 14 为无量纲表面诱导电流密度, 可见边缘绕射有大场梯度和诱导电流, 其他信息都可从频域电磁场空间分布中提取。图 15 为在当前条件下, FVFD 计算的水平面双站雷达散射截面分布结果, 与多层快速多极子方法(multilevel fast multipole algorithm, MLFMA)计算结果进行比较, 可见 FVFD 有较高的数值计算精度。

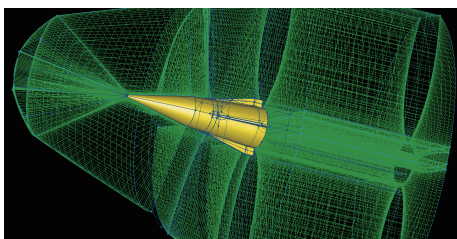


图 12 复杂外形目标计算网格

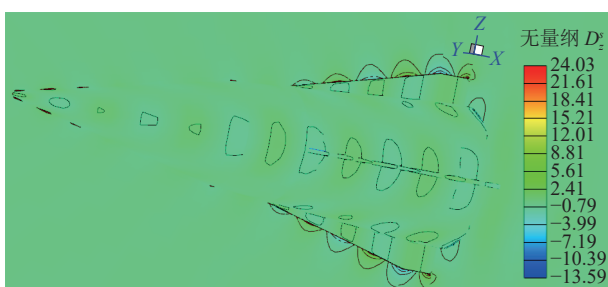


图 13 散射电感应矢量  $D^z$  的  $Z$  分量实部的等值线云图

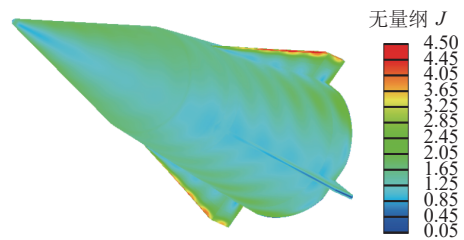


图 14 复杂外形目标表面诱导电流密度云图

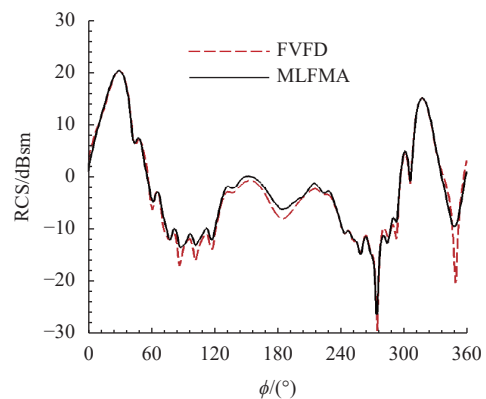


图 15 复杂外形目标水平面双站 RCS 分布

## 3 结束语

本文通过定常虚拟时间推进和隐式 LU-SGS 算法, 建立了一种全新数值求解频域麦克斯韦方程组的 FVFD 方法完整架构。多种算例表明 FVFD 是一种能采用大 CFL 数计算的无条件稳定的、高精度电磁解算器, 能广泛应用介质、导体电磁问题。下一步 FVFD 可结合拼接网格技术为多尺度问题提供一种技术途径, 也可作为 Krylov 子空间方法的预处理算法, 方便和其他频域技术结合形成混合算法。

## 参考文献

- [1] CHEW W C, JIN J, MICHELSEN E, et al. Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics[M]. Boston, USA: Artech House, 2001.
- [2] 聂在平, 胡俊, 阙肖峰, 等. 面向工程应用能力提升的电磁散射高效数值分析: 进展与挑战[J]. 电波科学学报, 2014, 29(1): 1-11.  
NIE Z P, HU J, QUE X F, et al. Application capability promotion oriented efficient numerical analysis of EM scattering: Progresses and challenges[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(1): 1-11.
- [3] 艾俊强, 陈如山, 陈晓盼, 等. 电磁计算方法研究进展综述[J]. 电波科学学报, 2020, 35(1): 13-25.  
AI J Q, CHEN R S, CHEN X P, et al. Progress in computational electromagnetic methods[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2020, 35(1): 13-25.
- [4] 李斌, 徐立, 王浩, 等. 电磁计算与电磁工业软件[J]. 电子科技大学学报, 2024, 53(6): 803-815.  
LI B, XU L, WANG H, et al. Computational electromagnetics and electromagnetic industry software[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology

- of China, 2024, 53(6): 803-815.
- [5] WU R, WU B Y, HE P X, et al. Efficient algorithm for scattering simulation of multiple IBC targets based on self-dual integral equation with MLFMA - FAFFA[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2024, 72(3): 2974-2979.
- [6] YEE K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1966, 14(3): 302-307.
- [7] HUANGFU Y P, DI RIENZO L, WANG S H. FDTD formulation based on high-order surface impedance boundary conditions for frequency-dependent lossy multi-conductor transmission lines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(1): 7502304.
- [8] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 王建国, 译. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.
- JIN J M. Finite element method of electromagnetic field[M]. Translated by WANG J G. Xi'an: Xidian University Press, 1998.
- [9] OZGUN O, KUZUOGLU M, MITTRA R. Self-tuning locally conformal PML mesh truncation for 3-D vector finite element method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2024, 72(2): 2036-2040.
- [10] SHANG J S, GAITONDE D. Characteristic-based time-dependent Maxwell equations solvers on a general curvilinear frame[C]//Proceedings of the 24th Plasma Dynamics, and Lasers Conference. Reston, Virginia: AIAA, 1993: 3178.
- [11] SHANKAR V, MOHAMMADIAN A H, HALL W F. A time-domain, finite-volume treatment for the Maxwell equations[J]. Electromagnetics, 1990, 10: 127-145.
- [12] CAMBEROS J A. COBRA - FVTD code for electromagnetic scattering over complex shapes[EB/OL]. [2023-12-20]. <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2002-1093>.
- [13] 许勇, 乐嘉陵. 基于 CFD 的电磁散射数值模拟[J]. 空气动力学学报, 2004, 22(2): 185-189.
- XU Y, LE J L. CFD-based numerical simulation of electromagnetic scattering[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2004, 22(2): 185-189.
- [14] LIU Y G, ZHANG S, GAO T S, et al. Analysis of electromagnetic scattering from hypersonic vehicle coated with non-uniform plasma sheath based on FVTD method[J]. Physics of Plasmas, 2023, 30(6): 063562.
- [15] CHABORY A, DE HON B P, SCHILDERS W H A, et al. Fast transform based preconditioners for 2D finite-difference frequency-domain - waveguides and periodic structures[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(16): 7755-7767.
- [16] HANIF A G, ARIMA T, UNO T. Finite-difference frequency-domain algorithm for band-diagram calculation of 2-D photonic crystals composed of Debye-type dispersive materials[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2011, 11: 41-44.
- [17] KOUTSERIMPAS T T, PAPADOPOULOS A D, GLYTSIS E N. Applicability and optimization of the alternating-direction-implicit iterative method for the 2-D finite-difference frequency-domain solution of scattering problems[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2017, 65(12): 7166-7173.
- [18] MASUMNIA-BISHEH K, FURSE C. Bioelectromagnetic uncertainty analysis using geometrically stochastic FDFD method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020, 69(4): 2433-2436.
- [19] HUH K S, SHU M, AGARWAL R K. A compact high-order finite-volume time-domain/frequency-domain method for electromagnetic scattering[C]//Proceedings of the 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston, Virginia: [s. n.], 1992: 453.
- [20] BONNET P, FERRIERES X, GRANDO J, et al. Frequency-domain finite volume method for electromagnetic scattering[C]//Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1998 Digest. Antennas: Gateways to the Global Network. Held in Conjunction With: USNC/URSI National Radio Science Meeting. New York: IEEE, 1998: 252-255.
- [21] KROHNE K, BAUMANN D, FUMWAUX C, et al. Reduced order finite volume models[C]//Proceedings of the 34th European Microwave Conference. New York: IEEE, 2004: 581-584.
- [22] KROHNE K, BAUMANN D, VAHLDIECK R. A state-space formulation for field-averaging finite-volume models[C]//Proceedings of the 17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility. New York: IEEE, 2006: 22-25.
- [23] KROHNE K, BAUMANN D, FUMWAUX C, et al. Frequency-domain finite-volume simulations[C]//Proceedings of the 37th European Microwave Conference. New York: IEEE, 2007: 158-161.
- [24] JIANG B N, WU J, POVINELLI L A. The origin of spurious solutions in computational electromagnetics[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 125(1): 104-123.
- [25] YAN S, JIN J M. A continuity-preserving and divergence-cleaning algorithm based on purely and damped hyperbolic Maxwell equations in inhomogeneous media[J]. Journal of Computational Physics, 2017, 334: 392-418.
- [26] PULLIAM T H, ZINGG D W. Fundamental algorithms in computational fluid dynamics[M]. Cham: Springer, 2014.
- [27] BLAZEK J. Computational fluid dynamics principles and applications[M]. 3ed ed. [S. l.]: Elsevier, 2015.
- [28] SHANG J S. Time-domain electromagnetic scattering simulations on multicomputers[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 128(2): 381-390.
- [29] JEFFREY I. Finite-volume simulations of Maxwell's equations on unstructured grids[D]. Winnipeg, Manitoba, Canada: University of Manitoba, 2011.
- [30] JIAO D, JIN J M, SHANG J S. Characteristic-based finite-volume time-domain method for scattering by coated objects[J]. Electromagnetics, 2000, 20(3): 257-268.
- [31] ZHOU P Y, HE Z, CHEN X W, et al. Efficient calculation of electromagnetic characteristics of 2-D periodic dielectric objects above half-space[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters, 2024, 21: 3504705.
- [32] 郑文军, 杨伟, 周礼来. 基于 GPU 并行技术的超大型海面舰船电磁散射仿真[J]. 电子科技大学学报, 2023, 52(4): 549-554.
- ZHENG W J, YANG W, ZHOU L L. Electromagnetic scattering simulation of extremely electrically large seaship scene based on GPU parallel technology[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2023, 52(4): 549-554.