

引用格式: 朱鹏程, 卫丽华, 陈新宇, 等. 分布式量子线路映射技术研究进展 [J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(4): 566-581.
ZHU P C, WEI L H, CHEN X Y, et al. Research progress in distributed quantum circuit mapping technology[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(4): 566-581.

分布式量子线路映射技术研究进展



朱鹏程^{1,2*}, 卫丽华¹, 陈新宇², 冯世光³, 程学云², 管致锦²

(1. 泰州学院 信息工程学院, 泰州 225300; 2. 南通大学 信息科学技术学院, 南通 226019; 3. 中山大学 计算机学院, 广州 510006)

摘要: 分布式量子计算为突破中等规模带噪声量子计算设备所面临的量子比特数扩展瓶颈提供了有效途径。分布式量子线路映射技术是使用分布式量子计算架构高效执行量子线路的关键, 其引入的通信代价对量子计算成功率有着重要影响。随着各类分布式量子计算架构的兴起, 分布式量子线路映射的相关研究引发了广泛关注。该文通过对现有研究工作的分析总结, 梳理分布式量子线路映射技术的发展脉络及研究现状, 并对未来研究方向进行展望。

关键词: 分布式量子计算; 量子线路映射; 中等规模带噪声量子计算; 量子隐形传态

中图分类号: TP31; O413

文献标志码: A

DOI: 10.12178/1001-0548.2024169

Research progress in distributed quantum circuit mapping technology

ZHU Pengcheng^{1,2*}, WEI Lihua¹, CHEN Xinyu², FENG Shiguang³, CHENG Xueyun², and GUAN Zhijin²

(1. College of Information Engineering, Taizhou University, Taizhou 225300, China; 2. College of Information Science and Technology, Nantong University, Nantong 226019, China; 3. School of Computer Science and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Distributed quantum computing offers a promising way to break through the bottleneck of scaling the number of qubits in NISQ (noisy intermediate-scale quantum) devices. Distributed quantum circuit mapping technology is the key to efficiently executing quantum circuits using a distributed quantum computing architecture, and the communication cost it introduces has a significant impact on the success rate of quantum computing. With the emergence of various distributed quantum computing architectures, the research on distributed quantum circuit mapping has attracted widespread attention. Through an analysis and summary of existing works, the development history and the current research status of distributed quantum circuit mapping technology are reviewed, and the future research directions are also pointed out.

Key words: distributed quantum computing; quantum circuit mapping; noisy intermediate-scale quantum computing; quantum teleportation

量子计算是一种基于量子力学原理的新型计算范式, 在多个重要计算问题^[1-3]的求解上具有潜在的加速优势。近年来, 量子物理实现技术的持续进步推动了中等规模带噪声量子 (noisy intermediate-scale quantum, NISQ) 计算机的诞生及快速发展。自 2016 年起, 单个量子处理器 (quantum processing unit, QPU) 芯片内集成的量子比特数呈现出与经典计算领域摩尔定律^[4]类似的趋势, 至今已达到近千的规模。虽然当前的 NISQ 计算机所具有的量子比特规模已足以初步演示量子计算优势实验^[5-7], 但对

于实现通用容错量子计算而言仍存在非常大的差距。

如何持续增加量子计算系统中可用的量子比特数, 已成为进一步体现量子计算优势和提升其实用价值的关键。尽管工业界和学术界在扩展单 QPU 内可用量子比特数方面已进行了诸多探索, 然而, 由于在芯片尺寸、控制复杂性以及噪声抑制等方面所面临的巨大挑战, 预计短期内难以突破单 QPU 内量子比特数的增长瓶颈^[8]。在这种情况下, 分布式量子计算架构成为量子计算系统进一步扩展的自然选择。

收稿日期: 2024-07-09

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (62072259); 江苏省自然科学基金面上项目 (BK20221411)

作者简介: 朱鹏程, 博士, 副教授, 主要从事量子逻辑综合、量子线路映射等方面的研究。

*通信作者 E-mail: zhupent@163.com

分布式量子计算架构以量子通信网络作为基础设施, 通过连接和协调多个小规模量子计算节点(即 QPU), 从而完成超越单 QPU 能力极限的量子计算任务^[9]。

分布式量子线路映射作为分布式量子线路编译软件的核心模块, 是确保网络中各计算节点能够协同完成计算任务的关键。此外, 它还决定了量子线路在跨节点执行时所产生的通信开销。由于每次节点间的通信都需消耗量子纠缠对, 而纠缠对的生成和分发在时延和错误率上均显著高于节点内的量子操作^[10-12]。因此, 降低分布式量子线路映射所引入的通信开销, 是保证量子线路高保真度运行的关键。

近期已有研究对分布式量子计算的网路基础设施及其体系结构进行了总体介绍^[13-16]。与之相比, 本文侧重于对分布式量子线路映射技术进行深入分析和总结, 旨在系统地梳理相关技术的发展脉络及现状, 并对未来研究方向进行展望。此外, 还将简要介绍另外一个和分布式量子计算相关的软件技术, 即量子线路切割技术。

1 背景知识

1.1 量子计算基础

量子比特是存储量子信息的基本单元, 在物理层面通常由特定的二能级量子力学系统实现。从数学角度而言, 量子比特的状态(简称为量子态)被定义为一个二维希尔伯特空间中的单位向量。根据狄拉克符号表示法, 任意量子态 $|\psi\rangle$ 都可以表示为两个计算基态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的线性组合, 即量子叠加态。其数学表达式为:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

式中, α 和 β 均为复数, 分别表示量子态 $|\psi\rangle$ 在计算基矢 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 上的概率幅, 且满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。

将上述定义推广到包含 n 个量子比特的复合系统, 其量子态对应 2^n 维希尔伯特空间的单位向量, 可以表示为所有 2^n 个计算基态的叠加态:

$$|\phi\rangle = \sum_{k=0}^{2^n-1} \alpha_k |k\rangle \quad (2)$$

式中, $\alpha_k \in \mathbb{C}$, 且满足 $\sum_{k=0}^{2^n-1} |\alpha_k|^2 = 1$ 。

若一个复合系统的量子态不能被分解为若干单量子比特态的直积(张量积), 则称该复合量子态为量子纠缠态。作为一种特殊的量子叠加态, 纠缠态在量子计算和量子通信领域中发挥着关键作用,

是量子隐形传态^[17]等通信协议的关键基础, 因而被视为重要资源。贝尔态有时也被称为 EPR 对^[18], 是一种最为常用的最大纠缠态, 具有如下 4 种形式:

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$|\beta_{01}\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$|\beta_{11}\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

量子线路是一种最为常用的量子计算模型, 其通过一系列的量子门操作来控制量子态的演化, 从而完成特定计算任务。图 1 给出了一个 Grover 搜索算法的量子线路表示, 其中的每条水平线均代表一个量子比特(分别用 q_0 、 q_1 和 q_2 表示), 每个量子比特从初态 $|0\rangle$ 开始, 由左至右经过若干量子门的作用, 最后通过测量操作读取信息。测量操作会使得量子态坍缩到特定计算基态, 并输出 0 或 1 的经典结果。为了和真实设备中的物理量子比特相区分, 将量子线路中的量子比特称为逻辑量子比特。

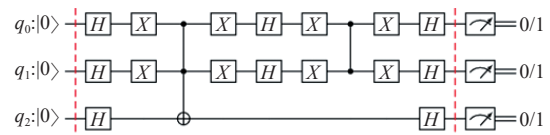


图 1 量子线路示例

量子逻辑门对量子态的演化可用酉变换来描述, 表 1 给出了几个常用量子门的酉矩阵以及电路符号^[19]。

表 1 量子门酉矩阵及电路符号^[19]

量子门	酉矩阵	电路符号
H门	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	
X门	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	
Y门	$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$	
Z门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	
S门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$	
T门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$	
CNOT门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	

表 1 (续)

量子门	酉矩阵	电路符号
CZ门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	
SWAP门	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	

1.2 分布式量子计算

在分布式量子计算系统中，不同计算节点（即 QPU）间的相互作用以及数据传输，可通过特定的几种通信原语来实现。这几种通信原语包括：量子隐形传态、量子隐形传门以及纠缠交换，它们均依赖于 EPR 对、局部量子操作、测量操作以及经典通信的辅助。

1.2.1 量子通信原语

量子隐形传态 (quantum teleportation)^[17] 作为一种量子通信协议，允许将一个量子系统的未知量子态传输给任意距离外的另一个量子系统，因此被视为构建量子网络不可或缺的关键技术之一。如图 2 所示，量子隐形传态协议通过预先准备的量子纠缠对，在信源量子比特和信宿量子比特之间建立量子关联。随后，根据信源传送的经典测量结果，对信宿量子比特执行相应的纠正操作，从而使得信宿量子比特最终呈现出与信源量子比特相同的状态 $|\psi\rangle$ 。

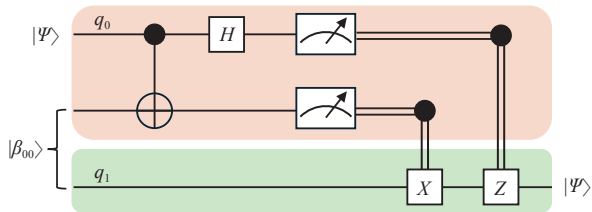


图 2 量子隐形传态协议示意图^[17]

需特别强调的是，量子隐形传态仅涉及量子信息的传递，并未实现量子态的复制，因此不违反量子不可克隆定理。

从量子线路执行的角度来看，上述技术所传输的量子态，亦可被等价地视为存储对应量子态的逻辑量子比特。除了用于传输量子态（逻辑量子比特）的通信协议之外，还存在专门用于“传输”量子门的协议。为了便于区别两者，通常将前者简称为“Teledata”，而将后者称为“Telegate”。图 3 给出了一种 Telegate 协议的量子线路示意图^[20]，其

中，执行右边的量子线路等价于跨节点地执行位于左边的 CNOT 门。与 Teledata 协议类似，Telegate 协议的执行同样需要消耗一个 EPR 纠缠对和若干 LOCC (local operations and classical communication) 操作。然而，两者在功能上存在显著差异：Teledata 协议实现了量子态的远距传输，而 Telegate 协议则是在不移动量子态的情况下，远距执行量子门操作。

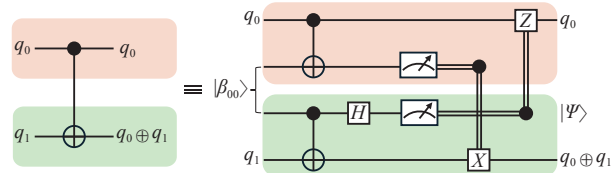


图 3 传输 CNOT 门的量子线路示意图^[20]

除了上述远距传输 CNOT 门的协议外，还存在用于传输其他类型量子门的协议。图 4 展示了一种用于传输 CZ 门的 Telegate 协议^[21]。该协议通过一次调用便能同时执行多个 CZ 门操作。

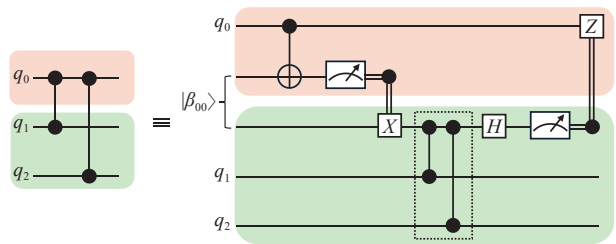


图 4 传输 CZ 门的量子线路示意图^[21]

在两个不同节点之间远距传输量子态或量子门，需要通信双方预先共享一个 EPR 对。但是，若两个节点在网络中没有直接相连的通信链路，就需要通过纠缠交换 (entanglement swapping)^[22]，由其他直接相连的节点作为中介，实现这两个节点间的量子纠缠。如图 5 所示，节点 A 和 C 借助中间节点 B 实现了它们之间的纠缠，从而为 Teledata 或 Telegate 的执行做好纠缠资源的准备。

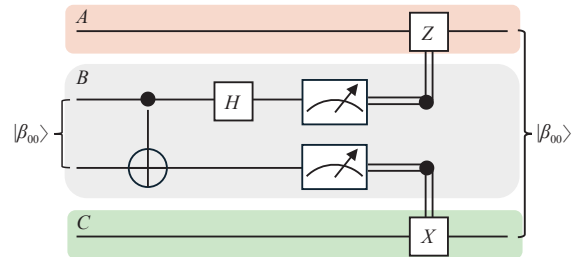


图 5 纠缠交换的量子线路示意图^[22]

1.2.2 分布式量子计算架构

基于上述量子通信原语，可以将多个地理位置分散的量子计算节点构成一个通信网络，从而为分

布式量子计算系统提供底层的物理基础设施。图6给出了一个分布式量子架构的示意图, 其中包含两个互连的计算节点, 分别为 QPU A 和 QPU B。当所有计算节点被限定在特定局部空间内时, 这种分布式量子计算架构亦被称为模块化架构或多核架构。

如图6所示, 为了实现 Teledata 以及 Telegate 等通信原语, QPU A 与 QPU B 之间同时设置了量子信道和经典信道。其中, 量子信道用于远程分发量子纠缠对, 而经典信道用于传输由测量操作得到的经典结果数据。每个 QPU 内均配置了一定数量的物理量子比特。这些量子比特按其功能可分为两类: 数据量子比特和通信量子比特。前者用于存放量子态和执行量子门操作的量子比特, 而后者则用于保存节点间通信所需的纠缠对。相应地, 将一个 QPU 的数据量子比特总量称为其数据容量, 并将通信量子比特的总数称为信道容量。如对于图6中的每个 QPU, 其数据容量为 12, 信道容量为 4。

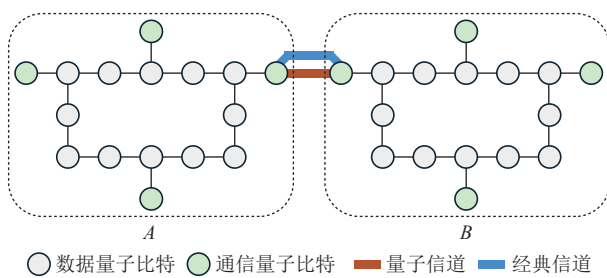


图6 分布式量子计算架构示意图

现有 NISQ 计算设备通常仅直接支持数量有限的单比特和双比特量子门操作, 且对双比特量子门的操作位置存在严格限制, 这种限制可以通过量子比特耦合图来表达。如图6所示, QPU A 和 QPU B 均采用了和 IBM heavy-hex 型架构^[23]类似的耦合图, 在每个 QPU 内, 双比特量子门仅允许作用在直接相连的一对物理量子比特上。将在同一 QPU 内执行的量子门定义为局域门, 而将涉及两个 QPU 的量子门称为全局门。全局门通常无法直接执行, 其主要通过以下两种方式间接地执行。一种方式是通过 Teledata 协议将相关的逻辑量子比特移动至同一 QPU 内, 从而将该全局门转变为局域门; 而另一种方式是利用 Telegate 协议以一种等效的方式跨节点执行该量子门。

值得注意的是, 还存在另一种类型的分布式量子计算架构, 其特点是各量子计算节点之间仅通过经典信道相连^[24]。在使用这种架构时, 量子算法或量子线路中蕴含的跨节点量子关联需要通过经典模

拟的方法进行近似处理, 而这种近似通常会带来指数级的经典计算成本。因此, 在执行不同量子比特之间需要频繁交互的量子算法时, 该种分布式架构很容易丢失原有的加速优势^[25]。在本文的后续部分, 也将该架构简称为经典型分布式架构。本文重点关注的分布式量子线路映射技术面向具有量子通信链路的分布式架构, 旨在提供通用的量子线路编译方案, 而文末部分提及的量子线路切割技术则更多针对经典型分布式架构上的应用问题。

1.3 分布式量子计算软件技术

分布式量子计算模式的实用化进程不仅依赖于底层硬件与网络基础设施的持续突破, 还与量子算法和编译系统等软件技术的发展密不可分。

现有的多数量子算法在初始设计阶段并未考虑分布式量子计算场景的计算需求。为使量子算法能够在分布式量子计算架构上高效且可靠地运行, 主要存在以下两种途径。

1) 对原本面向单 QPU 芯片的量子算法进行分布式重构, 以使其保留计算优势的同时, 适应分布式计算架构的特点。目前, 多个基础量子算法都有其对应的分布式实现方案^[26-31]。这些方案基于所求解问题的性质以及算法本身的内禀结构, 构建将原问题分解成子问题的策略。分解后的子问题可在不同量子计算节点上分别运行, 并最终通过综合子问题的解得到原问题的解。由于考虑了问题本身的可分解性, 该类方法通常在节约量子计算资源和降低通信代价等方面展现出更优的性能。

现有的部分量子算法, 如 Grover 算法^[2], 所求解的问题具备良好的可分解性, 使得分解后的子问题之间不再存在任何量子关联。此类算法可在仅包含经典通信链路的分布式量子计算架构上运行。文献 [26] 提出了一种分布式 Grover 算法的解决方案, 其将 Oracle 模块所求解的布尔函数分解成若干独立的子函数, 然后在不同计算节点上分别通过 Grover 算法搜索每个子函数对应的解, 最后通过拼接函数的解和对应的二进制串来得到原问题的解。与面向单机的 Grover 算法相比, 该分布式算法可以显著减少查询次数, 并且在计算过程中无须进行量子通信。然而, 并非所有量子算法均存在如 Grover 算法类似的良好可分解性。实际上, 多数量子算法在分解后产生的子问题之间仍然保持着量子关联。在此种情况下, 须借助 Teledata 或 Telegate 等量子通信原语, 在不同计算节点之间传递量子信息或建立量子关联。如文献 [29] 中提出的分布式 Simon 算法, 其分解后的子模块之间仍存在跨模块

的量子操作，如受控 Oracle 算子和对量子态进行排序的 U_{sort} 算子，这些算子的实现要求计算节点之间须存在量子信道。

上述分布式量子算法的实现方式与所求解的问题密切相关，导致其通用性受限，即不同的量子算法往往需要采用不同的分布式策略。另外，当前关于分布式量子算法的研究大多未考虑量子比特在计算节点上的具体分配细节以及跨节点量子操作的具体实现方式，这些工作仍需借助分布式量子线路编译技术来实现。

2) 构建面向分布式量子计算架构的编译技术，借助 Teledata 或 Telegate 等量子通信原语，自动将量子算法转换为可在分布式架构上运行的等效形式。相较于第一种途径，该方法通过编译技术对量子算法隐藏分布式计算架构的物理细节，使得算法设计与底层架构无关。此外，该方法无须事先了解算法所求解问题的具体知识，便可完成对量子线路的转换任务，因此具备更高的普适性，原则上可适用于任意量子算法。本文将重点阐述的分布式量子线路映射技术便属于这一范畴，其目标在于构建一个通用的量子线路编译器，以自动满足各种量子算法在分布式环境中的自动化执行需求。

2 分布式量子线路映射

分布式量子线路映射，也常被称作分布式量子线路编译，可视为对单 QPU 系统上的量子线路编译技术的进一步拓展和完善，以使其能够适配更为复杂的分布式计算架构。

量子线路编译将表示量子算法的高级逻辑线路

转换为满足底层物理硬件约束的量子操作序列。图 7 给出了单 QPU 系统上量子线路编译的核心步骤，主要包含量子线路综合^[32-33]、量子门分解^[34-35]以及量子线路映射^[36-37]等。其中，量子线路综合根据线路的行为级描述（通常为酉矩阵或可逆布尔函数）构建由高级量子逻辑门库组成的网表；量子门分解将量子线路中的高级逻辑门分解成设备支持的量子基本门；而量子线路映射用于对量子线路作等价变换，以使线路中所有双比特量子门均满足 QPU 所施加的最近邻交互约束。量子线路编译技术的研究已相对成熟，已有如 Qiskit^[38]、Cirq^[39] 和 TKET^[40] 等多款工业级量子计算软件。

为在分布式量子计算架构上高效地执行量子线路，同样需要类似的编译流程和工具。其中，量子线路综合与量子门分解这两个处理过程，无论在单 QPU 系统还是在分布式系统上，在功能、物理约束以及技术实现上完全相同。因此，分布式量子线路编译可以直接沿用现有的综合与分解技术。然而，由于所面向的具体物理约束不同，两种场景下的量子线路映射分别对应于两个截然不同的优化问题。其中，单 QPU 系统上的量子线路映射主要考虑的物理约束是 QPU 内物理量子比特之间的受限连通性，其优化目标是减少插入的辅助量子门数；而分布式量子线路映射则需要考虑来自底层量子通信网络的约束，其优化目标是降低通信代价。因此，分布式量子线路映射成为分布式量子计算编译技术的主要研究内容。基于相同原因，现有研究工作通常将分布式量子线路映射和分布式量子编译视为可以互相替换的概念。

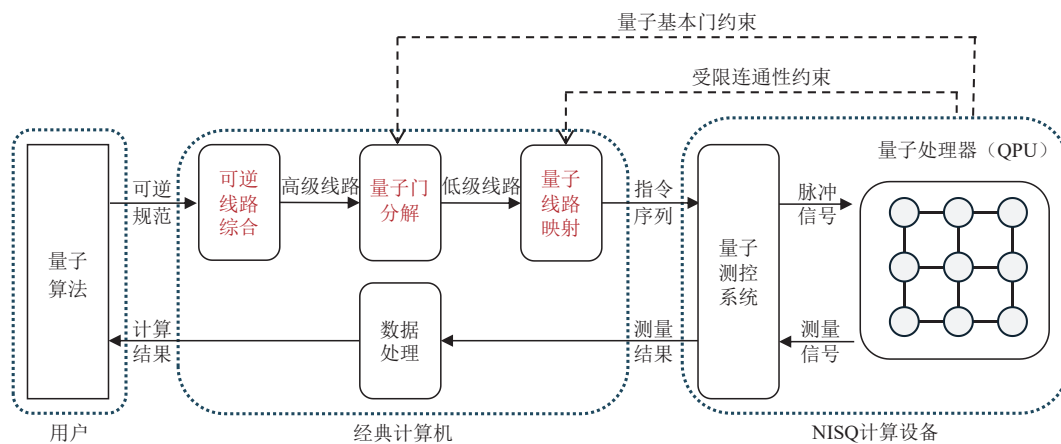


图 7 量子线路编译流程（以超导量子计算设备为例）

2.1 问题描述

在分布式量子线路映射的研究中，通常将分布

式量子计算架构抽象地表示为图 $N = (V, E)$ 。其中， $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ 表示网络中的各计算节点，

而 E 则表示连接两个不同节点的通信链路。对于任意计算节点 V_i , 将数据量子比特集合记作 D_i , 而将通信量子比特集合记为 M_i 。为专注于节点间的通信代价优化问题, 已有的多数研究通常假设节点内的所有量子比特均可直接交互, 即允许双比特量子门作用在节点内任意一对量子比特上。

给定任意量子线路 $C = (Q, G)$, 分布式量子线路映射主要包括以下两个关键步骤: 量子比特分配和全局量子门调度。量子比特分配用于建立逻辑比特集合 Q 和计算节点集合 V 之间的映射关系 $\sigma: Q \rightarrow V$, 其中, $\sigma(q_i) = V_k$ 表示将逻辑比特 q_i 分配至计算节点 V_k 。在映射关系 σ 下, 量子线路 C 中的某个双比特量子门 $g(q_i, q_j)$ 可能跨越不同节点, 即 $\sigma(q_i) \neq \sigma(q_j)$, 则该门是一个全局门。反之, 若 $\sigma(q_i) = \sigma(q_j)$, 则该门是一个局域门。全局量子门调度用于在特定映射 σ 下, 利用 Teledata 和/或 Telegate 等通信原语, 将量子线路中的所有全局量子门转换为可在特定节点上执行的局部量子门。图 8 给出了分布式量子线路映射的一个简单示例, 其中, 量子线路中的逻辑比特被划分至两个计算节点, 导致出现 2 个全局门, 可分别通过两次 Telegate (如图 3 所示) 协议来完成这些量子门的调度。

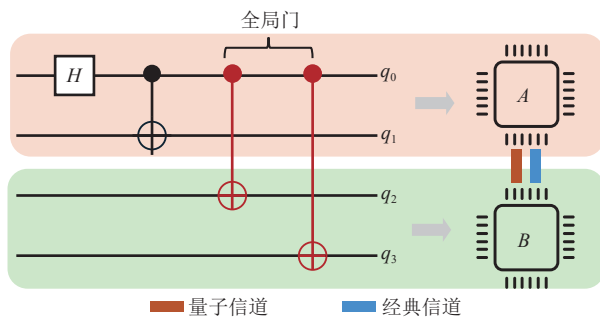


图 8 分布式量子线路映射示意图

鉴于每一次跨节点操作 (Teledata 或 Telegate) 均需消耗宝贵的量子纠缠对资源, 而目前纠缠对的高效生成与分发仍面临诸多技术难题。此外, 在当前技术水平下, 跨节点操作的时延和错误率均显著高于节点内量子操作, 通常至少高出一个数量级。因此, 在分布式量子线路映射的过程中, 减少节点间的通信开销成为首要优化目标。在具体研究工作中, 这一优化目标通常通过最小化 Teledata 操作次数、Telegate 操作次数或所消耗的量子纠缠对数量来体现。

分布式量子线路映射优化问题的形式化定义如

下所示, 现有多数研究大多采用了类似定义。

设分布式量子计算架构图 $N = (V, L)$, 其中, $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ 为计算节点集合, L 是节点间的通信链路集合; 且设任意节点 V_i 内的数据量子比特集合和通信量子比特集合分别为 D_i 和 M_i 。给定一个量子线路 $C = (Q, G)$, 其中, Q 表示逻辑量子比特, 且满足 $|Q| \leq \sum |D_i|$, 而 G 表示量子门操作序列。找到映射函数 $\sigma: Q \rightarrow V$, 以及一个嵌入到量子线路 C 中的通信原语操作 (如 Teledata 等) 序列, 使得在消耗尽可能少的量子纠缠对资源的条件下, G 中所有量子门均能转换为局域门。

2.2 分布式映射方法概述

随着分布式架构成为拓展量子比特规模的主流途径, 近年来涌现出大量分布式量子线路映射相关的研究工作。早期的研究作为便于对分布式量子线路映射进行原理性验证, 对分布式架构作了如下假设: 1) 假设架构中任意两个计算节点间均存在专用的通信链路, 即对应的架构图 $N = (V, E)$ 是一个完全图; 2) 假定各计算节点是同构的, 即配备了相同类型和数量的物理量子比特, 且双比特量子门可以作用在同一节点内的任意两个量子比特上; 3) 每个节点的信道容量不受限, 即当需要进行跨节点通信时总是存在充足的通信量子比特资源。本文将完全符合上述所有假设条件的分布式架构模型简称为同构模型, 反之则称为异构模型。

分布式量子线路映射方法的发展呈现出以下总体趋势: 1) 所面向的分布式架构逐渐从理想化的同构模型转向更为贴近实际的异构模型; 2) 所采用的通信原语从原先单一的 Teledata 或 Telegate 操作, 演变为两种操作的结合使用; 3) 量子线路的划分策略也从整体划分逐渐过渡到更为精细的按层划分。

3 面向同构模型的分布式映射方法

同构模型中的各计算节点可被视为容量相同的抽象分区, 因此量子比特分配问题可以简化为逻辑量子比特的平衡分区问题, 即将量子线路中的逻辑比特平均地划分至若干分区 (即计算节点)。由于量子线路可通过量子比特交互图 $I = (Q, E, W)$ 表示, 其中顶点集 Q 对应于逻辑量子比特集合, 边集 E 中的每条边 $e \in E$ 则代表特定的双比特逻辑门, 而边的非负权值 $W(e)$ 等于该逻辑门在量子线路中的出现频次。因此, 量子比特的分区问题又可自然地转换为量子比特交互图的最小割问题, 其中

割边的权值总和等于划分后得到的全局门数。这种转换使得能够利用经典的图分割算法,如 Kernighan-Lin (K-L) 算法^[41]、多路超图分割算法^[42]等,来有效求解量子比特分配问题。此外,假定的全连通网络拓扑确保了任意全局门的两个相关量子比特之间在网络中的最短路由路径长度仅为 1 跳距离,这将逻辑量子比特的路由问题简化为其传输方向优化问题。

3.1 Teledata 型映射

该类方法首先通过图分割算法对逻辑量子比特进行分配,然后在对应的映射关系 σ 下,依次调度量子线路中的各量子门,若当前量子门 $g(q_i, q_j)$ 是全局门,则通过 Teledata 操作将逻辑比特 q_i 移动至节点 $\sigma(q_j)$,或将 q_j 移动至节点 $\sigma(q_i)$,从而将该量子门转换为局域门。文献 [43] 针对仅包含两个节点的同构网络模型,提出了一种分布式量子线路映射的原型方法。此方法主要包含两个核心步骤:1) 将量子线路表示成量子比特交互图,并利用 K-L 算法将量子线路中的逻辑比特均衡地划分至两个计算节点,从而最小化全局门的数量;2) 构建了一种简单的往返式量子比特路由策略,即通过一次 Teledata 操作将特定的逻辑量子比特传输到另一节点,在目标节点充分利用该逻辑比特尽可能多地执行量子门,然后再将其传回原来节点。鉴于该网络模型只有两个节点,使得每个全局门仅存在两种可能的路由配置,则 n 个全局门共存在 2^n 个路由配置。该方法穷举了所有路由配置组合,并以所需 Teledata 次数最少的那个配置作为最终分布式执行量子线路的方案。该工作又在多个后续研究中被持续改进。文献 [44-45] 针对该方法的指数级时间复杂度问题,采用遗传算法取代原先的穷举搜索策略,从而能够更高效地探寻通信代价近似最优的路由配置组合。文献 [46] 通过引入多级 K-L 算法,将文献 [43] 提出的分布式映射算法扩展到包含任意数量节点的同构网络模型,从而扩大了其适用范围。

文献 [47] 基于量子线路的连接矩阵模型,提出了一种多目标优化的遗传算法。该算法旨在最小化全局门数量和分区中量子比特的数量差异,但仅适用于包含两个节点的同构网络模型。该研究还进一步设计了两种启发式算法,这些算法通过调整量子门的执行顺序和合并相邻门,以最小化 Teledata 传态的次数。

文献 [48] 重点研究了量子门可交换性对分布

式量子线路映射所需 Teledata 代价的影响,提出了一种启发式算法来自动寻找最优的量子门执行顺序,从而最小化 Teledata 次数。

不同于多数已有研究重点关注线路划分相关的优化问题,文献 [49] 首先通过调整逻辑量子比特的排列顺序,力求最小化全局门两个相关比特的通信距离;然后,结合遗传算法和禁忌搜索算法,对量子线路的图模型进行划分,旨在有效减少所需的 Teledata 次数。

文献 [50] 提出了分布式量子线路映射的分层优化框架,分别将量子线路划分和隐形传态优化过程作为两个独立的层级进行处理。在第一层级优化中,该研究采用整数线性规划模型来划分子量子线路;在第二层级中,通过一种递归方法来最小化 Teledata 的次数。

文献 [51] 重点研究了由量子线路划分所产生全局门的通信代价优化问题。该工作以二进制序列来编码每个全局门的 Teledata 方向,并通过遗传算法来探寻近似最优解。

文献 [52] 则重点研究了量子态的合并传输模型,其可通过单次 Teledata 操作,实现多个全局量子门向局域门的转换。此外,该研究还通过引入量子门移动规则,从而有效提升单次 Teledata 操作可转化的局域门数,以减少不必要的传输代价。

文献 [53] 将量子线路转换为二部图模型,其中顶点集代表量子比特和量子门,而边集表示量子比特与量子门之间的交互关系。进而设计了一种动态规划算法,以最小化将二分图划分为 k 个部分时各子图间的连接数(即 Teledata 次数)。在量子傅里叶变换、二叉焊接树等多个基准线路上的实验结果表明,相较于文献 [43-44] 中的方法,该方法能够大幅度降低 Teledata 次数。

文献 [54] 指出,将整体量子线路表示成图的形式以便于进行分布式划分的做法,忽略了局部线路的交互结构,从而对线路划分所需的通信开销产生不利影响。为应对这一问题,该研究提供了一种细粒度分区的分布式映射优化算法。该算法在每个独立时间片内,运用松弛化的 K-L 算法来寻找最佳分区,并采用可调的前瞻技术来减少未来时间片的移动成本。实验结果表明,与基于整体线路划分的方法相比,该方法可有效减少核间通信开销。文献 [55] 在多种不同的网络配置下,对文献 [54] 所提方法的时间性能和通信开销进行了验证,并得出该方法具有较好可扩展性等结论。文献 [56] 采用

了与文献 [54] 类似的细粒度分区理念, 但其在每个独立时间片内运用匈牙利算法^[57] 进行子线路划分, 最终在减少核间通信开销上表现出优于文献 [54] 算法的性能。

文献 [58] 将分布式量子线路映射问题编码为 QUBO (quadratic unconstrained binary optimization) 优化问题, 并使用二值决策变量表征量子比特到核心的分配方式。该研究强调, QUBO 模型能够全面描述量子线路映射问题的解空间, 从而消除了对如前瞻函数等局部估计的依赖。此外, 该研究也采用了细粒度分区理念: 将量子线路切分为多个时间片, 每个时间片内的量子比特分配作业被视为一个独立的图划分问题; 通过 QUBO 模型来解决每个时间片的图划分问题, 并最小化整个线路的核间通信次数。在不同规模和类型的量子线路上进行了实验, 充分验证了 QUBO 方法的有效性。实验结果表明, QUBO 方法能够显著减少核间通信次数, 从而有效提升量子线路在模块化架构上的执行效率。

文献 [59] 将深度强化学习模型引入分布式量子线路映射的研究中。为最小化核间量子态传输次数, 提出了 3 种模型: 近端策略优化 (proximal policy optimization)、软掩码 (soft mask) 以及硬掩码 (hard mask)。表 2 给出了这 3 种模型各自的特点。实验结果表明, 采用硬掩码的深度强化学习模型在减少核间通信方面显著优于文献 [54] 的算法, 验证了人工智能相关技术在解决分布式量子线路映射问题时的有效性。

表 2 分布式量子线路映射的深度强化学习模型

模型	行动空间	优点	缺点
近端策略优化	自由	探索更广泛的映射方案	学习过程缓慢
软掩码	受限	收敛更快, 学习过程更稳定	减少跨核心通信的效果可能不如 PPO 模型
硬掩码	更受限	显著减少跨核心通信, 学习效率更高	学习能力受到限制, 可能导致模型过拟合

多数已有工作采取经典的图最小割算法进行线路划分, 这些通用算法未考虑量子线路的独有特征和结构, 往往导致分割质量或效率不尽如人意。为应对这一问题, 文献 [60] 提出了一种高效的量子线路划分方法。该方法将量子线路的逻辑门依赖关系表示为有向无环图的形式, 并基于图中蕴含的二叉树结构进行分区。通过枚举量子比特组、创建候选分区、评分和选择最佳分区等步骤, 该方法在保持高质量分区结果的同时, 显著降低了执行时间。然而, 值得注意的是, 该研究仅完成了量子线路的

划分任务, 而未涉及划分后如何通过远程传输协议来调度全局门, 因此无法作为独立的分布式量子线路映射方法提供服务。

3.2 Telegate 型映射

Telegate 操作不会导致逻辑量子比特在节点间的移动, 因此, 初始生成的量子比特划分 σ 对于降低通信开销而言尤为重要。文献 [61] 在进行逻辑量子比特分区时, 同样运用了图分割的理念。但不同的是, 该研究将量子线路表达成超图的形式, 进而将分布式量子线路划分问题等价地转化为超图的最小割问题。表 3 给出了这两个等价问题中相关概念的对应关系。该转化策略允许利用已有的 k -最小割求解器 (KaHyPar 算法)^[42] 来探寻通信成本最低的量子线路划分方式, 同时, 也使得该方法可适用于包含任意数量节点的同构模型。实验结果表明, 这种超图划分方法在通信代价 (即所需的 EPR 纠缠对数量) 方面普遍优于传统的图最小割方法。

表 3 分布式量子线路映射和超图划分的等价转换

超图划分	分布式量子线路映射
顶点	逻辑量子比特, CZ 门
超边	CZ 门分组
分区	网络中的计算节点
最小割数	最少使用的 EPR 纠缠对

文献 [62] 指出, 超图的 k -最小割问题具有 NP-hard 复杂性, 且尚不存在已知的高效近似算法, 因此如文献 [61] 那般将量子比特分区问题和全局门分区问题同时编码到超图最小割问题中的做法, 可能会导致难以找到可在求解质量和速度间取得较好平衡的实际算法。为此, 文献 [62] 提出了一个两阶段的分布式量子线路映射方法。首先, 将量子比特的分区问题建模成一种可近似求解的 (k, v) -平衡最小割问题^[63], 并借助 KaHyPar 算法^[42] 来寻求近似解; 进而, 为了减少执行全局门时所需的 Telegate 次数, 进一步将全局门的分区选择问题转化为二部图的顶点覆盖问题^[64], 并据此给出了一个多项式时间复杂度的最优算法。实验结果表明, 与文献 [61] 中的方法相比, 文献 [62] 所提方法可显著减少所需的 EPR 纠缠对数量, 最大降幅甚至可达 90%。

3.3 Teledata+Telegate 型映射

作为实现全局量子门的两种不同机制, Teledata 和 Telegate 所需的量子通信成本相同, 每次调用均需消耗一个 EPR 纠缠对。然而, 两者在逻辑量子比

特的处理上存在差异: Teledata 会导致逻辑量子比特在不同节点间移动, 而 Telegate 则保持逻辑比特的位置不变。在进行分布式量子线路映射时, 这种差异可能导致不同的通信成本。因此, 如果在调度全局门时, 根据量子线路的结构特征, 灵活地选用 Teledata 或 Telegate, 就有可能降低总体通信开销。

文献 [65] 的工作验证了这一策略的有效性。该研究提出了一种基于窗口的量子线路划分方法, 通过一个固定大小的滑动窗口从左至右逐层扫描线路, 并依次对窗口内的子线路进行划分, 从而实现整个线路的分布式映射。对于窗口内的子线路划分问题, 该研究采用整数线路规划模型来实现最小割分区算法。当存在逻辑量子比特重新被分配到与之前不同的分区时, 使用 Teledata 协议将这些逻辑比特移动到当前分区, 并通过 Telegate 协议执行当前窗口内首层子线路中的全局门。该研究的实验结果表明, 相较于单独使用 Teledata 或 Telegate, 这种结合了 Teledata 和 Telegate 的分布式映射方法在通信成本上展现出明显的优势。

文献 [66] 提出了两种基于图最小割算法的量子线路划分技术。其中一种在执行全局门时仅考虑 Telegate 协议, 而另一种同时考虑 Telegate 和 Teledata 协议。实验结果表明, 在多数情况下, 兼顾两种协议的划分技术在降低通信代价方面展现出更优的性能。

4 面向异构模型的分布式映射方法

同构型分布式模型忽略了实际分布式架构中的一些关键固有特征, 如网络拓扑的受限连通性、节点的信道容量限制以及节点内量子比特的最近邻交互约束等, 这导致了面向同构模型的分布式映射方法无法直接应用于更为实际的异构型架构。为此, 多项研究致力于提升这些方法的适用性。这些研究大多是在已有面向同构网络模型的分布式映射方法基础上发展而来。

4.1 Teledata 型映射

文献 [67] 同样对异构模型上的分布式量子线路映射问题进行了研究, 旨在通过最少的 Teledata 操作来实现量子线路的分布式执行。该研究主要考虑了分布式模型在网络拓扑的连通性以及数据容量上的限制, 而未考虑信道容量约束。该研究提出了两种启发式量子线路划分方法: Local-Best 算法和 Zero-Stitching 算法。前者首先使用禁忌搜索确定初始的量子比特分配方案, 随后根据前瞻性启发

规则, 选择最佳的 Teledata 路径, 以高效执行特定全局门; 后者将量子线路分割成多个无须任何 Teledata 操作的子线路, 进而采用动态规划法将这些子线路拼接起来, 使得相邻子线路之间的 Teledata 次数最小化。实验结果表明, Local-Best 算法更适用于随机量子线路, 而 Zero-Stitching 更适用于具有重复模式的线路, 如量子傅里叶变换线路。

4.2 Telegate 型映射

文献 [68] 从以下两个方面对文献 [61] 中的工作进行了改进和拓展。首先, 通过结合超图方法和 Steiner 树^[69] 技术, 使得所提分布式量子线路映射方法不再局限于理想化的同构模型, 而是能够面向更加复杂和实际的异构型架构; 其次, 引入并发展了嵌入技术^[70], 该技术可通过单次 EPR 纠缠态来局部实现尽量多的全局受控量子门, 从而有效减少所需的纠缠资源。

文献 [71] 比较了多种超图分割技术在求解异构模型上分布式量子线路映射问题时的性能表现, 并指出 FM 算法^[72] 在基准线路测试中平均所需的纠缠资源最少。

文献 [73] 以 Telegate 作为远程通信协议, 将异构架构上的分布式量子线路映射问题描述为一个整数线性规划问题, 其目标函数等于给定量子比特分配方式下调度所有全局门所需的通信成本。为找到通信成本最低的量子比特分配方式, 该研究提出了一种多阶段混合模拟退火算法。该算法通过多阶段退火和局部搜索相结合的方式, 来提升算法的优化性能。在多种不同网络拓扑下对该算法的优化性能进行了验证, 实验结果表明, 该算法可以稳定地减少通信开销。

文献 [74] 在文献 [73] 的基础上, 进一步提出了一种概率感知的分布式量子线路映射模型。该模型通过对链路纠缠生成率进行概率分析, 确定不同节点之间的通信开销。具体而言, 文献 [74] 考虑了节点间量子链路的 EPR 纠缠生成率和纠缠交换成功率, 以更准确地评估通信开销。此外, 该研究引入了一种多流路由协议来提高整体纠缠率。与传统的基于最短路径的路由协议不同, 这种多流路由协议允许多条路径用于路由量子纠缠, 从而提高了量子纠缠的生成效率和稳定性。最后, 该研究沿用和文献 [73] 相同的多阶段混合模拟退火算法, 以最小化通信开销。

文献 [75] 将分布式量子线路映射问题定义为

多商品流问题, 并引入了最小化运行时间和纠缠资源使用的目标函数。该研究通过动态网络流的形式, 将原问题分解为多个子问题, 并提出了基于整数线性规划的求解方法。此外, 该研究还提出了准并行化 (quasi-parallelism) 概念, 即通过电路操作和逻辑重组, 将逻辑上相关的远程操作在尽可能短的并行时间内并行执行, 从而大幅缩短量子线路的运行时间。在多种不同拓扑结构 (六边形和正方形晶格) 上的实验结果表明, 该方法可以有效减少量子线路的运行时间和通信资源消耗。但需特别强调的是, 该编译器尚未将每个节点内部物理量子比特之间的连通性纳入考量, 有待通过后续研究将量子比特的本地路由整合至编译优化流程中。

4.3 Teledata+Telegate 型映射

文献 [76] 对文献 [72] 的工作进行了拓展, 以更好地适应复杂的异构网络场景。该工作深入考虑了实际分布式计算模型中的诸多物理限制, 如网络的连通性限制、计算节点的异构性以及每个节点上的数据容量和信道容量等, 并提出了一种结合 Telegate 和 Teledata 两种通信协议的分布式量子线路映射方法。该方法把量子线路划分为多个部分, 对每部分的子线路采用与文献 [62] 类似的基于 Telegate 的量子线路划分方法, 并通过 Teledata 协议将这些子线路的划分结果进行有效连接。实验数据表明, 相较于仅依赖单一通信协议, 同时运用 Telegate 和 Teledata 两种协议能显著减少分布式量子线路映射过程中的通信开销, 即 EPR 纠缠对数目。

文献 [77] 基于强化学习模型提出了一种面向异构模型的量子线路编译器原型。该研究综合考虑了分布式量子计算场景中必需的 EPR 纠缠对生成和路由、全局门调度以及执行局部电路时 SWAP 门的注入, 以最小化量子线路执行时间为优化目标, 将分布式量子编译器的优化问题建模为一个马尔可夫决策过程, 并据此提出一种受约束的强化学习方法, 以近似最优编译器。该方法采用深度 Q 网络 (deep Q-network) 和双深度 Q 网络 (double deep Q-network) 等模型, 有效学习了减少编译后量子线路深度的策略, 从而降低了预期执行时间和操作错误率。文献 [77] 通过一系列模拟实验对这些强化学习方法的有效性进行了验证。

文献 [78] 探讨了异构型架构上分布式量子线路映射面临的主要挑战, 如节点内数据量子比特和通信量子比特数量的权衡、远程纠缠路由路径的选择以及纠缠生成和分发的长时延问题等, 并以最小

化量子线路深度为目标, 设计了一种分布式量子编译器。为此, 文献 [78] 采用了两种不同的全局门执行策略, 分别为基于纠缠交换的策略和基于数据比特交换的策略。前者结合 Telegate 和纠缠交换协议来执行全局门, 而后者利用 Teledata 协议在节点间移动量子比特, 从而将全局门转换成局域门。文献 [78] 在一维邻近邻拓扑和超立方体拓扑下对以上两种策略和文献 [61] 的工作进行了比较。实验结果表明, 所提两种策略下生成的线路深度通常小于文献 [61] 的结果; 另外, 基于数据比特交换的策略在减少电路深度方面通常表现更佳。

5 量子线路切割

与分布式量子线路映射技术不同, 量子线路切割技术可适用于经典型分布式计算架构。

如前所述, 分布式量子线路映射为执行超出单 QPU 数据容量的量子线路提供了有效途径, 但其要求存在一个基于量子通信网络的分布式计算架构作为实施计算的物理平台。在缺少量子信道的情况下, 分布式量子线路映射将无用武之地。此时, 可以通过量子线路切割技术近似地解决使用小规模 QPU 芯片执行大规模线路的问题。

量子线路切割技术将包含多个逻辑比特的量子线路分割成若干独立的子线路, 使得每个子线路所包含的逻辑比特数都不超过 QPU 芯片的数据容量。然后, 将各子线路在单个 QPU 中串行执行、或在由经典信道互连的多个独立 QPU 上并行执行。最终, 通过组合子线路的结果, 近似地恢复原始输出。需特别强调的是, 线路切割技术大多基于量子信道的准概率分解理论^[79], 因此通常仅适用于估计可观测量数学期望值的应用场景。另外, 该技术完全切断了各子线路之间原本的量子关联, 所以需要通过对子线路进行多次重复采样的方式来模拟和近似这些量子关联。将所需的子线路采样次数称为采样开销。为使得最终结果满足精度要求, 采样开销通常是切割数的指数级函数。因此, 该方法通常适合量子比特间的相互作用比较稀疏的量子线路。

量子线路切割技术按照切割对象的不同可分为两类: 量子比特切割 (wire cutting) 方法^[80-84]和量子门切割 (gate cutting) 方法^[85-87]。图 9 给出了该方法的一个示例线路, 通过切割中间的量子比特, 原始量子线路被分割成两个子线路。每个切割的位置对应一个 8 种“测量-制备”信道的线性组合, 其中每个信道由对泡利可观测量的测量算子和对相

应本征态的制备算子组成。为使得目标可观测量的期望值达到指定精度，该方法需要的采样开销为 $O(16^k)$ ，其中 k 为切割点的总数。量子门切割方法由文献^[85]提出，通过切割双比特量子门，将原量子线路分割成数个子线路。如图 10 所示，该方法实际上采用了类似准概率模拟的方式将量子线路中的双比特量子门拆分成单比特量子门的组合。该方法需要的采样开销为 $O(9^k)$ ，其中 k 为切割点的数目。

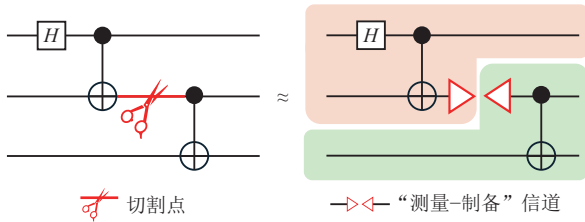


图 9 量子比特切割示意图

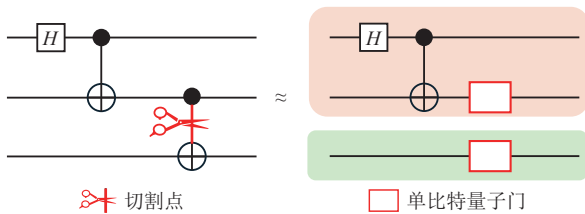


图 10 量子门切割示意图

量子线路切割技术能够在无须量子信道参与的情况下，有效拓展 NISQ 设备的计算规模。同时，切割后的小线路可以得到更高的计算保真度，因此这一技术得到了广泛关注，相关研究仍在持续深入进行。如文献 [82] 提出一种名为经典纠缠锻造 (classical entanglement forging) 的方法，其理论基础是施密特分解 (Schmidt decomposition)，即利用奇异值分解将一个双分系统的量子态表示为两个子系统态的张量积。通过该方法，可以将一个 $2n$ 比特的量子模拟任务分解为多个 n 比特量子模拟的线性组合，从而使得 QPU 芯片可处理的问题规模翻倍。文献 [83] 基于量子比特切割技术提出了一种可扩展的“量子-经典”混合计算方案 CutQC。为寻找最优切割位置，CutQC 提出了一种基于混合整数规划的自动切割算法。此外，为应对经典后处理的可扩展性挑战，CutQC 方法根据量子线路的规模和特性，构建了两种策略：全定义查询和动态定义查询。其中，全定义查询适用于中小规模量子线路，能够精确重建原始量子线路完整的输出概率分布；而动态定义查询则针对大规模量子电路，通过递归细化高概率区域，高效地采样和近似重建输出概率分布，从而避免了存储和处理完整概率分布的高昂成本。

6 分布式量子线路映射研究展望

本节将根据分布式量子计算架构的演化动向，对分布式量子线路映射的未来研究热点进行展望。

6.1 面向新兴模块化架构的映射方法

随着量子计算技术的快速发展，分布式量子线路映射的研究焦点已从理想化的同构网络模型逐渐转向更为贴近实际的异构网络模型。然而，这些异构模型大多抽象自量子互联网 (quantum internet)，其通信原语高度依赖于纠缠态的远距生成和分发，导致在时延和保真度上难以和现有 NISQ 计算设备相匹配。因此，面向异构网络的现有方法大多无法直接适用于 NISQ 时代下的分布式量子计算场景。

近年来，多种短程量子互连技术，如超导量子比特的微波链路^[88-89]、离子阱的光子/声子耦合^[90-91]等，取得了显著的实验进展。这些技术为新型模块化量子计算 (modular quantum computing) 提供了有力支持，并有望在 NISQ 时代更快落地，从而形成与远程量子网络并行发展的分布式量子计算新局面。文献 [92] 提出了一种利用低温微波链路连接超导量子比特的方法，实现了超导量子比特间的短距量子态传输和纠缠制备。该方案使用超导矩形波导作为传输介质，连接两个稀释制冷机中的超导量子比特，实现了 5 m 距离内的量子态传输和纠缠制备，平均传输保真度和目标态保真度分别达到 85.8% 和 79.5%。文献 [93] 报道了一个由两个超导量子节点组成的量子网络，其中的两个节点通过一根 1 m 长的超导同轴电缆连接，实现了量子态在节点之间的确定性转移，平均转移保真度达到 91.1%。文献 [94] 使用离子阱系统实现了一种模块化量子计算协议，该协议允许客户端评估由服务器提供的酉操作 U 的迹的绝对值，而无须知道 U 的具体实现细节，为此设计了一种新的控制交换 (CSWAP) 门，可以相干地交换囚禁离子的运动模式，控制其内部能级，该门的平均保真度达到 85%。文献 [95] 演示了一种用于连接离子阱芯片模块的高保真度物质链接，可在 684 μm 的距离内以每秒 2 424 个的速率传输离子，并且运输过程中离子丢失的保真度低于 7×10^{-8} ，从而为构建可扩展的离子阱量子计算架构提供了有效途径。上述短程量子互连技术不仅在量子态传输时延方面与 NISQ 设备中的双比特量子门执行时长相当，而且其传输保真度也随着技术的不断迭代而逐渐逼近双比特量子门的水平。因此，在当前的 NISQ 时代，采用此类短程互连技术

的模块化架构相较于基于远程量子网络的分布式架构而言, 更易于实现。文献 [96] 通过实验仿真初步验证了这种互连技术在构建大规模超导量子计算机的技术可行性。IBM 计划采用这种短距互连技术, 将多个 QPU 连接起来, 从而构成更大的模块化量子计算系统。同时, 为了适应这种新型模块化架构, IBM 还计划在其量子计算软件包 Qiskit 中集成专门的量子线路映射工具。

随着众多基于不同 NISQ 技术的模块化量子计算架构的纷纷涌现, 针对特定类型架构, 设计专属的分布式量子线路映射方法将成为必然趋势。文献 [97] 基于超导量子短距互连技术和超导 QPU 的技术特征构建了一种抽象的分布式量子计算模型, 并以最小化量子态传输次数为目标, 提出了一种分布式量子线路映射方法。该方法可同时解决 QPU 内以及 QPU 间的量子态路由问题, 并显著减少所需的 SWAP 门数和量子态传输次数。总体而言, 由于新型模块化架构的多样性和复杂性, 相关映射方法仍处于初步探索阶段。目前, 对于如何高效地将量子线路映射到这些不同且可能具有独特互连拓扑和约束条件的模块化架构上, 缺乏系统性的研究和通用的解决方案。因此, 更多针对新型模块化架构的映射研究有待展开, 以开发适应性强、优化效果显著的映射算法, 从而充分利用各类 NISQ 技术的优势, 推动分布式量子计算的广泛应用和发展。

6.2 适应全场景的通用量子线路编译软件

现有分布式量子线路研究大多未考虑 QPU 本身的物理局限性, 如物理量子比特的受限连通性。这种做法主要源自两个原因: 一是为了降低分布式映射问题的复杂性, 从而更有利于构建能

有效降低通信代价的分布式映射策略; 二是大量面向单 QPU 的量子线路编译研究工作已很好地解决了 QPU 内部的物理局限性。然而, 事实上将分布式量子线路映射集成至现有的量子线路编译器并不是一项简单的工作。要想获得一个同时适应分布式架构和单机架构的通用量子线路编译器, 必须从整体系统的角度出发, 同时考虑各种约束条件, 并协同地构建分布式映射策略和 QPU 内映射策略。

文献 [98] 对构建通用量子线路编译软件进行了初步尝试, 其实验结果在一定程度上验证了将分布式量子线路映射作为功能模块简单地集成至编译流程的做法, 可能会导致量子线路性能的下降。该研究提出了一个模块化的量子线路编译框架, 如图 11 所示, 主要包含量子比特分配、全局门调度以及节点内的局部映射和局部路由 4 个独立模块。该研究在多种网络拓扑、节点配置、信道容量以及通信协议下进行了实验。实验结果揭示了一些重要发现, 如在增加节点信道容量的情况下, 量子线路的深度并没有如预期般减少, 反而有所增加。这一现象主要源于局部路由策略对通信量子比特的过度使用, 导致需要插入更多的 SWAP 门。这一发现在一定程度上揭示了协同地设计全局路由策略和局部路由策略的重要性。因此, 在现有 NISQ 计算设备短期内无法具备纠错容错能力的情况下, 这种以模块形式简单地向量子线路编译软件叠加新功能的做法, 可能并不能带来量子线路编译质量的整体提升。随着分布式 NISQ 计算架构成为主流, 以一种“高耦合”的方式将多个模块作为一个整体进行设计, 反而可能在短期内更有利于提升量子线路的执行成功率。

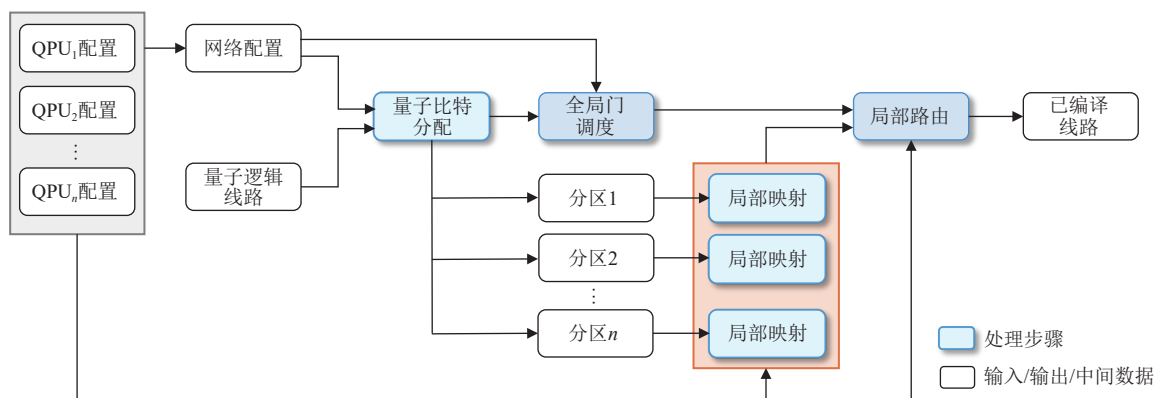


图 11 模块化通用量子线路编译框架^[98]

7 结束语

分布式量子计算通过量子通信网络将多个小规

模量子计算节点连接起来, 以协同完成复杂量子计算任务。这一架构不仅为克服单量子处理器 (QPU)

内量子比特数扩展瓶颈提供了可行途径, 也为未来构建大规模容错量子计算系统奠定了基础。在分布式量子计算系统中, 分布式量子线路映射技术作为编译软件的核心模块, 扮演着至关重要的角色。它负责将复杂的量子线路合理地分配到多个计算节点上, 并通过优化的量子门调度策略来减少跨节点通信开销, 从而保证量子线路的高保真度执行。

分布式量子线路映射随着分布式量子架构的兴起而获得广泛关注, 相关研究经历了从同构网络模型到异构网络模型, 以及从单一的通信协议到多种协议的结合使用的演变。值得注意的是, 目前量子计算仍处于多路线共同发展的阶段, 尚未出现“最终答案”级的技术路线。因此, 分布式量子线路映射技术也将随着量子计算系统的发展而不断演化。未来的研究应更加关注如何结合具体量子计算架构的物理特性, 设计出更加高效、实用的分布式量子线路映射方法。同时, 还应积极探索量子线路映射与其他量子计算技术的集成方式, 以推动量子计算实用化进程。

参考文献

- [1] SHOR P W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer[J]. *SIAM Review*, 1999, 41(2): 303-332.
- [2] LONG G L. Grover algorithm with zero theoretical failure rate[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(2): 022307.
- [3] DUAN B J, YUAN J B, YU C H, et al. A survey on HHL algorithm: From theory to application in quantum machine learning[J]. *Physics Letters A*, 2020, 384(24): 126595.
- [4] SCHALLER R R. Moore's law: Past, present and future[J]. *IEEE Spectrum*, 1997, 34(6): 52-59.
- [5] ARUTE F, ARYA K, BABBUSH R, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor[J]. *Nature*, 2019, 574(7779): 505-510.
- [6] WU Y L, BAO W S, CAO S R, et al. Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 180501.
- [7] ZHU Q L, CAO S R, CHEN F S, et al. Quantum computational advantage via 60-qubit 24-cycle random circuit sampling[J]. *Science Bulletin*, 2022, 67(3): 240-245.
- [8] 李晓巍, 付祥, 燕飞, 等. 量子计算研究现状与未来发展[J]. *中国工程科学*, 2022, 24(4): 133-144.
LI X W, FU X, YAN F, et al. Current status and future development of quantum computation[J]. *Strategic Study of CAE*, 2022, 24(4): 133-144.
- [9] CUOMO D, CALEFFI M, CACCIAPUOTI A S. Towards a distributed quantum computing ecosystem[J]. *IET Quantum Communication*, 2020, 1(1): 3-8.
- [10] CHOU K S, BLUMOFF J Z, WANG C S, et al. Deterministic teleportation of a quantum gate between two logical qubits[J]. *Nature*, 2018, 561(7723): 368-373.
- [11] QIU J W, LIU Y, NIU J J, et al. Deterministic quantum teleportation between distant superconducting chips [EB/OL]. (2023-02-17)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2302.08756>.
- [12] NIU J J, ZHANG L B, LIU Y, et al. Low-loss interconnects for modular superconducting quantum processors[J]. *Nature Electronics*, 2023, 6(3): 235-241.
- [13] CACCIAPUOTI A S, CALEFFI M, TAFURI F, et al. Quantum Internet: Networking challenges in distributed quantum computing[J]. *IEEE Network*, 2019, 34(1): 137-143.
- [14] CALEFFI M, AMORETTI M, FERRARI D, et al. Distributed quantum computing: A survey[J]. *Computer Networks*, 2024, 254: 110672.
- [15] BARRAL D, CARDAMA F J, DÍAZ G, et al. Review of distributed quantum computing: From single QPU to high performance quantum computing[J]. *Computer Science Review*, 2025, 57: 100747.
- [16] 王升斌, 窦猛汉, 吴玉椿, 等. 分布式量子计算研究进展[J]. *量子电子学报*, 2024, 41(1): 1-25.
WANG S B, DOU M H, WU Y C, et al. Research progress of distributed quantum computing[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2024, 41(1): 1-25.
- [17] BENNETT C H, BRASSARD G, CRÉPEAU C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [18] EINSTEIN A, PODOLSKY B, ROSEN N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?[J]. *Physical Review*, 1935, 47(10): 777-780.
- [19] NIELSEN M A, CHUANG I L. *Quantum computation and quantum information*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [20] JIANG L, TAYLOR J M, SØRENSEN A S, et al. Distributed quantum computation based on small quantum registers[J]. *Physical Review A*, 2007, 76(6): 062323.
- [21] YIMSIRIWATTANA A, LOMONACO S J. Generalized GHZ states and distributed quantum computing[EB/OL]. (2004-03-11)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0402148>.
- [22] ZUKOWSKI M, ZEILINGER A, HORNE M, et al. "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(26): 4287-4290.
- [23] KIM Y, KANG J, KWON Y. Design of quantum error correcting code for biased error on heavy-hexagon structure[J]. *Quantum Information Processing*, 2023, 22(6): 230.
- [24] YEPEZ J. Type-II quantum computers[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2001, 12(9): 1273-1284.
- [25] JOZSA R, LINDEN N. On the role of entanglement in quantum-computational speed-up[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 459(2036): 2011-2032.
- [26] QIU D W, LUO L, XIAO L G. Distributed Grover's

- algorithm[J]. *Theoretical Computer Science*, 2024, 993: 114461.
- [27] ZHOU X, QIU D W, LUO L. Distributed Bernstein–Vazirani algorithm[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2023, 629: 129209.
- [28] LI K, QIU D W, LI L Z, et al. Application of distributed semi-quantum computing model in phase estimation[J]. *Information Processing Letters*, 2017, 120: 23-29.
- [29] TAN J W, XIAO L G, QIU D W, et al. Distributed quantum algorithm for Simon’s problem[J]. *Physical Review A*, 2022, 106(3): 032417.
- [30] LI H, QIU D W, LUO L. Distributed exact quantum algorithms for Deutsch-Jozsa problem[EB/OL]. (2023-03-19)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2303.10663>.
- [31] YIMSIRIWATTANA A, LOMONACO S J. Distributed quantum computing: A distributed Shor algorithm[C]// *Proceedings of the Quantum Information and Computation II*. Orlando: SPIE, 2004: 360-372.
- [32] SHENDE V V, BULLOCK S S, MARKOV I L. Synthesis of quantum logic circuits[C]// *Proceedings of the 2005 Asia and South Pacific Design Automation Conference*. Shanghai: IEEE, 2005: 272-275.
- [33] JIANG J Q, SUN X M, TENG S H, et al. Optimal space-depth trade-off of CNOT circuits in quantum logic synthesis[C]// *Proceedings of the 14th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*. Maryland: SIAM, 2020: 213-229.
- [34] VARTIAINEN J J, MÖTTÖNEN M, SALOMAA M M. Efficient decomposition of quantum gates[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(17): 177902.
- [35] MÖTTÖNEN M, VARTIAINEN J J. Decompositions of general quantum gates[J]. *Trends in Quantum Computing Research*, 2006: 149-168.
- [36] ZULEHNER A, PALER A, WILLE R. An efficient methodology for mapping quantum circuits to the IBM QX architectures[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2018, 38(7): 1226-1236.
- [37] ZHU P C, DING W P, WEI L H, et al. A variation-aware quantum circuit mapping approach based on multi-agent cooperation[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2023, 72(8): 2237-2249.
- [38] WILLE R, VAN METER R, NAVEH Y. IBM’s Qiskit tool chain: Working with and developing for real quantum computers[C]// *Proceedings of the 2019 Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition*. New York: IEEE, 2019: 1234-1240.
- [39] FÜRNRATT H, SCHNABL P, KREBS F, et al. Towards higher abstraction levels in quantum computing[C]// *Proceedings of the International Conference on Service-Oriented Computing*. Singapore: Springer Nature, 2023: 162-173.
- [40] SIVARAJAH S, DILKES S, COWTAN A, et al. t|ket>: A retargetable compiler for NISQ devices[J]. *Quantum Science and Technology*, 2020, 6(1): 014003.
- [41] KERNIGHAN B W, LIN S. An efficient heuristic procedure for partitioning graphs[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1970, 49(2): 291-307.
- [42] AKHREMTSEV Y, HEUER T, SANDERS P, et al. Engineering a direct k-way hypergraph partitioning algorithm[C]// *2017 Proceedings of the 19th Workshop on Algorithm Engineering and Experiments*. Barcelona: SIAM, 2017: 28-42.
- [43] ZOMORODI-MOGHADAM M, HOUSHMAND M, HOUSHMAND M. Optimizing teleportation cost in distributed quantum circuits[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2018, 57: 848-861.
- [44] HOUSHMAND M, MOHAMMADI Z, ZOMORODI-MOGHADAM M, et al. An evolutionary approach to optimizing teleportation cost in distributed quantum computation[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2020, 59(4): 1315-1329.
- [45] DADKHAH D, ZOMORODI M, HOSSEINI S E. A new approach for optimization of distributed quantum circuits[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2021, 60(9): 3271-3285.
- [46] DAEI O, NAVI K, ZOMORODI-MOGHADAM M. Optimized quantum circuit partitioning[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2020, 59(12): 3804-3820.
- [47] GHODSOLLAHEE I, DAVARZANI Z, ZOMORODI M, et al. Connectivity matrix model of quantum circuits and its application to distributed quantum circuit optimization[J]. *Quantum Information Processing*, 2021, 20(7): 235.
- [48] DAEI O, NAVI K, ZOMORODI M. Improving the teleportation cost in distributed quantum circuits based on commuting of gates[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2021, 60(9): 3494-3513.
- [49] DADKHAH D, ZOMORODI M, HOSSEINI S E, et al. Reordering and partitioning of distributed quantum circuits[J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 70329-70341.
- [50] DAVARZANI Z, ZOMORODI M, HOUSHMAND M. A hierarchical approach for building distributed quantum systems[J]. *Scientific Reports*, 2022, 12(1): 15421.
- [51] CHEN Z L, CHEN X Y, JIANG Y B, et al. Routing strategy for distributed quantum circuit based on optimized gate transmission direction[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2023, 62(12): 255.
- [52] CHENG X Y, CHEN X Y, CAO K X, et al. Optimization of the transmission cost of distributed quantum circuits based on merged transfer[J]. *Quantum Information Processing*, 2023, 22(5): 187.
- [53] DAVARZANI Z, ZOMORODI-MOGHADAM M, HOUSHMAND M, et al. A dynamic programming approach for distributing quantum circuits by bipartite graphs[J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(10): 360.
- [54] BAKER J M, DUCKERING C, HOOVER A, et al. Time-sliced quantum circuit partitioning for modular architectures[C]// *Proceedings of the 17th ACM International Conference on Computing Frontiers*. Sicily: ACM, 2020: 98-107.
- [55] OVIDE A, RODRIGO S, BANDIC M, et al. Mapping quantum algorithms to multi-core quantum computing architectures[C]// *Proceedings of the 2023 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*.

- Monterey: IEEE, 2023: 1-5.
- [56] ESCOFET P, OVIDE A, ALMUDEVER C G, et al. Hungarian qubit assignment for optimized mapping of quantum circuits on multi-core architectures[J]. *IEEE Computer Architecture Letters*, 2023, 22(2): 161-164.
- [57] KUHN H W. The Hungarian method for the assignment problem[J]. *Naval Research Logistics*, 2004, 52(1): 7-21.
- [58] BANDIC M, PRIELINGER L, NÜBLEIN J, et al. Mapping quantum circuits to modular architectures with QUBO[C]//*Proceedings of the 2023 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering*. New York: IEEE, 2023: 790-801.
- [59] PASTOR A, ESCOFET P, RACHED S B, et al. Circuit partitioning for multi-core quantum architectures with deep reinforcement learning[C]//*Proceedings of the 2024 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. New York: IEEE, 2024: 1-5.
- [60] CLARK J, HUMBLE T, THAPLIYAL H. TDAG: Tree-based directed acyclic graph partitioning for quantum circuits[C]//*Proceedings of the Great Lakes Symposium on VLSI 2023*. Knoxville: IEEE, 2023: 587-592.
- [61] ANDRÉS-MARTÍNEZ P, HEUNEN C. Automated distribution of quantum circuits via hypergraph partitioning[J]. *Physical Review A*, 2019, 100(3): 032308.
- [62] G SUNDARAM R, GUPTA H, RAMAKRISHNAN C R. Efficient distribution of quantum circuits[C]//*Proceedings of the 35th International Symposium on Distributed Computing*. Schloss Freiburg: Dagstuhl-Leibniz-Zentrum für Informatik, 2021: 1-20.
- [63] ANDREEV K, RÄCKE H. Balanced graph partitioning[C]//*Proceedings of the 16th Annual ACM Symposium on Parallelism in Algorithms and Architectures*. Barcelona: ACM, 2004: 120-124.
- [64] CHEN J, KANJ I A. Constrained minimum vertex cover in bipartite graphs: Complexity and parameterized algorithms[J]. *Journal of Computer and System Sciences*, 2003, 67(4): 833-847.
- [65] NIKAH D E, MOHAMMADZADEH N, SEDIGHI M, et al. Automated window-based partitioning of quantum circuits[J]. *Physica Scripta*, 2021, 96(3): 035102.
- [66] DAVIS M G, CHUNG J, ENGLUND D, et al. Towards distributed quantum computing by qubit and gate graph partitioning techniques[C]//*Proceedings of the 2023 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering*. Washington: IEEE, 2023: 161-167.
- [67] SUNDARAM R G, GUPTA H. Distributing quantum circuits using teleportations[C]//*Proceedings of the 2023 IEEE International Conference on Quantum Software*. New York: IEEE, 2023: 186-192.
- [68] ANDRÉS-MARTÍNEZ P, FORRER T, MILLS D, et al. Distributing quantum circuits over heterogeneous, modular quantum computing network architectures[J]. *Quantum Science and Technology*, 2024, 9(4): 045021.
- [69] PRÖMEL H J, STEGER A. The Steiner tree problem: A tour through graphs, algorithms, and complexity[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.
- [70] WU J Y, MATSUI K, FORRER T, et al. Entanglement-efficient bipartite-distributed quantum computing[J]. *Quantum*, 2023, 7: 1196.
- [71] CAMBIUCCI W, SILVEIRA R M, RUGGIERO W V. Hypergraphic partitioning of quantum circuits for distributed quantum computing[C]//*Proceedings of the 2023 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering*. Washington: IEEE, 2023: 268-269.
- [72] FIDUCCIA C M, MATTHEYSES R M. A linear-time heuristic for improving network partitions[C]//*Proceedings of the 19th Design Automation Conference*. New York: ACM, 1982: 241-247.
- [73] MAO Y L, LIU Y, YANG Y Y. Qubit allocation for distributed quantum computing[C]//*Proceedings of the IEEE INFOCOM 2023-IEEE Conference on Computer Communications*. New York: IEEE, 2023: 1-10.
- [74] MAO Y L, LIU Y, YANG Y Y. Probability-aware qubit-to-processor mapping in distributed quantum computing[C]//*Proceedings of the 1st Workshop on Quantum Networks and Distributed Quantum Computing*. New York: ACM, 2023: 51-56.
- [75] CUOMO D, CALEFFI M, KRSULICH K, et al. Optimized compiler for distributed quantum computing[J]. *ACM Transactions on Quantum Computing*, 2023, 4(2): 1-29.
- [76] SUNDARAM R G, GUPTA H, RAMAKRISHNAN C R. Distribution of quantum circuits over general quantum networks[C]//*Proceedings of the 2022 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering*. Broomfield: IEEE, 2022: 415-425.
- [77] PROMPONAS P, MUDVARI A, DELLA C L, et al. Compiler for distributed quantum computing: A reinforcement learning approach[EB/OL]. (2024-04-25)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2404.17077>.
- [78] FERRARI D, CACCIAPUOTI A S, AMORETTI M, et al. Compiler design for distributed quantum computing[J]. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2021, 2: 1-20.
- [79] PASHAYAN H, WALLMAN J J, BARTLETT S D. Estimating outcome probabilities of quantum circuits using quasiprobabilities[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(7): 070501.
- [80] PENG T Y, HARROW A W, OZOLS M, et al. Simulating large quantum circuits on a small quantum computer[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(15): 150504.
- [81] AYRAL T, LE RÉGENT F M, SALEEM Z, et al. Quantum divide and compute: Hardware demonstrations and noisy simulations[C]//*Proceedings of the 2020 IEEE Computer Society Annual Symposium on VLSI*. Limassol: IEEE, 2020: 138-140.
- [82] EDDINS A, MOTTA M, GUJARATI T P, et al. Doubling the size of quantum simulators by entanglement forging[J]. *PRX Quantum*, 2022, 3: 010309.
- [83] TANG W, TOMESH T, SUCHARA M, et al. CutQC: Using small quantum computers for large quantum circuit evaluations[C]//*Proceedings of the 26th ACM International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*. New York: ACM, 2021: 473-486.

- [84] TANG W, MARTONOSI M. ScaleQC: A scalable framework for hybrid computation on quantum and classical processors[EB/OL]. (2022-07-03)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/pdf/2207.00933>.
- [85] MITARAI K, FUJII K. Constructing a virtual two-qubit gate by sampling single-qubit operations[J]. *New Journal of Physics*, 2021, 23(2): 023021.
- [86] PIVETEAU C, SUTTER D. Circuit knitting with classical communication[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2024, 70(4): 2734-2745.
- [87] BRENNER L, PIVETEAU C, SUTTER D. Optimal wire cutting with classical communication[EB/OL]. (2023-02-07)[2024-06-20]. <https://arxiv.org/abs/2302.03366>.
- [88] VERMERSCH B, GUIMOND P O, PICHLER H, et al. Quantum state transfer via noisy photonic and phononic waveguides[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(13): 133601.
- [89] KURPIERS P, MAGNARD P, WALTER T, et al. Deterministic quantum state transfer and remote entanglement using microwave photons[J]. *Nature*, 2018, 558(7709): 264-267.
- [90] HUCUL D, INLEK I V, VITTORINI G, et al. Modular entanglement of atomic qubits using photons and phonons[J]. *Nature Physics*, 2015, 11: 37-42.
- [91] MONROE C, RAUSSENDORF R, RUTHVEN A, et al. Large-scale modular quantum-computer architecture with atomic memory and photonic interconnects[J]. *Physical Review A*, 2014, 89(2): 022317.
- [92] MAGNARD P, STORZ S, KURPIERS P, et al. Microwave quantum link between superconducting circuits housed in spatially separated cryogenic systems[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(26): 260502.
- [93] ZHONG Y P, CHANG H S, BIENFAIT A, et al. Deterministic multi-qubit entanglement in a quantum network[J]. *Nature*, 2021, 590(7847): 571-575.
- [94] ZHANG K, THOMPSON J, ZHANG X, et al. Modular quantum computation in a trapped ion system[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 469.
- [95] AKHTAR M, BONUS F, LEBRUN-GALLAGHER F R, et al. A high-fidelity quantum matter-link between ion-trap microchip modules[J]. *Nature Communications*, 2023, 14(1): 531.
- [96] LARACUENTE N, SMITH K N, IMANY P, et al. Modeling short-range microwave networks to scale superconducting quantum computation[J]. *Quantum*, 2025, 9: 1581.
- [97] 朱鹏程, 卫丽华, 冯世光, 等. 面向分布式超导量子计算架构的量子线路映射[J]. *软件学报*, 2025, 36(5): 2381-2400.
- ZHU P C, WEI L H, FENG S G, et al. Quantum circuit mapping for distributed superconducting quantum computing architecture[J]. *Journal of Software*, 36(5): 2381-2400.
- [98] FERRARI D, CARRETTA S, AMORETTI M. A modular quantum compilation framework for distributed quantum computing[J]. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2023, 4: 1-13.

编辑 张莉