

## 电磁计算与电磁工业软件



李斌<sup>1,2\*</sup>, 徐立<sup>1,2</sup>, 王浩<sup>1,2</sup>, 尹俊辉<sup>1,2</sup>, 胡权<sup>1,2</sup>, 胡玉禄<sup>1,2</sup>, 杨中海<sup>1,2</sup>

(1. 电子科技大学 电子科学与工程学院, 成都 611731; 2. 电子科技大学 大型电磁工业软件教育部重点实验室, 成都 611731)

**摘要** 概要介绍了电磁计算与电磁工业软件的研究进展。1) 介绍了电磁计算方法的研究进展, 对解析方法、高频近似方法、全波计算方法、快速计算方法, 以及近年发展起来的混合方法进行了阐述; 2) 概述了基于时域有限差分方法 (FDTD)、有限元法 (FEM)、矩量法 (MoM) 等全波计算方法的 3 款国际主流商业电磁计算软件的特点和发展历程; 3) 介绍了我国具有自主知识产权的“摇光”高频电磁工业软件的算法体系、软件功能以及实际应用情况; 4) 对电磁计算与电磁工业软件的未来发展进行了总结和展望。

**关键词** 电磁计算; 电磁工业软件; 时域有限差分方法; 有限元法; 矩量法; 摇光高频电磁仿真软件  
**中图分类号** TN0; TP31 **文献标志码** A **DOI** 10.12178/1001-0548.2024248

## Computational Electromagnetics and Electromagnetic Industry Software

LI Bin<sup>1,2\*</sup>, XU Li<sup>1,2</sup>, WANG Hao<sup>1,2</sup>, YIN Junhui<sup>1,2</sup>, HU Quan<sup>1,2</sup>, HU Yulu<sup>1,2</sup>, and YANG Zhonghai<sup>1,2</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;  
2. Key Laboratory of Large-Scale Electromagnetic Industrial Software of the Ministry of Education, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract** This paper provides an overview of the research progress in computational electromagnetics and electromagnetic industry software. First, it introduces the advancements in computational electromagnetic methods, covering analytical methods, high-frequency approximation methods, full-wave computation methods, and fast computation methods, as well as hybrid methods that have developed in recent years. Second, the overview summarizes the characteristics and development history of three major types of international commercial electromagnetic computation software based on full-wave computation methods such as the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method, Finite Element Method (FEM), and Method of Moments (MoM). Third, the algorithm system, software functionality, and practical applications of Yaoguang, a high-frequency electromagnetic industrial software with independent intellectual property rights in China is introduced. Finally, we conclude with a summary and outlook on the future development of computational electromagnetics and electromagnetic industrial software.

**Key words** computational electromagnetics; electromagnetic industry software; finite-difference time-domain (FDTD); finite element method (FEM); method of moments (MoM); Yaoguang high frequency electromagnetic simulator

工业软件<sup>[1]</sup>主要指在工业领域里应用的各种软件, 包括系统软件、应用软件、中间件、嵌入式软件等, 涵盖了研发、设计、制造、管理、协作等各个生产制造环节。工业软件一般可分为研发设计类软件和制造运营管理类软件这两个大类, 研发设计类主要包括 CAD、CAE 和 EDA 等软件, 制造运

营管理类主要包括 CAM、CAPP、MES、APS、PDM、PLM、ERP、SCM、CRM 等软件。工业软件被誉为现代制造业的基石, 对国民经济生产具有举足轻重的影响。

2018 年 4 月, 《科技日报》发布亟待攻克的核心工业软件的系列报道, 核心工业软件被列为

收稿日期: 2024-09-09; 修回日期: 2024-10-21

基金项目: 国家自然科学基金 (62071102, 12102087, 62301133)

作者简介: 李斌, 博士, 教授, 主要从事微波毫米波太赫兹的理论研究、数值计算、计算机仿真设计、工业软件等方面的研究。

\*通信作者 E-mail: libin@uestc.edu.cn

35 项“卡脖子”技术之一，引起学术界、产业界和国家相关部门的高度关注。

2021 年 5 月 28 日，习近平总书记在中国科学院第二十次院士大会、中国工程院第十五次院士大会、中国科协第十次全国代表大会发表重要讲话，指出“科技攻关要坚持问题导向，奔着最紧急、最紧迫的问题去。要从国家急需和长远需求出发，在石油天然气、基础原材料、高端芯片、工业软件、农作物种子、科学试验用仪器设备、化学制剂等方面关键核心技术上全力攻坚……”，工业软件作为当前国家最紧急、最紧迫的 7 项关键核心技术之一，引起了国家的高度重视。

2024 年 7 月 18 日，中国共产党第二十届中央委员会第三次全体会议，通过《中共中央关于进一步全面深化改革 推进中国式现代化的决定》（以下简称《决定》），《决定》第 12 条：健全提升产业链供应链韧性和安全水平制度，提出“抓紧打造自主可控的产业链供应链，健全强化集成电路、工业母机、医疗装备、仪器仪表、基础软件、工业软件、先进材料等重点产业链发展体制机制，全链条推进技术攻关、成果应用……”，工业软件作为影响国家安全的七大重点产业链之一，要全链条推进技术攻关和成果应用，实现工业软件产业链和供应链的自主可控。

电磁工业软件是一类重要的研发设计类 CAE 工业软件，其基于物理学、电磁学、电磁场与微波技术、计算数学、计算物理学、计算电磁学、计算机科学与技术、软件工程，以及力学和热学等多门学科和专业，对各种电磁现象进行精确地模拟和计算，如电场、磁场的分布，电磁波的传输、辐射、散射，电磁兼容等，主要用于电磁相关的设计、分析、仿真和优化等工作，广泛应用于电子、通信、航空、航天、汽车、船舶、能源等行业，特别是对电子信息产业具有重要的支撑性和引领性。

本文第一部分概要介绍电磁工业软件涉及的主要电磁计算方法，第二部分重点介绍当前应用较多的国外电磁工业软件发展情况，第三部分介绍我国自主研发的具有自主知识产权的摇光高频电磁仿真软件的算法体系、软件功能以及实际应用情况，第四部分对电磁计算与电磁工业软件的未来发展进行总结和展望。

## 1 电磁计算方法的发展

电磁学是经典物理学的一部分，它主要研究电

荷、电流产生电场、磁场的规律，电场和磁场的相互联系，电磁场对电荷、电流的作用，以及电磁场对物质的各种效应等。自从麦克斯韦在 1864 年发表《电磁场的动力学理论》以来，求解已知激励和边界条件下麦克斯韦方程组的解一直是近百年来最受关注的问题之一。从时间维度来看，电磁计算方法主要经历了 5 个发展阶段<sup>[1]</sup>，最早主要是解析方法，后面开始发展高频近似方法、精确的全波计算方法、对高频近似和全波方法进行加速的快速方法，以及最近非常热门的混合方法。混合方法主要是指根据实际工程计算需要，混合使用高频近似、全波和快速方法，其目的都是为了算得更快、更准，同时希望消耗的计算资源更少。

### 1.1 解析方法

解析方法能够求解的电磁场问题非常少，仅限于少量规则结构的电磁学问题，可以直接获得精确的解析解。经典电磁理论只能在 11 种可分离变量坐标系中求解麦克斯韦方程组或者其退化形式，最后得到解析解。

解析方法的优点是可获得精确解，而且几乎不消耗计算资源；缺点是适用范围非常窄，对于不规则边界问题计算极其复杂，甚至无法求解。

### 1.2 高频近似方法

高频近似方法是基于波长远小于目标尺寸假设的一系列近似方法。主要包括几何光学法（Geometrical Optics, GO）、几何绕射理论（Geometrical Theory of Diffraction, GTD）、一致性绕射理论（Uniform Theory of Diffraction, UTD）、物理光学法（Physical Optics, PO）、物理绕射理论（Physical Theory of Diffraction, PTD）、弹跳射线法（Shooting and Bouncing Rays, SBR）等方法。

高频近似方法的优点是无须精确网格离散，计算量小；缺点也很明显，仅适用于电大尺寸问题，对物理模型采取了近似，精度有限。

### 1.3 全波计算方法

当前应用最广泛的是具有精确计算结果的全波方法。全波方法主要包括 3 种经典的算法，即时域有限差分法、有限元法和矩量法。

时域有限差分法（Finite-Difference Time-Domain, FDTD）采用结构化的 Yee 网格进行空间离散，对电场分量和磁场分量在空间和时间上采取交替抽样的方式进行离散，将时域麦克斯韦方程转化为差分方程。该方法计算复杂度低，不需要集成矩阵方程，易于实现大规模并行计算，主要的问题是难以

处理多尺度电磁问题, 存在数值色散, 仅具有二阶精度。

有限元法 (Finite Element Method, FEM) 是一种偏微分方程精确数值求解方法, 其应用变分原理, 把所要求解的边值问题转换为变分问题, 再利用有限的三角形或四面体网格对计算区域进行网格离散, 将变分问题求解转换为有限代数方程组求解。该方法的网格可以精确拟合计算区域, 适合处理精细结构和多尺度问题、高度非均匀材料问题等。由于使用了非结构网格, 有限元法几乎没有数值色散, 主要的问题是计算资源需求量大, 需要求解大型稀疏系数矩阵方程, 对于电大尺寸问题资源消耗巨大。而对于时域问题, 频域有限元法需要采用快速扫频技术以获得宽频带响应。

矩量法 (Method of Moments, MoM) 通过离散和检验两个过程将连续的矢量积分方程转化为离散的标量代数方程, 从而使得以往难以通过解析手段求解的电磁积分方程可以通过数值求解手段获得其数值解。该方法的优点是自动满足辐射边界条件, 对于金属和均匀介质目标只需表面离散, 主要的问题是系数矩阵稠密, 存储需求和计算时间会以矩阵维数的平方律增长, 对于非均匀介质或多种介质存在的情况, 需要体网格离散, 计算规模将急剧增长。

#### 1.4 快速计算方法

不管是高频近似方法, 还是全波计算方法, 都有各自的优点, 也有各自的局限性。研究电磁计算方法的科研工作者, 就在为这些方法寻找既能充分发挥各自优点, 同时又能大幅改进各自局限性的方案。这里介绍 5 种快速方法。

SBR+算法是在弹跳射线算法 (SBR) 的基础上考虑了爬行波射线 (CW)、物理绕射理论 (PTD)、一致性绕射理论 (UTD) 的加强高频算法。SBR+属于高频算法, 计算内存小、效率高, 可以高效分析超电大尺寸问题, 在保证高效率的基础上同时兼顾了计算精度。但是 SBR+在计算精度方面低于全波积分方程算法 (IE), 难以精确仿真电尺寸不大但具有复杂结构及复杂材料的电磁结构及电子器件。

多层快速多极子 (Multilevel Fast Multipole Algorithm, MLFMA) 是目前应用最广泛的积分方程快速算法。其可以将矩量法的计算复杂度减少为  $O(N \log N)$ , 因此其常用于电大尺寸及超电大尺寸问题的求解。MLFMA 方法内存消耗小, 计算效

率高, 并行度高。但 MLFMA 方法底层立方体组不能过小, 对于多尺度问题, 一个立方体组中可能包含过多未知量, 计算效率不理想。

自适应交叉近似方法 (Adaptive Cross Approximation, ACA) 是一种针对积分方程的快速算法, 其可使矩量法的计算复杂度与内存由  $O(N^2)$  减少为  $O(N^{4/3} \log N)$ 。ACA 算法不依赖积分核, 易于编程实现, 算法较为稳定且精度高。但是, 相比于其他矩量法快速算法, ACA 算法的计算消耗依旧较高。

IE-FFT (Integral Equation-Fast Fourier Transform) 方法是一种基于快速傅里叶变换的积分方程的快速算法。针对表面积分方程, 其内存与计算复杂度减少为  $O(N^{3/2})$  及  $O(N^{3/2} \log N)$ , 而针对体积分方程, 其计算复杂度仅为  $O(M \log N)$ 。IE-FFT 具有误差可控、普适性好的优点。但是, 相比于 MLFMA 方法, 其计算复杂度及内存消耗依旧较大。

有限元区域分解法是实现大规模电磁问题求解的有效途径。其将大规模区域划分为若干子区域, 分别求解再综合, 减少了内存需求, 且其并行度很高, 可以通过并行技术将原本难以计算的电大尺寸问题转移到计算机集群上计算来提高求解效率。但是, 有限元区域分解法依旧属于全波方法, 对于超电大尺寸问题, 其内存消耗及计算时间依旧很高。

#### 1.5 混合计算方法

针对超电大目标、电大多尺度目标、多层复合材料等计算问题, 在区域分解技术的基础上, 当前正在发展的混合计算方法, 结合有限元法、矩量法、高频近似方法等, 根据拟求解子区域的物理量特征, 实现自动混合求解和并行, 扬长避短, 可突破单一算法的性能限制, 为这类问题提供独有的高效精确方法。

## 2 国外电磁工业软件

国际上, 商业级电磁工业软件的数量不少。美国 ANSYS 公司的 HFSS 软件、法国达索公司的 CST 软件, 以及美国 Altair 公司的 FEKO 软件, 行业应用范围广泛, 同时也是全波计算方法 FEM、FDTD、MoM 三大主流算法衍生出的国际三大主流商业电磁工业软件。

### 2.1 美国 ANSYS HFSS 软件

20 世纪 60 年代末, Zoltan J. Cendes 在加拿大麦吉尔大学攻读电气工程的硕士<sup>[3]</sup>和博士<sup>[4]</sup>研究生期间, 开始研究基于有限元的电磁计算。

1973 年博士毕业后, Cendes 入职美国通用电气公司, 负责开发有限元代码, 6 年后回到母校麦吉尔大学电气工程系任副教授, 1982 年转到卡内基梅隆大学电子和计算机工程系担任教授。

1984 年, Cendes 创建 Ansoft 公司, 推出第一代电磁场有限元法仿真软件, 主要用于电机和变压器的电磁分析; 1988 年, HP 公司寻求 Ansoft 开发二维和三维射频微波电磁场工具, 并命名为高频结构模拟软件 (High Frequency Structure Simulator, HFSS); 1990 年, 发布 HFSS 的第一个版本; 1996 年, Ansoft 在 Nasdaq 上市; 2008 年, ANSYS 公司以 8.32 亿美元收购 Ansoft 公司。

HFSS 软件的核心电磁计算方法是频域有限元方法, 后续又不断融入时域有限元法、积分方程法、物理光学法、弹跳射线法等多种电磁场算法。HFSS 的主要技术特点和技术突破包括: 切向矢量有限元和高阶有限元技术、自适应网格剖分技术、有限元直接矩阵求解技术、超限元法、区域分解法、多算法混合求解与并行求解以及网格融合技术等。

Cendes 解决了有限元用于计算电磁学的若干基础性关键技术问题, 特别是自适应网格剖分技术, 使得电磁场有限元算法得以快速发展, 并成功应用于工程设计中。孙定国博士、李金发教授和赵克钟博士等在 Cendes 工作基础上进一步发展了 HFSS, 取得了多项重要技术突破, 奠定了 HFSS 软件在高频电磁场仿真领域的领导地位。

## 2.2 法国达索 CST 软件

1975 年, Thomas Weiland 在攻读博士学位<sup>[5]</sup>期间, 由于加速器的设计需要, 开始研究有限积分技术 (Finite Integration Technology, FIT), 该技术的本质为 FDTD 方法, 差异主要表现为 FDTD 求解的是微分形式的麦克斯韦方程组, 而 FIT 求解的是积分形式的麦克斯韦方程组。

1983 年, Weiland 创建 MAFIA (Solving Maxwell's Equations Using the Finite Integration Algorithm) 研究小组, 开展 3D 电磁模拟方面的技术研究; 1989 年发布 CST (Computer Simulation Technology) 的前身——MAFIA3.0 版本; 1992 年创办 CST 公司; 1998 年发布 CST Microwave Studio 1.0, 后面几年将 MAFIA 中的不同求解器陆续单独封装后, 以 CST Microwave Studio、CST Design Studio、CST EM Studio、CST Particle Studio 等工作室的形式发布; 2016 年, 法国达索系统公司以 2.2 亿欧元收购 CST 公司。

CST 主要采用时域有限积分法, 适用于宽带、时域反射分析、信号完整性分析、非线性材料。其一次时域仿真便可得出所有给定带宽内的  $S$  参量。这和其他采用 FDTD 方法的软件没有本质差别, 但是 CST 之所以能够从众多基于 FDTD 方法的软件中脱颖而出, 主要是 CST 在网格方面的独到工作。1998 年, CST 发布 PBA (Perfect Boundary Approximation) 共形网格技术, 极大地提升了时域求解器的计算精度和网格效率; 2002 年, 引入 TST (Thin Sheet Technology) 薄片技术, 通过对细线和薄片的专门处理, 大大地提高了对这两类问题的仿真精度和效率; 2004 年, 引入 MSS (Multilevel Subgridding Scheme) 多级子网格技术, 使网格定义更为有效、经济, 大幅减少网格点, 提高了仿真速度。

## 2.3 美国 Altair FEKO 软件

1994 年, Gronum Smith 博士在南非创办 EMSS 公司 (EM Software and Systems), 致力于将矩量法商业化。EMSS 公司 1996 年首次发布基于矩量法的 FEKO 软件 (Feldberechnung bei Körpern mit beliebiger Oberfläche), FEKO 基于经典 MoM, 融合多层快速多极子 (MLFMA) 快速求解技术, 是首个将矩量法进行商业化的软件, 也是首个成功运用多层快速多极子算法的商用软件。

后来 FEKO 又引入物理光学法 (PO)、几何光学法 (GO)、一致性绕射理论 (UTD)、有限元法 (FEM) 以及多种混合算法来高效处理各种不同的电磁问题。

FEKO 广泛应用于天线、天线布局、天线罩、屏蔽效能、电磁散射、频选结构、线束 EMC 等方面。2014 年, 美国 Altair 公司收购 EMSS 公司。

## 3 摇光高频电磁仿真软件

近 30 年来, 我国各大企业、研究所、高校使用电磁工业软件时, 较多使用的是国外商业软件, 主要包括美国 ANSYS 的 HFSS、法国达索的 CST、美国 Altair 的 FEKO 等软件。

本文作者团队自 2006 年开始有限元电磁计算方法研究, 次年发布首款三维有限元计算软件——高频电路模拟器 (High Frequency Circuit Simulator, HFCS)<sup>[6-9]</sup>, 实现本征计算功能; 2012 年增加电磁传输计算功能; 2017 年增加电磁辐射、散射计算, 以及热学和力学计算功能。2020 年软件正式更名为“摇光高频电磁仿真软件”, 以下简称摇光

软件。在大型工业软件国家重大工程任务等项目支持下, 摇光软件得到快速发展, 并于 2024 年 8 月, 正式免费公开发布 2024R1 版。

### 3.1 摇光软件算法体系及功能模块

摇光软件以有限元法为核心, 如图 1 所示, 通过发展超元精确端口截断技术、自适应初始网格及迭代加密技术、混合多波前块 ILU-p 型多重网格预处理技术和“电磁-热-力”精确耦合等多项关键技术, 形成了电磁辐射、散射、传输、本征, 热学, 力学, 以及“电磁-热-力”多物理场耦合分析能力。在此基础上, 进一步通过发展通用区域分解法和三维组件阵列区域分解法, 显著提升了复杂大规模问题求解效率。同时通过混合有限元-边界元算法等, 在区域分解架构上, 实现基于快速傅里叶变换、多层快速多极子算法的积分方程法与有限元法的精确耦合, 并支持高频近似等其他算法耦合, 从根本上突破了单一算法的性能限制, 提升了软件计算性能。摇光软件的具体功能如图 2 所示。

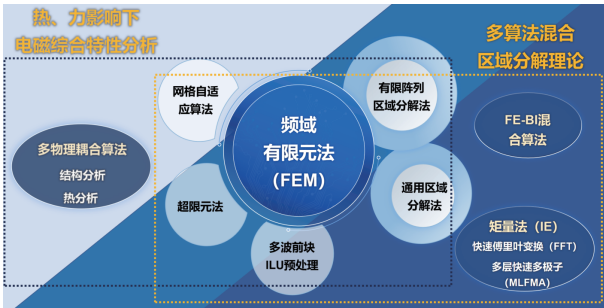


图 1 摇光软件的算法体系

<b>(1) 前处理模块</b>		<b>(3) 频域有限元算法求解器</b>	
二维/三维建模、通用 CAD 模型格式导入导出	参数化建模	模式驱动	单层基函数、混合阶基函数、超元法、多波前块 ILU/IC 预条件、多面网格预条件、模型降阶、多右端块等
材料设置 (支持损耗、各向异性、频变/非线性材料等)	激励设置 (波端口、集总端口、平面波、周期端口等)	终端驱动	
边界设置 (有限导体边界、PEC、PMC、主从边界、阻抗边界、辐射边界、理想匹配层等)		本征模式	去伪置流法、位移求逆预处理-稳态重启 Arnoldi 法
		区域分解法	通用区域分解法 (DDM)、三维组件区域分解法 (FADDM)、并行计算
<b>(2) 网格生成模块</b>		混合算法	积分方程法、多层快速多极子法、有限元-边界元法 (FE-BI)
自适应网格生成	自适应网格迭代加密	仿真	结构分析、振动分析、热分析、热应力、“电磁-热-力”多物理耦合仿真
		多物理协同仿真	
<b>(4) 后处理模块</b>			
辐射特性参数计算 (方向性系数、轴比、极化比、增益、有源驻波比、效率等)、散射特性参数计算 (单站/双站 RCS、表面电流/磁流)、传输特性参数计算 (S、Y、Z 矩阵、VSWR、群时延等)、终端特性参数计算 (终端及差分对的 S、Y、Z 矩阵、群时延等)、本征特性参数计算 (谐振频率、Q 值等)、后处理可视化 (支持数据表、一维曲线、二维/三维图形、三维电磁场云图、三维电磁场矢量云图和三维电磁场动画等)			

图 2 摇光软件的功能列表

### 3.2 摇光软件关键技术

#### 3.2.1 自适应初始网格及迭代加密技术

在有限元仿真中, 仿真精度显著受到网格质量的影响, 如网格的均匀性、正交性、尺寸和形状等因素<sup>[10]</sup>。摇光软件具备先进的自适应初始网格生成和迭代加密技术, 支持全局网格、局部加密、自定

义加密、曲面拟合等丰富的网格生成控制, 支持各向异性曲面拟合, 可在保证几何拟合的情况下大幅减少网格数。

在初始网格生成阶段, 软件可自动识别端口、材料和曲面等特征并生成高质量初始网格。利用网格自适应迭代技术, 通过电磁场体约束条件和面约束条件获得体误差源 ( $\mathbf{j}_v$ 、 $\rho_v$ ) 和面误差源 ( $\mathbf{j}_s$ 、 $\rho_s$ ), 并计算误差场:

$$\mathbf{e}_K \approx -\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_K \frac{\rho_v e^{-jkR}}{R} dV - \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_K \frac{\mathbf{j}_v e^{-jkR}}{R} dV \quad (1)$$

$$\mathbf{e}|_S \approx -\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\rho_s e^{-jkR}}{R} dS - \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{j}_s e^{-jkR}}{R} dS \quad (2)$$

根据误差源分布计算网格加密尺寸并优化网格, 将优化后的网格重新投入仿真, 并按照上述步骤进行多次迭代, 直至宏观参量误差或后验误差满足收敛标准<sup>[11-12]</sup>。实现根据场的变化情况进行自适应迭代加密, 可利用更少计算资源获得足够精确的计算结果, 避免了人工反复尝试不同的网格剖分带来的巨大成本。

#### 3.2.2 混合多波前块 ILU-p 型多重网格预处理技术

对于具有复杂几何结构及材料的大规模多尺度电磁问题, 最终需要求解的矩阵方程维数巨大, 采用直接法求解非常消耗时间, 求解规模将受制于有限的计算机内存; 而采用基于预处理技术的迭代法虽然内存消耗更少, 求解效率更高, 但大型多尺度特征将导致矩阵条件数剧增, 严重影响迭代求解效率甚至导致无法求解。

为此, 摇光软件采用了混合多波前块 ILU-p 型多重网格预处理技术<sup>[13-14]</sup>, 该预处理技术不仅具有较好的迭代收敛性, 同时具有较快的预处理子的构造速度。以二阶叠层基函数为例, p 型多重网格预处理可表示为如下矩阵形式:

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{P}_{11}^{-1}\mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{P}_{21}\mathbf{P}_{11}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{P}_{11}$  和  $\mathbf{P}_{22}$  分别由二阶叠层矢量基函数中的一阶基函数和二阶基函数的高阶部分构成; 而  $\mathbf{P}_{12}$  和  $\mathbf{P}_{21}$  则由上述基函数耦合形成;  $\mathbf{I}$  是单位矩阵。该预处理将原来的全局病态大型稀疏矩阵求逆问题转化

为两个相对更小的子矩阵  $\mathbf{P}_{11}$  和  $\mathbf{P}_{22}$  的求逆问题。并且由于这两个子矩阵分别对应于不同阶数的基函数,可采用不同的抛弃门限来加速收敛。为进一步提升效率,采用多波前块 ILU 预处理求解  $\mathbf{P}_{11}$  和  $\mathbf{P}_{22}$  的近似逆,从而构造出混合多波前块 ILU-p 型多重网格预处理。

多波前块 ILU 预处理继承了多波前直接法<sup>[15-16]</sup>高效的计算性能,利用矩阵重排序将原系数矩阵重新组织为一系列的相对稠密的小矩阵,既降低了不完全分解的计算量,又使得该方法能够大量采用稠密矩阵运算操作来提高计算性能。同时为了避免不完全分解过程中因抛弃元素而带来的零主元等数值不稳定现象,在分析阶段引入矩阵缩放技术<sup>[17]</sup>,然后在分解阶段对部分主元法、延迟主元法<sup>[16]</sup>和对角扰动技术<sup>[18]</sup>进行有效整合,使得 ILU 分解预处理的稳定性大大提升。此外,该预处理基于超块自适应不完全分解框架,通过增大计算粒度和减少无效间接寻址来提升计算效率,自动选择存储开销更小的存储格式减少内存需求、提高内存访问效率。其所采用的新型块抛弃策略,使得不完全分解预处理能够抛弃更多的元素来减小计算量和内存需求,同时也保留了矩阵分块结构便于利用稠密矩阵运算来提高计算性能。该预处理方法还通过引入基于逆范数估计的抛弃策略,进一步提高了稳定性和有效性。

### 3.2.3 基于超限元法的多模及终端求解技术

在高速互联系统中,高速信号以电磁波的形式通过互联线传播,信号完整性成为高速数字系统成功设计的关键问题之一<sup>[19-20]</sup>。尽管低频区域的精确结果可以通过等效物理电路模型获得<sup>[21]</sup>,但随着频率的增加和结构的复杂化,互联线的色散效应、损耗效应和辐射效应变得更加突出。而且,高阶模式的效应明显,纵向场分量的影响不可忽视。因此,在高频段等效电路模型方法或准静态分析方法不再适用,需要更加精确的全波分析方法<sup>[22]</sup>。FEM 由于具有灵活性和通用性的优点,成为其中最流行的全波分析方法之一。

在对频/时域高速互连系统的网络参数进行分析时,有限元法常采用波端口激励<sup>[23]</sup>获取模式传输特性参数。然而,波端口激励所采用的阻抗边界或完美匹配层边界<sup>[24]</sup>是对无界区域的近似,因此会产生精度损失;此外,由端口场后处理计算而来的散射参数也存在数值误差。为了解决上述问题,摇光软件采用超限元法(TFEM)<sup>[25]</sup>,利用电场模

式函数精确截断端口边界,并将各模式的散射参数作为未知量。因此,通过有限元矩阵方程的求解,可以直接获得多端口多模式的散射参数矩阵<sup>[26]</sup>,无须额外的后处理计算。另一方面,模式散射矩阵通过波导模式的入射和反射功率来表示,不能描述多导体传输线中不同导体上传输信号的特性;而基于终端导体电压和电流的终端散射矩阵更适合信号完整性和电磁干扰分析。因此,在计算出端口上每个终端导体的电压和电流后,终端参数可以通过超限元法所获得的散射矩阵获得。

### 3.2.4 基于高阶传输条件的通用区域分解法

当复杂电磁问题的求解规模很大时,通常的有限元方法无论是计算效率还是内存消耗都面临巨大挑战,此时采用区域分解技术求解具有较大优势。为此,摇光软件集成了基于高阶传输条件的通用区域分解法<sup>[27-29]</sup>。如图 3 所示,假设原求解域被分解为 2 个子域,其边值问题表达式为:

$$\begin{cases} \nabla \times \frac{1}{\mu_{r_i}} \nabla \times \mathbf{E}_i - k_0^2 \varepsilon_{r_i} \mathbf{E}_i = -\mathbf{j}k_0 Z_0 \mathbf{J}_i^{\text{imp}} & \text{in } \Omega_i \\ \mathbf{n}_1 \times (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{n}_1) = \mathbf{n}_2 \times (\mathbf{E}_2 \times \mathbf{n}_2) & \text{on } \Gamma \\ \mathbf{n}_1 \times \left( \frac{1}{\mu_{r_1}} \nabla \times \mathbf{E}_1 \right) = -\mathbf{n}_2 \times \left( \frac{1}{\mu_{r_2}} \nabla \times \mathbf{E}_2 \right) & \text{on } \Gamma \end{cases} \quad (4)$$

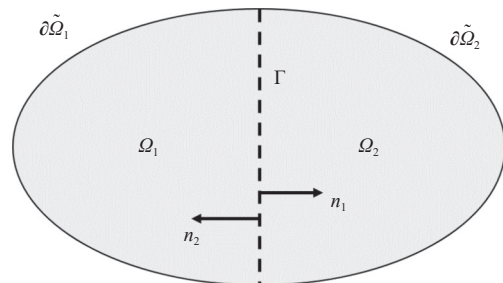


图 3 区域分解示意图

在子域内部,需要满足波动方程;在子区域交界面处,需要引入传输边界条件,强制满足交界面处电磁场的连续性,从而确保整个解空间的稳定与连续。摇光软件在一阶 Robin 传输边界条件的基础上,通过引入二阶横向导数,构造形如式(5)的二阶 Robin 传输边界条件<sup>[29-30]</sup>,增加对倏逝模式波的收敛效果,提高计算效率。

$$\begin{aligned} & \gamma_\tau (\mu_{r_i}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_i) + \alpha \pi_\tau (\mathbf{E}_i) + \\ & \beta \nabla_\tau \times \nabla_\tau \times \pi_\tau (\mathbf{E}_i) + \gamma \nabla_\tau \nabla_\tau \cdot \gamma_\tau (\mu_{r_i}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_i) = \\ & -\gamma_\tau (\mu_{r_j}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_j) + \alpha \pi_\tau (\mathbf{E}_j) + \\ & \beta \nabla_\tau \times \nabla_\tau \times \pi_\tau (\mathbf{E}_j) - \gamma \nabla_\tau \nabla_\tau \cdot \gamma_\tau (\mu_{r_j}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_j) \end{aligned} \quad (5)$$

### 3.2.5 三维组件阵列区域分解法

通用区域分解法具有良好的通用性和较高的仿真效率,但是在如阵列天线、电磁超材料等大规模周期结构仿真方面还可进一步优化<sup>[28, 31-32]</sup>。1) 交界面上的匹配网格增加了网格划分的难度,并且大规模阵列结构的高质量全局网格划分十分困难。同时,对于多尺度问题,在粗网格和细网格之间会产生大量不必要的过渡网格,增加了矩阵计算的资源消耗。2) 未能利用重复结构显著的周期性来减少内存的消耗;这一缺点同时也会降低设计效率,如部分结构重复建模、设置大量重复的端口激励等。为此,摇光软件采用了一种能够高效利用周期性的三维组件阵列区域分解法<sup>[33]</sup>。该方法基于非匹配网格<sup>[34]</sup>技术,将周期结构的计算域根据周期性划分为若干个子域,再通过其中少量具有重复结构和边界条件的子域(即所谓的“三维组件”)实现整个阵列结构的全波仿真。由于其他子域的网格、有限元矩阵可以通过如图4所示的三维组件的旋转和平移特性获得,因此可以通过仅在内存中保留三维组件的有限元信息来显著降低内存消耗。此外,为了提高矩阵求解效率,摇光软件分别集成了加性施瓦兹预处理(AMS)和乘性施瓦兹预处理(MMS)技术。

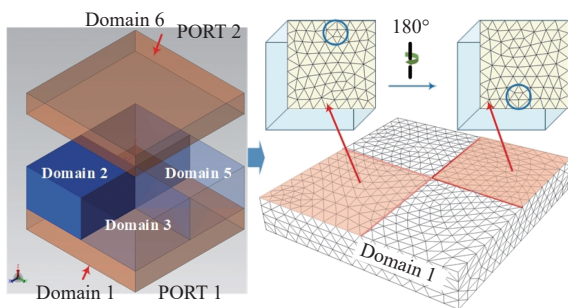


图4 三维组件子区域及非匹配网格划分

### 3.2.6 基于区域分解的多算法求解技术

有限元法在求解具有复杂材料及不均匀介质的电磁问题方面简单高效,但对于开放区域电磁问题的求解,有限元法需要对计算区域进行人工截断<sup>[35]</sup>,且需要对被截断的自由空间区域进行体网格离散,导致求解精度和效率不高。而积分方程法<sup>[36-37]</sup>自动满足索末菲辐射边界条件,并且其对于非复杂介质电磁问题只需要进行面网格离散,具有较高的求解效率。然而,积分方程法在处理复杂材料及复杂介质方面计算复杂度很高,导致求解困难。因此,将不同算法的优势结合,采用有限元法计算复杂材料及介质,并采用积分方程法求解开域部分,可以进

一步提高电磁仿真分析的精度和效率。

摇光软件采用了一种基于Robin传输边界条件的方法构造有限元法与边界积分法之间的耦合,形成对称的系统矩阵形式,且支持不同算法求解域之间的非共形网格耦合。算法原理示意图如图5所示。

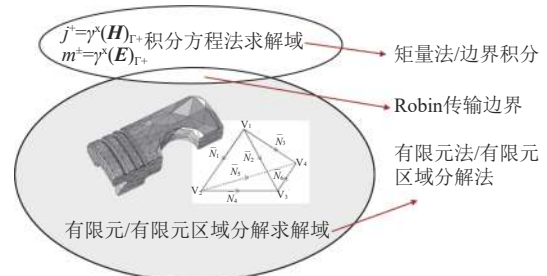


图5 基于区域分解的多算法原理示意图

此外,对于积分方程部分的求解,由于其矩阵是满秩的,导致矩阵存储内存消耗量大、迭代求解运算量大等问题。为了减少积分方程部分的内存需求和计算时间,软件采用基于快速傅里叶变换IE-FFT<sup>[38]</sup>及基于多层快速多极子(MLFMA)<sup>[39-40]</sup>的高效积分方程求解方法,并通过CPU并行技术进一步提高其求解效率。

### 3.2.7 热、力影响下电磁综合特性分析技术

内积热或外部环境变化,将影响复杂电子产品中的材料电、磁参数,导致其电特性改变。由热引起的热形变、外部载荷引起的位移形变将会改变电、磁的边界,进而对电特性造成影响<sup>[41-43]</sup>。

摇光软件支持“网格级”精确耦合求解、可变材料参数求解和快速精确接触分析,可根据实际物理过程自定义协同分析流程顺序,实现电磁环境造成的复合材料形变效应、温变效应分析,具备以电磁为核心,考虑热力影响下的电子产品电磁综合特性分析能力。

摇光软件中,针对“电磁-热”“热-力”耦合分析,采用“网格级”精确耦合技术,突破热源精确计算和加载技术、热形变分析“网格级”初应变计算等技术,实现了场间变量的精准耦合;针对电磁、热、力仿真涉及的材料参数传递,摇光软件采用可变材料参数以及场间顺序分析技术,在仿真过程中多个物理场实时更新材料参数,实现了材料参数随温度变化的多物理场综合仿真,提高了计算精度和仿真效率;针对形变对电磁性能的影响,摇光软件采用模型重塑技术,基于力学形变分析获得模型轮廓表面的位移信息,通过模型渲染技术生成形变后的模型,提高了电磁边界准确度,实现了形

变对电磁性能的影响分析。

此外,在进行复杂大功率电子产品的热设计和结构设计模拟时,有必要考虑各部件之间的接触关系,分析更加真实的部件之间的关系。摇光软件采用接触热阻边界化处理技术,将接触热阻问题作为一种边界条件引入有限元热分析过程中,并采用伽辽金残数加权的方法,得到接触热阻问题的有限元弱形式。在不改变原模型的基础上,规范、高效地对接触热阻问题进行求解,从而实现热接触精确分析。在结构力学分析中,摇光软件从部件之间的绑定接触关系出发,结合有限元罚函数法,在结构刚度矩阵中添加体现接触关系的矩阵元素,避免非线性求解,并且可以通过频域线性动力学分析获得结构的精确位移响应。

### 3.3 数值算例

为了验证和展示摇光软件的相关功能和性能,本节将在同一计算平台和相同计算配置下,采用摇光软件和商业软件仿真带通滤波器、多层高速 PCB 过孔结构、直板航母、Ku/Ka 双频段复合天线、Vivaldi 阵列天线等案例,并进行计算精度和性能对比。简便起见,本节采用摇光软件英文简称 YaoEM 进行标注。

#### 3.3.1 带通滤波器

对如图 6 所示的微带带通滤波器进行仿真,以验证摇光软件的传输求解功能与网格自适应迭代加密技术,仿真频率为 16 GHz。

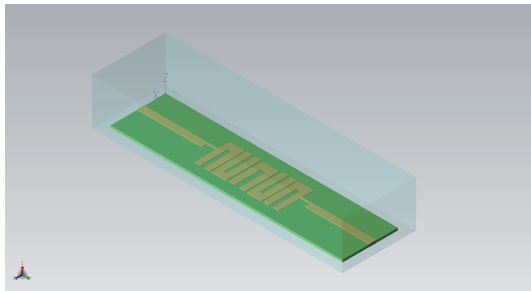


图 6 带通滤波器模型图

在未进行任何初始网格加密和网格控制的情况下,采用摇光软件默认网格参数,获得初始网格如图 7 所示。在滤波器左右两边端口处,摇光软件为提高计算精度,采用自适应初始网格技术,对端口进行了自动识别并加密。计算过程中,摇光软件采用网格自适应迭代加密技术,根据电磁场变化剧烈程度,自动发现需要加密的网格区域并进行网格自动加密,无须人工干预。从图 7 中可发现,在电磁场变化剧烈的区域,即传输线周围网格被细化,而

在其余部分仍保持较粗的网格,从而优化计算资源的使用,提高计算效率。图 8 给出了摇光软件和商业软件的滤波器  $S$  参数仿真结果对比,可发现摇光软件  $S$  参数曲线结果与 HFSS 吻合,通带内回波损耗偏差在 1 dB 以内,软件求解精度良好。表 1 为计算性能对比结果,在网格数量相当的情况下,摇光软件求解时间相比 HFSS 有一定优势,但是在峰值内存使用上还存在一定差距,后续将对软件进一步优化。

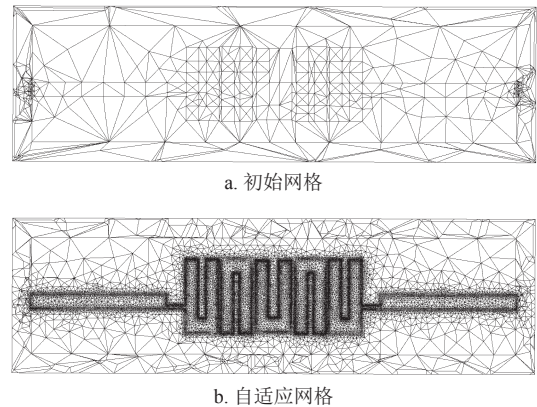


图 7 摇光软件网格剖分效果

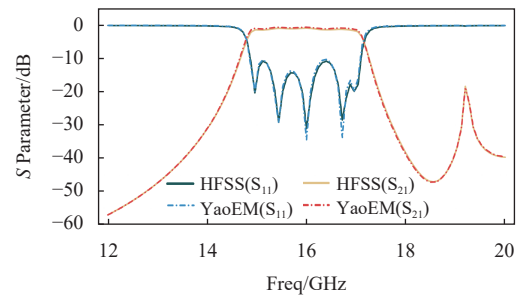


图 8  $S$  参数对比曲线

表 1 单频点自适应结果

软件	自适应次数	最后一次自适应 网格数量	计算时间/s	峰值内存/GB
YaoEM	12	145 191	159	9.70
HFSS	18	136 049	221	6.46

#### 3.3.2 多层高速 PCB 过孔结构

采用摇光软件对多层高速 PCB 过孔结构进行终端驱动求解,仿真频率为 8 GHz,对 6~10 GHz 范围进行扫频,并设置端口去嵌 48 mil。过孔结构模型为一对传输线通过该过孔结构穿过多层 PCB 与另一层的传输线相连,如图 9 所示。

如图 10 所示,摇光软件仿真所得过孔表面电场分布和商业软件一致。图 11 给出了摇光软件和商业软件仿真所得过孔结构终端  $S$  参数仿真结果对比,可发现摇光软件终端  $S$  参数曲线结果与 HFSS

吻合, 除幅值过小的 p2m2-p1m1 曲线外, 其余偏差均在 1 dB 以内, 求解精度良好。性能对比结果如表 2 所示, 在网格数量相当的情况下, 摇光软件的终端驱动求解器在峰值内存方面具有一定优势, 但计算时间上还存在一定差距, 后续将对软件进一步优化。

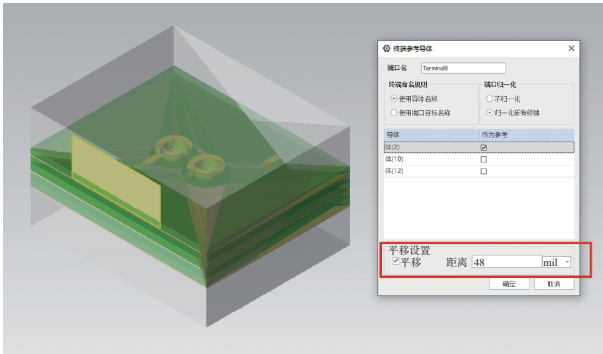
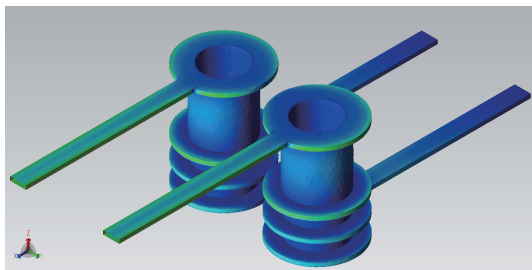
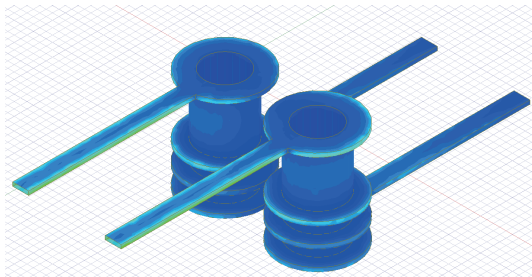


图 9 过孔结构模型与端口设置



a. YaoEM软件计算结果



b. HFSS软件计算结果

图 10 过孔表面电场分布

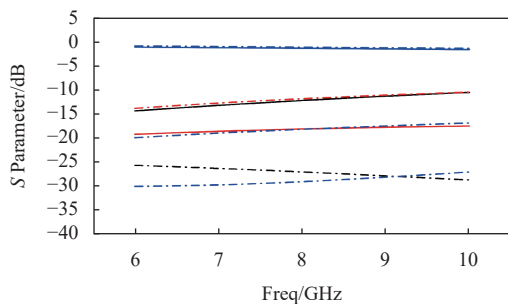


图 11 终端 S 参数对比曲线

表 2 PCB 过孔结构计算性能对比

软件	网格	计算时间/s	峰值内存/GB
YaoEM	41 117	51	4.90
HFSS	31 061	39	7.38

### 3.3.3 直板航母散射分析

采用摇光软件对直板航母模型进行电磁散射分析, 其模型如图 12 所示, 该模型本身尺寸很大, 航母整体长度约为 200 m, 且存在很多复杂曲面和细节, 具有典型的大型多尺度特征, 因此本案例采用软件中集成的通用区域分解法求解。

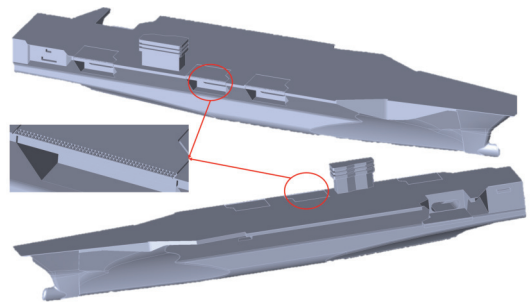


图 12 直板航母模型

首先, 采用频率为 90 MHz 的入射电磁波进行散射分析, 摇光软件的雷达散射截面 (RCS) 计算结果与 HFSS 的对比如图 13 所示。

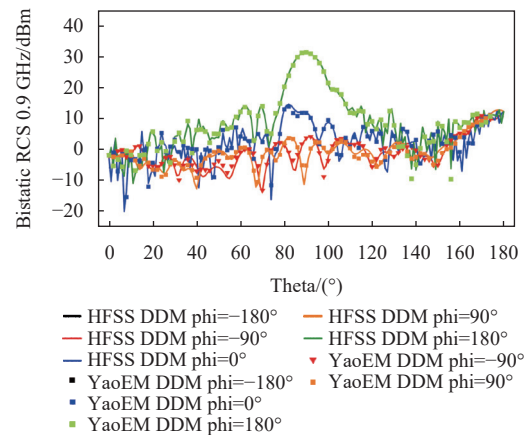


图 13 直板航母 RCS 结果对比

通过图 13 对比, 可发现摇光软件的 RCS 曲线结果与 HFSS 吻合良好, 间接验证了软件散射求解的精度。图 14 给出了摇光软件仿真所得直板航母表面电流分布及三维 RCS 方向图。在计算性能方面, 摇光软件与商业软件 HFSS 对比结果如表 3 所示。

通过表 3 的计算性能对比可知, 摇光软件的通用区域分解法的求解精度与商业软件 HFSS 相当,

且求解效率及内存消耗方面优于 HFSS，摇光软件具有较好的计算性能。

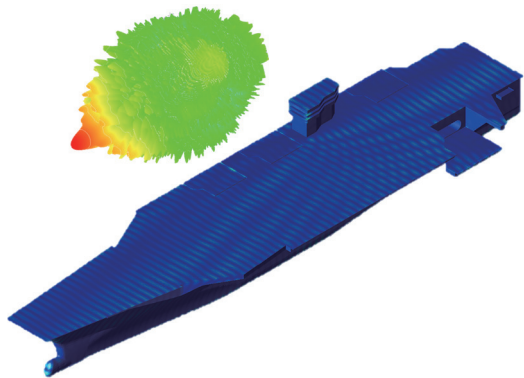


图 14 直板航母表面电流及三维 RCS 方向图

表 3 直板航母电磁散射计算性能对比

软件	网格/万	计算时间/s	峰值内存/GB
YaoEM	287	598	75.6
HFSS	194	907	91.1

### 3.3.4 Ku/Ka 双频段复合天线辐射分析

采用摇光软件对如图 15 所示的 Ku/Ka 双频段复合天线进行仿真分析，该天线具有曲面特征、多层介质、金属导体及薄层介质等多种复杂结构，具有典型的大规模多尺度特征。本案例同样采用软件中集成的通用区域分解法求解，求解频率为 18 GHz。

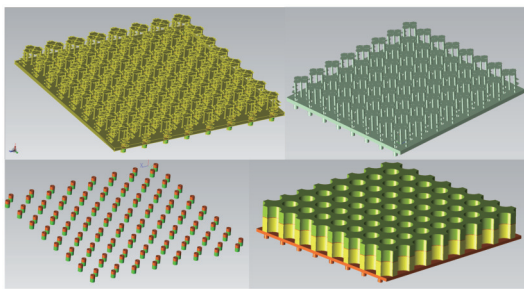


图 15 Ku/Ka 双频段复合天线模型

采用摇光软件对该天线进行辐射仿真分析，分别导出  $\theta = -180^\circ \sim 180^\circ$ ； $\phi = 0/90^\circ$  范围内的方向图结果，并与商业软件 HFSS 对比，对比结果如图 16 所示。

通过图 16 的辐射方向图结果对比可以发现，摇光软件的辐射方向图仿真结果与商业软件 HFSS 结果吻合，在主瓣波束指向处偏差小于 1 dB，间接验证了摇光软件的通用区域分解功能在复杂结构天线的仿真方面具有良好的求解精度。在求解性能

方面，摇光软件与商业软件 HFSS 对比结果如表 4 所示。

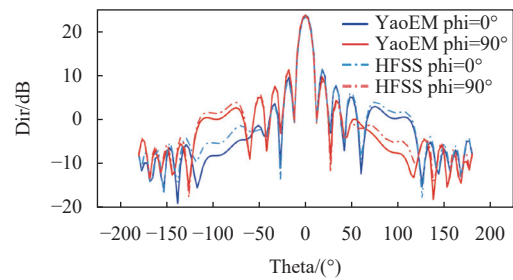


图 16 天线辐射方向图结果对比

表 4 工程 Ku/Ka 双频段复合天线计算性能对比

软件	网格/万	计算时间/min	峰值内存/GB
YaoEM	58	12	24.3
HFSS	89	180	159.0

由于 HFSS 在计算过程中自动切换成了直接法，因此其内存消耗很大，且求解时间很长。而摇光软件求解时间仅需 12 min，峰值内存消耗也仅需 24.3 GB。

### 3.3.5 Vivaldi 阵列天线辐射分析

采用摇光软件的三维组件阵列区域分解法对具有  $50 \times 50$  个单元的 Vivaldi 阵列天线进行电磁辐射分析，求解频率为 5 GHz，单个单元的结构如图 17 所示。利用阵列的周期性，可通过对单元进行平移、旋转，在仅保留非重复子区域信息的情况下完成整个结构的全波仿真，以图 18 为例，仅需要 5 种子区域即可构造任意大小的阵列。

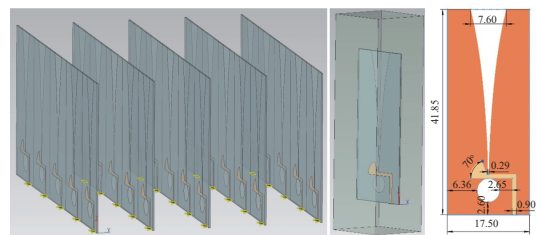


图 17 Vivaldi 天线单元

摇光软件的三维组件阵列区域分解法包含两种预处理方法（AMS、MMS），将这两种预处理方法求解得到的天线方向图结果与商业软件 HFSS 对比，方向图结果对比如图 19 所示。可以发现摇光软件的三维组件阵列区域分解法的方向图结果与 HFSS 结果吻合，主瓣波束指向处偏差小于 1 dB，求解精度较好；两种预处理方法与商业软件 HFSS 在求解性能方面对比结果如表 5 所示。



图 18 天线阵列排布

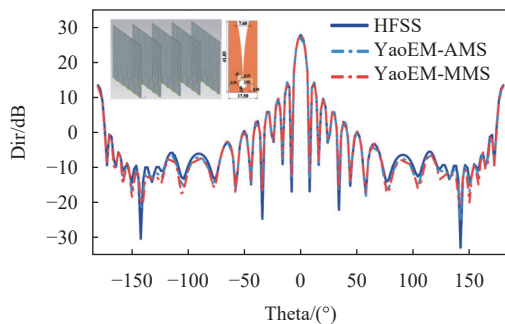


图 19 Vivaldi 阵列天线方向图对比

表 5 Vivaldi 阵列天线电磁辐射计算性能对比

算法	每个子区域 网格数	总未知量/亿	计算时间/s	峰值内存/ GB
YaoEM-MMS	22 496	1.06	1 502	20.1
YaoEM-AMS	22 496	1.06	1 099	20.1
HFSS	22 955	1.19	2 059	12.1

通过上述对比, 可验证摇光软件的三维组件阵列区域分解法在阵列天线辐射求解方面, 求解精度与商业软件 HFSS 相当, 内存消耗大于 HFSS, 计算时间低于 HFSS。

## 4 结束语

电磁计算与电磁工业软件通过提供强大的理论支持和工具, 在新一代电子信息技术的发展中发挥着不可或缺的作用, 对电子信息产业具有重要的支撑性和引领性。随着电磁基础理论的进步和计算能力的提升, 同时受到新材料和智能化技术的推动, 未来在高性能计算、云计算、多物理场耦合仿真以及智能化仿真设计等方面仍需发掘出更多的新理论

和新方法, 提升电磁工业软件的鲁棒性、适用性和解决问题的能力。具体总结起来大致可以分为以下几个方面。

1) 智能化仿真设计。人工智能的发展为电磁计算与电磁工业软件带来了新的机遇和挑战, 其将继续传统方法之后, 推动电磁计算与电磁工业软件领域的进一步发展。与此同时, 随着人工智能的发展, 重复性的仿真设计工作将由人工智能替代, 即 AI 使用软件, 这将进一步推进生产方式的变革。虽然人工智能在电磁计算与电磁工业软件领域已经出现了许多颇具代表性的研究成果, 其总体上仍旧处于科学探索的萌芽阶段, 仍需发掘出更多的新机理和新算法, 提升方法的鲁棒性、可解释性和泛化能力, 进一步推进方法的工程应用能力。

2) 高性能计算。随着求解规模和复杂度不断提升, 电磁问题的求解对计算资源需求不断提高, 然而不同电磁算法对高性能平台的适配要求不同, 多算法的并行计算和分布式计算的实现需要对现有算法进行优化和调整, 以减少数据依赖性和通信开销, 提升并行效率。此外, 大部分计算库对高性能平台适配要求也不同, 因此这也将是电磁工业软件的性能瓶颈。

3) 云计算。云计算通过按需分配资源, 降低了硬件成本, 使企业能够灵活应对复杂计算任务, 是未来电磁工业软件走进中小企业的新思路。此外, 云平台的高可用性和全球访问特性将促进团队协作和创新, 可加速电磁工业软件的研发和迭代。同时, 电磁工业软件的云化部署, 也可一定程度抑制盗版问题。

4) 多物理场耦合仿真。多物理场耦合仿真一般在系统级的仿真设计中涉及, 由于应力、温度、电磁等物理量服从不同的约束关系, 多物理计算的难点主要在于不同场量耦合关系的建模。弱耦合(协同仿真)的难点在于如何设计耦合过程和优化策略, 保证耦合精度和结果的收敛性。强耦合的难点在于需要准确的数学模型来描述, 甚至不同物理场之间的相互影响可能导致非线性行为, 增加了仿真的复杂性。虽然在以电磁为主的多物理的仿真设计方面涌现了一些代表性的研究成果, 但其总体上仍处于初步应用阶段, 仍需要探索新的建模方法和机理, 优化计算资源和软件集成, 以提升仿真效率和准确性。

5) 人机交互。电磁工业软件不只需要研究其背后高效、强大的求解器, 它前端的许多易用化的

特征, 简洁美观的图形界面也是软件竞争力的重要组成部分, 这也是电磁工业软件发展亟须解决的一个重要问题。

6) 数字化制造。电磁工业软件在数字化制造中发挥关键作用, 通过提供设计、仿真和优化工具, 帮助优化电子产品设备和系统的性能, 提高制造工艺效率, 并支持智能制造和自动化。然而, 电磁工业软件如何高效便捷地融入这一制造体系, 实时提供真实准确的仿真结果, 并指导生产制造, 是当前的难点。未来, 数字化组件的思路有望解决这一问题, 通过实时数据采集和传输、系统集成与自动化控制、优化分析与仿真, 以及决策支持, 推动数字化制造的发展。

**致谢:** 摇光软件的成功发布离不开团队成员的共同努力, 特别感谢刘炳岐、刘杭鑫、范宏海、李星、张黎、张泳、张迹羽、唐崧、高鸾凤、朱小芳、廖莉、李良以及团队相关博士生和硕士生的卓越贡献, 他们在各自领域的专业支持和辛勤付出是本软件成功发布的关键。

### 参考文献

- [1] 林雪萍. 工业软件简史[M]. 上海: 上海社会科学院出版社, 2021.  
LIN X P. A brief history of industrial software[M]. Shanghai: Shanghai Academy of Social Sciences Press, 2021.
- [2] “电磁计算”专刊编委会. 电磁计算方法研究进展综述[J]. 电波科学学报, 2020, 35(1): 13-25.  
The Editorial Board of Special Issue for “Computational Electromagnetics”. Progress in computational electromagnetic methods[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2020, 35(1): 13-25.
- [3] CSENDES Z J. Solution of dielectric loaded waveguides by finite element methods[D]. Montreal: McGill University, 1970.
- [4] CSENDES Z J. Projective solution of differential equations[D]. Montreal: McGill University, 1973.
- [5] WEILAND T. Zur numerischen lösung des eigenwellenproblems längshomogener wellenleiter beliebiger randkontur und transversal inhomogener Fiüllung[D]. Darmstadt: Technical University of Darmstadt, 1977.
- [6] XU L, YE Z, YANG Z H, et al. A novel approach of removing spurious DC modes in finite-element solution for modeling microwave tubes[J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2010, 57(11): 3181-3185.
- [7] XU L, YANG Z H, LI J Q, et al. Accurate and fast finite-element modeling of attenuation in slow-wave structures for traveling-wave tubes[J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2012, 59(5): 1534-1541.
- [8] XU L, YANG Z H, LI B, et al. High-frequency circuit simulator: An advanced three-dimensional finite-element electromagnetic-simulation tool for microwave tubes[J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2009, 56(5): 1141-1151.
- [9] XU L, YANG Z H, LI B, et al. High frequency circuit simulator based on finite element method[C]//Proceedings of the IEEE International Vacuum Electronics Conference. New York: IEEE, 2008: 286-287.
- [10] ALAUZET F, FREY P J, GEORGE P L, et al. 3D transient fixed point mesh adaptation for time-dependent problems: Application to CFD simulations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 222(2): 592-623.
- [11] COUPEZ T. Metric construction by length distribution tensor and edge based error for anisotropic adaptive meshing[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(7): 2391-2405.
- [12] COUPEZ T, JANNOUN G, NASSIF N, et al. Adaptive time-step with anisotropic meshing for incompressible flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 241: 195-211.
- [13] WANG H, XU L, LI J Q, et al. An inverse-based multifrontal block incomplete LU preconditioner for the 3-D finite-element eigenvalue analysis of lossy slow-wave structures[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2015, 63(7): 2094-2106.
- [14] 王浩, 徐立, 李斌. 一种用于有损耗慢波结构有限元本征分析的混合多波前块 ILU-p 型多重网格预处理[J]. 真空科学与技术学报, 2015, 35(2): 201-206.  
WANG H, XU L, LI B. Combination of multifrontal block ILU and P-type multigrid preconditioner for evaluation of slow wave structures[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2015, 35(2): 201-206.
- [15] LIU J W H. The multifrontal method for sparse matrix solution: Theory and practice[J]. *SIAM Review*, 1992, 34(1): 82-109.
- [16] DUFF I S, REID J K. The multifrontal solution of indefinite sparse symmetric linear[J]. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1983, 9(3): 302-325.
- [17] DUFF I S, KOSTER J. On algorithms for permuting large entries to the diagonal of a sparse matrix[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2001, 22(4): 973-996.
- [18] LI N, SAAD Y, CHOW E. Crout versions of ILU for general sparse matrices[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2003, 25(2): 716-728.
- [19] TEOH L, CHIANG C, SCOGNA A C, et al. De-embedding method and segmentation approach using full wave solver for high speed channels in PCB/package co-design[C]//Proceedings of the IEEE Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium. New York: IEEE, 2014: 33-36.
- [20] TENG H, YEW Y H. Multi-port high bandwidth interconnect equivalent circuit model for 3.2 Gbps channel simulation[C]//Proceedings of the IEEE 18th Electronics Packaging Technology Conference. New York: IEEE, 2016: 638-643.

- [21] VENDELIN G D, PAVIO A M, ROHDE U L. Microwave circuit design using linear and nonlinear techniques[J]. *Microelectronics Reliability*, 1997, 37(6): 973-974.
- [22] WANG D S, WU K. Mode-selective transmission line—Part I: Theoretical foundation and physical mechanism[J]. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 2020, 10(12): 2072-2086.
- [23] XU L, WANG H, LI J Q, et al. Windows simulator: An advanced three-dimensional finite-element S-parameter-simulation tool for microwave tubes[C]//Proceedings of the IEEE International Vacuum Electronics Conference. New York: IEEE, 2015: 1-2.
- [24] ALBERTINI G, ELBANNA A E, KAMMER D S. A three-dimensional hybrid finite element—Spectral boundary integral method for modeling earthquakes in complex unbounded domains[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2021, 122(23): 6905-6923.
- [25] CENDES Z J, LEE J F. The transfinite element method for modeling MMIC devices[C]//Proceedings of the IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. New York: IEEE, 1988: 1639-1649.
- [26] YANG S Y, WANG H, XU L, et al. A three-dimension terminal simulation tool based on transfinite element method[J]. *Frontiers in Physics*, 2022, 10: 1082688.
- [27] DOLEAN V, LANTERI S, PERRUSSEL R. A domain decomposition method for solving the three-dimensional time-harmonic Maxwell equations discretized by discontinuous Galerkin methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(3): 2044-2072.
- [28] VOUVAKIS M N, CENDES Z, LEE J F. A FEM domain decomposition method for photonic and electromagnetic band gap structures[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, 54(2): 721-733.
- [29] PENG Z, RAWAT V, LEE J F. One way domain decomposition method with second order transmission conditions for solving electromagnetic wave problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(4): 1181-1197.
- [30] STUPFEL B, CHANAUD M. High-order transmission conditions in a domain decomposition method for the time-harmonic Maxwell's equations in inhomogeneous media[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 372: 385-405.
- [31] VOUVAKIS M N, LEE J F. A fast non-conforming DP-FETI domain decomposition method for the solution of large EM problems[C]//Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society Symposium. New York: IEEE, 2004: 623-626.
- [32] LEE S C, VOUVAKIS M N, LEE J F. A non-overlapping domain decomposition method with non-matching grids for modeling large finite antenna arrays[J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 203(1): 1-21.
- [33] LIU H X, XU L, WANG H, et al. A non-conformal domain decomposition method utilizing rotating subdomains and non-matching grids for periodic metamaterial simulation[J]. *AIP Advances*, 2024, 14(4): 045337.
- [34] ZHAO K Z, RAWAT V, LEE S C, et al. A domain decomposition method with nonconformal meshes for finite periodic and semi-periodic structures[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, 55(9): 2559-2570.
- [35] ENGQUIST B, MAJDA A. Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves[J]. *Applied Mathematical Sciences*, 1977, 74(5): 1765-1766.
- [36] RAO S, WILTON D, GLISSON A. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1982, 30(3): 409-418.
- [37] BINDIGANAVALA S S, VOLAKIS J L. Comparison of three FMM techniques for solving hybrid FE-BI systems [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1997, 39(4): 47-60.
- [38] SEO S M, LEE J F. A fast IE-FFT algorithm for solving PEC scattering problems[J]. *IEEE Transactions on Magnetism*, 2005, 41(5): 1476-1479.
- [39] SONG J, LU C C, CHEW W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1488-1493.
- [40] SONG J M, CHEW W C. Multilevel fast-multipole algorithm for solving combined field integral equations of electromagnetic scattering[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 1995, 10(1): 14-19.
- [41] CHEN D Q, LI E H, ROSENBAUM E, et al. Interconnect thermal modeling for accurate simulation of circuit timing and reliability[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2000, 19(2): 197-205.
- [42] SCHILLING O, SCHÄFER M, MAINKA K, et al. Power cycling testing and FE modelling focussed on Al wire bond fatigue in high power IGBT modules[J]. *Microelectronics Reliability*, 2012, 52(9/10): 2347-2352.
- [43] XIE J Y, SWAMINATHAN M. Electrical-thermal cosimulation with nonconformal domain decomposition method for multiscale 3-D integrated systems[J]. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, 2014, 4(4): 588-601.