

引用格式: 王维, 岳江枫, 张安, 等. 隐私保护下基于事件触发的有限时间比例一致性控制 [J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(5): 690-699.
WANG W, YUE J F, ZHANG A, et al. Finite-time privacy-preserving scaled consensus control scheme based on event-triggering mechanism[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(5): 690-699.

隐私保护下基于事件触发的有限时间比例一致性控制



王 维^{1,2}, 岳江枫³, 张 安^{1*}, 施孟佶³

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710068; 2. 中国航空工业集团公司 成都飞机设计研究所, 成都 610091;

3. 电子科技大学 航空航天学院, 成都 611731)

摘要: 该文研究了隐私保护下多智能体系统的有限时间比例一致性控制问题。针对一阶多智能体系统, 设计了一种基于事件触发机制的有限时间隐私保护比例一致性控制方案。首先, 引入事件触发机制, 并构建事件触发函数, 实现智能体间的非周期性信息交互, 从而降低多智能体系统的通信带宽需求; 设计有限时间控制器以提高多智能体系统的比例一致性收敛性能; 为每个智能体设计了可独立实现的确定性时变输出映射函数, 以实现连续时间内多智能体系统的隐私保护。所有智能体在公开传输信息前对其内部状态进行编码, 而邻居智能体和外部入侵者无法获取智能体的真实状态信息, 从而实现隐私保护。然后, 基于 Lyapunov 稳定性理论分析闭环误差系统的稳定性并建立收敛条件。通过一系列数值仿真验证比例一致性控制方案的有效性。

关键词: 多智能体系统; 比例一致性控制; 隐私保护; 有限时间收敛; 事件触发

中图分类号: TP13

文献标志码: A

DOI: 10.12178/1001-0548.2024181

Finite-time privacy-preserving scaled consensus control scheme based on event-triggering mechanism

WANG Wei^{1,2}, YUE Jiangfeng³, ZHANG An^{1*}, and SHI Mengji³

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710068, China; 2. AVIC Chengdu Aircraft Design and Research Institute, Chengdu 610091, China; 3. School of Aeronautics and Astronautics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: This paper investigates the finite-time scaled consensus control problem of multi-agent systems with privacy protection. For first-order multi-agent systems, a finite-time privacy-protected scaled consensus control scheme based on an event-triggering mechanism is designed. At first, the event-triggering mechanism is introduced, and an event-triggering function is constructed to facilitate aperiodic information interaction among agents, thereby reducing the communication bandwidth requirements of the multi-agent system. Subsequently, a finite-time controller is designed to enhance the convergence performance of the scaled consensus for the multi-agent system. Moreover, a deterministic time-varying output mapping function is independently designed for each agent to achieve privacy protection within the multi-agent system over continuous time. That is, before publicly transmitting information, all agents encode their internal states, preventing neighboring agents and external intruders from accessing the true state information, thus ensuring privacy protection. Based on the Lyapunov theory, the stability of the closed-loop error system is analyzed, and convergence conditions are established. The effectiveness of the scaled consensus control scheme is verified through a series of numerical simulations.

Key words: multi-agent system; scaled consensus control; privacy preservation; finite-time convergence; event-triggered

智能体 (agent) 是一个能够感知环境并根据感知结果采取行动以实现特定目标的系统或实体,

如无人飞行器、无人舰船和无人车辆等, 能够独立执行任务或通过远程控制完成指定任务, 在军事及

收稿日期: 2024-07-16

作者简介: 王维, 博士生, 高级工程师, 主要从事无人集群系统协同控制、飞行器指控与仿真技术方面的研究。

*通信作者 E-mail: zhangan@nwpu.edu.cn

民用领域有广泛应用。然而, 单一智能体系统载荷有限, 缺乏足够的作业能力, 制约了其进一步的发展和推广。基于此, 所发展而来的多智能体系统技术, 能将不同地点的智能体有机地连接起来, 实现在时间、空间和任务等方面的有效协同, 大大提升了多智能体系统的作业能力, 拓展了应用范围。随着物联网和信息物理系统的发展, 设备的数量和覆盖范围日益庞大, 而万物互联的理念使得不同成员的安全性和隐私保护问题日益突出, 因此多智能体协同过程中的隐私保护问题也逐渐受到关注^[1]。

多智能体协同离不开状态信息的传递, 然而由于智能体自身能力的不足和无线信道传播的开放性, 使得智能体的通信链路在信息传递过程中易受到干扰、窃听和攻击, 尤其容易被潜在的窃听者拦截和解密交互的信息数据^[2]。因此, 在多智能体系统的信息交互过程中建立可靠的防御机制, 确保集群系统的完整性、保密性和可控性逐渐成为系统信息安全的关键问题。为了解决信息安全问题, 常见的方法是采用差分隐私机制^[3-4], 其核心思想是在状态值中注入噪声, 注入噪声的方差大小直接影响了其安全性的强弱^[3], 方差大也会损失协同行为控制的精度; 文献[5]将智能体的状态隐藏到随机值中, 克服了差分隐私不能实现精确一致性的缺陷, 但是需要较多算力; 文献[6]提出一种基于节点的增强机制, 将每个智能体节点分为实节点和虚节点, 相邻节点之间通过需节点进行信息交换, 为隐私保护趋同控制提供了轻量化的解决方案, 其对网络拓扑要求比较苛刻; 另外一种常见的方法是基于密码学的加密算法, 文献[7]基于同态加密实现离散多智能体系统的平均一致性控制; 针对二阶动态系统, 文献[8]提出基于 Paillier 加密和随机网络权值来实现平均一致性, 由于基于密码学的方法会显著增加通信和计算资源, 这些方法会受限于资源约束或者系统的实时性需求。

目前针对多智能体隐私保护的研究大部分关注的是多智能体一致性^[9-11], 一致性控制是协同控制的基础和核心, 随着对多智能体一致性研究的深入, 按照目标的不同, 可以分为一致性、二部一致性和比例一致性。如在一些现实应用场景中, 包括搜索救援、目标跟踪等任务, 集群系统中的智能体要根据任务的需求分为两个或多个不同的群组分别执行任务^[12-14]。作为传统一致性的延伸, 多智能体比例一致性更具有普遍性和现实应用价值, 同时, 结合隐私保护的多智能体比例一致性研究也更符合

真实的应用场景, 具有研究价值。

此外, 在智能体执行任务时, 多智能体系统的性能优化也尤为重要, 包括系统的资源优化和收敛性能等。智能体之间产生的大量信息交互受限于有限的计算和通信资源, 为了解决资源适用性的需求, 可通过降低状态和控制器的更新频率来减少资源的使用。文献[15]提出在相同间隔内进行周期采样的控制器设计方案, 虽然节约了通信资源, 但是其对采样周期有严格的要求; 文献[16]针对多智能体系统的比例一致性问题, 设计具有事件触发机制的比例一致性控制协议, 其非周期采样的特性减少了智能体之间通信和控制器更新的次数, 避免网络拥塞以及实现更好的资源利用效率; 为了解决实际应用中控制时效性的需求, 文献[13]将有限时间控制和固定时间控制引入多智能体比例一致性控制中, 提高了系统的收敛性能。目前已有文献综合考虑了系统资源优化和收敛性能, 文献[17]提出基于节点分解机制和同态密码技术的多智能体比例一致性算法; 文献[18]将比例一致性的思想用于隐私保护, 通过与比例系数相乘实现对初始状态和实时状态的保护; 文献[19-21]引入事件触发机制和有限时间理论, 分别解决一致性、领导跟随一致性和二部一致性等群体行为控制。但是很少有研究人员将上述综合性能优化问题引入隐私保护下的群体比例一致性控制^[22]问题中。

综上所述, 多智能体系统在隐私保护和性能优化方面已经有大量研究成果, 但很少有研究综合考虑隐私保护和性能优化并将其应用到多智能体比例一致性中。本文将基于输出映射方法、事件触发机制和有限时间理论, 分别解决多智能体比例一致性中的信息安全性、资源适用性和控制时效性问题。

1 预备知识及问题描述

1.1 图论基础

本文中, 考虑智能体之间的交互拓扑用无向图 $G = (V, E, A)$ 来描述。在无向图 G 中, 节点集合 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示智能体的集合, $E \subseteq V \times V$ 表示边的集合。系统的邻接矩阵用 $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 表示, 其中元素 a_{ij} 决定了节点 i 是否能从节点 j 接收到信息。节点 i 到节点 j 之间的边表示为 $(i, j) \in E$, 节点 i 的邻居集合定义为 $N_i = \{j | (i, j) \in E, i \neq j\}$ 。对于邻接矩阵 A , 如果 $j \in N_i$, 则节点 i 的度定义为 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$, 度矩阵 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 。图 G 的拉普拉斯矩阵定

义为 $L = [l_{ij}] \in R^{n \times n}$, 其中 $L = D - A$, $l_{ii} = d_i$, 对于 $\forall i \neq j$, $l_{ij} = -a_{ij}$ 。此外, 考虑存在一个领导者, 仅给跟随者传递信息, 定义跟随者与领导者之间的信息交互矩阵为对角矩阵 $B = [b_{ii}] \in R^{n \times n}$, 若跟随者能够接收到领导者信息, 则 $b_{ii} \neq 0$, 反之 $b_{ii} = 0$ 。

1.2 问题描述

多智能体系统由 n 个智能体节点组成, 对应的拓扑描述为无向连接图。智能体的动力学建模为:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) \quad t \in R^+ \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中, $x_i(t) \in R$ 表示第 i 个智能体的位置状态, $u_i(t) \in R$ 表示第 i 个智能体的控制输入。

定义 1 考虑一个连续微分时变输出映射函数的表达式, 该函数可用于实现对初始状态的隐私保护, 函数表达式为 $m(t) = g(t, x(t), \xi)$, 其中, $m(t)$ 为掩码后的输出, $x(t)$ 为真实的状态, $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\} \in R$ 表示可以分为 n 个子向量的向量通式^[23]。

定义 2 如果经输出映射函数的输出轨迹 $m(t, x_i(0))$, $t \in [t_0, \infty)$ 和智能体的动力学 $f(\cdot)$ 的组合信息不足以恢复或者重构智能体的初始状态 $x_i(0)$, 则智能体的初始条件 $x_i(0)$ 认为是无法从已知信息中被破译的。否则, 认为是可破译的。

定义 3 若满足以下两个条件, 则表明多智能体系统实现有限时间隐私保护比例一致性控制:

1) 定义 $\bar{x}_i(t) = \beta_i x_i(t)$, 对于任意初始条件 $x_i(0)$ 和任意 $i, j = 1, 2, \dots, n$, 存在有限时间 T 满足 $\lim_{t \rightarrow T} |\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)| = 0$, 同时当 $t \geq T$ 时, $\bar{x}_i(t) = \bar{x}_j(t)$, 其中参数比例因子 β_i 假设不为 0。

2) 存在一个输出映射函数 g 满足如下条件 $g_i(0, x_i, \xi_i) \neq x_i, \forall x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$; 函数 $g(t, x, \xi)$ 可以确保智能体初始状态的隐私性; 第 i 智能体的邻居智能体不受函数 $g_i(0, x_i, \xi_i)$ 的保护; 对于任意 t 和 $\xi_i, i = 1, 2, \dots, n$; 函数 $g_i(t, x_i, \xi_i)$ 是关于 x_i 严格递减的。

对第 i 个智能体的状态施加比例因子 β_i 后, 将智能体的动力学方程重写为:

$$\dot{\bar{x}}_i(t) = \bar{u}_i(t) \quad t \in R^+ \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中, $\bar{x}_i(t)$ 表示比例缩放后的状态; $\bar{u}_i(t)$ 表示动力学方程比例缩放后的控制输入。

有限时间保护隐私的比例一致性控制旨在允许每个智能体节点在有限的时间内收敛到对应的比例缩放值, 同时通过设计合适的隐私控制器使智能体的初始值不可破译。

在多智能体系统中, 一致性通常指的是多个智能体之间的状态、行为或决策协调一致, 而比例一

致性则更强调不同智能体之间的相对比例关系, 涉及资源分配、任务分配或动作协调等方面。基于所定义的比例一致性, 如果有 $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n$, 那么此问题将变为标准的一致性控制, 如果有 $\beta_i \in \{-1, 1\}$, 同时对应的通信拓扑是结构平衡的, 那么这个问题将变为二部一致性。因此可以发现比例一致性是协同行为更为通用的一种形式。

引理 1 无向图所对应的拉普拉斯矩阵 L 是一个半正定的矩阵^[24], 该矩阵的特征值都是非负的, 另外拉普拉斯矩阵有一个 0 特征值, 有一个全 1 的特征向量 $\mathbf{1}$, 并且满足 $\mathbf{1}^T L = 0$ 。

引理 2 对于系统 $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$, 假设存在一个连续函数 V 满足以下条件^[25]:

1) V 是正定的;

2) 存在正实数 $a > 0, \alpha \in (0, 1)$ 及邻域 x , 使得 $\dot{V}(x) + a(V(x))^\alpha \leq 0, x \in V \setminus \{0\}$ 。

则称该系统原点是有限时间稳定的, 且有限收敛时间 T 满足 $T(x) \leq 1/a(1-\alpha)V(x)^{1-\alpha}$ 。

2 基于输出掩码和事件触发的比例一致性控制方案设计

2.1 隐私保护比例一致性协同控制协议设计

本节设计一种基于事件触发的有限时间隐私保护比例一致性控制器, 在确保所有智能体初始状态隐私性的同时, 实现多智能体系统的有限时间收敛, 且通过引入分布式时间触发机制, 减少通信和计算资源的使用, 缓解频繁的状态更新给作动器带来的压力。总体技术框图如图 1 所示。

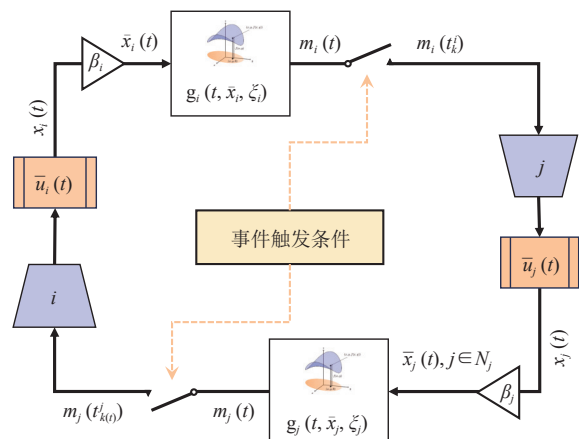


图 1 总体技术方案框图

后续事件触发条件 (event-triggering condition, ETC) 的设计中, 第 i 个智能体的状态测量误差定义为 $e_i(t) = \bar{x}_i(t_k^i) - \bar{x}_i(t)$, $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 其中下一个事件触发时刻取决于事件触发条件的设计, 当满足事件触

发条件时才进行状态采样更新。基于文献 [19], 传统的分布式有限时间事件触发控制器设计为:

$$\bar{u}_i(t) = -\alpha \text{sig} \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{x}_i(t_k^i) - \bar{x}_j(t_{k'}^j)) \right)^\mu \quad (3)$$

式中, $\mu \in (0, 1)$; α 为控制增益, 满足 $\alpha > 0$; $k'(t) \triangleq \arg \min_{b \in \mathbb{N}} \{t - t_b^j \mid t_b^j \leq t\}$, 其中 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, $t_{k'}^j$ 为第 j 个智能体的上一次事件触发时间, \mathbb{N} 为非负整数集。定义 $\text{sig}(x)^\mu = \text{sign}(x)|x|^\mu$, $\text{sign}(\cdot)$ 是一个符号函数。为每个智能体设计带有隐私掩码的连续微分时间变输出映射函数如下:

$$m_i(t) = g_i(t, \bar{x}_i, \xi_i) = (1 + \psi_i e^{-\chi_i t}) (\bar{x}_i + \tau_i e^{-\varrho_i t}) \quad (4)$$

$\psi_i > 0, \chi_i > 0, \varrho_i > 0, \tau_i \neq 0$

式中, $\xi_i = \{\psi_i, \chi_i, \varrho_i, \tau_i\}$ 。输出映射的效果是逐渐衰减的。假设将上述设计的输出映射变换应用到多智能体系统的信息交互过程中。相应地, 其向量的形式可以表示为 $\mathbf{m}(t) = g(t, \bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\xi}) = (\mathbf{I} + \boldsymbol{\psi} e^{-\mathbf{X}t}) (\bar{\mathbf{x}} + e^{-\mathbf{P}t} \boldsymbol{\tau})$, 其中, $\boldsymbol{\psi} = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)$, $\mathbf{X} = \text{diag}(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n)$, $\mathbf{P} = \text{diag}(\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n)$, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$ 。

所设计的输出映射函数形式具有如下性质:

1) 初始时刻满足 $g_i(0, \bar{x}_i, \xi_i) \neq \bar{x}_i$; 2) $g(t, \bar{x}, \xi)$ 可以确保不能从掩码后的数据反推智能体的初始状态; 3) 任一智能体的邻居智能体不受自身函数 $g_i(0, \bar{x}_i, \xi_i)$ 的保护; 4) 对于任意时间和参数 ξ_i , $i = 1, 2, \dots, n$, $g_i(t, \bar{x}_i, \xi_i)$ 是关于 \bar{x}_i 严格递减的。相比于现有的差分隐私等方法, 所提出的输出掩码机制具有计算简单、易于实现的优势, 且无须复杂的加密运算, 能够适应资源受限的多智能体系统。

将上述输出映射与有限时间事件触发控制器相结合, 可以得到:

$$\begin{cases} \bar{u}_i(t) = -\alpha \text{sig} \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_i(t_k^i) - m_j(t_{k'}^j)) \right)^\mu \\ m_i(t) = (1 + \psi_i e^{-\chi_i t}) (\bar{x}_i(t) + \tau_i e^{-\varrho_i t}) \end{cases} \quad (5)$$

重新定义状态测量误差如下:

$$e_i(t) = m_i(t_k^i) - m_i(t) \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (6)$$

定义如下变换:

$$\begin{aligned} Z_i(t) &= - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_i(t) - m_j(t)) \\ M_i(t) &= - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)) \\ E_i(t) &= - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_i(t) - e_j(t)) \end{aligned}$$

对于第 i 个智能体, 所对应的事件触发条件设计为如下形式:

$$|E_i(t)| \leq \varepsilon_i |Z_i(t)| \quad (7)$$

式中, ε_i 是一个正量。相应地, 下一个事件触发时刻可以表示为:

$$t_{k+1}^i = \inf \{t > t_k^i \mid |E_i(t)| > \varepsilon_i |Z_i(t)|\} \quad (8)$$

事件触发条件 (7) 依赖智能体之间的连续通信, 当满足事件触发条件 (7) 时, 控制器进行更新, 进而将更新后的控制信号传递到执行器中, 该过程减少了控制器到执行器信号的传输次数。同时, 本文设计的事件触发条件是分布式的, 与集中式事件触发条件相比, 其避免了全局测量误差的计算, 在一定程度上缓解了信息的频繁获取, 进一步降低了信息泄露的风险。

将式 (6) 带入式 (5) 中, 可以得到:

$$\bar{u}_i(t) = -\alpha \text{sig} \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_i(t_k^i) - m_j(t_{k'}^j)) \right)^\mu = \alpha \text{sig}(Z_i(t) + E_i(t))^\mu$$

将上述推导出的控制器形式带入到式 (1) 中, 进而可以计算出相应的闭环误差系统为:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_i(t) = \alpha \text{sig}(Z_i(t) + E_i(t))^\mu \quad (9)$$

对于多智能体系统, 式 (9) 可以表示为向量的形式:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{I}_n \otimes \alpha) \text{sig}(\mathbf{Z}(t) + \mathbf{E}(t))^\mu$$

一致性算法在分布式估计和分布式控制中得到了广泛应用, 在这些应用中, 网络中的所有智能体与邻近的智能体通信, 并通过已知智能体的状态和特定的更新算法更新它们的状态, 最终收敛到与所有智能体的初始状态相关的期望位置。考虑到传统的平均一致性算法中智能体不可避免地会向邻近的智能体透露初始状态信息, 或根据已知的更新规则推断出智能体的状态, 从而导致信息泄露。如多智能体聚集行为, 所有智能体根据初始位置最终将汇聚向特定的目的地; 在观点动力学方面, 一些智能体不希望因为利益冲突而将他们的意见泄露给其他智能体。因此, 实现对所有智能体初始状态的保护变得越来越重要。

2.2 闭环系统稳定性与隐私性分析

本节将以上述多智能体系统为例, 说明所提出的控制框架的系统稳定性和隐私性, 这一分析过

程可进一步应用和扩展到其他系统。首先给出如下定理。

定理 1 在拓扑约束条件 $\{N_i \cup i\} \not\subseteq \{N_j \cup j\}$ 成立的情况下, 如果采用上述控制器 (5) 并由设计的事件触发条件驱动, 则可以实现有限时间的隐私保护一致性控制, 这意味着多智能体系统可以收敛到一致, 并且每个智能体都可以隐藏其初始状态信息。

证明 1 收敛性分析: 为了验证定理 1 的准确性, 首先构造如下的李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha}{1+\mu} |M_i(t)|^{1+\mu}$$

式中, α 和 μ 都是正值。因此, $V(t) \geq 0$ 是正定的。 $V(t)$ 对时间的导数计算为:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^n \frac{\alpha}{1+\mu} (1+\mu) \text{sig}(M_i)^\mu \dot{M}_i = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (\alpha \text{sig}(M_i)^\mu) l_{ij} (\alpha \text{sig}(Z_j + E_j)^\mu) \end{aligned}$$

注意到:

$$\begin{cases} \text{sig}(M_i)^\mu \leq |M_i|^\mu \\ \text{sig}(Z_j + E_j)^\mu \leq |Z_j + E_j|^\mu \leq |Z_j|^\mu + |E_j|^\mu \end{cases} \quad (10)$$

从式 (10) 的不等式关系和已知条件得到, 对于任意 $j \in N_i, i \neq j$, $l_{ij} \leq 0$ 成立, 进而可以得到:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (\alpha \text{sig}(M_i)^\mu) l_{ij} (\alpha \text{sig}(Z_j + E_j)^\mu) &\geq \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (\alpha |M_i|^\mu) l_{ij} (\alpha (|Z_j|^\mu + |E_j|^\mu)) & \end{aligned}$$

李雅普诺夫函数 $V(t)$ 的导数可进一步表示为:

$$\dot{V}(t) \leq - \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (\alpha |M_i|^\mu) l_{ij} (\alpha (|Z_j|^\mu + |E_j|^\mu)) \quad (11)$$

可以得到:

$$\begin{aligned} Z_i &= - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_i - m_j) = L_i \mathbf{m} \\ M_i &= - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\bar{x}_i - \bar{x}_j) = L_i \bar{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

式中, $L_i = [l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{in}]$, $Z_i = L_i \mathbf{m}$ 和 $M_i = L_i \bar{\mathbf{x}}$ 分别代表 $\mathbf{Z} = L\mathbf{m}$ 和 $\mathbf{M} = L\bar{\mathbf{x}}$ 的第 i 个元素。

针对向量 $\bar{\mathbf{x}}$ 的不同取值范围, 做出如下两种情况的讨论。

如果向量 $\bar{\mathbf{x}}$ 满足:

$$\begin{cases} \kappa_i \bar{\mathbf{x}} \geq -\kappa_i e^{-P_i \tau} \\ -\eta_i \leq |L_i \bar{\mathbf{x}}| \leq \eta_i \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \kappa_i \bar{\mathbf{x}} < -\kappa_i e^{-P_i \tau} \\ \eta_i < |L_i \bar{\mathbf{x}}| < -\eta_i \end{cases}$$

式中, $\eta_i = \kappa_i \bar{\mathbf{x}} + \kappa_i e^{-P_i \tau}$ 且 $\kappa_i = L_i \mathbf{I} + L_i \psi e^{-X_i t}$, 借助上述条件, 可以推导出:

$$|L_i \bar{\mathbf{x}}| \leq \left| (L_i \mathbf{I} + L_i \psi e^{-X_i t}) \bar{\mathbf{x}} + (L_i \mathbf{I} + L_i \psi e^{-X_i t}) e^{-P_i \tau} \right|$$

然后有 $|L_i \bar{\mathbf{x}}| \leq |L_i \mathbf{m}|$, 进而 $|M_i(t)| \leq |Z_i(t)$ 。考虑事件触发条件 $|E_i(t)| \leq \varepsilon_i |Z_i(t)|$, 进而得到 $|M_i(t)|^\mu \leq |Z_i(t)|^\mu$ 和 $|E_j(t)|^\mu \leq \varepsilon_j^\mu |Z_j(t)|^\mu$ 。

相应地,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq - \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} (\alpha |M_i|^\mu) l_{ij} (\alpha (|Z_j|^\mu + |E_j|^\mu)) = \\ &= -(\alpha |Z|^\mu) L(\mathbf{I} + \Xi)(\alpha |Z|^\mu) \end{aligned}$$

定义 $\Xi = \text{diag}(\varepsilon_1^\mu, \varepsilon_2^\mu, \dots, \varepsilon_n^\mu)$ 和 $\Gamma = L(\mathbf{I} + \Xi)$ 。因此, 可以计算出:

$$\dot{V}(t) \leq -(\alpha |Z|^\mu) \Gamma (\alpha |Z|^\mu) \quad (12)$$

另外如果向量 $\bar{\mathbf{x}}$ 满足:

$$\begin{cases} \kappa_i \bar{\mathbf{x}} \geq -\kappa_i e^{-l \tau} \\ L_i \bar{\mathbf{x}} \geq \eta_i \text{ or } L_i \bar{\mathbf{x}} \leq -\eta_i \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \kappa_i \bar{\mathbf{x}} < -\kappa_i e^{-l \tau} \\ L_i \bar{\mathbf{x}} > -\eta_i \text{ or } L_i \bar{\mathbf{x}} < \eta_i \end{cases}$$

式中, $L_i \bar{\mathbf{x}} = |L_i \bar{\mathbf{x}}|$, 变量 η_i 和 κ_i 在前文中已定义。根据上述关系可以计算出如下的不等式:

$$|L_i \bar{\mathbf{x}}| \geq \left| (L_i \mathbf{I} + L_i \psi e^{-X_i t}) \bar{\mathbf{x}} + (L_i \mathbf{I} + L_i \psi e^{-X_i t}) e^{-P_i \tau} \right|$$

进而有 $|L_i \bar{\mathbf{x}}| \geq |L_i \mathbf{m}|$, 也就是说 $|Z_i(t)| \leq |M_i(t)|$, 进而推导出:

$$|E_j(t)|^\mu \leq \varepsilon_j^\mu |Z_j(t)|^\mu \leq \varepsilon_j^\mu |M_j(t)|^\mu \quad (13)$$

同理, 借助不等式 (13), 李雅普诺夫函数 $V(t)$ 的导数有:

$$\dot{V}(t) = -(\alpha |\mathbf{M}|^\mu) \Gamma (\alpha |\mathbf{M}|^\mu)$$

综上, 定义如下范式:

$$|\Phi_i(t)| = \max\{|Z_i(t)|, |M_i(t)|\}$$

式中, $\Phi_i(t) \geq 0$ 。因此 $\dot{V}(t) \leq -(\alpha |\Phi|^\mu) \Gamma (\alpha |\Phi|^\mu)$ 。

定义 $\Pi = \{\delta \in \mathbb{R}^n : \delta^T \delta = 1, \delta = \alpha |\boldsymbol{\theta}|^\mu \text{ for } \boldsymbol{\theta} \perp \mathbf{1}\}$ 和 $\mathbf{U} = \frac{1}{2}(\Gamma + \Gamma^T)$ 。对于任意 $\delta \in \Pi$, 函数 $\delta^T \mathbf{U} \delta$ 是关于 δ 连续的, 其中 Π 是一个有界的封闭集合, 同时有 $\delta^T \mathbf{U} \delta \neq 0$ 。因此存在 $\min_{\delta \in \Pi} \delta^T \mathbf{U} \delta$ 。

根据引理 1, $\mathbf{1} \perp \Phi$ 。定义 $\boldsymbol{\varpi} = \alpha |\Phi|^\mu$, 然后可以得到:

$$\frac{\boldsymbol{\varpi}^T \Gamma \boldsymbol{\varpi}}{\boldsymbol{\varpi}^T \boldsymbol{\varpi}} = \left(\frac{\boldsymbol{\varpi}}{\sqrt{\boldsymbol{\varpi}^T \boldsymbol{\varpi}}} \right)^T \Gamma \left(\frac{\boldsymbol{\varpi}}{\sqrt{\boldsymbol{\varpi}^T \boldsymbol{\varpi}}} \right) = \boldsymbol{\rho}^T \Gamma \boldsymbol{\rho}$$

式中, $\rho \in \Pi$, 然后可以得到 $\rho^T \Gamma \rho = \frac{1}{2} \rho^T (\Gamma^T + \Gamma) \rho = \rho^T U \rho \geq \min_{\rho \in \Pi, \rho^T U \rho \neq 0} \rho^T U \rho \triangleq k = \lambda_2(U) > 0$, 也就是:

$$\frac{(\alpha |\Phi^\mu|)^T \Gamma (\alpha |\Phi^\mu|)}{(\alpha |\Phi^\mu|)^T (\alpha |\Phi^\mu|)} \geq \min_{\delta \in \Pi} \delta^T U \delta \triangleq k > 0$$

$\lambda_2(U)$ 是矩阵 U 的第二小特征值。假设有:

$$\Theta(t) = -\frac{\frac{dV(t)}{dt}}{V(t)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}}$$

可以推导出:

$$\Theta(t) \geq \frac{k \sum_{i=1}^n \alpha^2 |\Phi_i|^{2\mu}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha}{1+\mu} \right)^{\frac{2\mu}{1+\mu}} |\Phi_i|^{2\mu}}$$

因此, 定义 $k' = \frac{k\alpha^2}{\left(\frac{\alpha}{1+\mu} \right)^{\frac{2\mu}{1+\mu}}}$, 然后可以推导出:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -k' V(t)^{\frac{2\mu}{1+\mu}}$$

根据引理 2 和上述理论分析, 可以得到 $V(t)$ 将在有限时间内达到收敛 $T = \frac{(1+\alpha)V(0)^{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}}}{k'(1-\alpha)}$, 即 $M(t)$ 收敛于 0。 $\lim_{t \rightarrow T} M(t) = 0$ 表示比例缩放后的状态 $\bar{x}_1(t) = \bar{x}_2(t) = \dots = \bar{x}_n(t)$, 即 $\beta_1 x_1(t) = \beta_2 x_2(t) = \dots = \beta_n x_n(t)$, 进一步智能体真实状态 $x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_n(t)$, 即完成收敛性分析。

隐私性分析: 多智能体一致性控制离不开与相邻智能体的信息交互, 这可能会导致敏感信息的泄露。本节首先考虑一个内部好奇智能体, 假设该智能体对邻居智能体的状态信息感兴趣。接下来将分析本文提到的隐私机制如何保护智能体的初始状态信息。

首先, 本文采用的输出映射函数 $m_i(t) = g_i(t, \bar{x}_i, \xi_i)$ 可以保证其他智能体无法直接获得智能体 i 的初始状态 $\bar{x}_i(0)$ 。考虑每个智能体的输出映射函数是不同的, 也就是说, $\{\psi_i, \chi_i, \varrho_i, \tau_i\} = \xi_i \neq \xi_j$ 。根据已知条件, 内部好奇节点可以获得的信息集合可以定义为:

$$I_{\text{hbc}} = \{G; x_{\text{hbc}}(t), m_{i,\text{hbc}}(t, x_{i,\text{hbc}}(0)) | i \in N_{\text{hbc}}\}$$

式中, $t \in [0, \infty)$; G 是智能体之间的通信拓扑; $x_{\text{hbc}}(t)$ 表示内部好奇智能体在 t 时刻的状态信息;

N_{hbc} 表示第 i 个智能体的邻居智能体; $m_{i,\text{hbc}}(t, x_{i,\text{hbc}}(0))$ 表示内部好奇智能体及其邻居智能体的掩码输出状态。智能体 i 的初始状态被输出映射函数隐藏后, 掩码后的输出 $m_i(0)$ 与初始真实状态 $\bar{x}_i(0)$ 是完全不同的。因此, 内部好奇智能体直接获得的信息集合 I_{hbc} 不包含智能体 i 的初始真实状态。因此, 智能体 i 的初始真实信息不会被内部好奇智能体直接获得。

另一方面, 考虑到内部好奇智能体已知通信拓扑, 该方法同时需要避免智能体重构邻居智能体 i 的初始状态。根据输出映射函数的性质, 条件 $\lim_{t \rightarrow \infty} m_i(t) = \bar{x}_i(t)$ 成立, 即 $m_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} m_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_i(t) = c$, 输出映射函数输出得到的最终平均一致性收敛值 m_i^* 与传统一致性方法的收敛值相同, 因此收敛值对所有智能体可知。更具体地说, 若内部好奇智能体获得信息 $\int_0^\infty u_i(m) dt$, 则内部好奇智能体可以通过如下的过程来重构 $\bar{x}_i(0)$:

$$\bar{x}_i(0) = m_i^* - \int_0^\infty u_i(m) dt = c - \int_0^\infty u_i(m) dt$$

随着时间推移, 初始的真实状态将是已知的。根据参考文献 [23], 定理 1 中的拓扑约束条件 $\{N_i \cup i\} \not\subseteq \{N_j \cup j\}$ 可以避免上述情况的发生。因此, 在该条件下, 邻居智能体 i 的初始真实信息不会被内部好奇智能体间接重构。上述过程发现内部好奇智能体无法直接获得或间接重构邻居智能体 i 的初始真实状态。假设系统外存在外部窃听攻击者, 窃听攻击者获取的信息可以表示为 $I_{\text{ea}} = \{G, m_{i,j}(t, x_{i,j}(0)) | i \in N_j, t \in [0, \infty)\}$, 其收敛值对于攻击者来说是未知的。与前文的证明一样, 窃听攻击者获得的信息与被攻击智能体的初始值无关, 因此该方法也适用于存在窃听攻击者的情况。

综上所述, 通过设计的输出映射隐私掩码, 可以隐藏每个智能体的初始真实状态。因此, 理论上可以基于事件触发策略实现有限时间隐私保护比例一致性控制。

2.3 Zeno 行为的排除

事件触发机制存在 Zeno 行为的可能性, 即控制器在有限时间内被触发无限次。为了证明所提出的算法消除了 Zeno 行为, 本文给出了以下定理。

定理 2 在定理 1 成立的条件下, 多智能体系统如果采用控制器式 (5) 并由设计的事件触发条件式 (7) 驱动状态和控制器更新, 则可以排除多智能

体系统的 Zeno 行为, 这意味着每个控制器的时间间隔严格存在正时间间隔 $\Delta_k^i = t_{k+1}^i - t_k^i > 0$ 。

证明 2 取变量 $|Z_i(t)|$ 在时间间隔 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 的右上导数, 可以计算得到:

$$D^+ |Z_i(t)| \leq \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\dot{m}_i(t) - \dot{m}_j(t)) \right| \quad (14)$$

由式 (5) 已知, $\dot{m}_i(t) = -\psi_i \chi_i e^{-\chi_i t} (\bar{x}_i(t) + \tau_i e^{-\varrho_i t}) + \gamma_i (\dot{x}_i(t) - \tau_i \varrho_i e^{-\varrho_i t})$, 其中 $\gamma_i = 1 + \psi_i e^{-\chi_i t}$ 。因此, 可以计算得到:

$$\begin{aligned} |\dot{Z}_i(t)| \leq & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\gamma_j \dot{\bar{x}}_j(t) - \gamma_i \dot{\bar{x}}_i(t)) \right| + \\ & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\psi_j \chi_j e^{-\chi_j t} \bar{x}_j(t) - \psi_i \chi_i e^{-\chi_i t} \bar{x}_i(t)) \right| + \Lambda_1^i \end{aligned}$$

式中, Λ_1^i 是有界的常数。

根据定理 1, 系统在有限时间内收敛, 因此,

$\left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\psi_j \chi_j e^{-\chi_j t} \bar{x}_j(t) - \psi_i \chi_i e^{-\chi_i t} \bar{x}_i(t)) \right|$ 的大小是有界的。相应地,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\dot{m}_i(t) - \dot{m}_j(t)) \right| = \\ & \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\gamma_j \dot{\bar{x}}_j(t) - \gamma_i \dot{\bar{x}}_i(t)) \right| + \Lambda_2^i \end{aligned}$$

式中, $\Lambda_2^i = \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\psi_j \chi_j e^{-\chi_j t} \bar{x}_j(t) - \psi_i \chi_i e^{-\chi_i t} \bar{x}_i(t)) \right| + \Lambda_1^i$ 。存在不等式: $|\dot{Z}_i(t)| \leq \Omega_i |\dot{M}_i| + \Lambda_2^i$, 其中, $\Omega_i = 1 + \max\{\psi_i, \psi_j\} e^{-\min\{\chi_i, \chi_j\}t}$, 进而可以得到 Ω_i 是一个有界的正值。

将上述结果带入到闭环误差系统式 (9), 可以得到:

$$\Omega_i |\dot{M}_i| + \Lambda_2^i \leq \alpha \Omega_i l_{ii} |Z_i|^\mu + \Lambda_3^i$$

式中, $\Lambda_3^i = \alpha \Omega_i \sum_{j=1}^n |l_{ij}| (|E_j|^\mu + |Z_j|^\mu) + \alpha \Omega_i l_{ii} |E_i|^\mu + \Lambda_2^i$ 。

因此, 进一步可以推导出:

$$D^+ |Z_i(t)| \leq \alpha \Omega_i l_{ii} |Z_i|^\mu + \Lambda_3^i \quad (15)$$

当 $|Z_i| \in [1, \infty)$, 推导出 $|Z_i|^\mu \leq |Z_i|$ 。进一步地, 通过求解式 (15), 可以得到:

$$|Z_i(t)| \leq \frac{\Lambda_3^i}{\alpha \Omega_i l_{ii}} \left(e^{\alpha \Omega_i l_{ii} (t-t_k^i)} - 1 \right) \quad (16)$$

根据所设计的事件触发条件式 (7), 下一个事件触发时间 t_{k+1}^i 如下:

$$|E_i(t_{k+1}^i)| \leq \varepsilon_i |Z_i(t_{k+1}^i)| \quad (17)$$

将 $t = t_{k+1}^i$ 代入式 (16), 将上述结果与式 (17) 结合得到:

$$\frac{1}{\varepsilon_i} |E_i(t_{k+1}^i)| \leq |Z_i(t_{k+1}^i)| \leq \frac{\Lambda_3^i}{\alpha \Omega_i l_{ii}} \left(e^{\alpha \Omega_i l_{ii} \Delta_k^i} - 1 \right) \quad (18)$$

求解上述不等式, 得到时间区间 $\Delta_k^i = t_{k+1}^i - t_k^i$:

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{1}{\alpha \Omega_i l_{ii}} \ln \left\{ 1 + \frac{\alpha \Omega_i l_{ii}}{\varepsilon_i \Lambda_3^i} |Z_i(t_{k+1}^i)| \right\}$$

根据所设计的事件触发条件式 (7) 和定义的状态测量误差 $e_i(t) = m_i(t_k^i) - m_i(t), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 可以推导出:

$$\frac{\varepsilon_i |E_i(t_{k+1}^i)|}{\varepsilon_i + 1} \leq |E_i(t)| \leq \frac{\varepsilon_i |E_i(t_{k+1}^i)|}{\varepsilon_i - 1}$$

因此, $|E_i(t_{k+1}^i)| \neq 0$, 然后有 $\Delta_k^i = t_{k+1}^i - t_k^i > 0$, 此外, 定义一个正序列 $\{Y_k^i\}$ 如下:

$$Y_k^i = t_{k+1}^i - t_k^i \quad (19)$$

其次, 利用反证法阐述 Zeno 行为被消除。假设第 i 个智能体表现出 Zeno 行为, 这意味着

$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m Y_k^i$ 将收敛, 同时 $\lim_{k \rightarrow \infty} (t_{k+1}^i - t_k^i) = 0$ 。对上述不等式 (18) 两边取极限, 可以得到:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\varepsilon_i} |E_i(t_{k+1}^i)| \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\Lambda_3^i}{\alpha \Omega_i l_{ii}} \left(e^{\alpha \Omega_i l_{ii} \Delta_k^i} - 1 \right) = 0$$

考虑到 $|E_i(t_{k+1}^i)| \neq 0$, 其意味着 $\varepsilon_i \leq 0$ 。该结论与 $\varepsilon_i > 0$ 是相互冲突的。因此, Zeno 行为被消除。

当 $|Z_i| \in (0, 1)$, 显而易见 $|Z_i|^\mu$ 是有界的。进一步地, 通过求解式 (15), 可以得到 $|Z_i(t)| \leq \Lambda_4^i (t - t_k^i)$, 其中 Λ_4^i 是有上界的, 且上界为 $\alpha \Omega_i l_{ii} |Z_i|^\mu + \Lambda_3^i$ 。基于所设计的事件触发条件, 可以得到 $1/\varepsilon_i |E_i(t_{k+1}^i)| \leq |Z_i(t_{k+1}^i)| \leq \Lambda_4^i (t - t_k^i)$ 。利用前文相似的证明流程, 推导出:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\varepsilon_i} |E_i(t_{k+1}^i)| \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \Lambda_4^i (t - t_k^i) = \Lambda_4^i \times 0 = 0$$

借助反证法, 也可以得出 Zeno 行为被成功排除。

为了进一步量化隐私保护程度, 本文给出了用于一致性控制的隐私保护程度评价函数 $J(m_0, x_0)$,

目的是将隐私保护程度替换为掩码输出与真实初始值之间的离散度。函数表示为:

$$J(m_0, x_0) = \frac{Sde}{Amv} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (m_i(0) - \bar{x}_i(0))^2 / n}}{\left| \sum_{i=1}^n \bar{x}_i(0) \right| / n} \quad (20)$$

式中, Sde表示掩码输出与真实初始绝对值之间误差的标准差; Amv表示真实初始值的算术平均值。该函数可以反映掩码输出与真实初始值之间的差异程度、分散程度和集中趋势。定义评价函数值越大, 表示隐私保护程度越高。从输出掩码函数的形式来看, 评价函数与 $\xi_i = \{\psi_i, \chi_i, \varrho_i, \tau_i\}$ 的各个参数密切相关, 可调整参数的大小来增强隐私保护的程

3 仿真实验与结果分析

本节将给出一些数值模拟结果来证明所提方法的效率和性能。考虑由 5 个智能体组成的通信拓扑, 如图 2 所示。

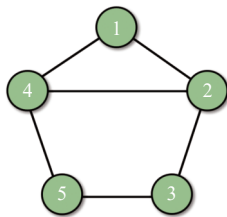


图 2 多智能体系统组成的通信拓扑

算例 1 设置如下的初始状态参数进行仿真: $x(0) = [-4, -2, 2, 4, 6]^T$, $\psi = [0.7, 0.8, 0.75, 0.85, 0.65]$, $\chi = [1.1, 1.2, 1.15, 1, 1.3]$, $\varrho = [-1, -0.9, -0.8, -1.2, -1.1]$, $\tau = [1.5, 1.4, 1.3, 1.6, 1.7]$; 和控制协议相关的控制参数选取为 $\alpha = 0.5$, $\mu = 0.75$; 和事件触发条件相关的参数 ε_i 选取为 $\varepsilon_i = 0.1$, 比例因子 β 设置为 $\beta = [3, -2, 5, -2, 3]^T$ 。根据上述设置初始条件, 可以计算出理论的有限时间 T 为 5.045 s, 该结果可以用来验证仿真结果的准确性。

图 3 给出了多智能体系统中所有智能体比例一致性控制过程的真实状态轨迹, 最终 3 组智能体在有限时间内收敛到 3 个不同的值, 实现隐私保护下的比例一致性。图 4 描绘了应用隐私保护方法得到的智能体掩码输出状态轨迹 $m_i(t)$, 掩码后的状态也收敛到 3 个不同的收敛值, 且这 3 个收敛值与 $x_i(t)$ 收敛值相同, 且都在有限时间 T 内完成收敛, 真实状态和掩码输出状态的最终收敛值分别为

0.275 3, 0.165 2 和 -0.413 0。定义收敛终止时间为: 在每个智能体的状态轨迹演化过程中, 如果最终收敛值与智能体状态之差之和小于有界正值 $\bar{\tau}$, 则 $\sum_{i=1}^n \left\| m_i(t) - (1/n) \sum_{i=1}^n x_i(0) \right\| \leq \bar{\tau}$ 。因此, 本文将此时间视为稳定收敛时间, 定义 $\bar{\tau} = 0.01$ 。根据上述定义和仿真实验结果, 可以得到稳定收敛时间为 4.897 s, 小于理论计算的有限时间 T , 说明多智能体系统在初始状态被保护的情况下实现了有限时间比例一致性收敛。进一步用传统渐进时间控制器进行数值仿真, 渐进收敛时间为 7.32 s, 进一步证明本文算法的优越性。

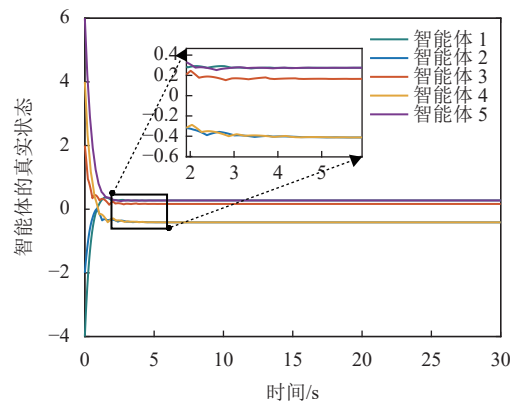


图 3 所有智能体真实状态变化轨迹 $\bar{x}_i(t)$

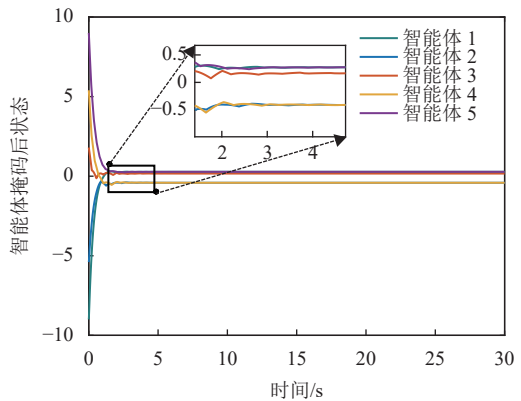


图 4 所有智能体经过输出映射函数后的状态变化轨迹 $m_i(t)$

所有智能体的事件触发时刻图如图 5 所示, 与传统周期性时间触发相比 (每 0.01 s 触发一次), 本文提出的分布式事件触发机制使得每个智能体按照所设计的 ETC 进行状态的采样和更新, 其非周期采样的特点可以减少通信计算资源的消耗。从图 6 可以看出每个智能体事件触发函数的满足情况, 当误差超出边界 (黑色虚线) 后, 进行状态采样和控制器的更新。

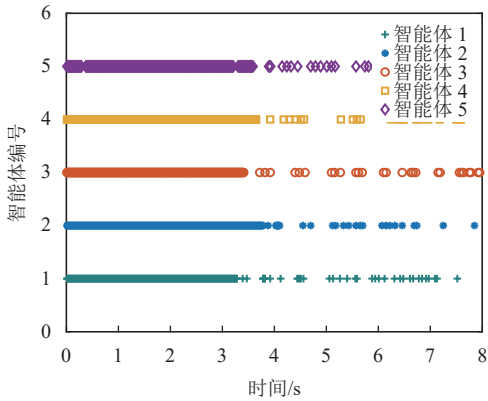


图 5 事件触发机制下所有智能体事件触发的时刻

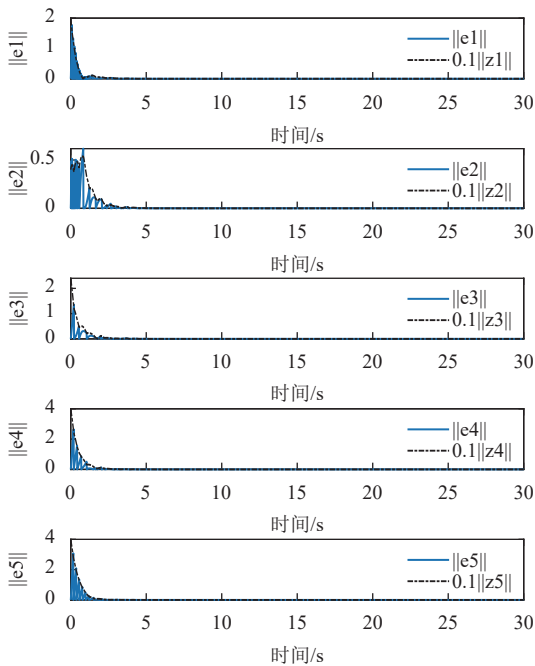


图 6 状态测量误差与事件触发边界阈值结果图

图 7 展示了所有智能体的控制输入轨迹，由于非周期采样的特点，控制输入的曲线是非连续的，随着智能体的状态逐渐收敛，控制输入的大小也逐渐收敛到 0。

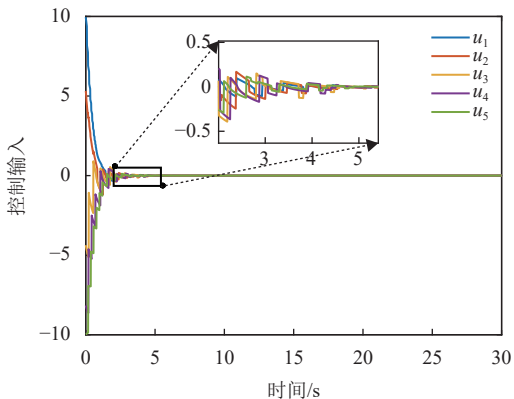


图 7 所有智能体控制输入曲线

算例 2 采用与算例相同的初始状态，比例因子 β 修改为 $\beta = [1, 1, 0.5, 2, 2]^T$ 。得到的实验结果如图 8 所示，表明多智能体系统仍能够根据比例因子分为相应的 3 个子群。

算例 3 将智能体的数量增加到 8 个，智能体的初始状态随机选取，同时比例因子 β 修改为 $\beta = [1, 1, 0.5, 2, 2, 1, 2, 0.5]^T$ 。得到的实验结果如图 9 所示，智能体 1、2 和 6 状态趋于一致，智能体 4 和 5 趋于一致，智能体 3 和 8 趋于一致，表明算法实现了比例一致性。

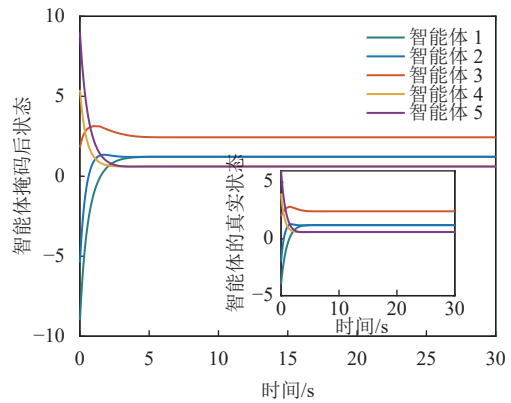


图 8 不同比例因子下的实验结果图

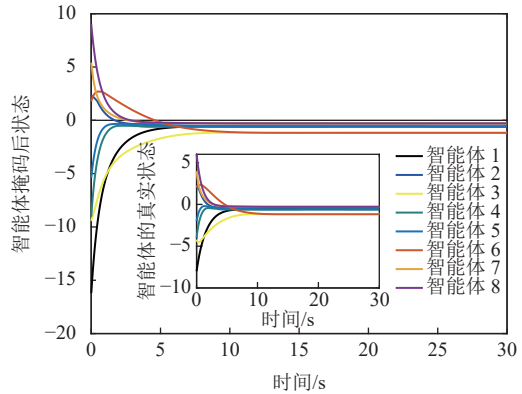


图 9 不同智能体数量下实验结果图

4 结束语

本文针对多智能体比例一致性控制中的隐私保护问题，提出了一种基于事件触发机制的有限时间隐私保护比例一致性方法。该方法首先推导出有效的事件触发条件来减少智能体之间信息交互的次数，并引入有限时间理论来保证多智能体比例一致性的收敛性能。同时，引入输出映射函数来确保多智能体系统中各个智能体的状态对外界不可知，实现隐私保护下有限时间比例一致性收敛。该方法综合考虑了通信安全、带宽约束和性能指标，提高了

多智能体隐私保护比例一致性控制的收敛性能, 减少了通信计算的资源消耗。

参考文献

- [1] TAHERI M, KHORASANI K, SHAMES I, et al. Towards privacy preserving consensus control in multi-agent cyber-physical systems subject to cyber attacks[C]//2021 European Control Conference (ECC). Rotterdam: IEEE, 2021: 939-945.
- [2] HUO X, LIU M. Encrypted decentralized multi-agent optimization for privacy preservation in cyber-physical systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 19(1): 750-761.
- [3] FIORE D, RUSSO G. Resilient consensus for multi-agent systems subject to differential privacy requirements[J]. *Automatica*, 2019, 106: 18-26.
- [4] WANG Y, LAM J, LIN H. Consensus of linear multivariable discrete-time multiagent systems: Differential privacy perspective[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(12): 13915-13926.
- [5] LIU X K, ZHANG J F, WANG J. Differentially private consensus algorithm for continuous-time heterogeneous multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2020, 122: 109283.
- [6] XU H, NI Y H, LIU Z, et al. Privacy-preserving leader-following consensus via node-augment mechanism[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 68(6): 2117-2121.
- [7] HUO X, LIU M. Privacy-preserving distributed multi-agent cooperative optimization-paradigm design and privacy analysis[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, 6: 824-829.
- [8] FANG W, ZAMANI M, CHEN Z. Secure and privacy preserving consensus for second-order systems based on paillier encryption[J]. *Systems & Control Letters*, 2021, 148: 10486.
- [9] LI Y, LIU W, SUN J, et al. Online consensus control of nonlinear affine systems from disturbed data[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, 11(2): 551-553.
- [10] ZHANG Y, CHADLI M, XIANG Z. Prescribed-time formation control for a class of multiagent systems via fuzzy reinforcement learning[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(12): 4195-4204.
- [11] LI W, QIN K, SHI M, et al. Dynamic target enclosing control scheme for multi-agent systems via a signed graph-based approach[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, 10(2): 560-562.
- [12] 林伯先, 李灿灿, 李维豪, 等. 输入约束下高阶智能体均方一致性研究[J]. *电子科技大学学报*, 2020, 49(6): 818-825.
- [13] LIN B X, LI C C, LI W H, et al. Mean square consensus of high-order multi-agent with constrained control input[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2020, 49(6): 818-825.
- [14] SHANG Y. Scaled consensus of switched multi-agent systems[J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2019, 36(2): 639-657.
- [15] DONGANONT M, LIU X. Scaled consensus problems of multi agent systems via impulsive protocols[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2023, 116: 532-546.
- [16] YU W, ZHENG W X, CHEN G, et al. Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data[J]. *Automatica*, 2011, 47(7): 1496-1503.
- [17] SUN Y, SHI P, LIM C C. Event-triggered sliding mode scaled consensus control for multi-agent systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(2): 981-998.
- [18] WANG Y, LU J, ZHENG W X, et al. Privacy-preserving consensus for multi-agent systems via node decomposition strategy[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(8): 3474-3484.
- [19] ZHANG J, LU J, LIANG J, et al. Average consensus of whole-process privacy protection: A scale parameter method[J]. *Information Fusion*, 2024, 107: 102312.
- [20] ZHANG H, YUE D, YIN X, et al. Finite-time distributed event-triggered consensus control for multi-agent systems[J]. *Information Sciences*, 2016, 339: 132-142.
- [21] DUAN J, ZHANG H, LIANG Y, et al. Bipartite finite-time output consensus of heterogeneous multi-agent systems by finite-time event-triggered observer[J]. *Neurocomputing*, 2019, 365: 86-93.
- [22] YU Z, ZHANG W, MA L. Finite-time consensus for the second-order leader-following nonlinear multi-agent system with event-triggered communication[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(12): 6486-6502.
- [23] ROY S. Scaled consensus[J]. *Automatica*, 2015, 51: 259-262.
- [24] ALTAFINI C. A system-theoretic framework for privacy preservation in continuous-time multiagent dynamics[J]. *Automatica*, 2020, 122: 109253.
- [25] HU J, FENG G. Distributed tracking control of leader-follower multi-agent systems under noisy measurement[J]. *Automatica*, 2010, 46(8): 1382-1387.
- [26] XIAO F, WANG L, CHEN J, et al. Finite-time formation control for multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2605-2611.

编辑 刘飞阳