

引用格式: 丛迅超, 司旭, 路高勇, 等. 基于小波变换与状态空间模型的飞机轨迹预测[J]. 电子科技大学学报, 2025, 54(6): 881-888.  
CONG X C, SI X, LU G Y, et al. Aircraft trajectory prediction based on wavelet transform and state space model[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2025, 54(6): 881-888.

## 基于小波变换与状态空间模型的飞机轨迹预测



丛迅超<sup>1</sup>, 司旭<sup>1\*</sup>, 路高勇<sup>2</sup>, 胡清月<sup>2</sup>, 梁菁<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学 信息与通信工程学院, 成都 611731; 2. 中国电子科技集团公司第十研究所, 成都 610036)

**摘要:** 飞机轨迹预测作为空战机动决策中的重要环节之一, 在空中战场中有着举足轻重的作用。为实现更高精度与更长预测长度的飞机轨迹预测效果, 提出了基于小波变换与状态空间模块的轨迹预测模型 WTTr-M。该模型考虑轨迹频域特征, 使用小波变换提取目标轨迹的时频特征进行学习。同时采用基于状态空间模块的预测模型进行预测, 通过该模块实现对长序轨迹数据的选择性传播或忘记信息, 进而加强模型对于更长轨迹预测的能力。实验通过自主生成的战场仿真轨迹数据与民航轨迹数据进行模型验证, 实验结果证明了 WTTr-M 相较于其他方法在较长轨迹预测任务中可以取得更高的预测精度。

**关键词:** 飞机轨迹预测; 小波变换; 状态空间模型; 时序预测

中图分类号: TP391

文献标志码: A

DOI: 10.12178/1001-0548.2024236

## Aircraft trajectory prediction based on wavelet transform and state space model

CONG Xunchao<sup>1</sup>, SI Xu<sup>1\*</sup>, LU Gaoyong<sup>2</sup>, HU Qingyue<sup>2</sup>, and LIANG Jing<sup>1</sup>

(1. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;

2. The 10th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Chengdu 610036, China)

**Abstract:** Aircraft trajectory prediction, as one of the important links in air combat maneuvering decision-making, plays a vital role in the air battlefield. To achieve higher accuracy and longer prediction length of aircraft trajectory prediction, this paper proposes a trajectory prediction model WTTr-M (wavelet transfer and transformer-Mamba) based on wavelet transform and state space module. The model considers the frequency domain characteristics of the trajectory and uses wavelet transform to extract the time-frequency characteristics of the target trajectory for learning. Meanwhile, a prediction model based on the state space module is adopted for prediction. Through this module, the long-order trajectory data can be selectively propagated or forgotten, thereby enhancing the model's ability to predict longer trajectories. The experiment is verified by the self-generated battlefield simulation trajectory data and civil aviation trajectory data. The experimental results show that WTTr-M can achieve higher prediction accuracy in longer trajectory prediction tasks than other methods.

**Key words:** aircraft trajectory prediction; wavelet transform; state space model; time series prediction

空间轨迹预测是指在空战过程中, 对目标飞机在过去一段时间内的三维轨迹进行分析, 进而预测其在未来一段时间内的飞行轨迹<sup>[1]</sup>。在空中战场中, 对于飞机的轨迹预测可以有效进行威胁评估、目标追踪、机动决策等关键任务, 如何实现对目标飞机运动的精准预测已经成为当前战场形势感知的重大课题<sup>[2-4]</sup>。早期飞机轨迹预测方法依赖空气动力学模型与状态估计算法, 空气动力学模型通过分析

飞行器性能、状态、环境、意图等因素, 对飞机运动进行建模以实现其轨迹预测<sup>[5-6]</sup>; 状态估计算法通过构造状态转移矩阵估算飞机下一时刻的状态<sup>[7-8]</sup>。然而这些方法建模参数数量庞大且预测长度受限, 难以应用于真实战场环境。

近年来, 随着人工智能技术的兴起, 深度神经网络开始应用于目标轨迹预测。此方向在发展初期使用各种序列模型如 LSTM、RNN、GRU 等进行

收稿日期: 2024-09-03

基金项目: 111 计划 (B17008)

作者简介: 丛迅超, 博士, 主要从事信号处理、电子对抗方面的研究。

\*通信作者 E-mail: xusi@std.uestc.edu.cn

轨迹预测, 文献 [9] 使用 LSTM 神经网络构建了 4D 轨迹预测模型, 相较于传统马尔可夫模型取得明显优势。文献 [10] 使用具有注意力机制的 LSTM 网络进行自主船只预测, 该模型结合了空间和时间注意机制以及空间和时间权重, 以便可以关注信息的不同区域。随着对轨迹预测长度与精度更高的要求, 研究开始使用 Transformer 模型进行长序轨迹预测。文献 [11] 提出 TrAISformer 模型, 通过对轨迹数据进行网格化嵌入获取更加有利于模型学习的数据表征, 并使用 Transformer 网络进行迭代式船舶轨迹预测。文献 [12] 针对民航轨迹预测任务提出 FlightBERT 模型, 提出了一种称为属性相关性注意的新型注意块来明确捕获速度属性对相应位置维度的影响, 提升 Transformer 模型对轨迹属性信息的挖掘能力。

然而, 以上方法仅考虑轨迹数据的时序信息而忽略数据中存在的有用频域信息, 同时这些模型对于长轨迹的输入表征能力较弱, 输出预测效果较差, 在更长序列轨迹预测任务中仍会出现较大的预测失准现象。为解决上述问题, 本文提出 WTr-M (wavelet transfer and transformer-Mamba) 模型, 通过小波变换对轨迹频域信息进行提取, 在频域上进行轨迹预测任务, 同时提出带有 Mamba 状态空间<sup>[13]</sup> 模块的 Transformer 模型<sup>[14]</sup>, 通过该模块使模型有选择地传播或忘记信息, 以实现长序轨迹的表征与预测<sup>[15]</sup>。通过在自主生成的仿真飞机轨迹数据集上进行实验验证, 证明了 WTr-M 可以在长序

轨迹预测任务中取得较好的预测精度。

## 1 基于小波变换的状态空间模型轨迹预测

### 1.1 空间轨迹预测任务

空间轨迹数据由飞行器所在的经度 (lat)、纬度 (lon)、高度 (alt) 以及速度 (vel) 组成。其数据格式 Traj 可以视为维度为  $[4, N]$  的多元时间序列:

$$\text{Traj} = [\text{lat}_i, \text{lon}_i, \text{alt}_i, \text{vel}_i] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

轨迹预测任务要求通过部分已知轨迹预测未来轨迹。通常来讲, 飞机飞行轨迹长短不一且采样点数较多, 在进行预测前需对轨迹进行滑窗处理。滑窗处理可以为模型训练带来长度一致且数据量充足的训练数据集。对于每一个滑窗轨迹, 可以视为由输入序列与标签序列的组合, 输入序列为历史观测序列  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_L\} \in \mathbb{R}^{C \times L}$ , 其中  $C$  为变量维数,  $L$  为回看窗口大小, 在进行轨迹预测任务时, 通过该输入序列预测未来序列  $\hat{\mathbf{Y}} = \{\hat{x}_{L+1}, \hat{x}_{L+2}, \dots, \hat{x}_{L+T}\} \in \mathbb{R}^{C \times T}$ , 其中  $T$  为预测长度。

本文提出基于小波变换的状态空间模型进行轨迹预测, 总体结构如图 1 所示, 其由轨迹小波变换模块与状态空间 Transformer 模型组成。原始轨迹的历史观测序列  $\mathbf{X}$  通过离散小波变换获取其频域信息  $\mathbf{X}_{\text{wt}}$ ,  $\mathbf{X}_{\text{wt}}$  将通过带有 Mamba 状态空间<sup>[13]</sup> 模块的 Transformer 模型预测频域轨迹, 生成预测轨迹的频域特征  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{wt}}$ , 并通过真实轨迹的频域标签  $\mathbf{Y}_{\text{wt}}$  进行模型训练。

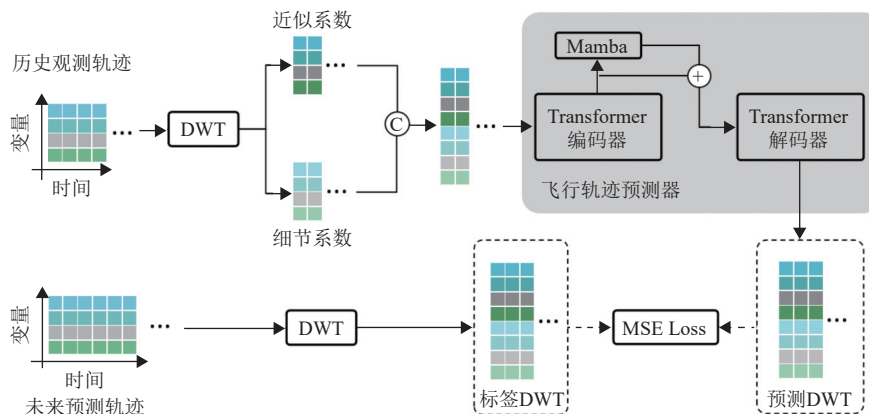


图 1 WTr-M 模型轨迹预测流程

### 1.2 空间轨迹频域特征提取

本文采用离散小波变换 (discrete wavelet transform, DWT) 进行空间轨迹时频分析。对于历史观测序列  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{C \times L}$ , 对其每一变量进行离散小波变换, 通过 DWT, 输入轨迹序列可以分解为近似系数与细

节系数, 近似系数为:

$$A[n] = \sum_k x[2n+k] \cdot g[k] \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{x}[n]$  为输入信号;  $\mathbf{g}[k]$  为低通滤波器系数, 细节系数为:

$$\mathbf{D}[n] = \sum_k \mathbf{x}[2n+k] \cdot \mathbf{h}[k] \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{h}[k]$  为高通滤波器系数。本工作采用 Haar 小波进行 DWT, 其系数为:

$$\mathbf{g} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \quad (4)$$

$$\mathbf{h} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right] \quad (5)$$

离散小波变换符合多分辨率分析, 即确保信号可以在不同的分辨率水平上被精确地分析和重构。

对于离散时间序列, 如轨迹数据  $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_k)_{k=1,2,\dots,m}$ , 可以视为不同水平细节信号的组合<sup>[16]</sup>:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{C}_{N,k} + \sum_{j=1}^N d_{j,k} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{C}_{N,k}$  呈现信号的整体趋势;  $d_{j,k}$  呈现信号局部细节。本方法将轨迹数据考虑为时间序列信号, 分别分析轨迹数据的整体运动趋势与运动细节, 将有效提升模型对轨迹的表征能力。

对于轨迹数据的离散小波变换, 其近似系数  $\mathbf{A}[n]$  可以视为信号整体趋势, 反映了飞机轨迹的整体趋势与大致走向; 细节系数  $\mathbf{D}[n]$  可以视为信号局部细节, 反映了飞机轨迹的局部信息与细微运动调整。因此, DWT 可以有效提升模型对轨迹数据全局与细节特征的分别表征。

同时, DWT 输出序列长度缩短, 近似系数与细节系数长度为原始轨迹长度一半, 即  $\mathbf{A}, \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{C \times \frac{L}{2}}$ 。模型通过在变量维度拼接将两分量组合, 获取轨迹频域序列  $\mathbf{x}_{wt} \in \mathbb{R}^{2C \times \frac{L}{2}}$ 。 $\mathbf{x}_{wt}$  的变量维度翻倍, 序列维度减倍, 通过此种维度变化, 模型可以实现空间换时间的训练策略, 即模型需要记忆的序列长度变短, 但序列维数增加。

模型通过历史观测频域序列直接预测未来轨迹的频域  $\hat{\mathbf{Y}}_{wt}$ , 并通过逆离散小波变换还原时域轨迹数据。 $\hat{\mathbf{Y}}_{wt}$  将拆分为预测近似系数  $\hat{\mathbf{A}}$  与预测细节系数  $\hat{\mathbf{D}}$ , 通过插值进行扩展:

$$\hat{\mathbf{A}}'[n] = \begin{cases} \hat{\mathbf{A}}[n/2] & n \text{ 是偶数} \\ 0 & n \text{ 是奇数} \end{cases} \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{D}}'[n] = \begin{cases} \hat{\mathbf{D}}[n/2] & n \text{ 是偶数} \\ 0 & n \text{ 是奇数} \end{cases} \quad (8)$$

随后, 对扩展后系数进行卷积与合并获取预测轨迹  $\hat{\mathbf{Y}}$ :

$$\mathbf{x}_{low}[n] = \sum_k \hat{\mathbf{A}}'[n-k] \cdot \mathbf{g}[k] \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_{high}[n] = \sum_k \hat{\mathbf{D}}'[n-k] \cdot \mathbf{h}[k] \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}[n] = \mathbf{x}_{low}[n] + \mathbf{x}_{high}[n] \quad (11)$$

轨迹 DWT 模块为后续模型学习提供有效的轨迹特征, 通过提取轨迹频率信息、全局与局部特征加强模型对轨迹深层特征的表征能力。

### 1.3 状态空间轨迹预测模型

WTTr-M 的预测模型使用 Transformer 网络作为基本框架。对于历史观测轨迹的频域数据  $\mathbf{x}_{wt}$ , 将通过编码-解码器进行未来轨迹预测, 在该神经网络中, 数据向量将通过高维嵌入与 Transformer 编码器表征输入轨迹中存在的时频特征, 并通过自注意力机制捕捉频率维度上的上下文关系:

$$\mathbf{H} = \text{Encoder}(\text{InputEmbedding}(\mathbf{x}_{wt})) \quad (12)$$

为了进一步加强模型对于长轨迹输入输出的表征能力, WTTr-M 使用基于 Mamba 的状态空间模型对轨迹特征进行选择性的处理, 以实现长序列轨迹的稳定表征。

具体而言, 状态空间模型 (the state space model, SSM) 用于描述这些状态表示并根据某些输入预测其下一个状态, 可以表示任何具有潜在状态的循环过程。SSM 用一阶微分方程来表示系统内部的状态进化:

$$\mathbf{h}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{h}(t) + \mathbf{B}\mathbf{x}(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{h}(t) \quad (14)$$

式中,  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  为可学习矩阵;  $\mathbf{h}(t)$  为隐藏状态表示;  $\mathbf{h}'(t)$  为隐藏状态的导数, 表示状态如何更新。

对于连续时间序列, SSM 模型将通过步长  $\Delta$  对序列进行离散化, 离散 SSM 模型表示为:

$$\mathbf{h}_t = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{h}_{t-1} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{x}_t \quad (15)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}\mathbf{h}_t \quad (16)$$

式中,  $\bar{\mathbf{A}} = \exp(\Delta\mathbf{A})$  和  $\bar{\mathbf{B}} = (\Delta\mathbf{A})^{-1}(\exp(\Delta\mathbf{A}) - \mathbf{I}) \cdot \Delta\mathbf{B}$  为其连续形式的离散化。

Mamba 状态空间模型通过将矩阵  $\mathbf{B}, \mathbf{C}$  与  $\Delta$  函数化, 让模型能够根据输入内容自适应地调整其行为, 实现对信息选择性的关注与过滤。选择性状态空间模型在长序列任务中可以提高效率改善性能, 具有加强长时间轨迹预测性能的潜力。

WTTr-M 将 Mamba 模型以模块形式嵌入主体网络结构, 接收轨迹嵌入  $\mathbf{H}$  作为输入, 并将输出与原始嵌入相加, 以同时捕获轨迹所有信息与选择性

关键信息:

$$H' = \text{MambaBlock}(H) + H \quad (17)$$

Mamba 模块计算的具体步骤为:

1) 通过线性投影将轨迹嵌入扩展到更高的维数得到  $h$  和  $z$ , 以捕获更细致更复杂的特征:

$$h, z = \text{Linear}(H) \quad (18)$$

2) 使用卷积函数与 SiLU 激活函数<sup>[17]</sup> 处理投影  $h$ , 卷积操作有助于提取局部特征, 与 SSM 提取长期依赖相互补充:

$$h' = \text{SiLU}(\text{Conv1D}(h)) \quad (19)$$

$$\text{SiLU}(x) = x \cdot \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (20)$$

3) 使用离散化 SSM 生成状态表示  $y$ :

$$y = \text{SelectiveSSM}(\bar{A}, \bar{B}, C)(h') \quad (21)$$

4) 与经过激活函数后的残差相乘, 并通过线性投影获得最终输出:

$$y' = y \otimes \text{SiLU}(z) \quad (22)$$

$$\text{output} = \text{Linear}(y') \quad (23)$$

基于 Mamba 状态空间模型的 Transformer 网络允许模型根据当前标记沿序列长度维度选择性地传播或忘记信息, 以实现长轨迹预测的性能提升。

Mamba 模块的加入将为 Transformer 网络提供时序数据的顺序属性, 这对轨迹预测任务至关重要。Transformer 网络通过自注意力机制压缩数据知识, 其核心计算公式为:

$$\text{Attention}(Q, K, V) = \text{softmax}\left(\frac{QK^T}{\sqrt{d_k}}\right)V \quad (24)$$

式中,  $Q$ 、 $K$ 、 $V$  分别是查询 (Query)、键 (Key)、值 (Value)。计算  $QK^T$  实质上是在计算每个查询与所有键的点积, 这一矩阵乘法存在可交换性, 是对称的, 即不依赖于输入序列中元素的顺序。模型对顺序属性的忽视将带来随着历史观测长

度的增加, 预测性能下降的问题<sup>[15]</sup>。

而 Mamba 模块的离散 SSM 模型, 其时刻  $t$  的状态  $h_t$  由上一时刻状态计算而来, 即  $h_t \propto h_{t-1} + x_t$ , 其结构存在一定递归性, 在信息提取过程中专注于前一个窗口, 从而保留了某些顺序属性, 一定程度上缓解了较长轨迹上的预测精度下降的问题。

## 2 实验结果及分析

### 2.1 仿真飞机空间轨迹生成

本文在两种不同场景的飞机轨迹数据集上验证 WTr-M 的预测性能及泛化能力, 包括军用领域的战场仿真轨迹数据集以及民用领域的民航轨迹数据集。战场仿真轨迹数据集: 飞机轨迹数据通常难以获取, 数据量少且数据质量较差, 数据集缺失影响了数据驱动型模型在飞机轨迹预测中的发展。民航轨迹数据集: 包含 4 个城市间的 5 条航线轨迹数, 其航迹规模为经度  $104^\circ \sim 122^\circ$ 、纬度  $20^\circ \sim 40^\circ$ 。为解决飞机空间轨迹数据问题, 本文通过生成仿真飞机轨迹获取大量数据以进行模型训练与验证。

为了生成更加复杂且贴近真实战场环境的轨迹数据, 本文使用仿真软件进行战场模拟。采用红蓝对抗形式进行空中战场模拟, 通过在战场空域部署数架固定翼战机, 地面部署战车、坦克以及各类防空系统进行较为复杂的战场环境模拟。使用多种高速高机动固定翼战机进行较为复杂的轨迹生成任务, 战机种类包含各国不同类型的攻击机, 如固定翼战机、无人机、运输机等。捕获出来的战机轨迹数据通过数据筛选、清理等去除异常轨迹, 最终获取 223 条用于模型训练及测试的长时间跨度空间轨迹。

图 2 展示了部分仿真轨迹的三维结果, 图 3 展示了所有轨迹数据在经度纬度上的分布, 可以看到, 通过 DCS 仿真获取的轨迹数据拥有较多拐弯与突变且运动模式更加复杂多变。图 4 展示了民航轨迹数据二维图, 可以看到民航数据拥有较为稳定的航线, 但航线跨度较大, 其预测难点在于航线长度的预测。

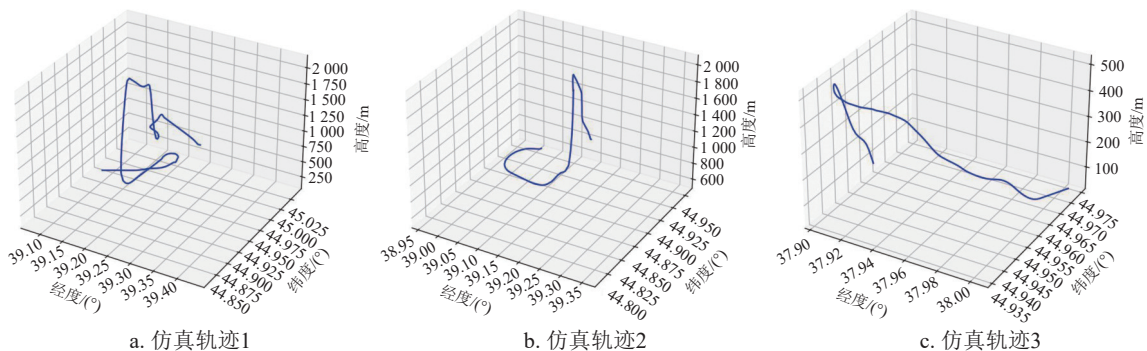


图 2 仿真飞机轨迹三维数据图

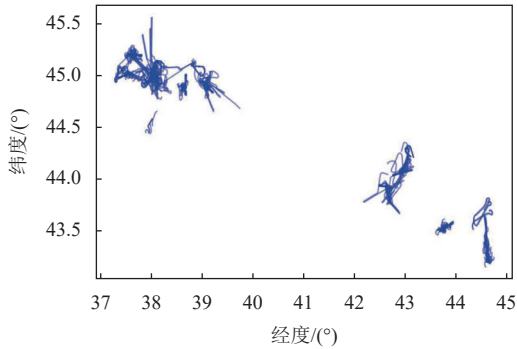


图 3 仿真飞机轨迹数据集二维图

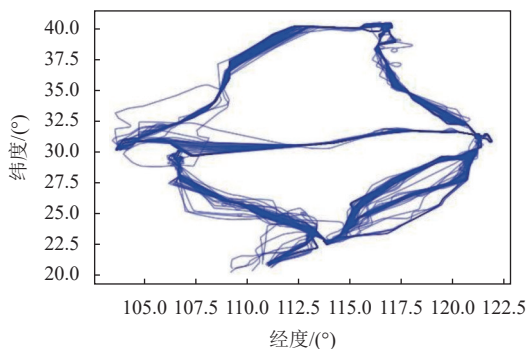


图 4 民航飞机轨迹数据二维图

## 2.2 轨迹预测结果及分析

为验证 WTr-M 模型的有效性, 使用 DCS 飞机仿真轨迹数据与民航轨迹数据作为实验数据集, 将数据按 7 : 3 划分为训练集与测试集。对于每条轨迹, 首先使用重采样将仿真轨迹点采样间隔统一

设定为 0.5 s, 民航采样间隔为 10 s。由于轨迹长度不一, 对轨迹进行滑窗处理, 即通过设置一定长度的滑窗, 按一定步长截取轨迹数据, 通过轨迹滑窗可以获取长度一致的轨迹数据且扩充训练数据量。最后, 由于轨迹不同变量之间数值差异巨大, 需要对滑窗轨迹进行归一化处理。

为实现公平比较, 所有模型遵循相同的实验设置, 历史观测轨迹长度为 20 个采样点, 即仿真轨迹 10 s, 民航轨迹 200 s; 未来预测轨迹长度为 100 个采样点, 即仿真轨迹 50 s, 民航轨迹 1 000 s。使用 RTX 4090 进行模型训练与测试, 使用 MSE 与 MAE 作为评价指标, 分别计算了在经度、纬度与高度上的预测误差, 结果如表 1 与表 2 所示。TrAISformer 使用迭代式预测模型, 预测误差会在迭代中不断扩大, 预测效果欠佳; 直接预测的 Transformer 模型预测效果明显高于迭代式预测, 而 WTr-M 在不同变量预测下均可以取得最佳性能。在仿真轨迹数据上, WTr-M 相较于 Transformer 在经度上 MSE 误差下降 59.7%, MAE 下降 37.4%, 在纬度上 MSE 下降 55.3%, MAE 下降 32.2%, 在高度上 MSE 下降 37.0%, MAE 下降 13.5%。在民航轨迹数据上, WTr-M 相较于 Transformer 在经度上 MSE 误差下降 26.5%, MAE 下降 17.9%, 在纬度上 MSE 下降 22.2%, MAE 下降 18.8%, 在高度上 MSE 下降 18.4%, MAE 下降 14.0%。

表 1 仿真轨迹预测结果

方法	经度/(°)		纬度/(°)		高度/m		推理时间/s
	MSE( $\times 10^{-5}$ )	MAE( $\times 10^{-3}$ )	MSE( $\times 10^{-5}$ )	MAE( $\times 10^{-3}$ )	MSE( $\times 10^{-5}$ )	MAE( $\times 10^{-3}$ )	
Transformer	3.83	4.41	1.53	2.71	5 662.31	34.22	0.047
TrAISformer	11.65	5.84	6.12	4.19	124 243.92	136.88	0.800
WTr-M	<b>1.54</b>	<b>2.76</b>	<b>0.68</b>	<b>1.84</b>	<b>3 566.38</b>	<b>29.60</b>	<b>0.035</b>

表 2 民航轨迹预测结果

方法	经度/(°)		纬度/(°)		高度/10 m		推理时间/s
	MSE	MAE	MSE	MAE	MSE	MAE	
Transformer	0.025 2	0.101 0	0.017 6	0.083 1	259.092	10.014	0.048
TrAISformer	0.070 1	0.133 6	0.045 1	0.116 9	958.164	14.548	0.800
WTr-M	0.018 5	0.082 9	0.013 7	0.067 5	211.201	8.611	0.035

同时, 由于 WTr-M 采用空间换时间的轨迹预测策略, 其轨迹预测长度为一般 Transformer 的一半, 在一定程度上减小预测推理的耗费时间。在 3 种模型中 WTr-M 推理时间最短, 对于单个滑窗的预测任务 (预测 50 s 或 1 000 s), 其推理

时间仅为 0.035 s, 符合模型实时性要求。

图 5 与图 6 绘制了对于整条轨迹在三维空间的预测结果图, 如图所示, 在不同飞行轨迹下, WTr-M 均可以取得最接近真实轨迹的预测结果, 相较于 TrAISformer, WTr-M 可以有效应对拐弯

较多且高度变化较大的复杂轨迹。图 7 绘制了在单个轨迹滑窗内的经纬度二维预测结果图，可以看到所有方法均可以通过直线输入提前预测轨迹拐弯趋

势，但由于 TrAISformer 为迭代式预测，当预测长度较长时，预测会逐渐积累误差，WTrTr-M 为直接预测，在有效避免误差累积的同时增强了预测精度。

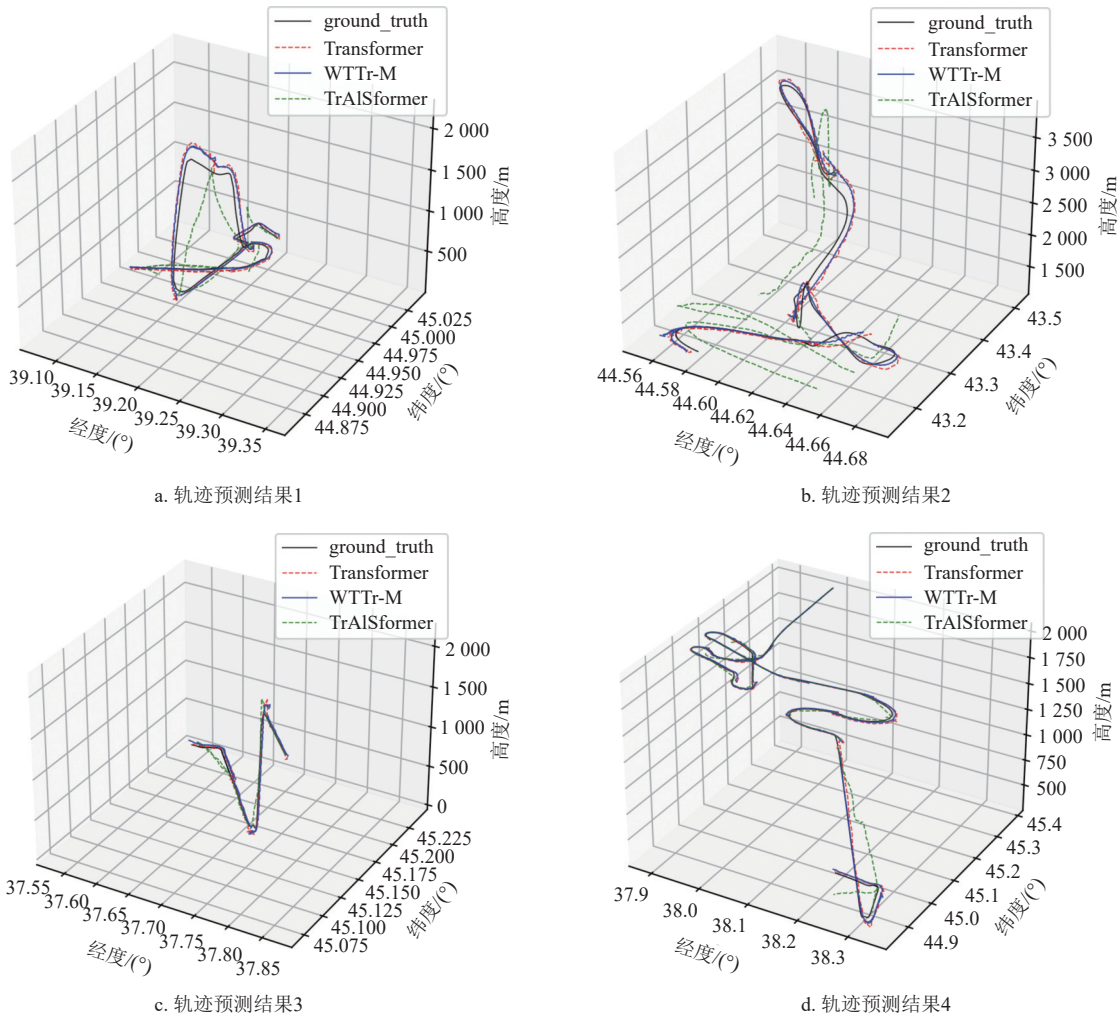
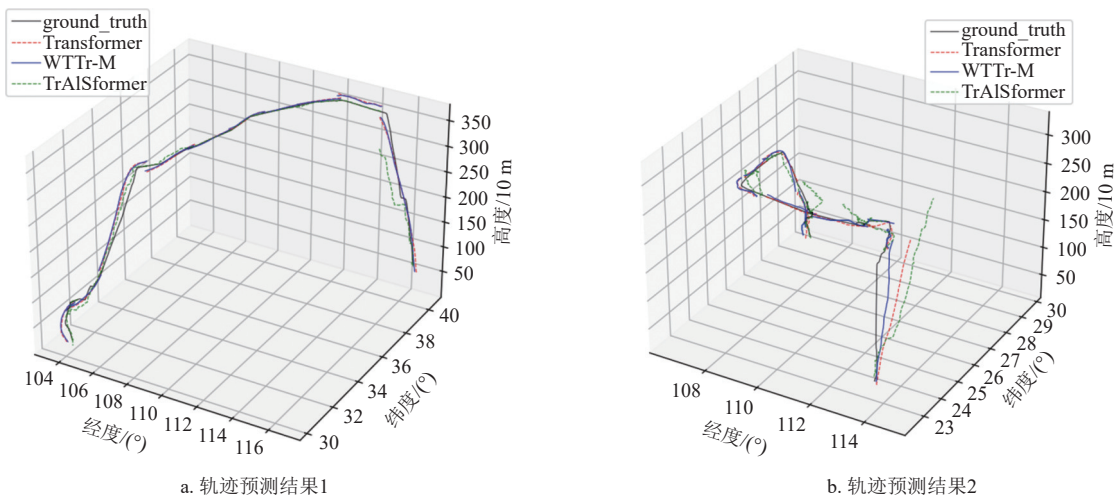


图 5 仿真轨迹预测三维结果图



a. 轨迹预测结果1

b. 轨迹预测结果2

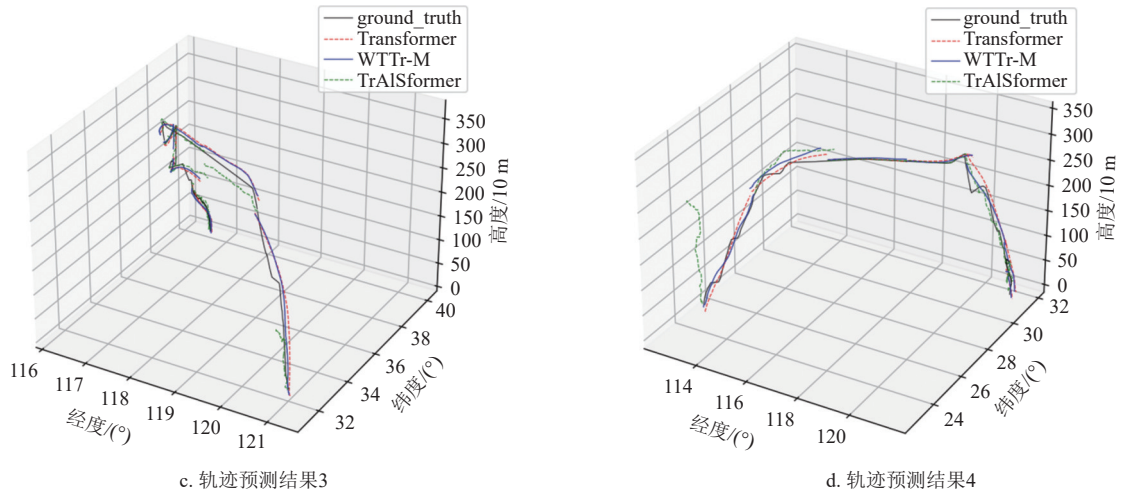


图 6 民航轨迹预测三维结果图

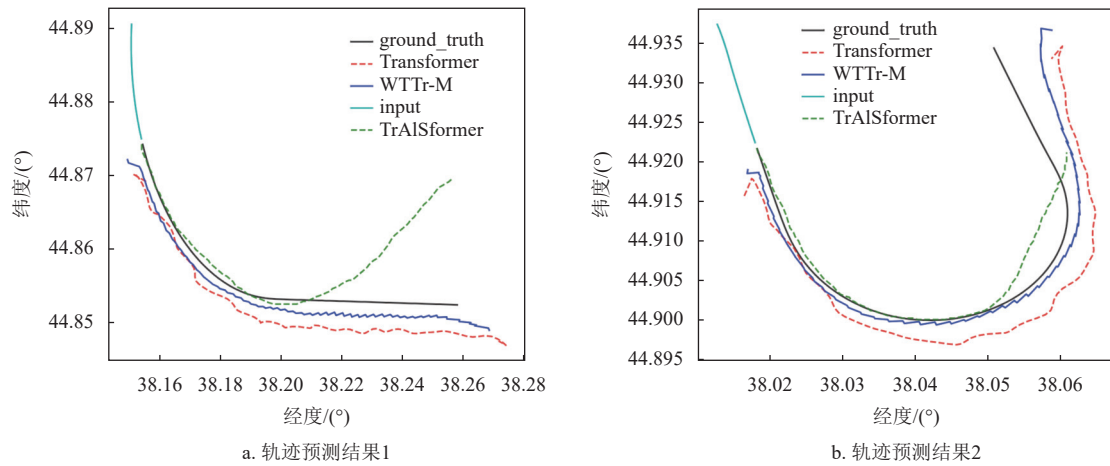


图 7 单个滑动窗口轨迹预测二维结果

### 2.3 消融实验

为进一步验证 WTr-M 模型的有效性, 本文在仿真轨迹数据集上对模型进行消融实验。实验使用 60 个采样点的历史观测轨迹预测 100 个采样点未来轨迹。实验比较了 Transformer、状态空间模型 Transformer、频域输入 Transformer 与 WTr-M, 实验结果如表 3 所示。一般 Transformer 网络对于长轨迹预测任务表现较差, 但 Mamba 状态空间模块与小波变换的频域处理皆可以在一定程度上提升

模型对长序列轨迹的表征能力, 降低预测误差。WTr-M 综合使用两者, 可以取得最佳预测结果。

同时, 实验比较了在不同观测长度下的轨迹预测结果, 当观测长度增加至 60 个采样点时, 模型对长序列轨迹表征与记忆能力受限, 在所有模型上均出现预测性能下降的现象。WTr-M 中的 Mamba 模块解决了自注意力机制中序列顺序忽略的问题, 同时使用小波变换在频域缩短轨迹观测长度, 最大程度地缓解了长观测轨迹下的预测失准问题。

表 3 模型消融实验结果

观测序列长度/个	Transformer	Mamba状态空间模块	小波变换	MSE( $\times 10^{-5}$ )( $^{\circ}$ )	MAE( $\times 10^{-3}$ )( $^{\circ}$ )
60	√	×	×	2.48	3.54
	√	√	×	1.53	2.71
	√	×	√	1.40	2.61
	√	√	√	<b>1.36</b>	<b>2.55</b>
20	√	√	√	<b>1.11</b>	<b>2.30</b>

### 3 结束语

本文针对空中战场飞机轨迹预测任务展开研究, 提出 WTr-M 模型以实现更高精度和更长长度的轨迹预测结果。该方法使用小波变换提取轨迹时频特征, 在频域进行模型学习任务以捕获轨迹中存在的有用频域信息, 同时提出基于状态空间模块的 Transformer 模型, 通过该模块对轨迹特征有选择地传播或忘记信息, 加强模型对于长序轨迹的表征能力。本文通过自主生成的战场仿真飞机轨迹数据与民航轨迹数据进行实验验证, 实验结果证明了该模型的优越性, 与一般 Transformer 模型相比, WTr-M 在预测 MSE 误差上平均降低 36.52%。未来工作将聚焦于轨迹表征学习, 通过提升模型表征能力实现更高精度的轨迹预测。

#### 参考文献

- [1] 张宏鹏, 黄长强, 轩永波, 等. 用门控循环单元实时预测空战飞行轨迹[J]. *系统工程与电子技术*, 2020, 42(11): 2546-2552.  
ZHANG H P, HUANG C Q, XUAN Y B, et al. Real-time prediction of air combat flight trajectory using GRU[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2020, 42(11): 2546-2552.
- [2] 郭正玉, 刘浩宇, 苏雨. 空战目标轨迹预测技术研究综述[J]. *航空兵器*, 2024, 31(2): 32-43.  
GUO Z Y, LIU H Y, SU Y. Review of research on airborne target trajectory prediction technology[J]. *Aero Weaponry*, 2024, 31(2): 32-43.
- [3] ZHANG A, ZHANG B, BI W, et al. Attention based trajectory prediction method under the air combat environment[J]. *Appl Intell*, 2022, 52: 17341-17355.
- [4] YUAN S, LI Q, LU B, et al. Trajectory prediction for fighter aircraft ground collision avoidance based on the model predictive control technique[J]. *Aerospace Systems*, 2025, 8: 61-70.
- [5] DOFF-SOTTA M, CANNON M, BACIC M. Predictive energy management for hybrid electric aircraft propulsion systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2023, 31(2): 602-614.
- [6] ZHOU Z, CHEN J, SHEN B, et al. A trajectory prediction method based on aircraft motion model and grey theory [C]//2016 IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). Xi'an: IEEE, 2016: 1523-1527.
- [7] WANG T. 4D flight trajectory prediction model based on improved Kalman filter[J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(6): 1812.
- [8] XIE L, ZHANG J, SUI D, et al. Aircraft trajectory prediction based on interacting multiple model filtering algorithm[J]. *Aeronautical Computing Technique*, 2012, 42(5): 68-74.
- [9] SHI Z, XU M, PAN Q, et al. LSTM-based flight trajectory prediction[C]//2018 International Joint Conference On Neural Networks (IJCNN). Rio de Janeiro: IEEE, 2018: 1-8.
- [10] SEKHON J, FLEMING C. A spatially and temporally attentive joint trajectory prediction framework for modeling vessel intent[C]//Learning for Dynamics and Control. [S.l.]: PMLR, 2020: 318-327.
- [11] NGUYEN D, FABLET R. A transformer network with sparse augmented data representation and cross entropy loss for AIS-based vessel trajectory prediction[J]. *IEEE Access*, 2024, 12: 21596-21609.
- [12] GUO D, WU E Q, WU Y, et al. FlightBERT: Binary encoding representation for flight trajectory prediction[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023, 24(2): 1828-1842.
- [13] VASWANI A, SHAZEER N M, PARMAR N, et al. Attention is all you need[C]//Neural Information Processing Systems. Long Beach: NIPS, 2017: 30.
- [14] GU A, DAO T. Mamba: Linear-time sequence modeling with selective state spaces[EB/OL]. [2024-08-20]. <https://arxiv.org/abs/2312.00752>.
- [15] WANG Z, KONG F, FENG S, et al. Is Mamba effective for time series forecasting?[EB/OL]. [2024-08-20]. <https://arxiv.org/abs/2403.11144>.
- [16] MABROUK A B, ABDALLAH N B, DHIFAoui Z. Wavelet decomposition and autoregressive model for time series prediction[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 199(1): 334-340.
- [17] ELFWING S, UCHIBE E, DOYA K. Sigmoid-weighted linear units for neural network function approximation in reinforcement learning[J]. *Neural Networks*, 2018, 107: 3-11.

编辑 刘飞阳