

文章编号: 1001-1749(2023)03-0351-09

球坐标系变密度界面正演及反演方法研究

崔亚彤¹, 王胜侯²

(1. 天津市勘察设计院集团有限公司, 天津 300191;

2. 中国地质大学(武汉) 资源学院, 武汉 430074)

摘要: 密度界面反演方法可推断构造界面起伏形态, 对于分析区域地质构造、地球深部构造和划分构造单元具有重要意义。当涉及到区域性乃至全球尺度问题时, 通常采用球坐标系的密度界面反演方法。传统球坐标系密度界面反演方法在地表观测面的计算精度较低, 且未能考虑地下密度的纵横向变化。这里针对上述问题, 开展球坐标系变密度界面正演及反演方法研究, 通过理论推导和高斯-勒让德积分算法改进, 给出球坐标系变密度界面高精度正演方法, 运用迭代优化算法而给出球坐标系变密度界面反演方法。最后利用球壳模型和起伏界面数据试验验证该方法的有效性, 适用于大区域、地表观测面的变密度界面反演。

关键词: 重力异常; 球坐标系; 变密度界面正演; 变密度界面反演

中图分类号: P 631.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-1749.2023.03.09

0 引言

密度界面反演是重磁定量解释的一个重要手段, 用于推断基底面、莫霍面、岩石圈-软流圈边界等构造界面形态, 长期在国内、外应用较广。频率域密度界面反演方法是一种常用方法, 可以快速给出密度界面深度和起伏形态。Parker-Oldenburg 方法是目前最为经典、流行的频率域界面反演方法^[1]。频率域的密度界面反演方法虽然计算简单、快速, 但该方法基于笛卡尔坐标系, 且仅适用于小区域尺度的反演。当涉及到区域性乃至全球尺度问题, 采用球坐标系密度界面反演方法, 可以缓解大区域尺度的地球曲率问题^[2-6], 对于区域性乃至全球尺度的深部构造界面反演、区域构造地质解释等, 具有重要的意义。针对球坐标系密度界面反演问题, 通常是基于直接迭代法^[2-3]或正则化非线性重力反演方

法^[4], 前者无需进行非线性矩阵方程的运算, 计算相对简单、高效。

直接迭代法根据研究区实测重力异常和界面上下密度差, 通过不断对估计密度界面深度进行正演计算, 以达到理论异常和实测异常的最小化, 最终可得到研究区密度分界面深度起伏情况。因此高精度的球坐标系正演算法, 对于密度界面反演起着至关重要的作用。通过利用球坐标系与笛卡尔坐标系的转换关系, 可以将常规基于笛卡尔坐标系的直立长方体正演公式转换到球坐标系中, 原来的直立长方体就变为球坐标系中的球面棱柱体, 称之为 Tesseroid 单元体。对于整个研究区来说, 观测面上任意一点的重力异常值, 即是由正演计算得到的地下 Tesseroid 单元体在该点处引起的重力异常的累加和, 遍历整个观测网即可得到由密度界面引起的重力异常, 这即是球坐标系密度界面正演方法。

球坐标系中的均质 Tesseroid 单元体正演积分

公式不具有解析解,为此很多学者利用数值积分方法得到其数值解,常用的数值积分方法主要是三维高斯-勒让德数值积分(3D Legendre-Gauss quadrature, 3D-GLQ)方法^[7-8]和泰勒公式(Taylor)数值积分方法^[9]。通过引入自适应网格剖分方法^[10],虽然可以在一定程度上提高正演精度,但大多数算法仍然只适用于高空(卫星)数据,不适用于地表观测面。

在密度界面正演和反演中,密度参数是关乎算法准确性的最主要参数之一。在实际应用中,大区域尺度研究区的地层密度在水平和铅垂方向的变化均很复杂,利用常数作为密度差异进行反演的结果显然不够准确。因此,在界面反演过程中引入密度变化模型,可以更好地模拟实际地层密度分布情况^[11-12],进一步提高反演精度。球坐标系的变密度界面反演方法成果较少, Lin 等^[8]推导出了线性变密度 Tesseroid 单元体的正演公式,但该正演公式是利用 Taylor 数值积分方法得到的数值解, Taylor 的高阶展开公式虽然计算精度高,但公式繁琐,计算量大,利用低阶展开公式又难以满足正演精度。

这里针对大区域尺度变密度界面正演及反演问题展开理论推导和技术改进,研究给出球坐标系变密度界面正演和反演方法,为区域构造界面研究提供技术支撑。

1 球坐标系变密度界面反演方法

球坐标系密度界面反演是推断大区域基底面、莫霍面、岩石圈-软流圈边界等构造界面形态的重要方法。界面反演主要通过反复的正演计算及迭代拟合来获取界面起伏情况。因此高精度的正演算法,对反演计算起着至关重要的作用。

1.1 球坐标系变密度界面正演方法

球坐标系(图 1(a))将三个方向矢量分别定义为经度方向、纬度方向、以及沿半径指向球心的径向。基于球坐标系的重力异常正演方法,即是把测区(计算区域)以经度间距 $\Delta\lambda$, 纬度间距 $\Delta\varphi$ 的两组直线划分成一系列网格,每个结点就代表一个横截面为 $\Delta\lambda \times \Delta\varphi$ 、深度为 Δr_{ij} 的 Tesseroid 单元体(图 1),

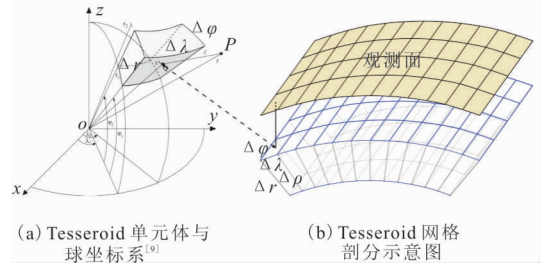


图 1 球坐标系剖分网格示意图

Fig. 1 Grid division under spherical coordinate system

各单元体的密度可以相同,也可不同,那么每个测点处的重力异常即是所有 Tesseroid 单元体在该点处重力异常的叠加。

Heck 等^[9]根据笛卡尔坐标系与球坐标系的坐标关系,将笛卡尔坐标系中的重力异常公式转换到球坐标系中,则基于球坐标系的 Tesseroid 单元体重力异常积分公式可表示为式(1)。

$$\Delta g(r, \varphi, \lambda) = G \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho r'^2 (r - r' \cos \psi) \cos \varphi'}{l^3} dr' d\varphi' d\lambda' \quad (1)$$

其中: l 为观测点 (r, φ, λ) 与源内点 (r', φ', λ') 之间的距离; ψ 为观测点和源内点的位置向量之间的夹角^[9]

$$l = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}$$

$$\cos \psi = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos(\lambda' - \lambda) \quad (2)$$

其中: G 为万有引力常数, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$; ρ 为密度差 (kg/m^3); (r_1, r_2) 、 (φ_1, φ_2) 、 (λ_1, λ_2) 分别为 Tesseroid 单元体径向、纬度方向、经度方向积分上下限,且有 $\Delta r = r_2 - r_1$, $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ 。

在处理实际问题中,地下密度通常是随空间而变化的。为了模拟地下实际密度分布情况,前人基于笛卡尔坐标系提出多种密度-深度函数模型^[11-12]。在笛卡尔坐标系中,通常称深度方向密度变化为纵向变密度,为了加以区分,将其称之为径向变密度。假设 Tesseroid 单元体密度随径向线性变化时,即公式(1)中 $\rho(r') = \rho_0 + ar'$ 。因此径向线性变密度重力异常正演公式可表示为式(3)。

$$\Delta g(r, \varphi, \lambda) = G \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho(r') r'^2 (r - r' \cos \psi) \cos \varphi'}{l^3} dr' d\varphi' d\lambda' = G \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi' d\varphi' d\lambda' \cdot \left[\int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho_0 r'^2 (r - r' \cos \psi) dr'}{l^3} + \int_{r_1}^{r_2} \frac{ar'^3 (r - r' \cos \psi) dr'}{l^3} \right] \quad (3)$$

其中: a, ρ_0 为线性参数,根据三维密度模型可直接获取。根据 Gradshteyn 和 Ryzhik 整理的积分公

$$\Delta g(r, \varphi, \lambda) = \frac{G\rho_0}{r} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi d\varphi d\lambda \left\{ \frac{r^3}{l} - l(r + 3r \cos \varphi) - r^2(3 \cos^2 \varphi - 1) \times \ln |2r - 2r \cos \varphi + 2l| \right\} \Bigg|_{r_1}^{r_2} + Ga \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi d\varphi d\lambda \left\{ \frac{1}{l} \left[\left(-\frac{1}{2} \cos \varphi \right) r^3 + \left(r - \frac{5}{2} r \cos^2 \varphi \right) r^2 + \left(15r^2 \cos^3 \varphi - \frac{13}{2} r^2 \cos \varphi \right) r + \left(2r^3 - \frac{15}{2} r^3 \cos^2 \varphi \right) \right] + \frac{3}{2} r^2 \cos \varphi (3 - 5 \cos^2 \varphi) \ln |2r - 2r \cos \varphi + 2l| \right\} \Bigg|_{r_1}^{r_2} \quad (4)$$

再利用二维高斯-勒让德(2D Legendre - Gauss quadrature, 2D-GLQ)积分近似,式(4)解析

$$\Delta g(r, \varphi, \lambda) = \frac{G\rho_0}{r} \frac{\Delta \lambda \Delta \varphi}{4} \sum_{j=1}^{N_\varphi} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \omega_j^\varphi \omega_i^\lambda \cos \tilde{\varphi}_j \left\{ \frac{r^3}{\tilde{l}_{ij}} - \tilde{l}_{ij} (r + 3r \cos \tilde{\varphi}_{ij}) - r^2 (3 \cos^2 \tilde{\varphi}_{ij} - 1) \times \ln |2r - 2r \cos \tilde{\varphi}_{ij} + 2\tilde{l}_{ij}| \right\} \Bigg|_{r_1}^{r_2} + Ga \frac{\Delta \lambda \Delta \varphi}{4} \sum_{j=1}^{N_\varphi} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \omega_j^\varphi \omega_i^\lambda \cos \tilde{\varphi}_j \left\{ \frac{1}{\tilde{l}_{ij}} \left[\left(-\frac{1}{2} \cos \tilde{\varphi}_{ij} \right) r^3 + \left(r - \frac{5}{2} r \cos^2 \tilde{\varphi}_{ij} \right) r^2 + \left(15r^2 \cos^3 \tilde{\varphi}_{ij} - \frac{13}{2} r^2 \cos \tilde{\varphi}_{ij} \right) r + \left(2r^3 - \frac{15}{2} r^3 \cos^2 \tilde{\varphi}_{ij} \right) \right] + \frac{3}{2} r^2 \cos \tilde{\varphi}_{ij} (3 - 5 \cos^2 \tilde{\varphi}_{ij}) \ln |2r - 2r \cos \tilde{\varphi}_{ij} + 2\tilde{l}_{ij}| \right\} \Bigg|_{r_1}^{r_2} \quad (5)$$

其中, $\tilde{l}_{ij} = \sqrt{r^2 + r^2 - 2rr^2 \cos \tilde{\varphi}_{ij}}$
 $\cos \tilde{\varphi}_{ij} = \sin \varphi \sin \tilde{\varphi}_j + \cos \varphi \cos \tilde{\varphi}_j \cos(\tilde{\lambda}_i - \lambda)$

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_i = \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right) \lambda_i + \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2} \right) \\ \tilde{\varphi}_j = \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) \varphi_j + \left(\frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_i^\lambda = \frac{2}{(1 - \lambda_i^2) [P_n'(\lambda_i)]^2} \\ \omega_j^\varphi = \frac{2}{(1 - \varphi_j^2) [P_n'(\varphi_j)]^2} \end{cases}$$

(N_φ, N_λ)为 2D-GLQ 积分节点个数; ($\tilde{\varphi}_j, \tilde{\lambda}_i$)为球坐标系中高斯节点的坐标信息; ($\omega_j^\varphi, \omega_i^\lambda$)为高斯-勒让德系数; $P_n(\cdot)$ 为勒让德多项式。

为了进一步提高计算精度,使该方法适用于地表观测面,可以从两个思路解决这个问题,一是增加 GLQ 的高斯节点数,根据 GLQ 积分原理,当高斯节点(N_φ, N_λ)越多时,数值解就越接近解析解,但是计算时间呈指数上升,需要付出的计算代价巨大。另一个提高精度的方法就是自适应网格剖分方法^[8,10],即当计算点接近源点时,将 Tesseroid 单元体再细剖分为几个小的单元体(图 2),然后在累加和作为这个大单元体的重力异常。而当计算点远离源点一定距离时,则不进行剖分。

式^[13],将式(3)对 r 进行积分,得到 r 方向的解析解,进一步推导为式(4)。

解可近似为数值解,基于球坐标系的径向线性变密度界面正演公式为式(5)。

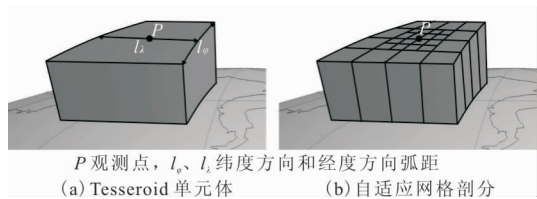


图 2 自适应网格剖分示意图
(修改自 Uieda et al. ^[10])

Fig. 2 Schematic diagram of adaptive grid division
(modified from Uieda et al. ^[10])

与前人提出的剖分方法^[8]不同的是,本文剖分不考虑径向剖分,因为径向可求得解析解,所以仅考虑纬度和经度方向的剖分。通过下述条件式,可以判断网格是否进行剖分:

$$\begin{aligned} l_\varphi &= r_2 (\varphi_2 - \varphi_1) \\ l_\lambda &= r_2 \cos \varphi_1 (\lambda_2 - \lambda_1) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{l}{l_d} \geq D \quad d \in (\varphi, \lambda) \quad (7)$$

其中: l_φ, l_λ 为纬度方向和经度方向弧距; D 为正数,称作距离尺寸比^[10]。笔者在利用自适应网格剖分进行剖分时,发现存在无限次递归情况,致使程序卡顿。因此,为了控制剖分密集度,防止计算冗余,给出一个 Flag 阈值来控制剖分次数,一般设置为 5。

自适应网格剖分方法步骤为:①判断 l 与 l_φ 、 l_λ 是否满足公式(6),如满足则无需进行网格剖分,如不满足则进行细致剖分;②若 $l/l_\lambda < D$,则在经度方向进行剖分,若 $l/l_\varphi < D$ 则在纬度方向进行剖分,若 $l/l_\lambda < D$ 且 $l/l_\varphi < D$,则经纬度都需剖分;③经剖分迭代后,直至 $\text{Flag} = 5$ 或满足公式(7)。在正演过程中,除了需要引入自适应网格剖分方法,还需要在正演之前进行扩边,降低空间域计算过程中的边缘效应的影响。

据此,推导了球坐标系径向线性变密度 Tesseroid 单元体正演公式,在正演之前先进行扩边,为了适用于地表观测面,进一步提高正演精度,在正演过程中需要采用自适应网格剖分方法进行网格剖分。对于变密度界面的重力异常正演,同样是将所有 Tesseroid 单元体在任意观测点处重力异常进行累加求和,最终可得到该密度界面所引起的重力异常。

若每个测点处,密度沿径向变化都一致时,那么使用线性拟合方法获得的每个测点处的 a 、 ρ_0 值都相等。但在实际数据处理中,先验密度模型在三个维度上均是变化的,在获得每个测点处的线性参数的同时, a 、 ρ_0 值在横向上都是不相等的,因此在实现径向线性变密度的同时,实现了横向变密度。然后再把 a 、 ρ_0 值带入公式(5)计算即可实现三个方向的变密度界面正演。因此本文公式虽然是基于线性假设的 Tesseroid 单元体的径向线性变密度正演公式,但在处理实际问题时,也可以同时实现横向变密度。

1.2 球坐标系变密度界面反演方法

传统球坐标系重力反演方法通常适用于高空(卫星)观测面的重力数据,对地表观测面的并不适用,但在大区域尺度的研究区,地层密度通常存在横向和垂向的复杂变化,宜采用变密度模型进行球坐标系密度界面的正演和反演。本文径向变密度界面反演方法通过对 Bott 迭代方法进行优化^[14],通过不断地正演拟合,使得观测异常与计算理论异常达到误差允许范围内,进而获得最终的界面起伏形态。

针对径向变密度界面反演方法,搜集研究区内重力异常观测数据 Δg_0 以及先验密度模型,利用该三维密度模型,通过使用线性拟合的方式获得每个测点处的 a 、 ρ_0 值。然后根据界面参考深度 h_{ref} ,结合线性公式 $\rho(r) = \rho_0 + a(R - h_{\text{ref}})$,计算出每个测点处的密度值 ρ ,进而得到初始界面深度为式(8)。

$$h_0 = \frac{\Delta g_0}{2\pi G \rho} \quad r_0 = R - h_0 \quad (8)$$

其中: r_0 为初始界面所对应的径向深度; R 为地球半

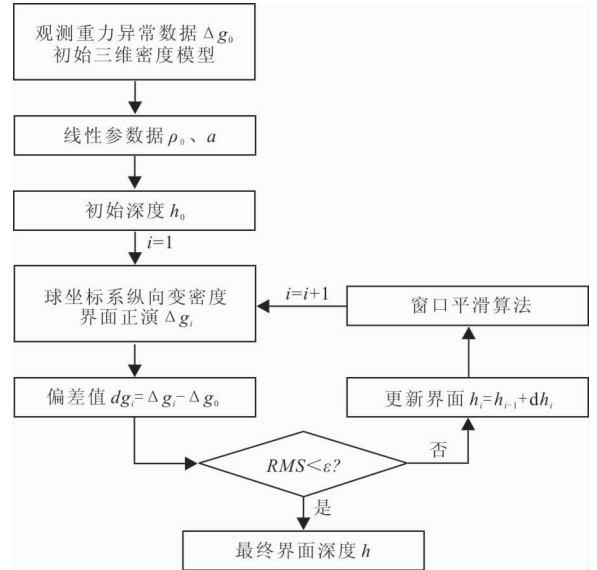


图3 球坐标系变密度界面迭代优化反演流程

Fig. 3 Flow of variable density interface iterative optimization inversion under spherical coordinate system

径, $R = 6\,371\,000\text{ m}$ 。将式(8)带入公式(5)进行正演计算,即可得到地表观测面的起伏界面的理论重力异常 Δg_1 。利用 Δg_1 与 Δg_0 的残差更新初始界面深度,即

$$h_1 = h_0 + \frac{\Delta g_0 - \Delta g_1}{2\pi G \rho}, \quad r_1 = R - h_1 \quad (9)$$

然后采用滑动窗口平滑的方法,将更新后的界面起伏深度进行平滑处理。窗口平滑方法即对一定窗口内所有点的深度求取平均值,作为该窗口中心点的平滑深度值,窗口直径越大越平滑。利用平滑后界面深度再次进行正演计算,直至残差在误差允许范围之内,输出最终的界面起伏深度。球坐标系变密度界面反演方法迭代流程如图3所示。

2 球壳模型数据正演试验

为了验证球坐标系线性变密度界面正演公式的正确性,采用球壳模型进行对比(图4)。假设其密度为随径向线性变化的, $\rho(r) = \rho_0 + ar$,则密度线性变化的球壳重力异常表示为式(10)。

$$\Delta g = \frac{4\pi G}{r^2} \int_{r_1}^{r_2} \rho(r) r^2 dr$$

$$\frac{4\pi G \rho_0}{3r^2} (r_2^3 - r_1^3) + \frac{\pi G a}{r^2} (r_2^4 - r_1^4) \quad (10)$$

假设球壳(图4)厚度为 $\Delta r = 40\text{ km}$,通过图4(b)线性关系可以获得 $\rho_0 = 6\,151$, $a = -0.001$, Tes-

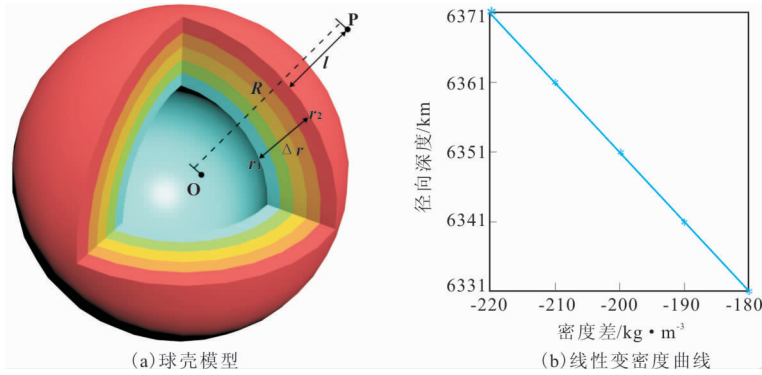


图 4 径向线性变密度球壳模型

Fig. 4 Radial linear variable density spherical shell model

表 1 径向线性变密度球壳模型重力异常对比

Tab. 1 Gravity anomalies comparison of radial linear variable density spherical shell

| | 球壳公式 | 2D-GLQ | 2D-GLQ(剖分) |
|---------|---------|---------|------------|
| 异常/mGal | -666.48 | -651.40 | -666.47 |
| 百分误差/% | | 2.26 | 0.00061 |

表 2 不同高斯节点个数的计算精度效率对比

Tab. 2 Comparison of calculation accuracy and efficiency with different number of Gaussian nodes

| | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| 高斯节点个数 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 百分误差/% | 1.408 | 0.206 | 0.054 | 0.001 |
| 计算时间/s | 0.135 | 0.283 | 0.472 | 0.808 |
| 高斯节点个数 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 百分误差/% | 0.025 | 0.039 | 0.047 | 0.053 |
| 计算时间/s | 1.328 | 2.153 | 3.454 | 5.611 |

seroid 网格间距 $1^\circ \times 1^\circ$, 网格大小 361×181 , 观测点位于地表, 坐标为 $(6371000, 0, 0)$, 即 $l=0$ m。分别采用变密度 2D-GLQ、基于自适应网格剖分的变密度 2D-GLQ 以及球壳公式(式(10))进行正演, 高斯节点数 $N_\varphi = N_\lambda = 4$, 正演结果如表 1 所示。结果显示, 利用本文基于自适应网格剖分的变密度 2D-GLQ 积分方法计算得到的正演结果, 与球壳真实重力异常值基本相等, 百分误差基本接近“0”。

同时, 针对不同高斯节点个数进行正演精度以及计算时间对比试验(表 2, 图 5), 结果表明基于自适应剖分算法的正演计算效率, 随着高斯节点数的增加呈现指数上升的趋势, 计算精度在高斯节点数为 4 时, 精度最高, 百分误差为 0.001%。

利用变密度球壳模型对球坐标系的变密度界面

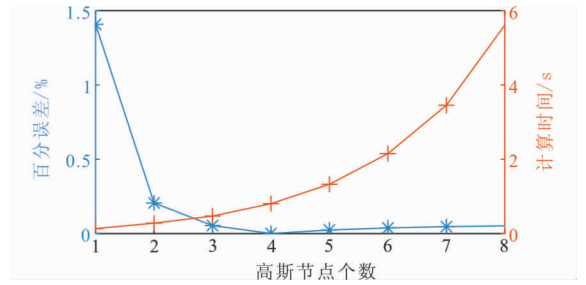


图 5 不同高斯节点个数的计算精度效率对比

Fig. 5 Comparison of calculation accuracy and efficiency with different number of Gaussian nodes

正演方法进行正演精度试验、评价。结果表明, 本文球坐标系变密度界面正演方法计算精度高, 适用于大区域、地表观测面的密度界面的正演。

3 密度界面模型数据反演试验

假设界面起伏模型(图 6(a)), 网格大小为 125×73 , 经度纬度方向网格间距为 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, 观测面位于地表, 界面平均深度约 35 km。对于变密度正演计算, 根据先验三维密度模型(图 6(b)), 通过各个测点处的线性拟合, 获取线性参数 ρ_0 、 a , (图 6(c)和图 6(d)), 通过图 6(c)、图 6(d)可以非常直观地看出, 每个点处的线性参数 ρ_0 、 a 值均不同, 因此可在实现径向线性变密度的同时, 实现了横向变密度。

根据球坐标径向变密度正演公式(式(5)), 上述界面起伏模型引起的重力异常可由公式(5)正演计算得到, 图 7(a)为变密度界面正演结果, 界面深度深时, 异常绝对值大, 而界面深度浅时, 异常的绝对值相对小。

利用上述异常, 分别对其进行常密度界面反演

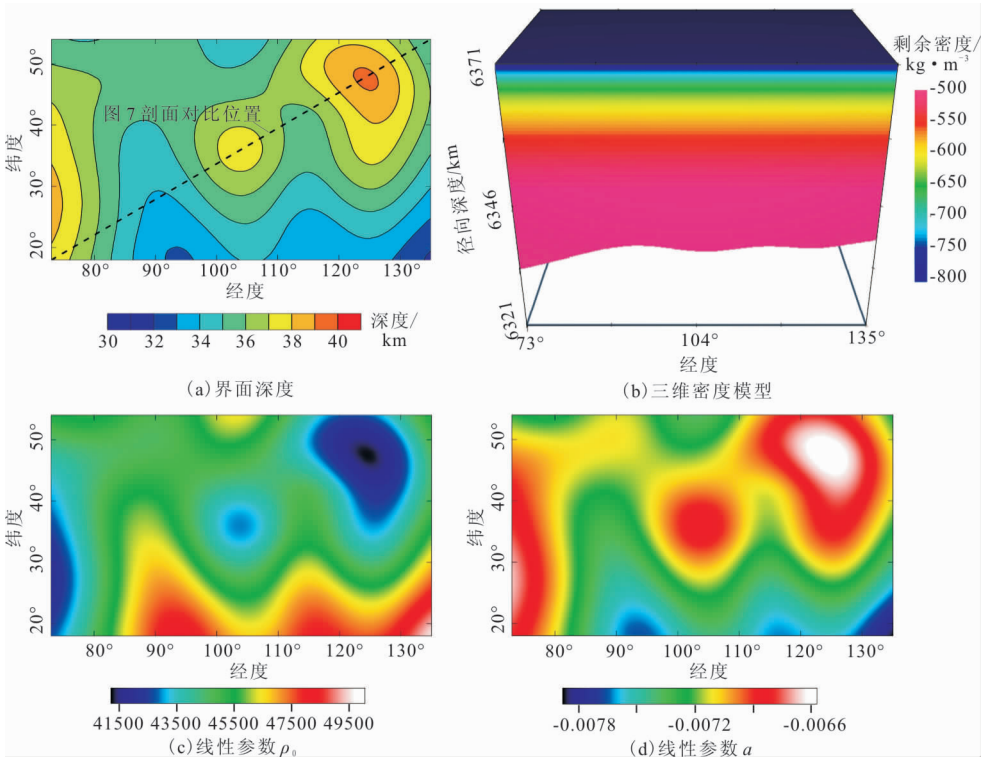


图 6 起伏界面模型

Fig. 6 Undulated interface model

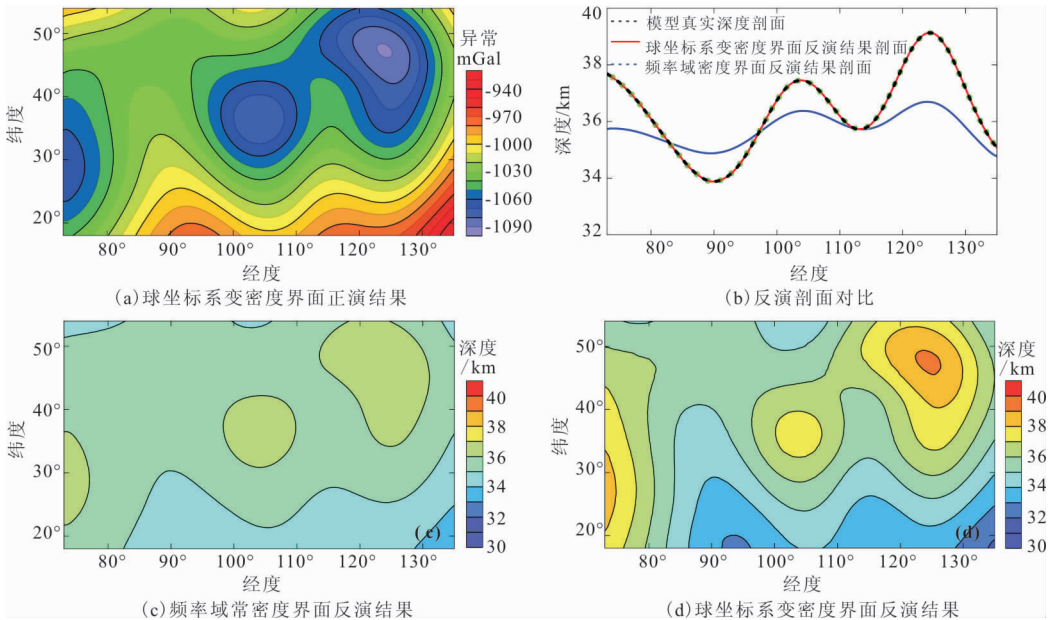


图 7 密度界面正演及反演结果

Fig. 7 Forward and inversion results of density interface

与变密度界面反演。常密度界面反演方法为笛卡尔坐标系频率域反演方法(Parker—Oldenburg 反演方法),变密度界面反演方法为本文球坐标系反演方法,常密度界面反演密度参数为 -500 kg/m^3 。球

坐标系变密度界面反演方法参考界面深度分别为 35 km 和 30 km ,线性参数如图 6(c)、图 6(d)所示,两种方法均迭代 10 次,反演结果见图 7。基于笛卡尔坐标系的频率域密度界面反演方法的异常均方差

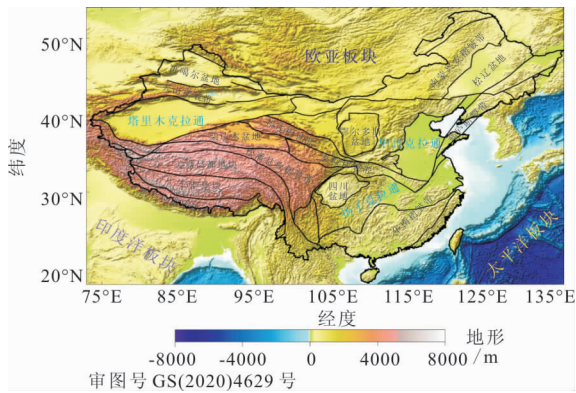
图8 中国大陆地形图^[23]

Fig. 8 Topographic map of mainland China

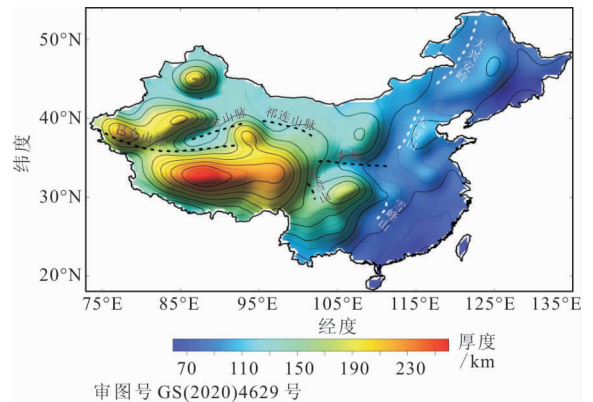
图9 中国大陆岩石圈厚度^[24]

Fig. 9 Lithospheric thickness of mainland China

为 0.29 mGal, 球坐标系变密度界面反演方法的异常均方差分别为 0.018 mGal 和 0.015 mGal。分别对反演结果以及实际界面深度提取图 6(a) 所示剖面位置进行对比(图 7(b))。由此可见, 频率域密度界面反演方法与实际界面起伏情况相差较大, 而球坐标系密度界面反演方法则与实际界面起伏情况基本一致, 且当参考深度取值不同时, 其反演结果也基本一致。

4 实际数据应用

我国大陆的大地构造环境十分复杂(图 8), 大陆主体主要是由一些克拉通、众多的微陆块以及造山带组合而成的复合型大陆。中国大陆岩石圈与软流圈的结构在东西两部分有着巨大的差异^[15-18]。进一步了解中国岩石圈的厚度和构造, 可以更好地理解中国大陆的地球动力学, 对于寻找地球深部矿产和能源、评估和减轻地质灾害具有重要意义。

球坐标系密度界面反演, 是推断大区域的基底面、莫霍面、岩石圈—软流圈边界(LAB)等构造界面形态的重要方法。通常认为岩石圈内部存在两个密度分界面, 即沉积层底界面和莫霍面。在对 LAB 界面进行反演之前, 需要对重力异常进行异常分离。具体步骤为: ①对完全布格重力异常进行带通滤波得到剩余异常(截止波长选择为 100 km ~ 2 000 km), 尽量压制浅表噪声以及岩石圈下方物质所产生的异常; ②假设沉积层密度为 2 400 kg/m³, 地幔密度为 3 340 kg/m³, 沉积层底界面和莫霍面之间区域为变密度, 先验速度模型来自于 Li et al.^[19], 然后根据速度—密度经验公式^[20], 将三维速

度模型转换为三维密度模型, 然后对各个测点处的线性拟合, 获取线性参数 ρ_0 、 a ; ③然后对沉积层底界面深度与莫霍面深度分别进行正演, 再从剩余异常中分离正演异常, 进而得到由 LAB 界面引起的异常; ④最后利用球坐标系密度界面反演方法获得 LAB 深度; ⑤用 LAB 深度加上地形即可得到中国大陆岩石圈厚度(图 9)。

中国大陆岩石圈厚度在东西两部分有着巨大的差异, 整体呈现“西厚东薄”的趋势, 西部与东部岩石圈结构呈现明显的横向不均一性, 与前人“热岩石圈”结果整体趋势大体一致^[21-22]。岩石圈最厚处大致位于青藏高原中部约 260 km, 最薄处大致位于吉黑地块东部和东南褶皱带沿海地区约 60 km。大体上以 110°E 为界, 110°E 以西区域平均厚度大于 100 km, 主要受印度洋板块向欧亚板块碰撞引起的岩石圈汇聚与增厚影响, 而 110°E 以东区域平均厚度小于 100 km, 主要受西太平洋板块俯冲引起的软流圈物质上涌及岩石圈拉张与减薄影响。除此以外, 三大克拉通的岩石圈存在较大的区别, 塔里木克拉通核心岩石圈厚度约为 200 km, 扬子克拉通最厚处位于四川盆地中部, 达 170 km, 华北克拉通岩石圈平均厚度约为 90 km。

5 结论

针对大区域尺度密度界面反演问题, 笔者理论推导了球坐标系变密度界面正演和反演公式, 并给出了高精度正演算法和迭代优化反演流程。通过对球壳模型和起伏界面数据试验, 验证了本文球坐标变密度界面反演方法的可行性、有效性。该方法用

于给出区域密度界面深度和起伏形态,适用于地表观测面、大尺度重力数据的密度界面反演。最后利用本文球坐标系密度界面反演方法,获得了中国大陆岩石圈底界面(LAB)深度,并对岩石圈厚度特征进行了初步分析。

参考文献:

- [1] OLDENBURG D W. The inversion and interpretation of gravity anomalies [J]. *Geophysics*, 1974, 39(4): 526—536.
- [2] 王祥,郭良辉. 球坐标系密度界面反演方法及在华南大陆的应用[J]. *物探与化探*, 2020, 44(5): 1161—1171.
WANG X, GUO L H. Density interface inversion method in spherical coordinates and its application in the South China mainland [J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2020, 44(5): 1161—1171. (In Chinese)
- [3] HAO A W, GUO L H, WANG X. The apparent density mapping approach in spherical coordinates and the crustal density distribution of Chinese mainland [J]. *IEEE Access*, 2019, 7(1): 160705—160717.
- [4] LIANG Q, CHEN C, LI Y G. 3—Dinversion of gravity data in spherical coordinates with application to the GRAIL data [J]. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 2014, 119(6): 1359—1373.
- [5] 安玉林,张明华,黄金明,等. 纯球坐标系内各项重力校正值计算方案和计算过程[J]. *物探与化探*, 2010, 34(6): 697—705.
AN Y L, ZHANG M H, HUANG J M, et al. The computation scheme and computation process for gravity correction values within the pure spherical coordinate system [J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2010, 34(6): 697—705. (In Chinese)
- [6] 杜劲松,陈超,梁青,等. 球冠体积分的重力异常正演方法及其与 Tesseroid 单元体泰勒级数展开方法的比较[J]. *测绘学报*, 2012, 41(3): 339—346.
DU J S, CHEN C, LIANG Q, et al. Gravity anomaly calculation based on volume integral in spherical cap and comparison with the Tesseroid—Taylor series expansion approach [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(3): 339—346. (In Chinese)
- [7] ASGHARZADEH M F, VON FRESE R R B, KIM H R, et al. Spherical prism gravity effects by Gauss—legendre quadrature integration [J]. *Geophysical Journal International*, 2007, 169(1): 1—11.
- [8] LIN M, DENKER H. On the computation of gravitational effects for tesseroids with constant and linearly varying density [J]. *Journal of Geodesy*, 2019(93): 723—747.
- [9] HECK B, SEITZ K. A comparison of the tesseroid, prism and point—mass approaches for mass reductions in gravity field modelling [J]. *Journal of Geodesy*, 2007, 81(2): 121—136.
- [10] UIEDA L, BARBOSA V C F, BRAITENBERG C. Tesseroids: Forward—modeling gravitational fields in spherical coordinates [J]. *Geophysics*, 2015, 81(5): F41—F48.
- [11] CHAKRAVARTHI V, RAMAMMA B, REDDY T V. Gravity anomaly modeling of sedimentary basins by means of multiple structures and exponential density contrast—depth variation: A space domain approach [J]. *Journal Geological Society of India*, 2013, 82(5): 561—569.
- [12] ZHOU X. Analytic solution of the gravity anomaly of irregular 2D masses with density contrast varying as a 2D polynomial function [J]. *Geophysics*, 2010, 75(2): I11—I19.
- [13] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. *Table of Integrals, Series, and Products*, Second Edition [M]. USA: Academic Press, 1980: 81—83.
- [14] BOTT M H P. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basin [J]. *Geophysical Journal Royal Astronomical Society*, 1960, 3(1): 63—67.
- [15] 安美建,石耀霖. 中国大陆岩石圈厚度分布研究[J]. *地学前缘*, 2006, 13(3): 23—30.
AN M J, SHI Y L. Review on lithospheric thickness research of the Chinese continent [J]. *Earth Science Frontiers*, 2006, 13(3): 23—30. (In Chinese)
- [16] 李廷栋. 中国岩石圈构造单元[J]. *中国地质*, 2006, 33(4): 700—710.
LI T D. Lithospheric tectonic units of China [J]. *Geology in China*, 2006, 33(4): 700—710. (In Chinese)
- [17] 李廷栋. 中国岩石圈的基本特征[J]. *地学前缘*, 2010, 17(3): 1—13.
LI T D. Principal characteristics of the lithosphere of China [J]. *Earth Science Frontiers*, 2010, 17(3): 1—13. (In Chinese)
- [18] 朱介寿,蔡学林,曹家敏,等. 中国及相邻区域岩石圈结构及动力学意义[J]. *中国地质*, 2006, 33(4): 793—803.
ZHU J S, CAI X L, CAO J M, et al. Lithospheric structure and geodynamics in China and its adjacent areas [J]. *Geology in China*, 2006, 33(4): 793—803.

(In Chinese)

- [19] LI Y H, WU Q J, PAN J T, et al. An upper—mantle S—wave velocity model for East Asia from Rayleigh wave tomography [J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2013(377—378): 367—377.
- [20] BROCHER T M. Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2005, 95 (6): 2081—2092.
- [21] AN M J, SHI Y L. Lithospheric thickness of the Chinese continent [J]. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2006, 159(3—4): 257—266.
- [22] DENG Y F, TESAURO M. Lithospheric strength variations in Mainland China Tectonic implications [J]. *Tectonics*, 2016, 35(10): 2313—2333.
- [23] AMANTE C, EAKINS B W. ETOPO1 1 Arc—minute global relief model: procedures, data sources and analysis [EB/OL]. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC—24. National Geophysical Data Center, NOAA, 2009.
- [24] 任纪舜, 姜春发, 张正坤, 等. 中国大地构造及其演化 [M]. 北京: 科学出版社, 1980.
- REN J S, JIANG C F, ZHANG Z K, et al. Geotectonic evolution of China [M]. Beijing: Science Press, 1980. (In Chinese)

Study on forward modeling and inversion of variable density interface under spherical coordinate system

CUI Yatong¹, WANG Shenghou²

(1. Tianjin Survey Design Institute Group Co., Ltd, Tianjin 300191, China;

2. China University of Geosciences (Wuhan) School of Earth Resources, Wuhan 430074, China)

Abstract: The inversion method of density interface can infer the undulation morphology of the tectonic interface, which is of great significance to analyzing regional geological structure, deep earth structure, and the division of tectonic units. When regional and global scale problems are involved, the interface inversion method is often used under the spherical coordinate system. However, the traditional inversion method under the spherical coordinate system has low calculation accuracy on the observational ground surface and neglects the density variations vertical and horizontal underground. In this paper, aiming at these problems, we develop an approach of variable density interface inversion under the spherical coordinate system for the ground observation data. First, based on the theoretical derivation and the improvement of the Gauss—Legendre integral algorithm, we present the approach for forward modeling of variable density interface under the spherical coordinate system. Then we develop a density interface inversion method under the spherical coordinate system based on the iterative optimization algorithm. Finally, tests on a shell model and undulated interface show that our approach is practical and suitable for the variable density interface inversion of large—area and ground observation data.

Keywords: gravity anomaly; spherical coordinate system; variable density interface forward modeling; variable density interface inversion