

doi:10.3969/j.issn.1001-4616.2026.01.009

CPM4DA: 基于双向拍卖的防串谋机制研究

李雪林^{1,2}, 柳絮¹, 张健¹, 孙玉坤²

(1.江苏旅游职业学院信息工程学院,江苏扬州 225001)

(2.江苏大学电气信息工程学院,江苏镇江 212013)

[摘要] 双向拍卖是各类系统中极具效力的激励机制。然而,现有双向拍卖研究主要聚焦于设计仅涉及买方或卖方单侧的防串谋机制,未能充分应对买卖双方联合串谋的场景,影响资源分配结果的公平性。为此,本文先深入剖析双向拍卖中参与者(买卖双方)的串谋动机,并把串谋策略定义为提升联盟内参与者效用的同时降低联盟外参与者效用的行为。基于这一视角,本文以优化资源分配为核心目标,设计了面向双向拍卖的防串谋(Collusion Proof Mechanism for Double Auctions, CPM4DA)机制,旨在降低市场参与者的串谋概率,保障资源分配公平性。通过理论分析与证明,CPM4DA 机制满足防串谋性、激励相容性、个体理性和弱预算平衡等关键博弈属性。此外,本文在频谱市场中开展仿真实验,将 CPM4DA 机制与现有防串谋机制进行性能对比。结果表明,CPM4DA 在支付系数一致性、分配效率和防串谋性方面表现优异,能够提升市场定价公平性,降低参与者的串谋动机。本文研究成果为双向拍卖中防串谋机制的研发奠定了理论与技术基础。

[关键词] 机制设计,双向拍卖,系统激励,防串谋,公平交易

[中图分类号] TP399 [文献标志码] A [文章编号] 1001-4616(2026)01-0083-13

CPM4DA: Research on Collusion Proof Mechanism Based on Double Auction

Li Xuelin^{1,2}, Liu Xu¹, Zhang Jian¹, Sun Yukun²

(1.School of Information Engineering, Jiangsu College of Tourism, Yangzhou 225131, China)

(2.School of Electrical Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Double auctions are highly effective mechanisms for incentivizing various systems and markets. However, existing research on double auctions has primarily focused on designing collusion-proof mechanisms that involve just one side of the market—either buyers or sellers. This approach falls short in adequately handling scenarios where both buyers and sellers conspire collectively, significantly impairing the fairness of resource allocation outcomes. Therefore, we delve into the underlying motivations driving collusion among players (both sellers and buyers) in double auctions. Adopting an innovative approach, we define a collusion strategy as one that aims to increase the utilities of players within a coalition while simultaneously diminishing the utilities of those outside the coalition. This perspective forms the cornerstone of our efforts to deter collusion and develop a collusion-proof mechanism. With the primary objective of optimizing resource allocation, we have developed the Collusion Proof Mechanism for Double Auctions (CPM4DA). This mechanism has been designed to reduce the likelihood of collusion among market players and ensure fairness in resource allocation. The CPM4DA has been examined through theoretical analysis and proof, demonstrating its ability to meet essential game theoretic attributes such as collusion proof, incentive compatibility, individual rationality, and weak budget balance. Moreover, we have conducted simulation experiments to compare the performance of CPM4DA with existing collusion-proof mechanisms in the spectrum market. The results demonstrate that CPM4DA excels in payment coefficient consistency, allocation efficiency, and collusion proof, which can improve the fairness of market pricing and reduce the motivation of collusion among players. Our research findings establish the theoretical and technical groundwork for the development of collusion proof mechanisms in double auctions.

Key words: mechanism design, double auctions, system incentives, collusion proof, fair transaction support

收稿日期: 2025-12-16.

基金项目: 江苏省重点研发计划项目(BE2021094)、国家自然科学基金项目(51977103、51877101)、江苏高校优势学科建设工程(三期)项目(PAPD-2018-87).

通讯作者: 李雪林, 副教授, 研究方向: 算法设计与分析, 智能控制. E-mail: 17189509@qq.com; 柳絮, 博士, 研究方向: 算法博弈论. E-mail: 1438239097@qq.com

系统激励通常通过政策、奖惩、声誉等方式产生,旨在构建系统内部动力,促进参与者之间的合作. 激励的重要性主要体现在其对系统内资源分配的决定作用上. 系统激励的核心目标是在参与者遵循激励相容和自愿参与原则的前提下实现预期结果,例如最大化社会福利. 拍卖机制用于是实现此类激励的有效方法之一,不仅作为提供激励的手段应用于资源分配与定价,还在无线通信、网络资源共享、众包感知、物联网分布式系统、多智能体系统、区块链技术等领域发挥关键作用^[1].

双向拍卖是指买方和卖方两个不同群体通过交互进行交易的市场形态. 双方均以获取效用为目标,供需关系的相互作用共同决定市场价格与交易量. 在这种场景下,通过合理的拍卖机制可吸引买卖双方参与并完成交易.

现有双向拍卖研究大多基于单一理性参与者如实报告(竞价)且无信息交换的假设,通过设计合理的分配与定价策略吸引参与者实现资源分配^[2]. 具体而言,理性参与者会如实揭露自身偏好以最大化效用. McAfee 机制^[3]是常见的双向拍卖之一,获得资源的参与者需支付统一费用,该费用由排序后的报价序列中特定投标人的报价决定(详见第 3 节). 只要参与者之间无信息交换,且每个理性参与者如实报告,McAfee 机制即可确保有效的资源分配.

然而,当多个参与者以团队形式协同拍卖时,就会产生串谋的风险,此时单一参与者假设不再成立. 这种协同行为可能导致不公平的分配和定价结果,破坏拍卖过程的公平性^[4]. 例如,在频谱资源^[5]分配中,参与者集体投标信道会造成搭便车的问题,此时联盟获得信道后,所有成员可共同使用. 在保证联盟获得信道的前提下,任意成员可利用其他成员的报价恶意降低自身报价,以更低成本使用信道,严重影响了交易公平性. 此外,若采用 McAfee 机制,当联盟存在某一成员报价作为定价依据时,联盟可通过恶意报价最大化自身效用,损害非联盟参与者的利益,威胁系统稳定性.

为解决上述问题,本文设计了一种新颖的拍卖机制,即面向双向市场的防串谋拍卖机制(collusion proof mechanism for double auctions, CPM4DA),旨在保障双向市场交易的诚信与公平.

首先,本文创新性地定义了串谋策略作为界定串谋行为的基础. 文献[6]虽提出了串谋策略的概念,但未明确联盟成员串谋对非联盟参与者效用的不利影响. 本文通过效用量化了串谋策略,以确定和计算是否存在串谋. 需要说明的是,本文认为若联盟成员效用提升但未损害非联盟参与者效用,则未发生串谋. 基于上述串谋策略的概念,本文提出 CPM4DA 机制,通过“软策略”降低参与者串谋概率. 即当参与者形成规模为 γ 的联盟时,先确定无串谋环境下的基础支付价格,再通过一致性估计函数,以概率 Pr 约束中标者支付价格保持不变,使机制以概率 Pr 实现防串谋. 最后,在频谱市场进行仿真实验,结果表明,CPM4DA 机制在支付变异系数和分配效率比方面优于 THEMIS-II 机制(防串谋机制)和 VERRITAS 机制(常规机制)^[7],且具备较强的防串谋能力.

本文提出的降低串谋风险软策略,虽未完全杜绝参与者的串谋可能,但通过适当降低防串谋的鲁棒性,使 CPM4DA 机制能更好地适配市场价格的动态波动. 这与固定价格机制形成鲜明对比:后者虽可杜绝串谋、保障买方定价公平,却难以使交易价格随市场动态调整. 因此,本文方法既保障了价格公平性,又有效提升了市场内卖方的效用.

1 相关工作

随着信息技术的不断发展,串谋的含义已不再局限于经济学领域. 广义上,串谋指系统内参与者发起的任何旨在产生恶意结果或谋取不当利益的合作行为. 串谋对市场与系统的公平性和稳定性构成重大威胁,因此相关学者研究了一系列防串谋方法,主要从以下两个方面展开.

1.1 双向拍卖与防串谋机制

现有双向拍卖相关研究多聚焦于拍卖模型性能优化,核心方向是提升分配效率或最大化社会福利. 具体来看,在双向拍卖中融入 Stackelberg 博弈,能在资源分配阶段有效提升参与者效用^[8];采用临界值定价方法的组合双向拍卖,可实现高效的资源分配^[9];基于商品内在属性设计的双向拍卖机制,能够解决平局问题,确保不同市场规模下的有效市场出清;通过限制平台交易时长、以动态双向拍卖重复吸引参与者的方式,可达成最优市场福利^[10];将反向拍卖与双向拍卖相结合,则能精准匹配买卖双方,加速市场出清进程^[11].

1.2 各领域的防串谋机制

1.2.1 频谱资源分配中的防串谋机制

随5G及后续新一代通信技术的兴起与演进,无线频谱资源的高效利用已成为支撑新型数字经济发展的关键挑战之一^[12].然而现有相关研究多聚焦于单一市场侧(仅涉及买方或卖方)的频谱市场防串谋机制.针对群体购买信道的搭便车问题,常采用模拟增价拍卖与沙普利值定价相结合的方式解决^[6];在各单位信道拍卖中,自防串谋拍卖机制通过保留价来解决自串谋的问题^[13];除定价策略外,在频谱市场中基于信道干扰特性对用户进行分组,也可防范用户间通过转租行为实施的串谋^[14].

1.2.2 众包感知中的防串谋机制

众包感知是指个体借助手持移动设备开展数据收集与处理的行为,而依赖众包数据的系统极易遭受串谋攻击,引发严重安全隐患^[15].在评估移动众包潜在激励机制时,需考量联盟成员获取的额外效用是否会对联盟外成员的效用产生负面影响^[16],这为本文串谋策略的定义提供了重要启发.具体来看,若检测到参与者存在串谋行为,可采取不予支付报酬的措施,消除其串谋动机.基于CRH框架构建的TruthTrust机制,能够抵御参与者通过提交大量错误答案骗取奖励、干扰众包进程的串谋攻击^[17].通过攻防博弈对服务器与任务请求者的互动过程进行建模,可降低不同串谋层级下恶意参与者的串谋概率^[18].值得注意的是,尽管文献^[6]提出的防串谋方案能够降低串谋概率,但与本文研究不同,该方案并未解决任务发布者(买方)与任务执行者(卖方)之间的串谋问题.

1.2.3 多智能体系统中的防串谋机制

促进智能体间的协作是多智能体系统的核心目标之一,但在长期互动过程中,智能体可能通过串谋获取额外效用.在公共物品重复博弈中有理论指出:单个参与者只需与其他所有参与者协作,便能最大化自身效用,任何串谋群体都无法获取额外效用^[19].通过记录竞争性多智能体博弈过程,能掌握不同智能体在各类博弈中的策略选择,基于两个智能体串谋时会相互影响策略选择的假设,可检测串谋行为^[20].此外,在分布式广告拍卖系统中,其拍卖结果受所有参与自动投标智能体的竞价行为影响^[21],相互协作的自动竞价智能体可能通过串谋压低报价,损害平台效用^[22].

综上,现有研究要么聚焦于双向拍卖机制的性能优化,要么致力于串谋检测与防范系统的设计,但针对双向拍卖中买卖双方联合串谋的研究较少.因此,本文围绕参与者串谋行为的复杂性展开研究,旨在设计一种稳健的双向市场拍卖机制,从一定程度消除买卖双方的串谋的动机,降低参与者的串谋概率.

2 基本概念与定义

串谋是多个参与者之间的恶意合作行为(策略),参与者通过利益分配协议形成联盟,目标是获取非法利益并提升自身效用,同时损害非串谋参与者的效用.且串谋对各方收益分配方案事先达成一致并严格遵循,确保每个串谋成员的效用都高于其单独行动所能获得的效用.考虑到联盟的效用不仅受联盟内参与者的影响,还受联盟外其他参与者影响,因此必须明确联盟的划分和联盟结构.本文涉及的主要符号详见表1.

表1 符号与相关描述

Table 1 Symbols and their corresponding descriptions

符号	描述	符号	描述	符号	描述
H	参与者集合	M	卖方集合	x	分配结果
A	参与者的策略空间	W	赢者集合	V	参与者对资源的价值
u	参与者(联盟)的效用	pt^*	基本方案中的基本支付	N	买方集合
\mathcal{M}	机制	CS	联盟划分	VB	虚拟投标人集合
p	支付结果	G	联盟	γ	联盟规模
b	参与者对资源的报价	a	参与者(联盟)的具体策略	R_m	机制的效用

令所有参与者集合为 $H = \{1, 2, \dots, h\}$, $CS = \{G_1, G_2, \dots, G_s\}$, $G_i \subset H, i \in \{1, 2, \dots, s\}$ 是由参与者集合 H 的联盟划分,令 $\mathbb{GS} = \{CS_1, \dots, CS_l\}$, $l \in \{1, 2, \dots, 2h\}$ 是所有可能的联盟结构集合.

当参与者形成联盟并采用串谋策略提升联盟效用时,必然会导致非联盟参与者的效用降低;反之,若联盟采用策略在提升自身效用的同时未损害他人效用,则该策略被视为防串谋.令 $A_h = \times_{i \in H} A_i$ 是所有参与

者的策略空间, A_i 是参与者 i 的个人策略空间. 联盟 $G_s \in CS$ 策略组合 A_{G_s} 由 G_s 内的个体策略组成: $A_{G_s} = \times_{i \in G_s} A_i$. 对参与者 i 而言, 其效用 $u_i: (a_i, a_{-i}) \rightarrow \mathbb{R}$ 由策略组合 (a_i, a_{-i}) 确定. 当 i 参与联盟 G_s 时, 其效用 $u_i^{G_s}: (a_{G_s}, a_{-G_s}) \rightarrow \mathbb{R}, i \in G_s$ 由策略组合 (a_{G_s}, a_{-G_s}) 确定, 其中 $a_i \in A_i, a_{G_s} \in A_{G_s}, a_{-i}$ 是除 i 之外其他参与者的策略, a_{-G_s} 是除 G_s 外其他联盟的策略.

基于上述分析, 串谋策略需满足两项条件: 1) 若参与者 i 加入联盟 G_s , 且 G_s 采取串谋策略 ac_{G_s} , 其他联盟采取各自联盟策略 a_{-G_s} , 则 i 的效用至少不低于其不加入 G_s 并采取个人策略 a_i 且其他参与者均采取个人策略 a_{-i} 时的效用: $u_i^{G_s}(ac_{G_s}, a_{-G_s}) \geq u_i(a_i, a_{-i})$. 2) 对于联盟 G_s 之外的任意参与者 $\forall j \in H \setminus G_s$, 无论其选择何种个人策略 a_j , 只要 G_s 采取串谋策略 ac_{G_s} 且其他参与者采取个人策略 a_{-j} , 其他联盟采取各自联盟策略 a_{-G_s} , j 的效用 u_j 都会降低: $u_j(a_j, a_{-(|j| \cup G_s)} \cup ac_{G_s}) < u_j(a_j, a_{-j})$. 综上, 定义串谋策略如下.

定义 1(串谋策略) 若 $\exists G_s \in CS, \forall i \in G_s, \forall j \in H \setminus G_s, u_i^{G_s}(ac_{G_s}, a_{-G_s}) \geq u_i(a_i, a_{-i}) \wedge u_j(a_j, a_{-(|j| \cup G_s)} \cup ac_{G_s}) < u_j(a_j, a_{-j})$ 成立, 则 ac_{G_s} 是串谋策略.

对于给定的拍卖机制 $\mathcal{M} = \langle x, p \rangle$, 其中 x 为分配规则, p 为支付规则. 参与者 i 的效用为 $u_i(b_i, b_{-i}) = v_i x_i - p_i$, 其中 v_i 为 i 的价值, $b_i = \theta(v_i)$ 为 i 的报价(策略), $\theta: v \rightarrow R$ 为参与者的策略函数, 其作用是将价值 v_i 映射为报价 b_i . 此外, $x_i \in \{0, 1\}$ 表示分配结果: $x_i = 1$ 意味着 i 获得分配, $x_i = 0$ 则表示未获得分配.

根据定义 1 的串谋策略, 若拍卖机制 \mathcal{M} 满足以下条件, 则其具有防串谋性: 对于参与联盟 G_s 的任意参与者 $i \in H$, 当 G_s 外的所有联盟报出 b_{-G_s} 时, G_s 不存在可采取的串谋报价 b_{G_s} 能提高 i 的联盟效用 $u_i^{G_s}$. 同时如定义 2 所述, 当 j 外的所有参与者报价 b_{-j} 且 G_s 外的所有联盟报价 b_{-G_s} 时, 该串谋报价不会降低 G_s 外其他参与者 $j \in H \setminus G_s$ 的效用.

定义 2(防串谋机制) 对于给定的拍卖机制 \mathcal{M} , 若不存在任何联盟 G_s 满足以下条件, 则 \mathcal{M} 为防串谋拍卖机制: $\forall i \in G_s, \exists j \in H \setminus G_s$, 使得 $(b_{G_s}, b_{-G_s}) \geq u_i(b_i, b_{-i}) \wedge u_j(b_j, b_{-(|j| \cup G_s)} \cup bc_{G_s}) < u_j(b_j, b_{-j})$ 成立.

除具备防串谋性外, 拍卖机制还需满足激励相容、个体理性和弱预算平衡等关键博弈性质. 其中, 激励相容确保参与者 i 有动机如实报告其报价 b_i^* ($b_i^* = v_i$), 而非谎报报价 b_i . 无论其他参与者报出何种报价 b_{-i} , 诚实报价都能最大化 i 的效用 u_i .

定义 3(激励相容)^[8] 拍卖机制 \mathcal{M} 满足激励相容, 当且仅当 $u_i(b_i^*, b_{-i}) \geq u_i(b_i, b_{-i}), b_i^*$ 是 i 的诚实报价.

定义 4(个体理性)^[8] 拍卖机制 \mathcal{M} 满足个体理性, 当且仅当 $u_i(b_i, b_{-i}) \geq 0, \forall i \in N$.

个体理性确保任何参与者在机制 \mathcal{M} 中不会产生负效用.

定义 5(弱预算平衡)^[8] 拍卖机制 \mathcal{M} 满足弱预算平衡, 当且仅当 $\sum_{i \in H} p_i \geq 0$.

弱预算平衡是指, 拍卖机制 \mathcal{M} 确保参与者不会出现赤字.

3 双边拍卖的串谋问题分析

双向拍卖市场中, 假设存在 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 名买方和 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 名卖方, 且 $n > m$. 每位卖方仅提供一件物品, 因此市场中共有 m 件同质物品, 每位买方最多购买一件物品. 设卖方对物品的价值集合为 $V_s = \{vs_1, vs_2, \dots, vs_m\}$, 买方的估值集合为 $V_b = \{vb_1, vb_2, \dots, vb_n\}$. 卖方与买方基于自身价值报价, 记卖方报价集合为 $B_s = \{bs_1, bs_2, \dots, bs_m\}$, 买方报价集合为 $B_b = \{bb_1, bb_2, \dots, bb_n\}$.

卖方与买方私下提交报价. 拍卖机制在收到这些报价后, 会据此进行物品分配, 向成功售出物品的卖方支付款项, 并向成功购入物品的买方收取费用. 要设计并实现防串谋拍卖机制, 必须先明确参与者产生串谋行为的潜在原因与动机. 为说明这一点, 本文以 McAfee 拍卖机制为例, 分析串谋产生的根本原因. McAfee 拍卖的流程如下:

报价排序: 将卖方报价按非递减顺序排列, 买方报价按非递增顺序排列.

$$\begin{aligned} bs_1 &\leq bs_2 \leq \dots \leq bs_m \\ bb_1 &\geq bb_2 \geq \dots \geq bb_n \end{aligned}$$

确定中标者: 确认 $k = \operatorname{argmax} bs_k \leq bb_k$, 此时排名前 $k-1$ 的卖方与买方成为中标者.

支付规则: McAfee 机制向中标卖方支付第 k 高的卖方报价, 向中标买方收取第 k 高的买方报价.

在上述场景中,若卖方与买方形成串谋,且串谋群体包含第 k 高报价者,他们会通过策略性报价操控第 k 位报价,导致买方支付金额减少(或卖方收入增加),降低拍卖机制或平台的效用.以单轮双向拍卖为例进一步说明.

示例 1 采用 McAfee 机制进行物品分配.有 1 名拍卖方执行 McAfee 拍卖,6 名出售同质物品的卖方,报价分别为 $\{10, 25, 30, 45, 50, 55\}$,以及 8 名有意购买物品的买方,报价分别为 $\{90, 85, 80, 75, 70, 45, 35, 25\}$.因为代售物品是同质的,买方对具体物品无特殊要求.计算可得 $k=5$,卖方是报价 $\{10, 25, 30, 45\}$ 的四位,和买方为报价 $\{90, 85, 80, 75\}$ 的四位获胜.每位赢者卖方获得 50 单位报酬,每位赢者买方需支付 70 单位费用.若报价 10 的赢者卖方与报价 90 的赢者买方,与第 5 高报价的卖方(报价 50)和买方(报价 70)形成串谋群体,串谋报价调整为 $\{\{10, 50\}, \{90, 70\}\}$,原报价 50 的卖方将报价提高至 52,原报价 70 的买方将报价降低至 68.此时,报价 10 的赢者卖方报酬从 50 提升至 52,效用从 40 增至 42;报价 90 的赢者买方支付金额从 70 降至 68,效用从 20 增至 22.拍卖方的效用则从 80 降至 64.显然,此类串谋行为会扰乱市场价格,损害拍卖方效用,不利于双向拍卖市场的稳定.

4 CPM4DA 机制设计

4.1 CPM4DA 机制建模

第 3 节的示例 1 表明,参与者串谋的动机主要源于决定赢者支付金额的参与者的策略性报价行为.为解决这一问题,本文提出 CPM4DA 拍卖机制.在该双向拍卖框架中,买方不受特定物品限制,卖方与买方的配对完全基于双方报价,与物品的具体属性无关.为便于分析,本文引入虚拟投标人,用于描述卖方报价 bs_i 与买方报价 bb_i 在报价序列中同一位置配对形成的潜在分配关系.其中下标 $i(1 \leq i \leq m)$ 代表第 i 位投标人,无论其身份是买方还是卖方.

具体而言, bb_i 表示买方报价序列中第 i 高的报价, bs_i 表示卖方报价序列中第 i 低的报价.定义 vb_i 为虚拟投标人,即 $vb_i = \{i \in N | bb_i\} \cup \{i \in M | bs_i\}$.虚拟投标人 vb_i 的报价记为 b_{vb_i} ,计算方式为同一下标对应的买方报价与卖方报价之差,即 $b_{vb_i} = bb_i - bs_i$.由于卖方数量为 m ,虚拟投标人的数量也相应确定,记为 $VB = \{vb_1, vb_2, \dots, vb_m\}$.考虑到买方数量多于卖方,未形成分配关系的买方不会影响串谋行为,因此不予考虑,其对应位置以 0 填充.任意虚拟投标人均可联合形成联盟,旨在通过谎报报价提高自身效用,此类联盟称为虚拟投标人联盟,记为 $G \in CS$,且要求联盟规模 $\gamma = |G| \geq 1$.虚拟投标人的效用记为 u_{vb} ,定义为其价 v_{vb} 与实际支付 p_{vb} 之差,即 $u_{vb} = v_{vb} - p_{vb}$.当且仅当拍卖机制满足激励相容性时,该效用可等价表示为 $u_{vb} = b_{vb} - p_{vb}$.此时包括虚拟投标人在内的所有投标人都会如实披露自身价值作为报价,即 $v_{vb} = b_{vb}$.此外,联盟效用 uG_s 定义为联盟内所有成员的效用之和,即 $uG_s = \sum_{k \in G} (b_{vb_k} - p_{vb_k})$.CPM4DA 机制的运行包含以下五个步骤:

步骤 1 投标人报价.拍卖开始前,买方与卖方均向 CPM4DA 机制(拍卖方)提交物品报价.卖方报价按非递减顺序排序,买方报价按非递增顺序排序.

步骤 2 确定虚拟投标人.将报价序列中同一位置的卖方报价 bs_i 与买方报价 bb_i 进行配对,确定为虚拟投标人 vb_i .

步骤 3 虚拟投标人报价.虚拟投标人确定后,即可得到这些虚拟投标人的报价 b_{vb} ,并将其按非递增顺序排序: $b_{vb_1} \geq b_{vb_2} \geq \dots \geq b_{vb_m}$.

步骤 4 确定赢者.确定 $k: k = \operatorname{argmax}_{vb_k} b_{vb_k} > 0, vb_k \in VB$,排名前 $k-1$ 的虚拟投标人为赢者,其分配结果 $x_{vb_w} = 1$;赢者集合 $W = \{vb_w | x_{vb_w} = 1, vb_w \in VB\}$ 中的虚拟投标人完成交易.

步骤 5 支付.交易完成后,分配结果为 $x_{vb_w} = 1$ 的虚拟投标人向 CPM4DA 机制支付 $p_{vb} = g(b_{vb_k})$,其余虚拟投标人无需支付.其中 $g: b_{vb_k} \rightarrow \mathbb{R}$ 为支付函数,作用是将价值 b_{vb_k} 映射为支付金额 p_{vb} .

在整个 CPM4DA 拍卖流程中,涉及三类不同的参与者:买方、卖方和虚拟投标人.这类参与者均有可能采取策略性行为.本文对 CPM4DA 的设计与理论分析,均基于下述策略空间展开.

策略空间.对于买方、卖方及虚拟投标人而言,他们可能如实报价、低报报价或高报报价.

需重点说明的是,在本文提出的 CPM4DA 机制中,仅卖方或仅买方参与报价会形成仅涉及单一市场

方参与者的情景. 在此类场景下,若卖方或买方通过达成协议操纵价格以形成卡特尔,市场将呈现垄断特征. 通常可通过沟通限制、惩罚规则及统计筛查方法等降低参与者达成并维持串谋的可能性,但这并非本文的研究重点. 实际上,可能存在卖方与买方串谋影响市场价格的情况,但此类行为通常不构成卡特尔,例如单个卖方与单个买方串谋,未涉及多个卖方或多个买方之间的协议. 因此,本文聚焦于买卖双方共同参与的串谋场景,即多个卖方与多个买方间的串谋.

4.2 CPM4DA 防串谋方案

本节提出 CPM4DA 的防串谋方案,旨在最大限度降低双向拍卖中参与者串谋的可能性. 鉴于虚拟投标人能否在联盟中胜出,对串谋的影响存在差异,本文将联盟分为以下两类:

- 1) 赢者虚拟投标人联盟:指报价排名前 k 位(含第 k 位)的虚拟投标人组成的联盟.
- 2) 输家虚拟投标人联盟:指报价排名第 k 位之后(含第 k 位)的虚拟投标人组成的联盟.

CPM4DA 防串谋的核心思想在于支付函数 g 的设计. 当虚拟投标人联盟试图串谋(且联盟包含第 k 高报价者)时,其提交的虚假报价不会影响赢者虚拟投标人的最终支付金额. 因此,该联盟既无法提高自身效用、降低联盟外虚拟投标人的效用,也不会影响机制的效用.

在设计支付函数 g 前,先定义一致性估计. 该概念借鉴自文献[3-4],并结合本文需求进行了修改. 本文采用向下取整方式,且不引入缩放因子使得支付金额略低于估值,确保 CPM4DA 机制满足个体理性.

定义 6(一致性估计)^[3-4] 给定 $\alpha, \beta > 0, q > 0$,若函数 $g(\cdot)$ 满足以下条件,则其为 q 的一致性估计.

- (1) 函数 g 具有一致性:若 $\alpha \leq d \leq \beta$ 则 $g(d) = g(q)$
- (2) $g(q)$ 是 q 的非平凡下界: $0 < g(q) \leq q$.

把 $g(q)$ 称为一致性值,其计算方式由公式(1)定义.

$$g_u^c(q) = q \text{ rounded down to nearest } c^{s+u}, \tag{1}$$

其中, c 是可调节的正实数,且满足 $c \geq \frac{\alpha}{\beta}$, s 为可调整的整数, u 在 $[0, 1]$ 上均匀分布. 函数 $g(\cdot)$ 对特定范围内输入变量的变化具有鲁棒性,因此是支付函数的合适选择. 本文的目标是为 q 确定一个可靠的一致性估计,在确保 CPM4DA 满足个体理性的前提下, $g(q)$ 值越高,赢者支付的金额 $g = g(q)$ 就越大.

定义 G 为 $g_u^c(q)$ 的函数类,其中 U 是在 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量,并得到以下两个命题.

命题 1 对于任意函数 $g(\cdot) \in G$ 及给定值 q , $g(q)$ 和 $cU \frac{q}{c}$ 的分布相同,其中 U 是在区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量.

证明 设随机变量 $a = \log_c g(q)$, 令 $t = \log_c q - 1$, 有 $Pr[a \leq t+x] = Pr\left[\log_c \frac{c g(q)}{q} \leq x\right] = Pr[U' \leq x]$. 由于 $U' = \log_c \frac{c g(q)}{q}$ 且 $U' \in U$, 即 U' 是在区间 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机变量. 结合 $\log_c \frac{c g(q)}{q} = a - t = U'$, 可推出 a 在区间 $[t, t+1]$ 上均匀分布. 因此,函数 $g(q)$ 和 $cU \frac{q}{c}$ 分布相同.

命题 2 对于函数 $g(\cdot)$ 及给定值 q , $g(\cdot)$ 在 $[\alpha, \beta]$ 上是一致性估计的概率为 $\left(1 - \log_c \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right)$.

证明 根据定义 6, 当且仅当 $g(\alpha) = g(q) = g(\beta) \leq \alpha$ 成立时 $g(q)$ 在 $[\alpha, \beta]$ 上是一致性值, 有 $Pr\left[g_u^c(\alpha) = g_u^c\left(\frac{\beta}{c}\right) \leq \alpha\right] = Pr[cU\beta \leq c\alpha] = Pr\left[U \leq \log_c \left(\frac{c\alpha}{\beta}\right)\right] = \log_c \left(\frac{c\alpha}{\beta}\right) = 1 - \log_c \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$.

4.2.1 无串谋的基本方案

在本方案中,参与者之间不存在串谋. 根据 CPM4DA 机制的拍卖步骤 2, 在买家和卖家提交报价后, 会确认虚拟投标人. 在完成 CPM4DA 机制步骤 3 和步骤 4 之后, 第 k 个虚拟投标人被确定, 并通过支付函数 $g(\widetilde{b}_{v_k}) = pt^*$ 计算获胜者的支付 pt^* , 其中 \widetilde{b}_{v_k} 是第 k 高的虚拟报价. 需要注意的是, pt^* 记为基本方案中的基本支付, 该值在 CPM4DA 机制中通过支付规则帮助抵御串谋行为. 当所有参与者都是首次参与拍卖时, 由于其缺乏以往参与记录, 系统无法立即检测到任何潜在的串谋行为. 因此, 通常认为首次拍卖是无

串谋的,并基于提交的出价来确定支付 pt . 在第一次拍卖结束后,如果没有参与者退出或加入,则首次拍卖得到的 pt 可以作为基础支付 pt^* ,用于多轮拍卖场景.

示例 2 在与示例 1 相同的双向拍卖中,给定虚拟投标人的报价为 $\{80,60,50,30,20,-10\}$,且 $k=5$,则获胜的虚拟投标人出价为 $\{80,60,50,30\}$. 对获胜的虚拟投标人,在给定参数 $c=9,s=1,u=0.44$ 的情况下,由式(1)可得其基本支付 $pt^* = g_{0.44}^9(20) = 19.487$.

CPM4DA 机制计算基本支付 pt^* 的过程在算法 1 中给出. 第 3 行和第 4 行对用户和卖家的报价进行排序,第 5 至第 12 行确定索引 k 以识别获胜者. 第 13 行计算获胜虚拟投标人的基本支付 pt^* . 最后,第 14 行返回用于在算法 2 中确定获胜者的索引 k ,返回 pt^* 以在算法 3 中计算获胜者的最终支付.

定理 1 总存在一组稳定匹配.

证明 我们将在算法 1 中给出一个反复迭代的程序来构造具体的一组稳定匹配,以说明存在性.

4.2.2 防串谋方案

4.2.2.1 赢者虚拟投标人防串谋方案

为抵制虚拟投标人之间的串谋,CPM4DA 通过设定支付,约束防止联盟通过损害联盟外其他虚拟投标人的效用或影响机制自身为代价来提高自身效用. 分两种不同情况进一步阐释防串谋方案.

将赢者虚拟投标人联盟定义为 Gw_s . 在未采用 CPM4DA 机制的场景下,任意赢者虚拟投标人 vb_i 可能与第 k 高报价的虚拟投标人 vb_k 形成联盟 Gw_s . 在该串谋行为中,虚拟投标人 vb_k 会从原报价 b_{vb_k} 策略性低报至 b'_{vb_k} ,其中 $b_{vb_k} > b'_{vb_k}$,同时确保自身仍为第 k 高报价者,以此降低虚拟投标人 vb_i 的支付金额. 最终, vb_i 的效用从 $u_{vb_i} = b_{vb_i} - b_{vb_k}$ 提升为 u'_i , $vb_i = b_{vb_i} - b'_{vb_k} > u_{vb_i}$,而 CPM4DA 机制的效用则从 $R_m = \sum_{vb_i \in W} b_{vb_k} x_{vb_i}$ 降低至 $R'_m =$

$\sum_{vb_i \in W} b'_{vb_k} x_{vb_i}$. 这一变化体现了虚拟投标人串谋调整报价导致的机制效用减少,也使得 vb_i 有动机加入 Gw_s 参与串谋.

为确保虚拟投标人 vb_k 低报后仍为第 k 高报价者,其虚假报价需满足 $b'_{vb_k} \in [\varepsilon, b_{vb_{k-1}}]$, $0 < \varepsilon < b_{vb_{k-1}}$. 这一约束能保证 vb_k 在降低报价以从串谋中获利的同时不影响自身排名. 赢者虚拟投标人联盟 Gw_s 可通过分配从其他联盟成员处获得的集体效用,提高其成员 vb_k 的效用. 但该场景涉及联盟利润分配,超出了本文当前的讨论范围,因此不再展开详细探讨.

在 CPM4DA 机制中,赢者虚拟投标人的支付金额将以某一概率 Pr_w 保持稳定. 具体而言,无论第 k 高报价的虚拟投标人 vb_k 提交的是原报价 b_{vb_k} 还是虚假报价 b'_{vb_k} , vb_i 的支付都将以概率 Pr_w 维持不变,即 $p_{vb_i} = g_u^c(b_{vb_k}) = pt^* = g_u^c(b'_{vb_k})$. 由此,赢者联盟 Gw_s 与联盟外参与者的效用均以概率 Pr_w 保持不变;CPM4DA 机制的效用也以概率 Pr_w 维持稳定,有 $R_m = \sum_{vb_i \in W} pt_i^*$. 这一设计既保证了物品分配结果的稳定性与公平性,也能有效遏制用户之间的串谋行为.

引理 1 对规模为 γ 赢者虚拟投标人联盟 Gw_s ,CPM4DA 以概率 $Pr_w = \left(1 - \frac{\gamma}{k} \left(\log_c \frac{b_{vb_{k-1}}}{\varepsilon}\right)\right)$, $1 \leq \gamma < k$ 实现防串谋.

证明 对于规模为 γ 的赢者虚拟投标人联盟 Gw_s ,根据前文所述策略空间,虚拟投标人通常有三种核心策略可选:如实报价、高报报价和低报报价. 分别对这三种策略展开讨论.

1) 如实报价. 因为由 vb_k 确定支付金额且不获取任何物品,其效用 $u_{vb_k} = 0$. 任意赢者虚拟投标人 $vb_i \in$

算法 1 确认基本支付

```

1: Basic_Payment_Confirmation(B)
2:  $pt^* \leftarrow 0, k \leftarrow 0, \tilde{b}_k = 0$ 
3: 把买家报价  $Bb$  按非递增排序
4: 把卖家报价  $Bs$  按非递减排序
5: for  $i$  in length( $Bs$ )-1 do
6:    $b_i = bb_i - bs_i$ ;
7:   If  $b_i > 0$  then
8:      $k+1$ ;
9:   else
10:    break;
11:  end if
12: end for
13:  $b_k = bb_k - bs_k$ ;
14:  $pt^* = b_k$  rounded down to nearest  $c^{s+u}$ ;
15: return  $pt^*, k$ ;
16: 结束函数调用

```

W 的效用为 $u_{vb_i} = b_{vb_i} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_k}) = b_{vb_i} - pt^*$; 其他赢者虚拟投标人 $vb_j \in W \setminus \{vb_i\}$ 的效用为 $u_{vb_j} = b_{vb_j} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_k}) = b_{vb_j} - pt^*$; CPM4DA 机制的效用 $R_m = \sum_{vb_i \in W} \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_k}) x_{vb_i} = \sum_{vb_i \in W} pt^* = (k-1)pt^*$. 输者虚拟投标人 $vb_s \in VB \setminus W$ 无需支付任何费用, 效用 $u_{vb_s} = 0$.

2) 高报价. 在 CPM4DA 机制下, 当赢者 vb_i 加入规模为 γ 的赢者虚拟投标人联盟 Gw_s 时, 联盟 Gw_s 包含第 k 高报价者 vb_k 的概率为 $\frac{\gamma}{k}$. 若 vb_k 高报价且仍保持第 k 高报价者身份、无任何效用, 则其效用 $u_{vb_k}^{G_s} = 0 = u_{vb_k}$. 根据命题 2, 当 vb_k 高报至 $b'_{vb_k} \in [\varepsilon, b_{vb_{k-1}}]$ 时, vb_i 的支付金额维持 pt^* 不变的概率为 $Pr_w = \left(1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b_{vb_{k-1}}}{\varepsilon}\right)\right)$. 在概率 Pr_w 下, vb_i 的效用 $u_{Gw_s vb_i} = b_{vb_i} - \mathfrak{g}_u^c(b'_{vb_k}) = b_{vb_i} - pt^* = u_{vb_i}$; 联盟外赢者 $vb_j \in W \setminus Gw_s$ 的效用 $u'_{vb_j} = b_{vb_j} - \mathfrak{g}_u^c(b'_{vb_k}) = b_{vb_j} - pt^* = u_{vb_j}$; 机制效用 $R'_m = \sum_{vb_i \in W} \mathfrak{g}_u^c(b'_{vb_k}) x_{vb_i} = \sum_{vb_i \in W} pt^* = R_m$.

若 vb_k 高报至 b'_{vb_k} 后未能维持第 k 高报价者身份, 转而由 vb_{k-1} 确定支付金额, $b_{vb_k} \leq b_{vb_{k-1}} \leq b'_{vb_k}$, 此时 vb_k 获得物品, 其效用为 $u_{vb_k}^{G_s} = b_{vb_k} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}})$. 根据定义 6, $\mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) \leq b_{vb_k}$, 有 $u_{vb_k}^{G_s} \geq 0$. 与上述 vb_k 维持第 k 高报价者身份的高报场景类似, 在概率 Pr_w 下, vb_i 的效用 $u_{Gw_s vb_i} = b_{vb_i} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) = b_{vb_i} - pt^* = u_{vb_i}$; 联盟外虚拟投标人 j 的效用 $u'_{vb_j} = b_{vb_j} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) = b_{vb_j} - pt^* = u_{vb_j}$; 机制效用 $R'_m = \sum_{vb_i \in W} \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) x_{vb_i} = \sum_{vb_i \in W} pt^* = R_m$. 上述结果与定义 1 的串谋策略矛盾, 因此联盟 Gw_s 不存在有效的串谋策略.

上述两种情况下, 输者虚拟投标人 vb_s 仍为输者, 无需支付费用, 效用 $u'_{vb_s} = 0 = u_{vb_s}$.

3) 低报价. 当赢者 vb_i 加入规模为 γ 的赢者联盟 Gw_s , 且联盟包含第 k 高报价者 vb_k 时, 若 vb_k 低报价且维持第 k 高报价者身份、无任何资源获取, 其分析与前文所述 vb_k 高报价但仍保持第 k 高报价者身份的场景一致, 此处不再赘述.

4) 若 vb_k 低报价后未能维持第 k 高报价者身份, 转而由 vb_{k-1} 确定支付金额, vb_k 无任何效用, 效用 $u_{vb_k}^{G_s} = 0 = u_{vb_k}$; 在概率 Pr_w 下, vb_i 的效用 $u_{Gw_s vb_i} = b_{vb_i} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) = u_{vb_i}$, 联盟外虚拟投标人 j 的效用 $u'_{vb_j} = b_{vb_j} - \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) = u_{vb_j}$; 机制效用 $R'_m = \sum_{vb_i \in W'} \mathfrak{g}_u^c(b_{vb_{k-1}}) x_{vb_i} = (k-2)pt^* < (k-1)pt^* = R_m$. 结果与定义 1 中界定的串谋策略矛盾, 因此联盟 Gw_s 不存在可行的串谋策略.

上述两种情况下, 输者虚拟投标人 vb_s 仍为输者, 无需支付费用, 效用 $u'_{vb_s} = 0 = u_{vb_s}$.

示例 3 结合示例 2, 赢者虚拟投标人为报价 $\{80, 60, 50, 30\}$ 的参与者, 得出的基础支付 $pt^* = 19.487$. 赢者的效用分别为 60.513、40.513、30.513 和 10.513, 机制的效用为 $19.487 \times 4 = 77.948$. 若报价为 $\{50\}$ 和 $\{20\}$ 的虚拟投标人形成串谋联盟, 将报价为 $\{20\}$ 的虚拟投标人的报价降至 10, CPM4DA 机制会以 $Pr_w = \left(1 - \frac{2}{5} \log_9 \frac{30}{5}\right) = 0.73$ 的概率(其中 $c=9$), 维持赢者虚拟投标人的支付金额不变, 仍为 19.487. 此时赢者的效用仍分别为 60.513、40.513、30.513 和 10.513, CPM4DA 机制的效用也仍为 77.948, 未受串谋影响.

在此场景下, 虚拟投标人存在 0.27 的概率串谋成功, 导致 CPM4DA 机制的效用下降, 这是因为 CPM4DA 不具备完全抵御串谋的能力.

4.2.2.2 输者虚拟投标人防串谋方案

把失败者虚拟投标人联盟定义为 Gl_s . 在未采用 CPM4DA 机制的场景中, 任何非前 k 高报价的失败虚拟投标人 $vb_{k+l}, l \in \{1, 2, \dots, m-k\}$, 会与排名第 k 位的虚拟投标人 vb_k 串谋, 形成失败者虚拟投标人联盟 Gl_s ; 在此联盟中, 虚拟投标人 vb_{k+l} 的报价 $b_{vb_{k+l}} \leq 0$.

当虚拟投标人 vb_{k+l} 谎报报价 $b'_{vb_{k+l}} \in [\varepsilon, b_{vb_k}] (0 < \varepsilon < b_{vb_k})$ 时, vb_k 成为赢者, 且其支付额为 $b'_{vb_{k+l}}$. 由此, 虚拟投标人 vb_k 的效用从 0 提升至 $u_{vb_k}^{G'_s} = b_{vb_k} - b'_{vb_{k+l}} \geq 0 = u_{vb_k}$. 然而, 由于虚拟投标人 vb_{k+l} 的谎报, CPM4DA 机制的效用会从 $R_m = \sum_{vb_i \in W} b_{vb_k} x_{vb_i} = (k-1)b_{vb_k}$ 降至 $R'_m = \sum_{vb_i \in W'} b'_{vb_k} x_{vb_i} = kb'_{vb_{k+l}}$.

与赢者虚拟投标人联盟的场景不同,在 CPM4DA 机制中,当联盟 Gl_s 中的虚拟投标人 vb_{k+l} 进行谎报时,CPM4DA 机制可确保虚拟投标人 vb_k 的支付额始终维持在 $p_{vb_k} = g_u^c(b'_{vb_{k+l}}) = pt^*$,且该情况发生的概率为 Pr_l . 此外,CPM4DA 机制还能确保其效用满足 $R'm = \sum_{vb_i \in W'} pt^* x_{vb_i} = kpt > (k-1)pt = R_m$,且在概率 Pr_l 下其效用不会降低,与定义 1 的情况形成对比. 因此,联盟 Gl_s 中的成员将不再倾向于串谋.

引理 2 对于规模为 γ 的失败者虚拟投标人联盟 Gl_s ,CPM4DA 机制以概率 $Pr_l = \left(1 - \frac{\gamma}{k} \left(\log_c \frac{b_{vb_k}}{\varepsilon}\right)\right)$, $1 \leq \gamma < k$ 实现防串谋.

证明 与引理 1 的证明类似,虚拟投标人依据策略空间存在三种投标策略,分别为诚实报价、低报价和高报价. 下文将对这三种策略逐一分析.

1) 诚实报价. 当虚拟投标人 vb_{k+l} 诚实报价时,失败虚拟投标人 $vb_{k+l} \in VB \setminus W$ 的效用为 0. 因报价 vb_k 的虚拟投标人确定支付额但未获得任何资源,效用为 0. 其他失败虚拟投标人 $vb_s \in VB \setminus (W \cup \{vb_{k+l}\})$ 的效用同样为 0,CPM4DA 机制的效用为 $R_m = \sum_{vb_i \in W} g_u^c(b_{vb_k}) x_{vb_i} = \sum_{vb_i \in W} pt^* x_{vb_i} = (k-1)pt^*$. 赢者 $vb_j \in W$ 的支付 $p_{vb_j} = g_u^c(b_{vb_k}) = pt^*$,其效用为 $u_{vb_j} = b_{vb_j} - pt^*$.

2) 高报价. 当失败者 vb_{k+l} 加入规模为 γ 的联盟 Gl_s 时,联盟 Gl_s 中成员 vb_k 以报价 b_{vb_k} 成为第 k 高报价者的概率为 $\frac{\gamma}{k}$. 当虚拟投标人 vb_{k+l} 高报价,且报价 $b'_{vb_{k+l}} \in [\varepsilon, b_{vb_k}]$ 时,可确保 vb_k 成为赢者,同时由 vb_{k+l}

确定支付额. 命题 2 给出了 vb_k 支付额维持在 pt^* 的概率,即 $Pr_l = \left(1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b_{vb_k}}{\varepsilon}\right)\right)$. 这意味着,以概率 Pr_l ,

vb_k 的效用将从 $u_{vb_k} = 0$ 提升至 $uGl_s vb_k = b_{vb_k} - g_u^c(b_{vb_{k+l}}) = b_{vb_k} - pt^* > 0$. 而 vb_{k+l} 因负责确定支付额但未获得任何资源,其效用仍维持为 $uGl_s vb_{k+l} = 0 = u_{vb_{k+l}}$. 失败者 vb_s 的效用 $u'_{vb_s} = 0 = u_{vb_s}$,其他赢者 vb_j 的效用 $u'_{vb_j} = b_{vb_j} - g_u^c(b_{vb_{k+l}}) = b_{vb_j} - pt^* = u_{vb_j}$. 尽管 vb_k 的效用有所提升,但 CPM4DA 机制的效用也随之增加,从原效用 $R_m = (k-1)pt^*$ 提升至 $R'_m = \sum_{vb_i \in W'} pt^* x_{vb_i} = kpt^*$,这与定义 1 不符. 因此,联盟 Gl_s 不存在有效的串谋策略.

当虚拟投标人 vb_{k+l} 高报价不能确定支付额,但成为赢者时, vb_k 仍确定支付额, vb'_{k+l} 的效用变为 $uGl_s vb_{k+l} = b_{vb_{k+l}} - g_u^c(b_{vb_k})$. 由定义 6 可知 $0 < g_u^c(b_{vb_k}) \leq b_{vb_k}$,因此 $uGl_s vb_{k+l} < 0 < u_{vb_{k+l}}$. 同时, vb_k 的效用为 $uGl_s vb_k = 0 = u_{vb_k}$. 根据定义 1,联盟 Gl_s 不存在能提升其效用的有效串谋策略.

在上述两种情况下,失败者 vb_s 始终为失败者且无需支付任何费用,其效用保持 0 不变.

3) 低报价. 当虚拟投标人 vb_{k+l} 加入联盟 Gl_s ,且联盟 Gl_s 中成员 vb_k 以报价 b_{vb_k} 成为第 k 高报价者时,无论 vb_{k+l} 采取何种低报价策略, vb_k 始终拥有支付额确定权,因此 vb_k 的效用 $uGl_s vb_k = 0 = u_{vb_k}$, vb_{k+l} 的效用 $uGl_s vb_{k+l} = 0 = u_{vb_{k+l}}$,赢者 vb_j 的效用 $u'_{vb_j} = b_{vb_j} - pt^* = u_{vb_j}$,CPM4DA 机制的效用 $R'_m = \sum_{vb_i \in W} pt^* x_{vb_i} = R_m$.

失败者 vb_s 始终为失败者且无需支付任何费用,效用为 0.

示例 4 在示例 2 和示例 3 中,赢者虚拟投标人的报价集合为 $\{80, 60, 50, 30\}$,基础支付额 $pt^* = 19.487$,其效用分别为 60.513、40.513、30.513 和 10.513,机制效用为 77.948. 若报价为 $\{20\}$ 和 $\{-10\}$ 的虚拟投标人相互串谋,将报价为 $\{-10\}$ 的虚拟投标人的报价提高至 10,以确保报价为 $\{20\}$ 的虚拟投标人成为赢者. CPM4DA 机制可确保赢者的支付额以概率 $Pr_w = \left(1 - \frac{2}{5} \log_9 \frac{20}{5}\right) = 0.63$ (假设 $c=9$) 维持在 19.487,原有赢者的效用仍保持为 60.513、40.513、30.513 和 10.513. 报价为 $\{20\}$ 的虚拟投标人成为赢者后,获得效用 0.513,CPM4DA 机制的效用从 77.948 提升至 97.435. 由于其他主体的效用未降低,此种情况不属于串谋策略.

算法 2 用于确定赢者,但算法 2 的输入 $B = \langle Bb, Bs \rangle$ 与算法 1 不同. 算法 1 处理无串谋场景下的报价,而算法 2 考虑了买卖双方存在串谋的情况. 在算法 2 中,第 4 行确定用户和卖方序列中的赢者索引;第 5-7 行选取前 $k-1$ 名买方和卖方作为赢者;第 8 行返回赢者集合.

算法 3 用于计算支付额. 在算法 3 中,第 2-5 行通过调用算法 1,计算赢者虚拟投标人的最终支付额;第 6-9 行确定失败者虚拟投标人的支付额为 0;最后第 10 行输出赢者与失败者的支付额.

算法 2 赢者决定和分配

输入: 竞价集合 $B = \langle Bb, Bs \rangle$
 输出: 赢者集合 W
 1: $W \leftarrow \emptyset, k \leftarrow 0$
 2: 把买家报价 Bb 按非递增排序
 3: 把卖家报价 Bs 按非递减排序
 4: $k \leftarrow \text{Basic_Payment_Confirmation}(B)$
 5: for $j \leftarrow 0$ to $k-2$ do
 6: $W \leftarrow W \cup \{bb_j, bs_j\}$
 7: end for
 8: return W .

算法 3 支付规则

输入: 竞价集合 $B = \langle Bb, Bs \rangle$, 赢者集合 W
 输出: 支付集合 P
 1: $P \leftarrow 0$
 2: for $i \in W$ do
 3: $p_i \leftarrow \text{Basic_Payment_Confirmation}(B)$
 4: $P \leftarrow P \cup \{p_i\}$
 5: end for
 6: for $j \in H \setminus W$ do
 7: $p_j \leftarrow 0$
 8: $P \leftarrow P \cup \{p_j\}$
 9: end for
 10: return P .

5 CPM4DA 的博弈属性分析

定理 2 对于规模为 γ 的联盟, CPM4DA 机制以概率 $Pr = 1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b}{\varepsilon} \right)$ 实现防串谋。

证明 由引理 1 可知, CPM4DA 机制对规模为 γ 的赢者虚拟投标人联盟的防串谋概率为 $Pr_w = 1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b_{vb_{k-1}}}{\varepsilon} \right)$ 。同理, 由引理 2 可得, CPM4DA 机制对规模为 γ 的失败者虚拟投标人联盟的防串谋概率为 $Pr_w = 1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b_{vb_k}}{\varepsilon} \right)$ 。因此, 对于规模为 γ 的联盟, CPM4DA 机制以概率 $Pr = 1 - \frac{\gamma}{k} \log_c \left(\frac{b}{\varepsilon} \right)$ 实现防串谋。

比较分析 THEMIS-II 机制^[7]从符合要求的投标人中随机选取赢者的随机化方式, 仅能定性削弱参与者串谋的可能, 无法给出量化的防串谋概率边界, 而从定理 2 的证明推导可得 CPM4DA 机制防串谋概率的解析表达式, 实现了防串谋效果的定量可控。

定理 3 CPM4DA 机制是激励相容的。

证明 基于参与者类型, CPM4DA 机制的激励相容性分析涉及三类不同参与者: 买方、卖方和虚拟投标人。

1) 买方的策略性报价分为高报报价和低报报价。

高报报价: 当买 $i \in N$ 为赢者时, 其支付额为 $p_i = g_u^c(b_{vb_k}) + bs_k = pt^* + bs_k$ 。买方 i 因报价满足 $bb_i : vb_i \geq bb_i \geq bb_k$, 而中标, 其效用 $ub_i = vb_i - p_i \geq vb_i - bb_k \geq 0$ 。若 i 高报报价仍中标, 效用保持不变, 即 $u_i'b = vb_i - p_i = ub_i$ 。当 i 为失败者时效用 $ub_i = 0$, 若高报报价仍未中标, 效用仍为 $u_i'b = 0 = ub_i$ 。当买方 i 因报价满足 $bb_i : bb_i \leq vb_i \leq bb_k$ 而失败时, 若高报报价中标, 其效用 $u_i'b = vb_i - (g_u^c(b_{vb_k}) + bs_k) \leq vb_i - b_{vb_k} - bs_k = vb_i - bb_k \leq 0 = ub_i$ 。因此, 买方 i 无法通过高报报价提高自身效用。

低报报价: 当买方 i 为赢者时, 其效用 $ub_i = vb_i - p_i \geq 0$ 。若 i 低报报价仍中标, 效用保持不变, 即 $u_i'b = vb_i - p_i = ub_i$ 。当 i 为失败者时, 若低报报价仍未中标, 效用仍为 $u_i'b = 0 = ub_i$ 。同理, 当买方 i 为赢者但低报报价导致失败时, 其效用 $u_i'b = 0 \leq ub_i$ 。因此, 买方 i 无法通过低报报价提高自身效用。

2) 卖方的策略性报价分为高报报价和低报报价。

高报报价: 当卖方 $j \in M$ 为赢者时, 其支付额为 $p_j = bb_k - g_u^c(b_{vb_k}) = bb_k - pt^*$ 。卖方 j 因报价满足 $bs_j : bs_j \leq vs_j \leq bs_k$ 而中标, 其效用为 $us_j = p_j - vs_j \geq bs_k - vs_j \geq 0$ 。若 j 高报报价仍中标, 效用保持不变, 即 $u_j's = p_j - vs_j = us_j$ 。当 j 为失败者时, 若高报报价仍未中标, 效用仍为 $u_j's = 0 = us_j$ 。

低报报价: 当卖方 j 为赢者时, 其效用 $us_j = p_j - vs_j \geq 0$ 。若 j 低报报价仍中标, 效用保持不变, 即 $u_j's = vs_j - p_j = us_j$ 。当 j 为失败者时, 若低报报价仍未中标, 效用仍为 $u_j's = 0 = us_j$ 。当卖方 j 因报价满足 $bs_j : vs_j \geq bs_j \geq bs_k$ 而失败时, 若低报报价中标, 其效用为 $u_j's = bb_k - g_u^c(b_{vb_k}) - vs_j \leq bs_k - vs_j \leq 0 = us_j$ 。因此, 卖方 j 无法通过低报

报价提高自身效用.

3) 虚拟投标人的策略性投标分为高报报价和低报报价.

高报报价:当虚拟投标人 $vb_l \in VB$ 为赢者时,其支付额为 $p_{vb_l} = g_u^c(b_{vb_k}) = pt^* \leq b_{vb_k}$. 虚拟投标人 vb_l 因虚拟报价满足 $b_{vb_l}; b_{vb_l} \geq b_{vb_k}$ 而中标,其效用为 $u_{vb_l} = v_{vb_l} - g_u^c(b_{vb_k}) \geq vb_l - b_{vb_k} \geq 0$. 若 vb_l 高报投标仍中标,效用保持不变,即 $u'_{vb_l} = vb_l - pt^* = u_{vb_l}$. 当虚拟投标人 vb_l 因虚拟报价满足 $b_{vb_l}; b_{vb_l} \leq v_{vb_l} \leq b_{vb_k}$ 而失败时,若高报报价中标,其效用为 $u'_{vb_l} = v_{vb_l} - g_u^c(b_{vb_k}) \leq v_{vb_l} - b_{vb_k} \leq 0 = u_{vb_l}$. 因此,虚拟报价人 vb_l 无法通过高报投标提高自身效用.

低报报价:当虚拟投标人 vb_l 为赢者时,其效用 $u_{vb_l} = v_{vb_l} - g_u^c(b_{vb_k}) \geq 0$. 若 vb_l 低报报价仍中标,效用保持不变,即 $u'_{vb_l} = vb_l - g_u^c(b_{vb_k}) = u_{vb_l}$. 当虚拟投标人 vb_l 为失败者时,若低报投标仍未中标,效用仍为 $u'_{vb_l} = 0 = u_{vb_l}$. 当 vb_l 为赢者但低报报价导致失败时,其效用 $u'_{vb_l} = 0 \leq vb_l$. 因此,虚拟投标人 vb_l 无法通过低报报价获得额外效用.

比较分析 THEMIS-II 机制^[7]采用随机选取赢者策略,且赢者未必是报价最高者,易出现高价值投标者未获得资源的不合理结果,难以稳定满足激励相容. 而 CPM4DA 机制通过定理 2 证明了其激励相容的属性,同时避免了支付差异 THEMIS-II 机制随机选赢者的缺陷,兼顾了参与者行为的真实性与结果的合理性.

定理 4 CPM4DA 机制是个体理性的.

证明 CPM4DA 机制的个体理性分析涉及三类不同参与者:买方、卖方和虚拟投标人,下文将分别针对这三种情况展开讨论.

1) 对于买方 $i \in N$,若其中标,支付额为 $p_i = g_u^c(b_{vb_k}) + bs_k = pt^* + bs_k$,其中 $pt^* \leq b_{vb_k} = bb_k - bs_k$. 买方 i 因报价满足 $bb_i; vb_i \geq bb_i \geq bb_k$ 而中标,其效用为 $ub_i = vb_i - p_i \geq vb_i - bb_k \geq 0$. 若买方 i 未中标,则无需支付任何费用,效用为 $ub_i = 0$.

2) 对于卖方 $j \in M$,若其中标,支付额为 $p_j = bb_k - g_u^c(b_{vb_k}) = bb_k - pt^*$,其中 $pt^* \leq b_{vb_k} = bb_k - bs_k$. 卖方 j 因报价满足 $bs_j; bs_j \leq vs_j \leq bs_k$ 而中标,其效用为 $us_j = p_j - vs_j \geq bs_k - vs_j \geq 0$. 若卖方 j 未中标,则无需支付任何费用,效用 $us_j = 0$.

3) 虚拟投标人

结合前文对买方和卖方的分析,对于虚拟投标人 $vb_l \in VB$,若其中标,其效用为 $u_{vb_l} = ub_l + us_l \geq 0$;若未中标,其效用 $u_{vb_l} = 0$.

定理 5 CPM4DA 机制是弱预算平衡的.

证明 CPM4DA 机制的效用计算公式为 $\sum_{vb_l \in W} pt^* x_{vb_l} = (k-1)pt^*$,其中 $pt^* = g_u^c(b_{vb_k}) > 0$. 由于 $pt^* > 0$, $k \geq 1$,因此 $\sum_{vb_l \in W} pt^* x_{vb_l} \geq 0$.

6 仿真实验与分析

为评估 CPM4DA 机制在不同场景下的性能,选取频谱资源分配作为应用领域. 为确保仿真结果的稳健性,引入了支付变异系数和分配效率比这两个指标,分别用于衡量交易价格的公平性和资源分配的有效性. 同时,将所提机制与 THEMIS-II 和 VERRITAS 机制进行性能. 为便于实验分析,对参与者的报价进行归一化处理,假设其服从 $[0, 1]$ 区间上的均匀分布. 实验参数详情如表 2 所示.

支付变异系数:衡量参与者支付额变异程度的指标. 计算方式为支付额标准差与平均支付额的比值. 支付变异系数值越小,说明支付分配越公平.

分配效率比:衡量机制资源分配有效性的指标. 计算方式为特定信道的赢者报价与该信道最高报价的比值. 分配效率比值越高,说明信道分配效率越高.

表 2 实验参数

Table 2 Experimental parameters		
参数	描述	取值
b	参与者报价	$[0, 1]$
n	买方数量	400
m	卖方数量	500
vb	虚拟投标人数量	400
u	一致性估计函数参数	0.44

CPM4DA 机制要求虚拟投标人数量与买方数量成比例. 由图 1 可知,随着虚拟投标人数量的增加,CPM4DA 与 THEMIS-II 机制的 PCV 值均收敛于 0. 这是因为 CPM4DA 机制的支付规则要求所有中标买方和卖方需支付相同金额,THEMIS-II 机制同样要求赢者支付统一金额. 而 VERRITAS 机制为保证投标真实性,要求赢者支付关键相邻投标人的报价,导致支付额差异显著.

图 2 对比了不同机制的分配效率. THEMIS-II 与 VERRITAS 机制性能相似. 这是因为 THEMIS-II 的防串谋策略是从所有合格虚拟投标人中随机选取赢者,导致信道赢者未必是虚拟报价最高者;VERRITAS 机制采用贪心分配策略以避免虚拟投标人间的相互干扰,但这会影响其性能. 相比之下,CPM4DA 机制的分配策略确保每个信道都分配给报价最高的虚拟投标人,因此获得了最高的值,提升了分配效率.

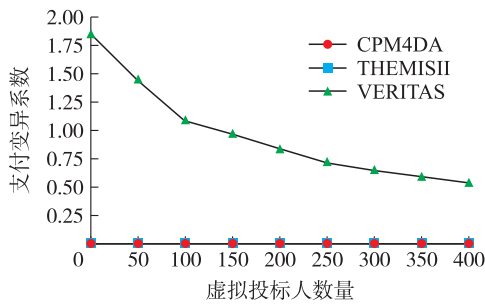


图 1 支付变异系数对比

Fig. 1 Comparison of coefficient of variation in payment

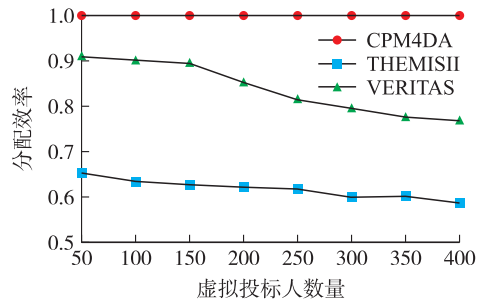


图 2 分配效率对比

Fig. 2 Comparison of allocation efficiency

为评估 CPM4DA 的防串谋性能,生成 100 组随机买方和卖方,其报价均服从 $[0, 1]$ 区间上的均匀分布. 图 3 是固定参数 $c=3$,串谋联盟规模从 5 人扩大至 50 人时,联盟成员通过 CPM4DA 机制中的串谋投标策略可获得的额外期望效用,该变化趋势说明 CPM4DA 能有效降低参与者的串谋动机,增强其防串谋能力. 与图 3 的仿真实验相似,图 4 设定成功抵御串谋的概率为定值 0.8,在参数 c 的不同取值下,串谋联盟的额外期望效用随联盟规模从 5 增至 50 的变化趋势. 因为成功抵御串谋的概率更高,在参数 c 的不同设定下,联盟获得的额外效用均低于无串谋情形下的基准水平,进一步说明了 CPM4DA 机制在减少参与方串谋动机方面的有效性.

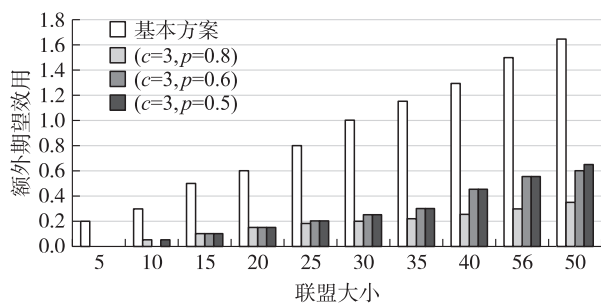


图 3 不同概率下串谋联盟的额外期望效用

Fig. 3 Additional expected utility collusive alliances under different

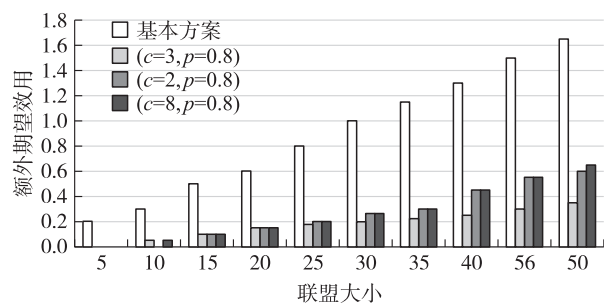


图 4 不同概率下串谋联盟的额外期望效用

Fig. 4 Additional expected utility collusive alliances under different

7 结论

针对现有双边拍卖机制在抑制参与者串谋方面存在的问题,本文提出了一种改进的拍卖机制. 该机制将支付与一致性估计相结合,通过降低串谋动机,提升拍卖过程的公正性和效率. 首先,本文给出了串谋策略的定义为设计防串谋拍卖机制奠定了基础. 其次,提出 CPM4DA 机制以抵御双边市场中参与者的串谋行为,通过一致性估计降低参与者的串谋概率. 最后,通过理论分析和仿真实验验证了 CPM4DA 的有效性和可行性. 实验结果表明,与 THEMIS-II 和 VERRITAS 机制相比,CPM4DA 在支付变异系数和分配效率比方面表现出色,能有效促进双边拍卖市场的公平交易,显著抑制参与者的串谋动机,为市场营造公平竞争环境,进而提升市场整体的公正性和稳定性. 本研究为双边拍卖中的防串谋机制设计提供了有益见解,但仍存在一些局限性:一方面,我们的防串谋机制设计基于物品同质性假设,未考虑异质性物品可能导

致的匹配结果波动性,未来需将研究扩展至包含物品异质性的动态分配环境中的防串谋机制设计;另一方面,本研究未涉及组合双边拍卖中多物品、多单位需求场景的复杂性,这也是未来的重要研究方向。

[参考文献]

- [1] 刘晓君,王刚. 基于改进迭代拍卖法的分布式能源交易优化策略[J]. 分布式能源,2025,10(04):35-43.
- [2] 邓莉荣,冯然,李振坤,等. 满足激励相容的综合能源微网群组合双向拍卖机制[J]. 电网技术,2026,50(1):178-187.
- [3] Ehrlich J, Moll M, Pickl S. A generalized trade reduction mechanism[J]. Central European Journal of Operations Research, 2025,33(2):429-448.
- [4] 谢忠华,许继和,范琨,等. 新型电力市场串谋行为的多维识别与监管治理——基于信度熵改进证据融合模型的分析[J]. 价格理论与实践,2025(10):161-168.
- [5] 陈科,邵翔,王梦莹,等. 基于干扰约束的两阶段频谱拍卖方法[J]. 物联网学报,2025,9(03):83-92.
- [6] Xiao M, Jin W, Li M, et al. Collusion-resistant worker recruitment in crowd-sourcing systems[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2021,22(1):129-144.
- [7] Wang Q, Sun Q, Ren K, et al. Themis: Collusion-resistant and fair pricing spectrum auction under dynamic supply[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2016,16(7):2051-2064.
- [8] Naveen K P, Sundaresan R. Double-auction mechanisms for resource trading markets[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2021,29(3):1210-1223.
- [9] Ma L, Wang X, Wang X, et al. Tcda: truthful combinatorial double auctions for mobile edge computing in industrial internet of things[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2021,21(11):4125-4138.
- [10] Balseiro S R, Mirrokni V, Leme R P, et al. Dynamic double auctions: toward first best[J]. Operations Research, 2022,70(4):2299-2317.
- [11] Chen Q, Wang X, Yang C, et al. Reverse double auction mechanism: an efficient algorithm for e-commerce platform operations[J]. Electronic Commerce Research and Applications, 2024:1-13.
- [12] 张亮,王贵峰,徐嘉. 5G-A 移动网络通信技术的应用与发展[J]. 通信管理与技术,2025(05):43-46.
- [13] Li W, Cheng X, Tian Z, et al. Truthful auction analysis and design in multi-unit heterogenous spectrum markets with reserve prices[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2020,7(1):157-170.
- [14] Zhao F, Tang Q. A KNN learning algorithm for collusion-resistant spectrum auction in small cell networks[J]. IEEE Access, 2018:45796-45803.
- [15] 王丽丽,马亮. 众包触发、运行与评估机制的系统性研究综述[J]. 昆明理工大学学报(自然科学版),2025,50(6):1-15.
- [16] Xiao M, Jin W, Li M, et al. Collusion-resistant worker recruitment in crowdsourcing systems[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2021,22(1):129-144.
- [17] Zhou J, Jin X, Yu L, et al. Truthtrust: Truth inference-based trust management mechanism on a crowd-sourcing platform[J]. Sensors, 2021,21(8):1-17.
- [18] Xie L, Luan T H, Su Z, et al. A game-theoretical approach for secure crowd sourcing-based indoor navigation system with reputation mechanism[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021,9(7):5524-5536.
- [19] Shi J, Liu C, Liu J. Hypergraph-based model for modelling multi-agent q-learning dynamics in public goods games[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2024,11(6):1-17.
- [20] Bonjour T, Aggarwal V, Bhargava B. Information theoretic approach to detect collusion in multi-agent games[J]. Uncertainty in Artificial Intelligence, 2022:223-232(2022).
- [21] Chen C, Wang G, Liu B, et al. Real-time bidding with multi-agent reinforcement learning in multi-channel display advertising[J]. Neural Computing and Applications, 2025,37(1):499-511.
- [22] Wang J, Hong Y, Wang J, et al. Cooperative and competitive multi-agent systems: From optimization to games[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022,9(5):763-783.

[责任编辑:陆炳新]