

doi:10.3963/j.issn.1001-487X.2021.02.027

地铁列车进出站振动实测与分析*

黄俊^{1,2}, 杨江^{1,2}, 范涛^{1,2}, 罗松^{1,2}, 陈玉秀^{1,2}

(1. 湖北省地震局 地震预警湖北省重点实验室, 武汉 430071;

2. 武汉地震科学仪器研究院有限公司, 武汉 430071)

摘要: 为了研究列车进出站的环境振动特征,验证理论研究结果,利用实测的地铁进、出站振动数据,并结合列车进、出站的加速度变化模型,在时域上统计列车振动波形的峰值、幅值变化和持续时间特征,在频域上分析列车振动波形的频率分布和加速度振级特征。结果表明:列车出站振动峰值有大于进站振动峰值的趋势;轨道减振措施使竖向高频振动分量受到衰减,而水平方向的高频分量保留,从而导致列车运行速度较低时竖向与水平向振动峰值相近;不同测点的加速度振级在多个频点出现差异,但对同一个位置的振动来说,监测到的进站和出站的加速度振级曲线十分相似;经对比,实测分析结果与理论研究成果相符。

关键词: 地铁列车进出站振动; 频谱分析; 加速度振级; 现场振动实测

中图分类号: U459.3; TU435 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-487X(2021)02-0184-08

Measurement and Analysis of Inbound and Outbound Vibrations of Metro Train

HUANG Jun^{1,2}, YANG Jiang^{1,2}, FAN Tao^{1,2}, LUO Song^{1,2}, CHEN Yu-xiu^{1,2}

(1. Hubei Province Key Laboratory of Earthquake Early Warning, Hubei Earthquake Agency, Wuhan 430071, China; 2. Wuhan Institute of Seismologic Instrument, Wuhan 430071, China)

Abstract: In order to study the environmental characteristics and verify the theoretical research results on the inbound and outbound vibrations of a metro train, an acceleration variation model was built based on the measured vibration data. In time domain, the peak ground accelerations, acceleration amplitude variation and the duration of the vibration were analyzed. In addition, the frequency distribution of train vibration energy and the characteristics of acceleration vibration level were analyzed in frequency domain. The results show that the outbound vibration peak of the train tends to be larger than the inbound vibration peak. Besides, the track vibration mitigation measures have attenuated the high frequency contents of the vertical vibration component, while the horizontal high frequency component is retained, so that the vertical and horizontal vibration peaks are close to each other when the train is running at a low speed. Furthermore, the acceleration vibration levels of different measuring points are different at varying frequencies. However, the acceleration level curves of the inbound and outbound vibrations are very similar for the same measurement location. After comparison, analysis results based on the measured data are consistent with those of theoretical research.

Key words: inbound and outbound vibration; spectral analysis; acceleration levels; in-situ vibration measurement

地铁进、出站作为一种持续时间相对较长的变速运动,轨道、道床、隧道和周围土层都受到其变化的制动力或牵引力作用的影响,其激发的振动相比于列车匀速运动产生的振动更加复杂。研究表明,

当移动的速度相同时,变速移动荷载作用下的轨道结构响应比匀速移动的荷载的响应要大^[1]。考虑到我国的城市轨道交通站台间距较小,列车在约30%的线路是处于变加速运动的,因此对列车频繁

的加速和减速运动引起的环境振动影响进行研究非常重要^[2]。目前国内外学者的相关研究主要集中在列车紧急变速状态下的短瞬态响应,对列车进、出站这种持续时间相对较长的变速运动研究成果较少^[3]。地铁振动的主要研究方法有理论分析、计算机数值模拟和现场实测3种,其中,基于现场测试数据和分析得到的结论能为其它两种研究方法提供数据支持和理论模型验证^[4]。李克飞推导出轨道在变速移动荷载作用下的结构响应的频域解析解^[1],结果表明:在列车初速度不变的情况下,随着列车速度的增大,钢轨振动加速度响应和频谱谱值略有增大,但频谱的分布基本不变。张谦等建立列车加、减速段激励模型进行分析^[3,5],计算发现出站引起的振动比进站更大,列车越靠近车站,轴向振动越大,且受到参数变化的影响也越明显;列车进站时制动初速度大时,当制动时间一定时,制动初速度越大,竖向振动加速度在进站阶段Ⅱ增幅越明显。陈文化等基于波动原理,通过数值模拟得到列车进、出站时地表振动的频谱特性^[6],发现进、出站引起的地表低频振动更明显,地表的竖向振动响应随列车出站启动最大加速度和进站制动初速度的增大而增大。Degrande 等对伦敦地铁列车以 20~50 km/h 的速度通过时,轴箱、轨道、隧道、地面自由场地以及地面建筑物的振动反应进行了分析^[7],发现列车轴箱、轨道和隧道上的振动随列车速度的增加而增加。

目前列车进、出站引起的振动特征分析研究主要以理论分析和计算机数值模拟方法为主,基于现场实测数据的分析结论较少,因此对地铁的进、出站状态进行振动实测和分析具有重要的意义。基于此,在前人理论分析和数值模拟研究成果的基础上,设计测试方案并在武汉某地铁站台实测列车进、出站的横向(水平垂直于列车运行方向)、轴向(列车运行方向)和竖向振动(垂直于地面方向),分析和归纳3个方向的振动在时域和频域的特征,并与理论研究成果进行比较验证。

1 测试概况

1.1 测点布置

测试地点选择在武汉某地铁终点站的站台员工

休息室内的地面上,与在地面测试相比,减少了路面车辆运行的干扰,背景振动噪声更小。测点两边是上行和下行的地铁列车轨道,如图1所示,共布设2个测点,测点在列车进、出站轨道的中间,平行于列车轨道布置。两测点相距30 m。测点到两边轨道的距离均为6 m,以保证列车进站和出站振动到达测点的衰减程度相同。每个测点各布设一台3分向强震动加速度仪,测试横向、轴向和竖向的振动信号。

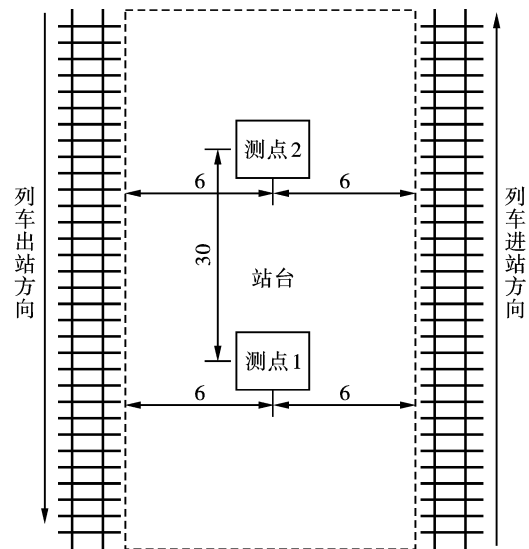


图1 测点布置图(单位:m)

Fig. 1 Locations of Measurement points (unit:m)

1.2 测试仪器和测试内容

试验仪器采用美国凯尼公司研制生产的 ET-NA2 型强震动加速度仪,可同时监测和记录列车横向、轴向和竖向3个方向的加速度振动。该仪器传感器采集器一体化设计,动态范围可达到 155 dB,测量带宽 DC-250 Hz,仪器在试验前都进行了系统标定并用 GPS 对时。

本次测试多次记录到地铁列车进站方向和出站方向的振动数据。为了便于以后分析,同时记录了列车进、出站时间并标注振动记录的类型。

2 列车进出站变速过程介绍

地铁进、出站的过程相比与列车均匀行驶时有很大不同,张谦根据列车进、出站的加速度变化特征将这2个过程建立理论模型进行分析^[8]。当地铁列车出站时,主要受牵引力和阻力合力产生的轴向力作用,可将列车轴向加速度 $a(a \geq 0)$ 的变化状态分为3个阶段,如图2(a)所示,即出站阶段Ⅰ($0 \leq t \leq t_1$):加速度线性增加;出站阶段Ⅱ($t_1 \leq t \leq t_2$):加速度平稳;出站阶段Ⅲ($t_2 \leq t \leq t_3$):加速度线性减小。

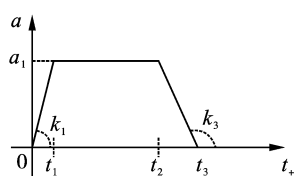
收稿日期:2021-02-14

作者简介:黄俊(1986-),男,工程师、硕士,主要从事重大工程环境振动、地震动监测预警和减灾研究,(E-mail) huangjun139@163.com。

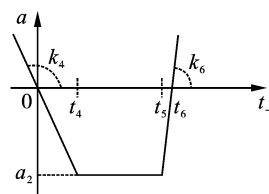
通讯作者:杨江(1980-),男,高级工程师、硕士,主要从事重大工程环境振动、地震动监测预警和减灾研究,(E-mail) meblor@whsii.com。

基金项目:湖北省自然科学基金(ZRMS2018000529);国家重点研发计划(2017YFC1500802);国家重点研发计划(2017YFC1500804);中国地震局基本科研业务费专项(IS201856291)

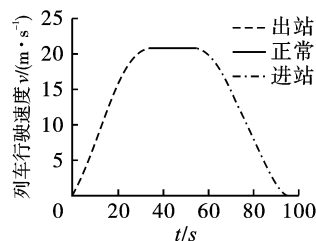
类似地,当地铁列车进站时,减速运行,列车主要受制动力和阻力的合力产生的轴向力作用,将列车减速时的制动加速度 $a(a \leq 0)$ 的变化状态分成3个阶段,如图2(b)所示,即进站阶段 I ($0 \leq t \leq t_4$):制动加速度线性增加;进站阶段 II ($t_4 \leq t \leq t_5$):制动加速度平稳;进站阶段 III ($t_5 \leq t \leq t_6$):制动加速度线性减小。



(a) 列车出站加速度变化模型
(a) Acceleration mode while a metro train leaving a station



(b) 列车进站加速度变化模型
(b) Speed mode while a metro train arriving at a station



(c) 列车进、出站运行速度变化模型
(c) Speed mode while a metro train arriving at or leaving a station

图2 地铁列车进、出站时的加速度和速度变化模型

Fig. 2 Train acceleration and speed model while the train metro arriving at and leaving station

3 振动数据的时域分析

3.1 振动波形的预处理

振动波形的预处理主要包括数据的分类、时间校正以及振动波形的绘制。在原始数据中挑选2个测点都能记录到完整列车振动波形的数据,并根据列车进出站时间表确定振动类型,经数据分类后共获得2个测点各79组列车进站振动记录和79组出站振动记录。由于2个测点的位置不同,触发波形的起始时间会有不同,为了方便在同一个时间段内对2个测点振动波形的时域对比分析,需要先对2个振动波形在时间域内进行互相关计算来确定二者的时间差。相关系数 ρ_{xy} 用于计算2个波形在不同时间段的相关程度,相关系数最大的时间段的时间偏差,即可用于校正2个振动波形的初始时间。相关系数的定义如下

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sqrt{D(x)D(y)}} \quad (1)$$

式中: $\text{cov}(x,y)$ 为 x,y 两个振动波形的协方差; $D(x)$ 和 $D(y)$ 分别为 x,y 两个振动波形的方差。分别对地铁进、出站2个测点横向、轴向和竖向的振动波形计算时间偏差,采用3分向相关系数最大的时间偏差进行时间校正。时间校正后的进、出站振动波形曲线如图3所示。

3.2 列车进出站振动波形的时域特征

列车进、出站振动加速度峰值分段统计结果如下表1所示,对比图3中2个测点的振动波形曲线可以

发现,列车进、出站过程中,运行速度随时间的变化模型如下图2(c)所示,列车出站时,运行速度变加速至匀速驶出车站。列车进站时,进站初速度变减速直到列车停止。从速度变化模型可以看出,本次测试中列车进、出站时通过测点1时的运行速度都大于测点2。

发现,列车进、出站振动波形具有以下3个特征:

(1) 振动峰值特征:列车进站产生的振动峰值大多在 20 cm/s^2 以内,出站产生的振动峰值大多数集中在 $10 \sim 30 \text{ cm/s}^2$ 范围内, 30 cm/s^2 以上有少量分布。从表1的统计结果来看,列车出站产生的振动峰值有比进站振动峰值大的趋势。

(2) 振动幅值变化特征:对照列车进、出站加速度变化模型,列车进站和出站的振动幅值变化也可分为3个阶段,如图3(a)~(d)所示。列车刚进站的波形振幅明显(进站阶段 I),然后缓慢增加至最大峰值(进站阶段 II),达到最大峰值后逐渐减小(进站阶段 III)。列车刚出站时振动很小(出站阶段 I),然后逐渐增加到峰值(出站阶段 II),最后逐渐减小(出站阶段 III)。

(3) 振动持续时间特征:列车进站阶段 I 的持续时间明显长于列车出站阶段 I,且进站振动峰值出现的相对时间早于出站振动峰值,这与张谦等通过数值模拟计算得到的进、出站振动峰值到达时间顺序一致^[3]。

根据归纳的列车进、出站振动波形在时域的3个特征,可以很方便地通过振动波形识别出列车的进站和出站振动,开展后续的研究。

根据何卫等测试表明^[9],列车经过时,钢轨的竖向振动加速度最大,但本次测试中对比同一个测点竖向和水平向(横向和轴向)的振动加速度发现,列车进、出站振动的方向性并不显著。具体表现在列车通过时速度相对较高的测点1大部分记录竖向振动峰

值最大,但列车通过时速度相对较低的测点2的记录
竖向振动峰值与水平向峰值相近。下一步,通过对振

动波形进行频域分析来研究原因。见表1。

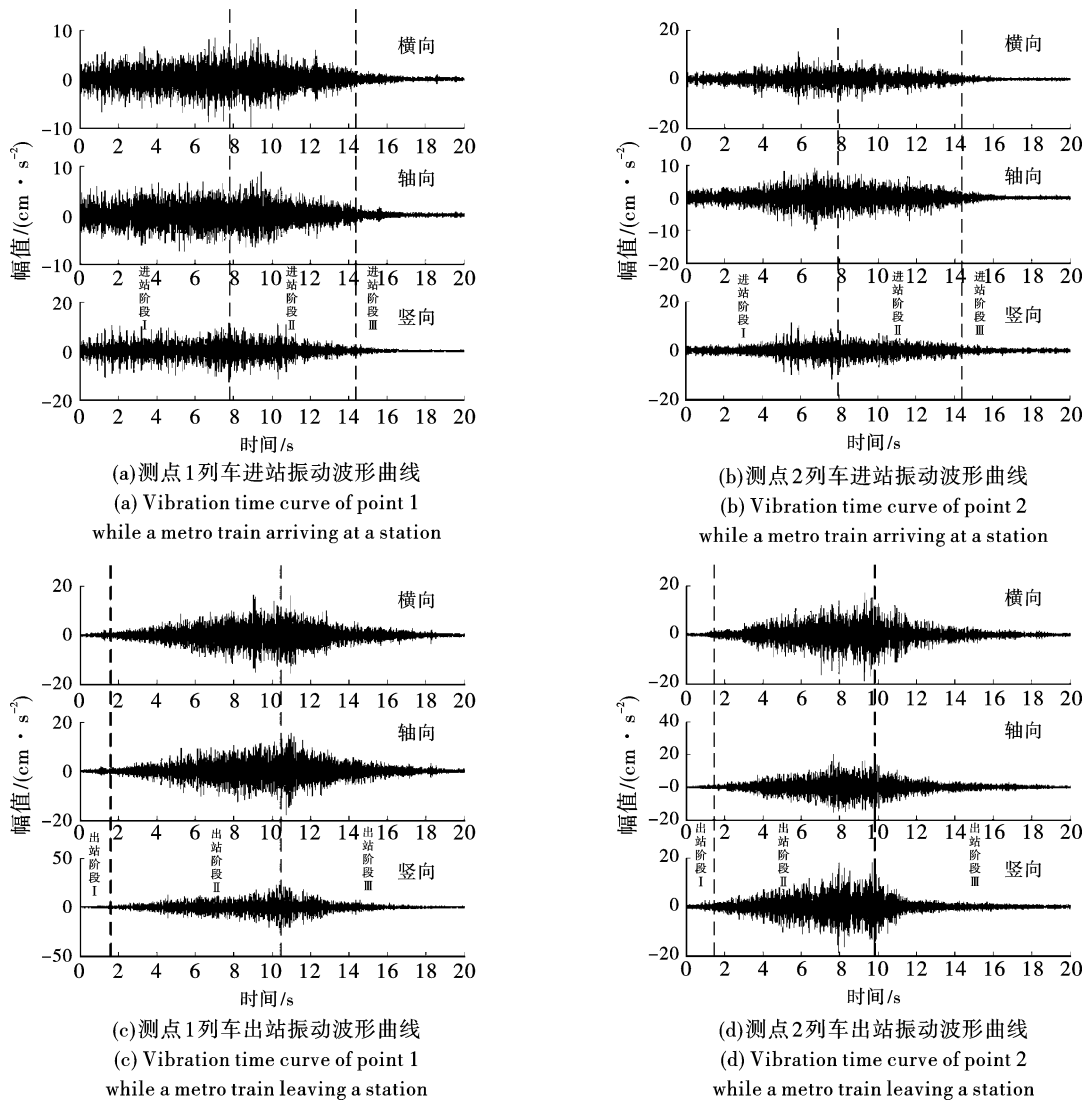


图3 列车进、出站时的振动波形曲线

Fig. 3 Vibration time curve while the metro train arriving at and leaving a station

表1 列车进、出站振动峰值统计表
Table 1 Vibration peak statistics while the metro train arriving at and leaving a station

振动类型	测点位置	振动加速度峰值分布/($\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$)			
		<10	10~20	20~30	>30
列车进站	测点1	43	36	0	0
	测点2	41	37	1	0
列车出站	测点1	0	50	24	5
	测点2	0	56	21	2

4 振动数据的频域分析

4.1 功率谱分析

功率谱能够反映的振动信号能量在频域内的分

布,常用于振动信号的频谱分析。为体现列车进出站振动信号的普遍特征,分别计算各测点进、出站振动记录的功率谱并进行归一化处理,然后对所有记录的归一化功率谱进行平均,得到地铁进、出站各测点振动信号归一化后的平均功率谱,如图4所示。

经分析后发现,列车进站时,测点1和测点2横向、轴向和竖向的功率谱在60~100 Hz都出现了明显的峰值分布,但测点1横向和轴向比竖向在150~200 Hz多出现了第二个卓越频率分布,测点2横向和轴向比竖向在100~150 Hz也多出现了第二个卓越频率分布。

从列车进出站三个振动方向的功率谱来看,导致本次测试竖向的振动峰值相对于横向和轴向振动峰

值不占有优势的原因是竖向振动相对横向和轴向振动缺少第二个高频分量。这主要是轨道的减振措施引起的,我国轨道交为减小对周边环境的振动影响,常采用隔震器进行竖向减振,且隔震器只对大于其自振频率 $\sqrt{2}$ 倍以上频带的振动才能发挥减振作用,频率越高减振效果越好^[10]。列车通过轨道时虽然以竖向振动为主,但竖向振动因轨道减振作用损失了高频分量,而横向和轴向振动则携带了列车经过轨道时产生

的高频分量,从而导致列车进、出站时处时速度相对较低的阶段时,振动的方向性并不显著。何卫等研究表明列车通过时速度越大,竖向振动加速度越大^[9],因此列车通过时速度较小的测点2,竖向振动方向上的优势会比测点1更弱,这与在时域分析中观测到的列车通过时速度相对较低的测点2的记录竖向振动峰值与水平向峰值相近的现象一致。

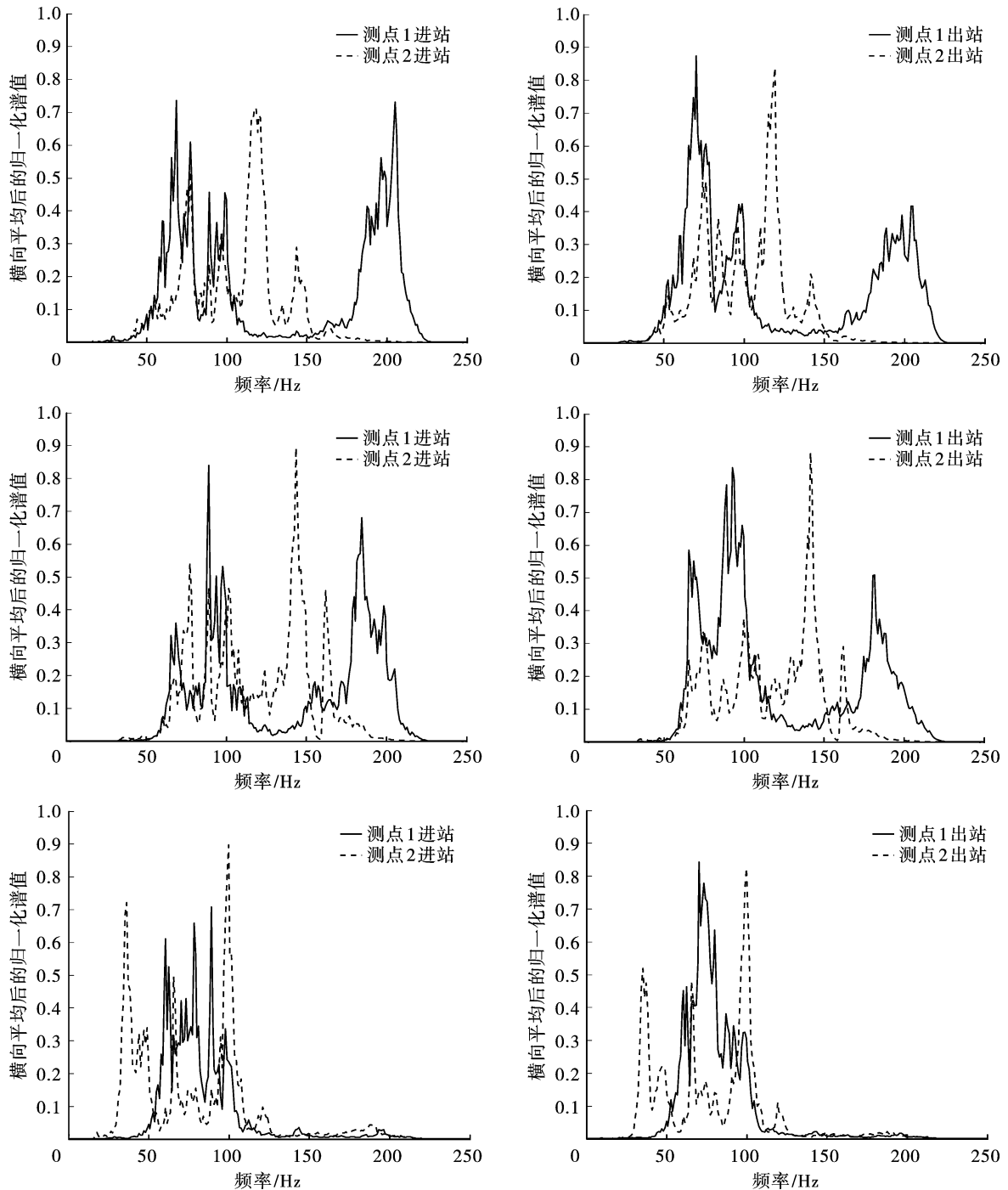


图4 列车进、出站振动归一化的平均功率谱

Fig. 4 Normalized power spectrum after averaging while the metro train arriving at or leaving a station

由列车进、出站运行速度变化模型可知,列车经过测点1的速度大于测点2,根据列车行驶过程中行驶速度与振动频率的关系,振动频率与列车行驶速度正相关,和几何不平顺曲线波长成负相关^[11]。测点1和测点2距离较近,假设几何不平顺曲线波长相同,则振动频率与列车行驶速度成正比,因此测点1的第二卓越频率比测点2更高。从竖向振动的功率谱分布图发现,测点2出现了测点1没有的35 Hz左右的显著的频率分量,这也是因为列车进站时经过测点2的速度低于测点1,在测点2激发了较低的频率振动,由于30~60 Hz的振动是列车簧下轮对质量对钢轨的回弹作用产生的^[11],因此频率分量以垂直方向为主。另外,对列车出站振动功率谱分析也发现了和进站振动相同的频域特性。

一般地铁行驶时引起的地面3分向振动主要集中在40~90 Hz频段^[4],本次测试在站台观测到列车进、出站3个方向在40~90 Hz也有显著分布,与地面的振动测试结果相同,但本次测试在横向和轴向观测到的100 Hz以上频段在地面测试却没有发现,这主要是因为横向和轴向振动在通过土层传播到地面的过程中,土层对100 Hz以上的高频振动分量产生了过滤和衰减作用^[12]。

4.2 加速度振级评估

在进行地铁运行引起的振动评估时,由于振动的频率范围较宽,除了在时域对振动进行分析外,还应该对振动数据在频域内进行评估。根据《城市区域环境振动标准》^[13](GB0071—88)要求,应采用振动加速度振级进行评价。加速度振级VAL定义如下

$$VAL = 20 \lg \frac{a_i}{a_0} \quad (2)$$

$$a_i = \sqrt{\frac{\int_0^T a^2(t) dt}{T}} \quad (3)$$

式中: a_i 第*i*个1/3倍频中心频率所在频段内的加速度有效值; T 为时长; a 为任一时刻的加速度值; a_0 为基准加速度值,取 10^{-6} m/s^2 。分别计算2个测点振动波形在地铁进、出时的横向、轴向和竖向的加速度振级,再将各测点的进、出加速度振级取平均值,得到的平均后的各测点加速度振级与1/3倍频中心频率的关系,如图5所示。

从图5中可以发现列车进、出站加速度振级的横向和轴向的主频都分布在63~200 Hz,竖向主频都分布在40~100 Hz。进站3个方向的加速度振级

分布在74~82 dB,出站3个方向的加速度振级分布在79~90 dB,且出站的3个方向的加速度振级峰值大于进站加速度振级峰值。同一个测点的地铁进站和出站的加速度振级曲线十分相似,但不同测点的加速度振动在一些频点仍有明显差异。对测点1和测点2的加速度振级进行比较发现,列车进站时,测点2横向和轴向的加速度振级在125 Hz比测点1分别大13.8和8.3 dB,在200 Hz比测点1分别小17.8和10.2 dB,竖向在40 Hz比测点1大16.3 dB,在80 Hz比测点1小5.9 dB;列车出站时,测点2横向和轴向的加速度振级在125 Hz比测点1分别大11.6和7.8 dB,在200 Hz比测点1分别小18.8和10.7 dB,竖向在40 Hz比测点1大12.5 dB,在80 Hz比测点小8.7 dB。这表明列车进或出站时,运行的加速度和速度变化会导致的不同测点位置的振动的频谱发生变化,这与陈文化等通过数值模拟得到的列车进、出站不同位置的加速度频谱分布不同的结论一致^[6]。同时也观测到对同一个振动位置来说,虽然出站的加速度振级峰值大于进站加速度振级峰值,但它们的加速度振级曲线十分相似。

5 结论

现场测试可以真实反映列车进、出站的振动规律,通过在地铁站台布置测点记录地铁进、出站的振动数据,分别从时域和频域对列车进、出站2种运行状态、3个阶段的加速度变化模型以及不同测点位置的振动特征进行了详细的分析,并将分析结果与前人理论分析和数值模拟得到的结论进行比较和验证。另外,对本次测试观测到的新现象也进行了分析和解释。研究工作主要表现在:

(1)通过列车进、出站振动数据时域分析和加速度峰值统计,发现列车出站产生的振动峰值有比进站振动峰值大的趋势,且进站振动峰值出现早于出站振动峰值;实测的列车进、出站振动波形可根据波形幅值变化各分为3个阶段;列车进站阶段I的持续时间明显长于列车出站阶段I,且进站振动峰值出现的相对时间早于出站振动峰值;当列车运行速度相对较低时,列车进、出站竖向振动峰值与水平向振动峰值相近;列车进出站时,运行的加速度和速度变化会导致的不同测点位置的振动的频谱发生变化。这都前人通过理论分析和数值模拟得到结论相符。

(2)归纳了列车进、出站振动波形在振动峰值、幅值变化和持续时间的3个特征,能够有效地根据

振动波形特征识别列车的振动类型。

(3)通过对振动数据进行功率谱分析,发现列车进出站的3方向振动在60~100 Hz都有显著分布,但在横向和轴向功率谱中都发现了竖直没有的100 Hz以上的高频分量,这主要是轨道减震措施主要是针对竖向高频振动,而对横向和轴向高频振动效果较弱导致的。由于土层对100 Hz以上的振动

有较大衰减作用,因此传导到地面的振动没有出现100 Hz以上的高频成分,这与地面观测到的列车振动频率分布一致。另外,列车进、出站竖向振动相比横向和水平向振动增加了35 Hz左右的频率分量,由于这个相对较低的频率振动主要是列车簧下轮对质量对钢轨的回弹作用产生的,故只在竖向分布明显。

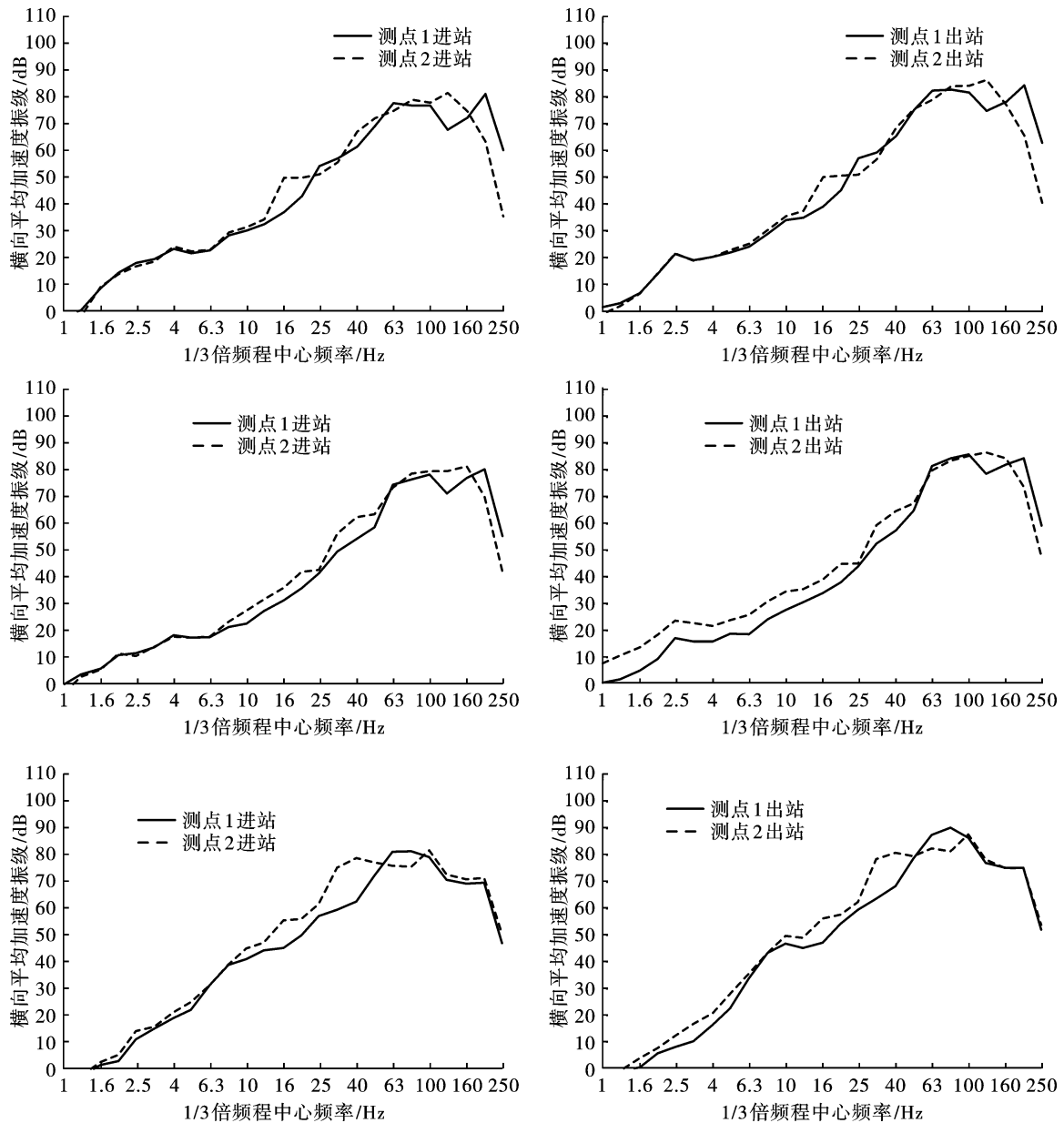


图5 列车进、出站的1/3倍频程加速度平均振级

Fig. 5 One-third octave average acceleration levels while the metro train arriving at or leaving a station

(4)将列车进、出站的各测点振动采用加速度振级进行评估时,发现出站的3个方向的加速度振级峰值大于进站加速度振级峰值。列车进、出站时,2个测点横向和轴向加速度振级都在125 Hz和

200 Hz,竖向加速度振级都在40 Hz和80 Hz出现了明显的差异,这表明列车进、出站时,运行的加速度和速度变化会导致的环境振动的频谱分布发生变化,但对同一个振动位置来说,虽然出站的加速度振

级峰值大于进站加速度振级峰值,但进站和出站振动的加速度振级曲线十分相似。

参考文献 (References)

- [1] 李克飞. 基于变速及曲线车耦合频域解析模型的地铁减振轨道动力特性研究[D]. 北京:北京交通大学, 2013.
- [1] LI Ke-fei. Study on the dynamic characteristics of metro vibration mitigation track based on the frequency-domain analytical model of coupled vehicle & track in variable-speed and curved sections [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013. (in Chinese)
- [2] 刘维宁,马蒙,刘卫丰,等. 我国城市轨道交通环境振动影响的研究现状[J]. 中国科学:技术科学, 2016, 46(6):547-559.
- [2] LIU Wei-ning, MA Meng, LIU Wei-feng, et al. Overview on current research of environmental vibration influence induced by urban mass transit in China[J]. Scientia Sinica: Technologica, 2016, 46(6):547-559. (in Chinese)
- [3] 张谦,陈文化. 地铁列车出、进站加、减速的轴向激励引起出平面振动[J]. 振动与冲击, 2016, 35(24):96-101, 127.
- [3] ZHANG Qian, CHEN Wen-hua. Out-of-plane vibration induced by axial excitation while a metro train arriving at or leaving a station [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(24):96-101, 127. (in Chinese)
- [4] 楼梦麟,贾旭鹏,俞洁勤. 地铁运行引起的地面振动实测及传播规律分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2009, 29(3):282-288.
- [4] LOU Meng-lin, JIA Xu-peng, YU Jie-qin. Field measurement and analysis of ground vibration Induced by metro trains [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2009, 29(3):282-288. (in Chinese)
- [5] 张谦,陈文化. 地铁列车进站引起场地柱面纵向振动[J]. 振动工程学报, 2017, 30(3):442-448.
- [5] ZHANG Qian, CHEN Wen-hua. Cylindrical longitudinal vibration while metro train arriving at station [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(3):442-448. (in Chinese)
- [6] 陈文化,张谦. 地铁列车进出站时土层空间振动特性分析[J]. 岩土力学, 2019, 40(9):3656-3661, 3669.
- [6] CHEN Wen-hua, ZHANG Qian. Space vibration of subsoil during metro train arriving at or leaving station [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(9):3656-3661, 3669. (in Chinese)
- [7] DEGRANDE G, SCHEVENELS M, CHATTERJEE P, et al. Vibrations due to a test train at variable speeds in a deep bored tunnel embedded in London clay [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293(3-5):626-644.
- [8] 张谦. 地铁列车进、出站引起的振源特性分析[D]. 北京:北京交通大学, 2018.
- [8] ZHANG Qian. Subsoil vibration induced by metro train arriving at or leaving the station [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese)
- [9] 何卫,谢伟平,刘立胜. 地铁隧道列车振动特性试验研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(4):85-89.
- [9] HE Wei, XIE Wei-ping, LIU Li-sheng. Experimental investigation of vibrations induced by subway train loading in tunnel [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2016, 44(4):85-89. (in Chinese)
- [10] 刘卫丰,刘维宁,袁扬. 基于地铁列车运行引起的振动预测模型的浮置板轨道减振效果研究[J]. 铁道学报, 2012, 34(9):81-86.
- [10] LIU Wei-feng, LIU Wei-ning, YUAN Yang. Study on isolation efficiency of floating slab track using a numerical prediction model of metro traffic induced vibrations [J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(9):81-86. (in Chinese)
- [11] 梁波,罗红,孙常新. 高速铁路振动荷载的模拟研究[J]. 铁道学报, 2006, 28(4):89-94.
- [11] LIANG Bo, LUO Hong, SUN Chang-xin. Simulated study on vibration load of high speed railway [J]. Journal of China Railway Society, 2006, 28(4):89-94. (in Chinese)
- [12] 夏禾. 交通环境振动工程[M]. 北京:科学出版社, 2010:245-247.
- [13] 中华人民共和国行业标准编写组. GB10070—88 城市区域环境振动标准[S]. 北京:中国标准出版社, 1989.