

doi:10.3963/j.issn.1001-487X.2021.01.004

## 既有临空面对采空区上覆岩体爆破 振速场的影响研究\*

周俊汝<sup>1</sup>, 安 稳<sup>2</sup>, 钟冬望<sup>1</sup>, 卢文波<sup>3</sup>, 吴 亮<sup>1</sup>, 冷振东<sup>4</sup>

(1. 武汉科技大学 理学院, 武汉 430065; 2. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 武汉 430074;  
3. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 武汉 430072; 4. 中国葛洲坝集团易普力股份有限公司, 重庆 401121)

**摘 要:** 采空区边界条件影响其上覆岩体爆破地震效应。基于弹性波动理论, 借助动力有限元算法, 研究了采空区临空面、地表自由面及两种边界耦合作用下爆破地震波的传播机制与上覆岩体振速场的空间分布规律, 以此为理论依据提出了上覆岩体分区准则。结果表明: 采空区临空面改变爆破地震波传播路径, 拐点对于爆破地震效应具有显著衰减作用, 可根据波传播途径拐点数对围岩分区; 爆破地震波传播至地表自由面反射, 对采空区上覆岩体爆破地震效应具有放大作用。提出将爆破振动作用下采空区上覆岩体的影响范围划分为两区: I区-波直传爆破振动放大区, II区-波传播单拐点爆破振动弱衰减区, 耦合作用下采空区临空面衰减作用大于地表自由面放大作用。上覆岩体爆破影响分区准则对地下工程爆破设计施工有一定指导意义。

**关键词:** 采空区; 上覆岩体; 爆破地震波; 振速场; 自由面效应

中图分类号: TD235.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-487X(2021)01-0021-07

## Influence of Existing Free Face on Blasting Vibration Velocity Field of Overlying Goaf Stratum

ZHOU Jun-ru<sup>1</sup>, AN Wen<sup>2</sup>, ZHONG Dong-wang<sup>1</sup>, LU Wen-bo<sup>3</sup>, WU Liang<sup>1</sup>, LENG Zhen-dong<sup>4</sup>

(1. College of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China;  
2. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology,  
Wuhan 430074, China; 3. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering  
Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 4. China Gezhouba Group  
Explosive Co Ltd, Chongqing 401121, China)

**Abstract:** Blasting seismic effect in overlying stratum is influenced by the boundary condition of underground goaf. By theoretical analysis and numerical simulation, the propagation mechanism of blasting seismic wave and spatial distribution of vibration velocity field were investigated under different boundary conditions. A criterion for influential partitions of blasting vibration was proposed according to the basic theories of propagation and attenuation of blasting vibration field. Results proved that the propagation path of blasting seismic waves was influenced by the free surface of underground goaf, and the blasting seismic effect was significant declined by the wave-path inflection point. The number of inflection points was a key factor for partitions of surrounding rock mass. The existence of ground surface had free surface effect on the overlying goaf stratum, which resulted in a magnification of blasting seismic effect on overlying rock mass. Considering the interaction between free surface of goaf and ground surface on wave propagation, the overlying stratum can be divided into two zones: Zone I is a magnified blasting vibration field and Zone II is a weak-attenuated blasting vibration field. The proposed criterion has a guiding significance for blasting hazard control and blasting design optimization.

**Key words:** goaf; overlying rock mass; blasting seismic waves; vibration field; free surface effect

地下空区存在于众多领域,如采矿、市政、水电工程等<sup>[1]</sup>。以采矿为例(图1),采空区的形成破坏了围岩初始平衡状态,当相邻开采区持续采矿,既有采空区围岩不可避免受到爆破、钻孔、重载车辆等动力扰动,其中以爆破振动荷载影响最为显著<sup>[2,3]</sup>。采空区围岩受爆破地震波作用产生动力响应,成为围岩失稳破坏的主要因素。采空区边界条件包括其临空面与地表自由面改变爆破地震波的传播路径,影响了采空区围岩振速场和应力场的分布演化<sup>[4,5]</sup>,导致采空区上覆岩体受到不同程度爆破地震效应的影响,产生一些如移动、变形、不均匀沉降等问题,严重时会造成上覆岩体中既有结构的破损<sup>[6]</sup>。

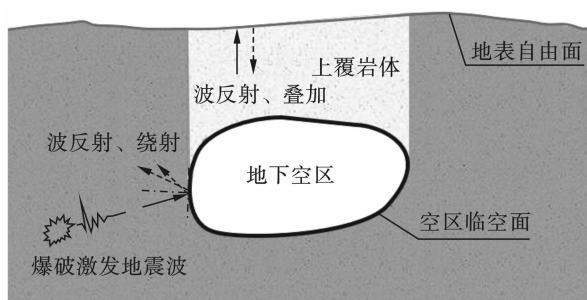


图1 爆破地震波在地下空区围岩内传播示意图

Fig. 1 Propagation of blasting seismic waves in surrounding rock of underground stope void

采空区结构体系涉及顶板底板、矿柱、巷道、围岩及整体结构等,其围岩稳定问题在国内外仍属于比较新的课题<sup>[7-9]</sup>。Singh P K、易长平等从力学的角度揭示了地表爆破激发地震波对地下采空区稳定性的影响机制,爆破地震波在岩体中传播,遇到采空区后发生反射、折射和绕射等现象造成了动应力集中<sup>[10,11]</sup>。彭府华、何亚清等采用微震监测系统,对深部采空区围岩进行了爆破应力波传播特性试验,研究了应力波在采空区围岩中的衰减特性<sup>[12,13]</sup>。瞿登星等利用 LS-DYNA 数值模拟方法,分析了爆破振动在采空区的传播衰减规律<sup>[14]</sup>。为揭示界面上应力波的作用机理,国内外学者进行了相关研究。Datta 等采用匹配渐进展开法分析了半无限介质中柱形空洞对 P 波的散射问题<sup>[15]</sup>。陆渝生等利用动光弹实验研究了应力波遇到界面的传播过程<sup>[16]</sup>。岳梦蕾等人等借助数值模拟方法,研究了应力波作用下单自由面、双自由面对应力波的放大作用<sup>[17]</sup>。

针对采空区围岩与地表稳定性研究,前期已积累了一些成果,然而采空区上覆岩体在爆破扰动作用下的振动场分布研究仍有不足。

基于弹性波动理论,结合动力有限元数值模拟方法,从采空区临空面、地表自由面及两种边界条件耦合作用三个方面,研究爆破地震波在空区上覆岩体的传播机制,分析上覆岩体振动场的空间分布规律,并以此为理论依据,提出爆破振动作用下空区上覆岩体分区准则,为爆破设计施工提供指导。

## 1 采空区上覆岩体爆破影响分区机制

爆破地震波遇到地下空区改变其传播路径与衰减规律,上覆岩体对爆破地震波产生动力响应,形成不同强度的振速场空间分布。

为揭示空区临空面在围岩爆破振动影响分区中的作用机制,简化空区形状,如图2(a)所示,根据地震波传播路径中临空面拐点将空区围岩分区,Ⅰ区表示爆破地震波直传区,爆破地震波传播不经过拐点直至测点,因此爆破地震波实际传播距离即爆源至测点的直线距离;Ⅱ区为单拐点区,爆破地震波传播路径中存在一个拐点,此时波传播距离略大于爆源至测点的直线距离;Ⅲ区为双拐点区,爆破地震波自爆源传至测点,绕过两个拐点,此时波传播距离远大于爆源至测点的直线距离。空区临空面改变了爆破地震波传播距离,直接影响了爆破振动幅值的衰减。

地震波传播过程中途经拐点,地震波遇到临空面发生反射与绕射,图2(b)以 P 波为例,传播至空区临空面时,在空区临空面经反射转化为反射 P 波与 SV 波,反射波与入射波应力关系如式(1)和(2)所示<sup>[18]</sup>

$$\sigma_{PP} = R\sigma_P \quad (1)$$

$$\tau_{SP} = [(R+1)\cot 2\beta]\sigma_P \quad (2)$$

式中: $\sigma_P$  为入射 P 波应力; $\sigma_{PP}$  为反射 P 波应力; $\tau_{SP}$  为反射 SV 波剪切应力,其中系数  $R = \frac{\tan \beta \cdot \tan^2 2\beta - \tan \alpha}{\tan \beta \cdot \tan^2 2\beta + \tan \alpha}$ ,  $\alpha$  为入射角,  $\beta$  为反射 SV 波反射角。

地震波传播过程中遇到空区临空面反射后波动能量向没有临空面的方向传播,临空面拐点后围岩振幅显著衰减。因此波传播路径中拐点决定了空区临空面对围岩爆破地震效应的影响程度,以此为依据对空区上覆岩体分区:Ⅰ区-波直传区和Ⅱ区-单拐点区。

爆破地震波在传播过程中遇到地表自由面会发生反射,反射波与入射波首尾相叠加,根据波叠加原

收稿日期:2020-11-22

作者简介:周俊汝(1990-),女,博士,武汉科技大学讲师,从事工程爆破与岩石动力学研究工作,(E-mail) zhjr@whu.edu.cn。

基金项目:国家自然科学基金项目(51909196);水工岩石力学教育部重点实验室开放基金(RMHSE1904)

理,在波重叠区域内各质点振动物理量等于各列波在该点引起振动物理量的矢量和。地震波的反射与

叠加原理对空区上覆岩体的爆破动力响应具有放大作用<sup>[19]</sup>。

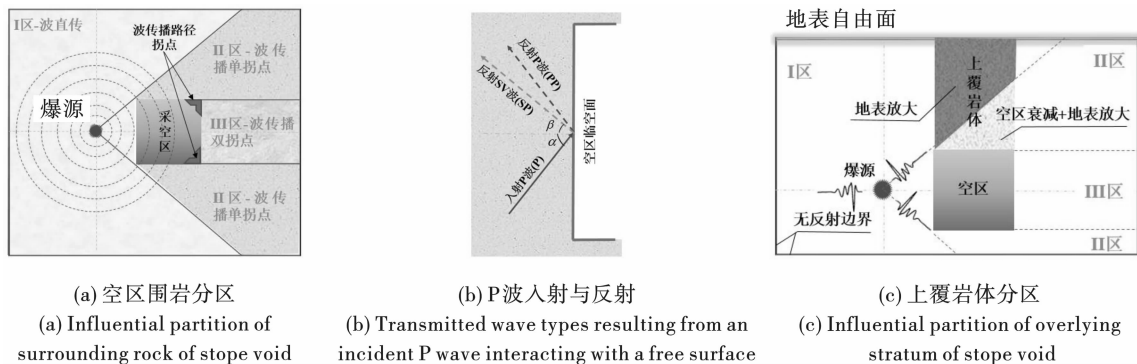


图 2 基于振速场的采空区围岩爆破影响分区

Fig. 2 Influential partition mechanism based on blasting vibration velocity field in surrounding rock of stope void

爆破地震波在空区上覆岩体中传播,综合考虑两种边界条件对上覆岩体爆破地震效应的影响,将空区上覆岩体分两区(图 2(c)):上覆岩体 I 区中空区临空面对波传播无影响,仅有地表自由面的放大作用,属于爆破振动放大区;上覆岩体 II 区中同时有空区临空面的衰减作用和地表自由面的放大作用,两种边界条件耦合作用中的主导边界因素需要进一步研究。采空区上覆岩体爆破影响分区机制的合理性将通过数值模拟计算进行分析与验证。

算过程中,除地表为自由临空面外,岩体模型外表面其余方向均施加无反射边界模拟半无限岩体。

## 2 数值模拟

利用 ANSYS-LSDYNA 动力有限元软件,模拟既有空区围岩对爆破地震波的动力响应,研究上覆岩体振速场空间分布规律。模型尺寸 100 m × 40 m × 40 m;将爆炸荷载作用于球形空腔内壁模拟爆源激发地震波,球形空腔位于岩体模型中心位置,空腔半径 1.8 m;在水平距离球形空腔球心 10 m 位置,建立体积 8000 m<sup>3</sup> 的正方体采空区,如图 3 所示。计

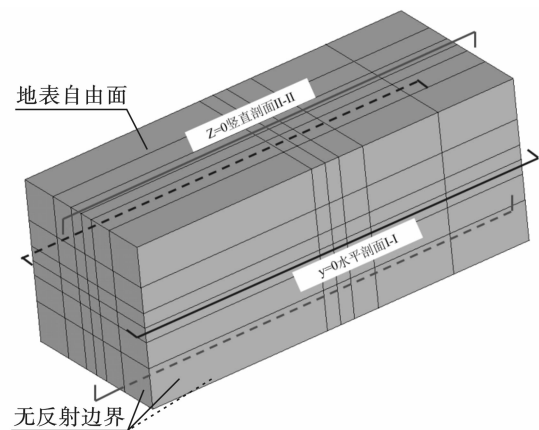


图 3 有限元模型图

Fig. 3 Numerical simulation model

岩体模型采用弹塑性材料,服从 Drucker-Prager 屈服准则,材料参数见表 1。

表 1 岩体计算参数

Table 1 Parameters of rock mass in numerical simulation

密度/ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	弹性模量/ GPa	泊松比	屈服强度/ MPa	切线模量/ GPa	全局阻尼	局部阻尼
2600	30	0.22	30	12.3	120	0.0002

借助等效爆源的概念<sup>[20-22]</sup>,将三角形爆炸荷载施加于球形空腔内壁(等效弹性边界),荷载峰值 25 MPa、上升时间 6 ms、作用持续时间 35 ms。

## 3 采空区边界条件对上覆岩体振速场影响分析

### 3.1 空区临空面

为避免地表自由面的影响而仅考虑空区临空面

的作用,取模型 Y 方向上水平对称剖面 I-I(图 4(a)),5 个测点位于爆源同一水平面内的四个方向。其中,1#、2#与 4#测点至爆源的直线距离相等,为 34 m,爆破地震波由爆源传至 1#与 3#测点的传播距离为 35.02 m,至 4#和 5#测点的传播距离为 44.91 m。

爆破地震波在岩体中传播,岩体质点在空间中做多维度爆破振动,可利用速度传感器分别测得水平径向、水平切向与竖直向振动分量,根据向量运算法则计

算振速矢量和,振速矢量大小即振速幅值,计算式如下

$$V_{VS}(t) = \sqrt{V_R(t)^2 + V_T(t)^2 + V_V(t)^2} \quad (3)$$

式中: $V_{VS}(t)$ 表示振速幅值; $V_R(t)$ 表示水平径向振动速度分量; $V_T(t)$ 表示水平切向振动速度分量; $V_V(t)$ 表示竖直向振动速度分量。振动速度矢量幅值可直观地表示质点瞬时振动场与应力场特性。

如图4(b)所示,2#测点位于I区-波直传区,1#测点位于II区-波传播单拐点区,4#测点位于III区-波

传播双拐点区,1#、2#与4#测点至爆源的直线距离相等,但波传播距离不同,传播过程中途径拐点数也不同,两者均对爆破地震波有不同程度的衰减作用。如图5所示,2#点波传播距离为34 m,振速幅值为0.0102 m/s;1#点波传播距离为35.02 m,传播距离与1#测点近似,途径一个拐点,振速幅值降至0.00438 m/s;4#点波传播距离为44.91 m,途径两拐点作用,振速幅值降为0.00292 m/s。

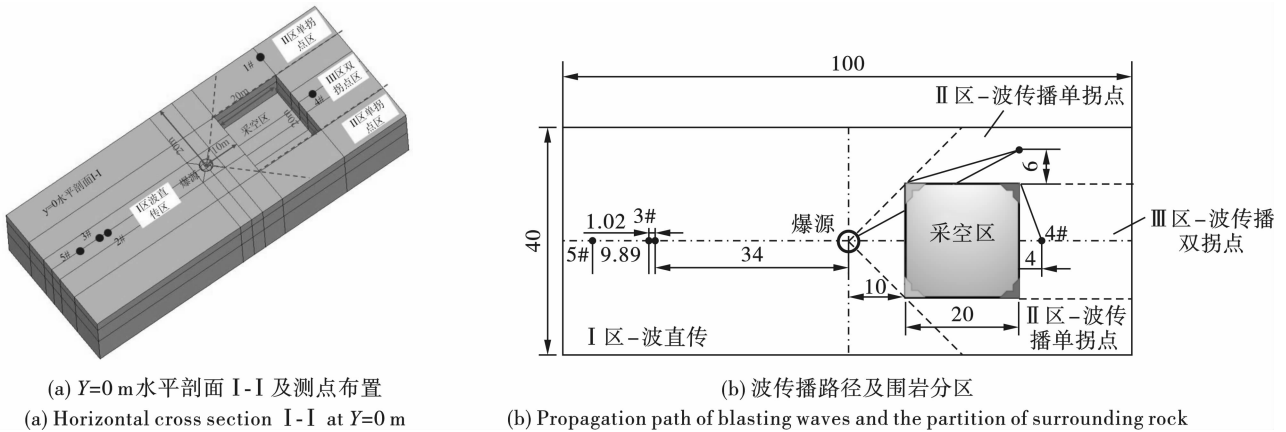


图4 采空区临空面对围岩爆破地震波传播影响(单位:m)

Fig. 4 Influence of stope void on the propagation of blasting waves(unit:m)

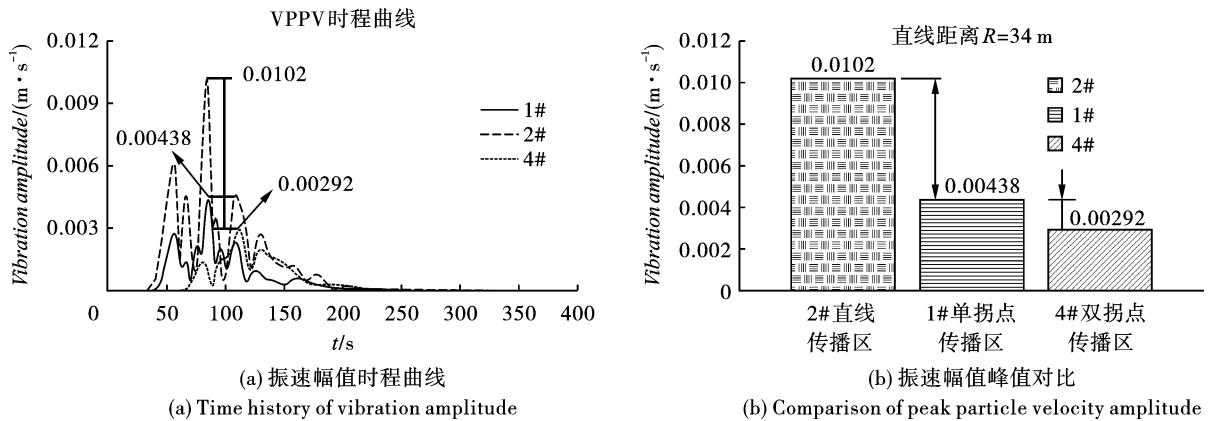


图5 直线距离相同的1#、2#、4#点振动对比

Fig. 5 Vibration amplitudes at 1#,2# and 4# monitoring points

为消除波传播距离对爆破地震波的衰减作用,仅考虑拐点的作用,在I区-波直传区中另取与2#点波传播距离相等的3#点、与4#点波传播距离相同的5#点作为参照点。图6给出了数值计算中4个测点的振速幅值时程曲线,由图6(a)与(b)可知,空区临空面改了地震波传播路径,在振速幅值和振动时程曲线起跳点中均有体现。I区测点振动速度幅值最大,振动起跳时刻和达到振速幅值峰值时间最早;II区与3#测点振速幅值和起跳时刻次之;III区测点振速幅值最小,振动起跳时间与速度峰值对

应时间都是最迟的。1#与3#测点波传播距离均为35.02 m,位于II区的1#点在波传播路径中增加一个既有空区的拐点,导致振速峰值降为I区3#点振速峰值的47.5%;4#与5#测点波传播距离相同,振动波由爆源传至位于III区4#点在传播过程中途径两个拐点,振速峰值降为I区5#点的69.7%。这说明:在波传播近距离范围内,拐点对爆破地震波的衰减起主导作用,当波传播距离增大后,波传播距离逐渐成为主要的衰减因素,增加拐点数量不会显著消除爆破振动效应。

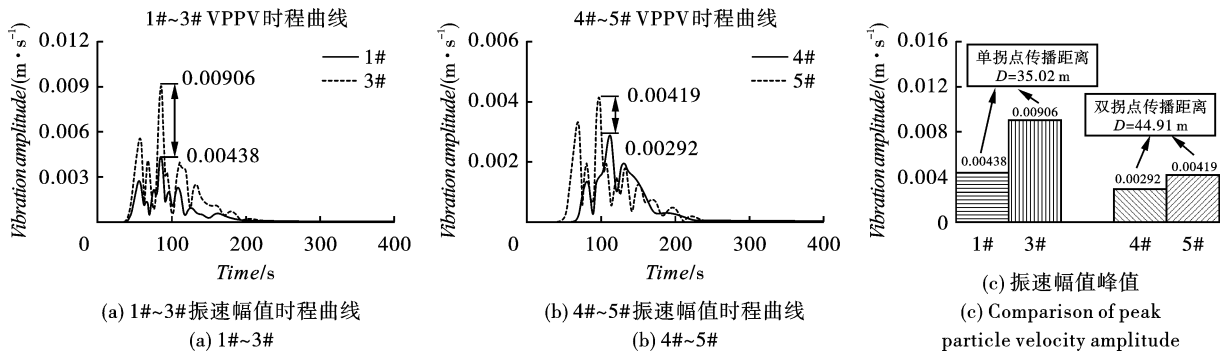


图 6 波传播拐点对振速场空间分布影响分析

Fig. 6 Influence of wave-path bend point on the vibration velocity field

传统的萨道夫斯基公式中相同爆破条件下振速峰值仅与距离呈反比,这说明萨道夫斯基公式在空区围岩中不完全适用。基于振速场空间分布规律,需根据传播拐点数对空区围岩影响分区, I 区爆破地震效应不受空区临空面影响; II 区与 III 区中萨道夫斯基公式不再适用,应考虑临空面拐点的影响以提高爆破振动衰减规律预测精度,此外,对爆破振动衰减区可适当降低爆破控制标准以提高施工效率和节约施工成本。

### 3.2 地表自由面

取模型 Z 方向竖直对称剖面 II-II (图 7), 11#~13#测点位于空区上覆围岩,上部为地表自由面; 11'#~13'#参照点位于空区下部保留岩体,岩体下表面设置无反射边界。为避免空区临空面对爆破地震效应的影响,测点和参照点分别与爆源和空区的相对位置完全相同。

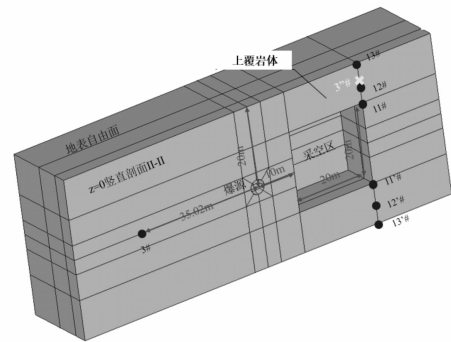


图 7 Z=0 m 竖直剖面 II-II 及测点布置

Fig. 7 Vertical cross section II-II at Z=0 m

图 8 给出了振速幅值时程曲线对比图,由于地表自由面的存在,爆破地震波传播至地表自由面发生反射,与入射波叠加,导致空区上覆岩体测点振动幅值峰值较下部保留岩体参照点放大 2.3~3.8 倍。

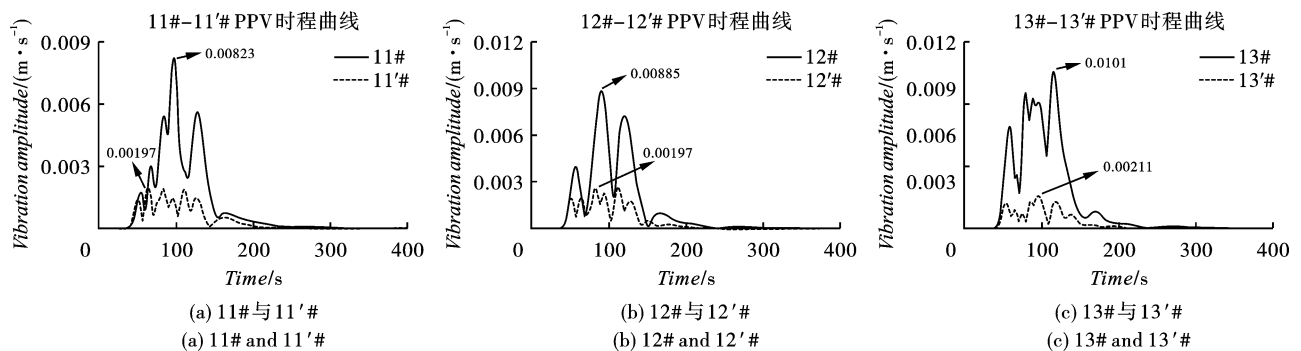


图 8 地表自由面对上覆岩体爆破地震效应影响结果分析

Fig. 8 Influence of ground surface on the vibration velocity field

### 3.3 两种边界条件耦合作用

爆破地震波在采空区上覆岩体中传播,同时受到采空区临空面和地表自由面的作用。因此,为研究两种边界条件耦合作用对上覆岩体爆破地震效应的影响,取模型 Y 方向竖直对称剖面 II-II,对比上覆岩体 II 区-波传播单拐点区 3#测点与 3'#测点,两

测点波传播距离相等,3'#同时有临空面拐点衰减和上覆岩体振动放大效应,3#点为其参照点,如图 7 所示。

如图 9 所示,爆破地震波传至 3'#测点,在两种边界条件耦合作用下采空区上覆岩体 II 区振动场较直传区 3#测点振速峰值小幅度下降。另对爆破振

动信号频谱分析,结果列于表2,表明在耦合作用下3"#点爆破振动频率显著降低。采空区上覆岩体Ⅱ区中同时有空区临空面对振速场的衰减作用和地表自由面对振速场的放大作用,两种边界条件耦合作用下,采空区临空面的衰减作用略大于地表自由面放大作用,该区呈现出爆破振动强度弱衰减、振动频率显著降低的特征。

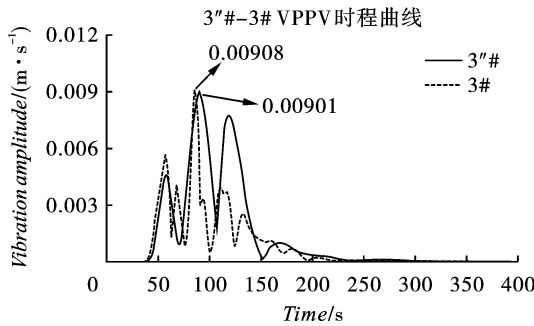


图9 耦合作用对上覆岩体爆破振动强度影响

Fig. 9 Influence of interaction between free face of stope void and ground surface on the vibration velocity field

表2 耦合作用对上覆岩体爆破振动频率影响  
Table 2 Vibration frequency under the interaction between free face of stope void and ground surface

振动方向	主频/Hz		质心频率/Hz	
	3"#	3#	3"#	3#
X向	106	106	143	191
Y向	64	106	87	150
Z向	64	99	87	134

## 4 讨论

根据边界条件对空区上覆岩体振速场空间分布的影响机制,提出爆破振动作用下上覆岩体的分区准则,列于表3。

以爆破地震波传播机制与振速场空间分布规律为依据提出的空区上覆岩体分区准则,为相关规范和标准的实施提供理论依据和技术支持,将有助于丰富地下工程力学理论、解决工程设计和施工问题,保障工程安全性和提高其经济效应。

表3 基于振速场采空区上覆岩体爆破影响分区准则

Table 3 Influential partition criterion based on blasting vibration velocity field in overlying stratum of stope void

上覆岩体分区	特征	处理方法
I区一波直传爆破振动放大区	地表自由面对爆破地震效应具有放大效应,通常会产生危害	给予重视,优化爆破设计和施工方法(如降低单响药量,优化起爆网路,采用屏障孔等),将爆破地震危害控制在合理范围内
Ⅱ区一波传播单拐点爆破振动衰减区	空区临空面对爆破地震效应衰减作用略大于地表自由面的放大作用,振速弱衰减、频率降低	爆破安全判据应重视频率因素,允许范围内适当降低爆破安全标准以提高施工效率和节约施工成本(如适当提高单响药量,提升作业规模等);传统萨氏公式已不再适用于预测其爆破振动衰减规律,应考虑临空面拐点的影响

## 5 结论

(1)采空区临空面改变爆破地震波在围岩中的传播路径,根据波传播途径拐点数对岩体分区,I区一波直传区对爆破地震效应无影响,Ⅱ区与Ⅲ区波传播距离大于直线距离,经拐点发生反射、绕射,爆破地震效应显著衰减。

(2)爆破地震波传播至地表自由面反射,反射波与入射波叠加,对采空区上覆岩体爆破地震效应具有放大作用。

(3)对采空区上覆岩体分区:I区-波直传爆破振动放大区,需优化爆破设计和施工方案,将爆破地震危害控制在合理范围内;Ⅱ区-波传播单拐点区,采空区临空面衰减作用略大于地表自由面放大作

用,耦合作用下爆破振动强度弱衰减、但振动频率显著降低,爆破安全判据中应重视频率特征。

## 参考文献(References)

- [1] 吴昊天,武科,张文,等.新建隧道“零距离”下穿既有地铁车站结构变形分析[J].水利与建筑工程学报,2017,15(2):151-156.
- [1] WU Hao-tian, WU Ke, ZHANG Wen, et al. Deformation analysis of existing subway station influenced by newly-built tunnel passing underneath it in “Zero Distance” [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2017, 15(2): 151-156. (in Chinese)
- [2] 何满潮,钱七虎.深部岩体力学基础[M].北京:科学出版社,2010.
- [3] 王子甲,陈峰,梁青槐.双线暗涵近距离下穿既有地

- 铁车站的沉降研究[J]. 地下空间与工程学报, 2014, 10(2):385-390.
- [3] WANG Zi-jia, CHEN Feng, LIANG Qing-huai. Displacement of existing metro station during excavation of nearly undercrossing double-line covered culverts [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10(2):385-390. (in Chinese)
- [4] CHERN J C, CHANG Y L, LEE H C. Seismic safety analysis of Kukuan underground power cavern[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2004, 19(4-5):516.
- [5] WANG W L, WANG T T, SU J J, et al. Assessment of damage in mountain tunnels due to the Taiwan Chi-Chi Earthquake[J]. Tunnelling & Underground Space Technology Incorporating Trenchless Technology Research, 2001, 16(3):133-150.
- [6] 中国工程院. 中国能源中长期(2030、2050)发展战略研究, 节能·煤炭卷[M]. 北京:科学出版社, 2011.
- [7] 王文学, 王四巍, 刘海宁, 等. 采后覆岩裂隙岩体应力恢复的时空特征[J]. 采矿与安全工程学报, 2017, 34(1):127-133.
- [7] WANG Wen-xue, WANG Si-wei, LIU Hai-ning, et al. The space and time characteristics of the cover stress re-establishment of the fractured rock mass in the goaf after coal mining [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2017, 34(1):127-133. (in Chinese)
- [8] 付 华, 陈从新, 夏开宗, 等. 金属矿地下开采引起岩体变形规律浅析[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(9):1859-1868.
- [8] FU Hua, CHEN Cong-xin, XIA Kai-zong, et al. Analysis of rock deformation caused by underground mining of metal mines[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(9):1859-1868. (in Chinese)
- [9] 黄庆享, 贺雁鹏, 罗利卜, 等. 浅埋极近距离煤层采空区垮落顶板活化结构及支架阻力研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2018, 35(3):561-566.
- [9] HUANG Qing-xiang, HE Yan-peng, LUO Li-bo, et al. Study on the active structure of caved roof and support resistance in shallow buried and ultra-close coal seams mining[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2018, 35(3):561-566. (in Chinese)
- [10] SINGH P K. Blast vibration damage to underground coal mines from adjacent open-pit blasting[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2002, 39(8):959-973.
- [11] 易长平, 卢文波, 张建华, 等. 爆破振动对任意形状地下洞室的影响研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(11):2451-2455.
- [11] YI Chang-ping, LU Wen-bo, ZHANG Jian-hua, et al. Influence of blasting vibration on arbitrary shape underground chambers[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(11):2451-2455. (in Chinese)
- [12] 彭府华, 李庶林, 程建勇, 等. 中尺度复杂岩体应力波传播特性的微震试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(2):312-319.
- [12] PENG Fu-hua, LI Shu-lin, CHENG Jian-yong, et al. Experimental study on characteristics of stress wave propagation in mesoscale and complex rock mass by microseismic monitoring[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(2):312-319. (in Chinese)
- [13] 何亚清, 杜红波, 彭府华. 三道庄矿露天和地下岩体工程灾害监测预警应用[J]. 有色金属(矿山部分), 2017, 69(4):81-85.
- [13] HE Ya-qing, DU Hong-bo, PENG Fu-hua. Application of open-pit and underground rock mass engineering disaster monitoring and early warning in Sandaozhuang Mine[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2017, 69(4):81-85. (in Chinese)
- [14] 瞿登星, 杨 晨, 朱新铖, 等. 露天矿下伏采空区爆破振动预测研究[J]. 金属矿山, 2016(6):32-36.
- [14] QU Deng-xing, YANG Chen, ZHU Xin-cheng, et al. Research on blasting vibration prediction of the goaf under open-pit mine [J]. Metal Mine, 2016(6):32-36. (in Chinese)
- [15] DATTA S K, El-AKILY N. Diffraction of elastic waves by cylindrical cavity in a half-space[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1978, 64(6):1692-1699.
- [16] 陆渝生, 张宏梅, 连志颖. 界面对应力波作用的动光弹试验研究[J]. 爆炸与冲击, 2004, 24(4):352-355.
- [16] LU Yu-sheng, ZHANG Hong-mei, LIAN Zhi-ying. Experimental study on interaction of stress wave and interface using dynamic photoelasticity [J]. Explosion and Shock Waves, 2004, 24(4):352-355. (in Chinese)
- [17] 岳梦蕾, 刘光汉, 余红兵. 喀斯特地质条件下溶洞对弹性波传播的影响规律研究[J]. 采矿技术, 2017, 17(3):94-96.
- [17] YUE Meng-lei, LIU Guang-han, YU Hong-bing. Numerical simulation study on the influence of karst cave on propagation of blasting seismic waves [J]. Mining Technology, 2017, 17(3):94-96. (in Chinese)
- [18] 李夕兵, 凌同华, 张义平. 爆破震动信号分析理论与技术[M]. 北京:科学出版社, 2009.