

# 改进的 ELECTRE 动态模糊多属性决策方法

张力娜<sup>1</sup>, 李镇吉<sup>2</sup>, 李小林<sup>3</sup>

(1. 咸阳师范学院 数学与统计学院, 陕西 咸阳 712000;  
2. 巴彦淖尔市畜牧业服务中心, 内蒙古 巴彦淖尔 015000;  
3. 咸阳师范学院 计算机学院, 陕西 咸阳 712000)

**摘要:** 提出一种改进的 ELECTRE(elimination et choix traduisant la réalité)动态模糊多属性决策方法。首先,对动态决策矩阵运用熵权法获得客观的时间权重;其次,提出改进的 ELECTRE 方法,针对直觉模糊数不可直接比较的问题,根据隶属度、非隶属度值不同的物理含义,分别构造其级别优先的一致性和矛盾性动态指标函数,再融合为各属性的一致性和矛盾性动态指标;随后,根据其相反的赋值意义,利用时间权重分别进行集成,获得综合各时间段的一致性和矛盾性指标并进行耦合,从而得到各方案的赋值级别优先关系,最终完成方案排序。实验数据验证了方法的有效性与可行性。

**关键词:** 动态多属性决策; 直觉模糊集; ELECTRE 方法; 熵权法

**中图分类号:** C934 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-8735(2026)01-0069-09

DOI:10.3969/j.issn.1001-8735.2026.01.009

近年来,多属性决策问题广泛应用于经济学和管理学中。决策过程中,决策者常面临复杂不确定环境,且难以事先获得精确指标信息。直觉模糊数能够同时表示支持、反对和不确定的程度,在处理不确定性和模糊性信息时,具有更好的鲁棒性、更贴近人类决策中的模糊思维,因此,直觉模糊数广泛应用于多个领域的决策问题。ELECTRE 是一种多属性决策方法,由 Benayoun 等<sup>[1]</sup>在 1966 年提出。它通过比较方案之间的优劣关系,构建优势关系矩阵,逐步淘汰较差的方案,最终选出最优方案。随着 ELECTRE 方法不断发展,衍生出多种变形,以适应不同的决策场景。Ruan 等<sup>[2]</sup>提出扩展的 ELECTRE III 方法处理概率和区间值信息,增强了该方法处理决策过程中固有不确定性和犹豫的能力。Akram 等<sup>[3]</sup>通过引入犹豫毕达哥拉斯模糊集,扩展了 ELECTRE-II 方法,为多准则决策问题提供了新的解决方案。Zhang 等<sup>[4]</sup>通过简化 ELECTRE 方法进行决策,以实现更优的虚拟网络嵌入。

动态模糊多属性决策问题是一类复杂的决策问题,涉及多个属性、动态变化的环境以及模糊信息,这类问题常常出现在一些重要领域的复杂系统中,逐渐成为研究热点。目前这类研究大多先借助动态直觉模糊集成算子(如 DIFWA<sup>[5]</sup>),将动态决策问题转化为综合的单时段决策问题,再运用 TOPSIS、VIKOR、灰色关联法等传统多属性决策方法完成决策<sup>[6-7]</sup>。然而,很少有研究使用 ELECTRE 方法解决具有直觉模糊信息的动态多属性决策问题。本文提出改进的 ELECTRE 多属性决策方法,根据直觉模糊数隶属度和非隶属度的各自属性提出动态的直觉模糊级别优先关系,并运用于各个时间段的多属性决策问题;再用熵权法计算各个时段的属性权重,采用加权几何平均算子对各个时段的一致性和矛盾性指标进行集成,得到综合的赋值级别优先关系,从而进行综合排序,实现基于直觉模糊的 ELECTRE 动态多属性决策;最后通过实例验证说明了该方法的实用性与可行性,为解决动态直觉模糊多属性决策问题提供一种新的解决思路。

收稿日期: 2025-05-08

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目“高动态遥感图像的显示与融合技术研究”(2011JE011)。

作者简介: 张力娜(1978—),女,副教授,主要从事多属性决策研究,E-mail:15991008771@163.com。

### 1 直觉模糊集

直觉模糊集是保加利亚学者 Atanassov 对传统模糊集的一种拓展,运用隶属度、非隶属度和犹豫度处理实际决策问题中的模糊信息。近年来,直觉模糊集理论因其在不确定环境下处理不精确和模糊信息的卓越能力,被广泛应用于决策、医疗诊断、逻辑规划、模式识别、机器学习和市场预测等领域。

**定义 1**<sup>[8]</sup> 一个集合  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  的直觉模糊集为  $X = \{h_X = (\mu_X(u_i), \gamma_X(u_i)) : u_i \in U, \}$ , 其中,  $\mu_X: U \rightarrow [0, 1]$  和  $\gamma_X: U \rightarrow [0, 1]$  定义了  $u_i$  属于  $X$  的隶属度和非隶属度。且  $0 \leq \mu_X(u_i) \leq 1, 0 \leq \gamma_X(u_i) \leq 1, 0 \leq \mu_X(u_i) + \gamma_X(u_i) \leq 1, \forall u_i \in U$ 。

**定义 2**<sup>[7]</sup>  $\pi_X(u_i) = 1 - \mu_X(u_i) - \gamma_X(u_i)$  且  $0 \leq \pi_X(u_i) \leq 1, \pi_X(u_i)$  为直觉模糊集  $X$  中  $u_i$  的直觉指数(intuitionistic index),表示  $u_i$  属于  $X$  的犹豫度。例如  $(\mu_X(u), \gamma_X(u)) = (0.5, 0.3)$ , 则  $\pi_X(u) = 0.2$ , 那么在投票模型中可解释为:在 10 人中,有 5 人赞成,3 人反对,2 人弃权。

### 2 基于 ELECTRE 的动态直觉模糊多属性决策

#### 2.1 数据处理

假设某个多属性决策问题的方案集合为  $CS = \{CS_1, CS_2, \dots, CS_n\}$ , 每一个方案  $CS_i = (Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{im}), i = 1, 2, \dots, n$ , 由  $m$  个属性的评价指标构成,  $n$  个方案对于  $m$  个评价指标可构建一个决策矩阵  $Y = (y_{ij})_{n \times m}$ 。本文中属性的数据类型可以为区间型、数值型、语言型数据,并运用以下方法转化为直觉模糊数,构建直觉模糊决策矩阵  $H = (h_{ij})_{n \times m}$ 。

**步骤 1** 对决策矩阵  $Y$  属性值进行归一化处理,得到矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times m}$ 。属性分为成本型和效益型,成本数值型属性和效益数值型属性归一化方法为

$$a_{ij} = \frac{1/q_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/q_{ij})^2}} \text{ 和 } a_{ij} = \frac{q_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n q_{ij}^2}}; \tag{1}$$

成本区间型属性和效益区间型属性归一化方法为

$$a_{ij}^L = \frac{1/q_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/q_{ij}^L)^2}}, a_{ij}^U = \frac{1/q_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/q_{ij}^U)^2}} \text{ 和 } a_{ij}^L = \frac{q_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (q_{ij}^U)^2}}, a_{ij}^U = \frac{q_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (q_{ij}^L)^2}}. \tag{2}$$

**步骤 2** 将上述归一化的决策矩阵  $A$  的属性值转化为直觉模糊数,构建直觉模糊决策矩阵  $H = (h_{ij})_{n \times m}$ 。

对于精确型数值,考虑到当数值极高或极低时做选择的确定性很高,那么直觉模糊数中的犹豫度就会很低;而当数值处于中间区域时做选择的犹豫度会变大,那么直觉模糊数中的犹豫度也较高,本文依此对其构造直觉模糊数。记  $\delta_{ij} = \frac{1}{k} \min \left\{ \max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - a_{ij}, a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij} \right\}$  用以确定犹豫度的高低,当属性值  $a_{ij}$  极高或极低时,求得  $\delta_{ij}$  值较小,说明犹豫度较低;当属性值  $a_{ij}$  处于中间值时,求得  $\delta_{ij}$  值较大,说明犹豫度较高。其中  $k$  为参数也可用于调节犹豫度的程度,构建直觉模糊数  $h_{ij} = (\mu_{ij}, \gamma_{ij}, \pi_{ij})$  如下:

$$\mu_{ij} = \frac{a_{ij} - \delta_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}}{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}}, \gamma_{ij} = \frac{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - a_{ij} - \delta_{ij}}{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}}, \pi_{ij} = \frac{2\delta_{ij}}{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}}, \tag{3}$$

满足  $\pi_{ij} = 1 - \mu_{ij} - \gamma_{ij}$ 。区间型数值转化为直觉模糊数  $h_{ij} = (\mu_{ij}, \gamma_{ij}) = (a_{ij}^L, 1 - a_{ij}^U)$ 。语言型数值集合转化为直觉模糊数集合见表 1。

表 1 语言型数值和直觉模糊数的对应关系

Tab. 1 The mapping relationship between linguistic variables and intuitionistic fuzzy numbers

语言型数值	直觉模糊数	语言型数值	直觉模糊数
绝对好	(1, 0)	中差	(0.4, 0.4)
很好	(0.9, 0.05)	较差	(0.3, 0.55)
好	(0.8, 0.1)	差	(0.2, 0.7)
较好	(0.7, 0.15)	很差	(0.1, 0.85)
中好	(0.6, 0.2)	绝对差	(0, 1)
一般	(0.5, 0.5)		

### 2.2 动态直觉模糊的 ELECTRE 方法

ELECTRE 方法是利用各方案属性的级别优先关系构建方案间优先顺序的多属性决策方法。在 ELECTRE 方法中,属性值的比较是实数的比较,而直觉模糊数存在不可比的情况。因此,本文首先根据直觉模糊数的隶属度、非隶属度值的物理含义与一致性指标和矛盾性指标的赋值意义,对各方案属性构建级别优先关系的动态一致性和动态矛盾性指标;其次,采用熵权法获得各时段的属性权重,对各属性的动态级别优先指标通过加权几何平均算子进行集成,从而得到综合的赋值级别优先关系;最后,根据综合的赋值级别优先关系对方案进行优劣排序。

对于前文中获得的  $p$  个不同时段的动态直觉模糊决策矩阵  $H(t_\alpha) = (h_{ij}(t_\alpha))_{n \times m}$ ,  $h_{ij}(t_\alpha) = (\mu_{ij}(t_\alpha), \gamma_{ij}(t_\alpha))$ ,  $\alpha = 1, 2, \dots, p$ , 定义各属性关于隶属度  $\mu_{ij}(t_\alpha)$  和非隶属度  $\gamma_{ij}(t_\alpha)$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态一致性指标函数和动态矛盾性指标函数。

**定义 3** 在  $t_\alpha$  时刻,属性  $s$  关于隶属度支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态一致性指标函数为

$$c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \mu_{ls}(t_\alpha) + q_s^{\mu(t_\alpha)} \geq \mu_{ks}(t_\alpha); \\ 0, & \text{当 } \mu_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\mu(t_\alpha)} \leq \mu_{ks}(t_\alpha); \\ \frac{\mu_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\mu(t_\alpha)} - \mu_{ks}(t_\alpha)}{p_s^{\mu(t_\alpha)} - q_s^{\mu(t_\alpha)}}, & \text{其他。} \end{cases} \quad (4)$$

否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态矛盾性指标函数为

$$d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) = \begin{cases} 0, & \text{当 } \mu_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\mu(t_\alpha)} \geq \mu_{ks}(t_\alpha); \\ 1, & \text{当 } \mu_{ls}(t_\alpha) + v_s^{\mu(t_\alpha)} \leq \mu_{ks}(t_\alpha); \\ \frac{\mu_{ks}(t_\alpha) - \mu_{ls}(t_\alpha) - p_s^{\mu(t_\alpha)}}{v_s^{\mu(t_\alpha)} - p_s^{\mu(t_\alpha)}}, & \text{其他。} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $q_s^{\mu(t_\alpha)}$ ,  $p_s^{\mu(t_\alpha)}$ ,  $v_s^{\mu(t_\alpha)}$  分别为  $t_\alpha$  时段属性  $s$  关于隶属度的无差异阈值、偏好阈值和否决阈值,满足  $q_s^{\mu(t_\alpha)} < p_s^{\mu(t_\alpha)} < v_s^{\mu(t_\alpha)}$ ;  $0 \leq c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) \leq 1, 0 \leq d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) \leq 1$ 。

**定义 4** 在  $t_\alpha$  时刻,属性  $s$  关于非隶属度支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态一致性指标函数为

$$c_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \gamma_{ls}(t_\alpha) + v_s^{\gamma(t_\alpha)} \leq \gamma_{ks}(t_\alpha); \\ 0, & \text{当 } \gamma_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\gamma(t_\alpha)} \geq \gamma_{ks}(t_\alpha); \\ \frac{\gamma_{ks}(t_\alpha) - \gamma_{ls}(t_\alpha) - p_s^{\gamma(t_\alpha)}}{v_s^{\gamma(t_\alpha)} - p_s^{\gamma(t_\alpha)}}, & \text{其他。} \end{cases} \quad (6)$$

否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态矛盾性指标函数为

$$d_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) = \begin{cases} 0, & \text{当 } \gamma_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\gamma(t_\alpha)} \leq \gamma_{ks}(t_\alpha); \\ 1, & \text{当 } \gamma_{ls}(t_\alpha) + q_s^{\gamma(t_\alpha)} \geq \gamma_{ks}(t_\alpha); \\ \frac{\gamma_{ls}(t_\alpha) + p_s^{\gamma(t_\alpha)} - \gamma_{ks}(t_\alpha)}{p_s^{\gamma(t_\alpha)} - q_s^{\gamma(t_\alpha)}}, & \text{其他。} \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $v_s^{\gamma(t_\alpha)}$ 、 $p_s^{\gamma(t_\alpha)}$ 、 $q_s^{\gamma(t_\alpha)}$  分别为  $t_\alpha$  时段属性  $s$  关于非隶属度的无差异阈值、偏好阈值和否决阈值, 满足  $q_s^{\gamma(t_\alpha)} < p_s^{\gamma(t_\alpha)} < v_s^{\gamma(t_\alpha)}$ ;  $0 \leq c_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) \leq 1, 0 \leq d_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) \leq 1$ 。

**定义 5** 在属性  $s$  上支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态一致性指标为

$$c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) = \lambda_1^c c_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) + \lambda_2^c c_s^{\nu(t_\alpha)}(l, k), \quad (8)$$

否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的动态矛盾性指标为

$$d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k) = \lambda_1^d d_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k) + \lambda_2^d d_s^{\nu(t_\alpha)}(l, k), \quad (9)$$

其中,  $0 \leq \lambda_1^c, \lambda_2^c \leq 1$  且  $\lambda_1^c + \lambda_2^c = 1$ ;  $0 \leq \lambda_1^d, \lambda_2^d \leq 1$  且  $\lambda_1^d + \lambda_2^d = 1$ 。

这里当  $\mu_{ls}(t_\alpha)$  的值越大时, 隶属度所反映的赞成度越大, 得到的一致性指标值  $c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  越大; 而当  $\gamma_{ls}(t_\alpha)$  的值越小时, 非隶属度所反映的反对度越小, 得到的一致性指标值  $c_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k)$  也越大。因此,  $c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  综合了隶属度和非隶属度所反映的在  $t_\alpha$  时段属性  $s$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的信息, 即在  $t_\alpha$  时段, 随着属性  $s$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的可能性越高,  $c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  的赋值也越大。

反之, 当  $\mu_{ls}(t_\alpha)$  的值越大时, 隶属度所反映的赞成度越大, 得到的矛盾性指标值  $d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  越小; 而当  $\gamma_{ls}(t_\alpha)$  的值越小时, 非隶属度所反映的反对度越小, 得到的矛盾性指标值  $d_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k)$  也越小。因此,  $d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  综合了隶属度和非隶属度所反映的在  $t_\alpha$  时段属性  $s$  否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的信息, 即在  $t_\alpha$  时段, 随着属性  $s$  否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的可能性越小,  $d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  的赋值也越小。

**定义 6** 关于属性  $s$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的综合各时段的一致性指标为

$$c_s(l, k) = \prod_{\alpha=1}^p c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)^{\omega_s(t_\alpha)}, \quad (10)$$

否决“ $l$  级别优先  $k$ ”的综合各时段的矛盾性指标为

$$d_s(l, k) = 1 - \prod_{\alpha=1}^p (1 - d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k))^{\omega_s(t_\alpha)}, \quad (11)$$

其中  $\omega_s(t_\alpha)$  为属性  $s$  在  $t_\alpha$  时刻的权重,  $\alpha = 1, 2, \dots, p$ , 满足  $0 \leq \omega_s(t_\alpha) \leq 1, \sum_{\alpha=1}^p \omega_s(t_\alpha) = 1$ 。

**定义 7** 方案集  $CS$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标为

$$c(l, k) = \sum_{s=1}^m \omega_s c_s(l, k), \quad (12)$$

其中  $\omega_s$  为第  $s$  个属性的组合权重,  $s = 1, 2, \dots, m$ , 满足  $0 \leq \omega_s \leq 1, \sum_{s=1}^m \omega_s = 1$ 。

**定义 8** 对方案集  $CS$  的有序方案对  $(l, k)$  的赋值级别关系为

$$s(l, k) = \begin{cases} c(l, k), & \forall s, d_s(l, k) \leq c(l, k), \\ c(l, k) \prod_{1 \leq s \leq m, d_s(l, k) > c(l, k)} \frac{1 - d_s(l, k)}{1 - c(l, k)}, & \text{其他。} \end{cases} \quad (13)$$

最后, 根据赋值级别优先关系对方案集合  $CS$  中的方案进行优劣排序。

### 2.3 算法步骤

基于 ELECTRE 的动态直觉模糊多属性决策的算法步骤如下。

**步骤 1** 根据 2.1 的步骤, 对方案集  $CS = \{CS_1, CS_2, \dots, CS_n\}$  中每一个方案  $CS_i$  在  $t_\alpha$  时刻 ( $\alpha =$

1, 2, \dots, p) 的动态属性值  $CS_i(t_\alpha) = (Q_{i1}(t_\alpha), Q_{i2}(t_\alpha), \dots, Q_{im}(t_\alpha))$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 构建  $t_\alpha$  时刻的动态直觉模糊决策矩阵  $H(t_\alpha) = (h_{ij}(t_\alpha))_{n \times m}$ 。

**步骤 2** 采用熵权法获得时间序列的属性权重。基于动态直觉模糊决策矩阵  $H(t_\alpha) = (h_{ij}(t_\alpha))_{n \times m}$ , 根据式(14)计算  $t_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, p$ ) 时刻属性  $s$  的直觉模糊熵<sup>[8]</sup>  $H_s(t_\alpha)$ ; 再根据式(15)计算属性  $s$  在各时刻  $t_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, p$ ) 的权重

$$H_s(t_\alpha) = -\frac{1}{n \ln 2} \sum_{i=1}^n [\mu_{is}(t_\alpha) \ln \mu_{is}(t_\alpha) + \gamma_{is}(t_\alpha) \ln \gamma_{is}(t_\alpha) - (1 - \pi_{is}(t_\alpha)) \ln(1 - \pi_{is}(t_\alpha)) - \pi_{is}(t_\alpha) \ln 2] \quad (14)$$

建立目标属性  $s$  在时间序列下权重的最优化模型

$$\begin{cases} \min \sum_{\alpha=1}^p (\omega_s(t_\alpha))^2 H_s(t_\alpha), \\ s. t \sum_{\alpha=1}^p \omega_s(t_\alpha) = 1. \end{cases} \quad (15)$$

根据式(15)构建拉格朗日函数

$$L(\omega_s(t_\alpha), \lambda) = \sum_{\alpha=1}^p (\omega_s(t_\alpha))^2 H_s(t_\alpha) + 2\lambda \left( \sum_{\alpha=1}^p \omega_s(t_\alpha) - 1 \right) \quad (16)$$

分别对  $\omega_s(t_\alpha)$  和  $\lambda$  求偏导, 同时令偏导函数等于 0, 则

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\omega_s(t_\alpha), \lambda)}{\partial \omega_s(t_\alpha)} = 2\omega_s(t_\alpha) H_s(t_\alpha) + 2\lambda = 0, \\ \frac{\partial L(\omega_s(t_\alpha), \lambda)}{\partial \lambda} = 2 \left( \sum_{\alpha=1}^p \omega_s(t_\alpha) - 1 \right) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

对式(17)进行求解获得目标属性在各时刻的权重为

$$\omega_s(t_\alpha) = \frac{(H_s(t_\alpha))^{-1}}{\sum_{\alpha=1}^p (H_s(t_\alpha))^{-1}} \quad (18)$$

**步骤 3** 计算在  $t_\alpha$  时段, 方案  $CS_l(t_\alpha)$  与  $CS_k(t_\alpha)$  的第  $s$  个属性支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^l(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^l(l, k)$ ,  $l, k = 1, 2, \dots, n$ 。首先根据式(4)和(5)计算属性  $s$  关于隶属度支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^{\mu(t_\alpha)}(l, k)$ ; 其次根据式(6)和(7)计算属性  $s$  关于非隶属度支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k)$ , 和矛盾性指标  $d_s^{\gamma(t_\alpha)}(l, k)$ ; 最后根据式(8)和(9)计算属性  $s$  综合隶属度和非隶属度支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^l(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^l(l, k)$ 。

**步骤 4** 根据式(10)–(11)对属性  $s$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^l(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^l(l, k)$  分别进行集成, 得到综合各个时间段  $t_1, t_2, \dots, t_p$  的一致性指标  $c_s(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s(l, k)$ 。

**步骤 5** 首先根据式(12)计算方案集  $CS$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c(l, k)$ ; 再根据式(13)计算方案集  $CS$  的有序方案对  $(l, k)$  的赋值级别优先关系  $s(l, k)$ 。

**步骤 6** 根据赋值级别优先关系  $s(l, k)$  对方案集合  $CS$  中的方案进行优劣排序。排序方法可以使用方案净优势值

$$C_k = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n s_{ki} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n s_{jk}, k = \{1, 2, \dots, n\} \quad (19)$$

进行排序。

### 3 实例验证

采用文献[10]中对湖北省七个农业生态区域的综合能力评估数据进行分析。基于环境和自然资

源的差异,将湖北省大致分为 7 个农业生态区域:  $Y_1$  为武汉、鄂州、黄冈;  $Y_2$  为湖北东北部;  $Y_3$  为湖北东南部;  $Y_4$  为江汉地区;  $Y_5$  为湖北北部;  $Y_6$  为湖北西北部;  $Y_7$  为湖北西南部。对 7 个地区的评估指标有:  $G_1$  为生态效益、 $G_2$  为经济效益、 $G_3$  为社会效益。专家组对 2004—2006 年三年的业绩分别评估得到直觉模糊决策矩阵  $H(t_a)$ ,  $t_1$  表示 2004 年,  $t_2$  表示 2005 年,  $t_3$  表示 2006 年。

$$H(t_1) = \begin{matrix} & G_1 & G_2 & G_3 \\ \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} (0.8, 0.1, 0.1) & (0.9, 0.1, 0) & (0.7, 0.2, 0.1) \\ (0.7, 0.3, 0) & (0.6, 0.2, 0.2) & (0.6, 0.1, 0.3) \\ (0.5, 0.4, 0.1) & (0.7, 0.3, 0) & (0.6, 0.1, 0.3) \\ (0.9, 0.1, 0) & (0.7, 0.1, 0.2) & (0.8, 0.2, 0) \\ (0.6, 0.1, 0.3) & (0.8, 0.2, 0) & (0.5, 0.1, 0.4) \\ (0.3, 0.6, 0.1) & (0.5, 0.4, 0.1) & (0.4, 0.5, 0.1) \\ (0.5, 0.2, 0.3) & (0.4, 0.6, 0) & (0.5, 0.5, 0) \end{pmatrix} \end{matrix},$$

$$H(t_2) = \begin{matrix} & G_1 & G_2 & G_3 \\ \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} (0.9, 0.1, 0) & (0.8, 0.2, 0) & (0.8, 0.1, 0.1) \\ (0.8, 0.2, 0) & (0.5, 0.1, 0.4) & (0.7, 0.2, 0.1) \\ (0.5, 0.5, 0) & (0.7, 0.2, 0.1) & (0.8, 0.2, 0) \\ (0.9, 0.1, 0) & (0.9, 0.1, 0) & (0.7, 0.3, 0) \\ (0.5, 0.2, 0.3) & (0.6, 0.3, 0.1) & (0.6, 0.2, 0.2) \\ (0.4, 0.6, 0) & (0.3, 0.4, 0.3) & (0.5, 0.5, 0) \\ (0.3, 0.5, 0.2) & (0.5, 0.3, 0.2) & (0.6, 0.4, 0) \end{pmatrix} \end{matrix},$$

$$H(t_3) = \begin{matrix} & G_1 & G_2 & G_3 \\ \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} (0.7, 0.1, 0.2) & (0.9, 0.1, 0) & (0.9, 0.1, 0) \\ (0.9, 0.1, 0) & (0.6, 0.2, 0.2) & (0.5, 0.2, 0.3) \\ (0.4, 0.5, 0.1) & (0.8, 0.1, 0.1) & (0.7, 0.1, 0.2) \\ (0.8, 0.1, 0.1) & (0.7, 0.2, 0.1) & (0.9, 0.1, 0) \\ (0.6, 0.3, 0.1) & (0.8, 0.2, 0) & (0.7, 0.2, 0.1) \\ (0.2, 0.7, 0.1) & (0.5, 0.1, 0.4) & (0.3, 0.1, 0.6) \\ (0.4, 0.6, 0) & (0.7, 0.3, 0) & (0.5, 0.5, 0) \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

实例中的 7 个地区构成方案集,即  $CS(t_a) = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7\}$ , 三个评价指标  $G_1, G_2, G_3$  即为每一个方案的三个属性。首先根据式(14)–(15)计算得到每个属性关于时间序列的权重为

$$\begin{aligned}
 (\omega_1(t_1), \omega_1(t_2), \omega_1(t_3)) &= (0.332, 0.329, 0.339); \\
 (\omega_2(t_1), \omega_2(t_2), \omega_2(t_3)) &= (0.326, 0.318, 0.356); \\
 (\omega_3(t_1), \omega_3(t_2), \omega_3(t_3)) &= (0.323, 0.321, 0.356).
 \end{aligned}$$

然后根据式(4)–(9)计算在  $t_1, t_2, t_3$  时段, 方案集  $CS(t_a)$  的第  $s$  个属性支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的一致性指标  $c_s^{t_a}(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^{t_a}(l, k)$ 。其中各参数的选取如下: 隶属度无差异阈值  $q_k^{\mu(t_a)} = 0.2 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) - \min_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) \right)$ , 偏好阈值  $p_k^{\mu(t_a)} = 0.6 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) - \min_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) \right)$ , 否决阈值  $v_k^{\mu(t_a)} = 0.8 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) - \min_{1 \leq l \leq 4} \mu_{lk}(t_a) \right)$ , 非隶属度无差异阈值  $v_k^{\gamma(t_a)} = 0.8 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_a) - \min_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_a) \right)$ , 偏好阈值

$p_k^{\gamma(t_\alpha)} = 0.6 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_\alpha) - \min_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_\alpha) \right)$ , 否决阈值  $q_k^{\gamma(t_\alpha)} = 0.2 \left( \max_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_\alpha) - \min_{1 \leq l \leq 4} \gamma_{lk}(t_\alpha) \right)$ ,  $\lambda_1^c = \lambda_2^c = \lambda_1^d = \lambda_2^d = 0.5$ 。

再根据公式(10)–(11)对时间段  $t_1, t_2, t_3$  的一致性指标  $c_s^t(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s^t(l, k)$  分别进行集成, 得到关于属性  $s$  支持“ $l$  级别优先  $k$ ”的综合的一致性指标  $c_s(l, k)$  和矛盾性指标  $d_s(l, k)$ ,  $s = 1, 2, 3$ 。以属性  $s = 1$  为例。

$$c_1(l, k) = \begin{pmatrix} - & 0 & 0.949 & 0.303 & 0.530 & 1.000 & 0.794 \\ 0.280 & - & 0.754 & 0 & 0.530 & 0.962 & 0.764 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0.583 & 0.500 \\ 0.500 & 0.445 & 0.949 & - & 0.530 & 1.000 & 0.794 \\ 0 & 0 & 0.775 & 0 & - & 0.987 & 0.702 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.472 & - \end{pmatrix},$$

$$d_1(l, k) = \begin{pmatrix} - & 1.000 & 0.051 & 0.698 & 0.470 & 0 & 0.206 \\ 0.720 & - & 0.246 & 1.000 & 0.470 & 0.038 & 0.236 \\ 1.000 & 1.000 & - & 1.000 & 1.000 & 0.417 & 0.500 \\ 0.500 & 0.555 & 0.051 & - & 0.470 & 0 & 0.206 \\ 1.000 & 1.000 & 0.225 & 1.000 & - & 0.013 & 0.298 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & - & 1.000 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 & 0.528 & - \end{pmatrix}。$$

根据式(12)计算方案集  $CS$  支持“ $l$  级别优先看  $k$ ”的一致性指标  $c(l, k)$ , 其中各属性的参数选取与文献[10]一致,  $\omega_1 = 0.3, \omega_2 = 0.4, \omega_3 = 0.3$ ; 再根据式(13)计算方案集  $CS$  的有序方案对  $(l, k)$  的赋值级别优先关系  $s(l, k)$ ,

$$C = \begin{pmatrix} - & 0.433 & 0.607 & 0.380 & 0.527 & 0.795 & 0.824 \\ 0.097 & - & 0.200 & 0 & 0.152 & 0.755 & 0.692 \\ 0 & 0.371 & - & 0 & 0.363 & 0.621 & 0.706 \\ 0.149 & 0.486 & 0.369 & - & 0.402 & 0.786 & 0.779 \\ 0 & 0.199 & 0.361 & 0 & - & 0.712 & 0.708 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.448 & - \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} - & 0 & 0.654 & 0 & 0.556 & 0.832 & 0.877 \\ 0 & - & 0 & 0 & 0 & 0.797 & 0.757 \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & 0.656 & 0.753 \\ 0 & 0.391 & 0 & - & 0 & 0.817 & 0.840 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0.762 & 0.781 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.179 & - \end{pmatrix}。$$

根据式(18)求矩阵  $S$  的方案净优势值  $C_k$ 。  $C_1 = 2.919, C_2 = 1.162, C_3 = 0.754, C_4 = 2.048, C_5 = 0.987, C_6 = -4.042, C_7 = -3.828$ , 可得  $C_1 > C_4 > C_2 > C_5 > C_3 > C_7 > C_6$ , 所以 7 个地区综合评估排序为  $Y_1 > Y_4 > Y_2 > Y_5 > Y_3 > Y_7 > Y_6$ 。 本文排序结果与文献[11]排序结果一致, 可知本文方法有效。

当只取一个时间点  $t_\alpha, \alpha = 1$  时, 运用本文方法也可以得到每一个时间点  $t_\alpha$  时刻的排序结果,  $t_1, t_2, t_3$  时刻的排序结果与综合排序结果进行比较见表 2。

根据表中数据分析, 综合排序结果中第一名  $Y_1$ 、第二名  $Y_4$  与各年排序中第一、二名一致, 第三名的  $Y_2$  在各年中主要排于 3~4 名, 第四名的  $Y_5$  在各年中虽然有两次排名第三但有一次排名第五, 第五

名的  $Y_3$  在各年中主要排于 4~5 名,第六名的  $Y_7$  与第 7 名的  $Y_6$  与各年排名结果基本一致。由此可见,综合排序的结果能够有效、全面地反映各地区的综合能力水平。从数据表上不仅能得到综合排序的结果,还可以将综合排序与各年排序结果结合进行分析,可以看到排名 1~2 的地区稳定在  $Y_1$  和  $Y_4$  上,并且其净优势值的赋值范围在(1.91, 3.81)内;排名在 3~5 的地区在  $Y_2$ 、 $Y_3$  和  $Y_5$  之间变化,其净优势值的赋值范围在(-0.82, 1.57)内;排名在 6~7 的地区在  $Y_6$  和  $Y_7$  间微有变化,其净优势值的赋值范围在(-5.1, -3.9)内。结合排名情况与赋值范围,还可以将 7 个地区划分为 3 个层次: $Y_1$  和  $Y_4$  (武汉、鄂州、黄冈、江汉地区)为第一个层次, $Y_2$ 、 $Y_3$  和  $Y_5$ (湖北东北部、湖北东南部、湖北北部)为第二个层次, $Y_6$ 、 $Y_7$ (湖北西北部、湖北西南部)为第三个层次。

表 2 排序结果比较

Tab. 2 The ranking result comparison

排序	各地区排序结果				各地区净优势值 $C_k$			
	综合	2004 年	2005 年	2006 年	综合	2004 年	2005 年	2006 年
1	$Y_1$	$Y_1$	$Y_1$	$Y_1$	2.919	3.535	3.685	3.804
2	$Y_4$	$Y_4$	$Y_4$	$Y_4$	2.048	3.202	3.216	1.914
3	$Y_2$	$Y_5$	$Y_2$	$Y_5$	1.162	1.488	1.569	0.848
4	$Y_5$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_2$	0.987	0.643	0.756	0.617
5	$Y_3$	$Y_3$	$Y_5$	$Y_3$	0.754	-0.368	-0.814	0.218
6	$Y_7$	$Y_7$	$Y_7$	$Y_6$	-3.828	-3.789	-3.396	-3.363
7	$Y_6$	$Y_6$	$Y_6$	$Y_7$	-4.042	-4.710	-5.017	-4.039

本文改进的动态直觉模糊 ELECTRE 方法利用每个时间点上每个属性的级别优先信息,进行集合综合决策。与直接对决策矩阵进行集成的方法相比,该方法保留了更多局部的级别优先信息,是有效的综合决策方法。同时,本文改进的动态 ELECTRE 方法对单个时间点的决策也是有效的,可以将综合排序与每个时间点的排序综合并全面分析。如在上述实例中,通过全面分析还可以将湖北的 7 个地区按 3 个层次来划分,更具全局性意义。

### 4 结论

针对动态模糊多属性决策问题,本文首先对动态的决策矩阵运用熵权法获得客观的时间权重;其次,引入 ELECTRE 方法解决直觉模糊数的不可比性问题,根据隶属度、非隶属度值不同的物理含义与一致性指标和矛盾性指标的赋值意义,分别构造它们的一致性和矛盾性动态指标函数,获得了更多的级别优先关系信息,使所反映的各属性的级别优先关系更加全面;再次,根据一致性指标和矛盾性指标相反的赋值意义,利用时间权重分别进行集成,获得综合各时间段的一致性和矛盾性指标;最后,对一致性和矛盾性指标进行耦合,得到各方案的赋值级别优先关系并进行排序。实验数据表明,本文所提方法是一种有效的综合决策方法;同时,将排序结果对应的赋值展开分析,还可得到更具全局意义的分层排序结果。

### 参考文献:

[1] BENAYOUN R, ROY B, SUSSMAN N. Manual de reference du programme ELECTRE [J]. Note de Synthese et Formation, 1966, 25: 278-296.

[2] RUAN C Y, GONG S C, CHEN X J. Multi-criteria group decision-making with extended ELECTRE III method and regret theory based on probabilistic interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy information [J]. Complex & Intelligent Systems, 2024, 11(1): 92.

- [3] AKRAM M, LUQMAN A, KAHRAMAN C. Hesitant Pythagorean fuzzy ELECTRE- II method for multi-criteria decision-making problems[J]. Applied Soft Computing, 2021, 108(3): 107479.
- [4] ZHANG P Y, YAO H P, QIU C, et al. Virtual network embedding using node multiple metrics based on simplified ELECTRE method[J]. IEEE Access, 2018, 6: 37314-37327.
- [5] XU Z S, YAGER R R. Dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 48(1): 246-262.
- [6] 陈伟, 杨早立, 周文, 等. 基于时间度的动态直觉模糊多属性妥协决策[J]. 运筹与管理, 2016, 25(2): 83-89.
- [7] 刘琳岚, 胡刚, 刘松, 等. 基于动态直觉模糊多属性的链路质量参数优选[J]. 北京邮电大学学报, 2017, 40(2): 67-72.
- [8] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [9] VLACHOS I K, SERGIADIS G D. Intuitionistic fuzzy information: Applications to pattern recognition [J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28(2): 197-206.
- [10] LI X M, MIN M, TAN C F. The functional assessment of agricultural ecosystems in Hubei Province, China [J]. Ecological Modelling, 2005, 187(2-3): 352-360.
- [11] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 200-208.

## Improved ELECTRE Dynamic Fuzzy Multi-attribute Decision-making Method

ZHANG Lina<sup>1</sup>, LI Zhenji<sup>2</sup>, LI Xiaolin<sup>3</sup>

(1. School of Mathematics and Statistics, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, Shaanxi, China;

2. Animal Husbandry Service Center of Bayannur City, Bayannur 015000, Inner Mongolia, China;

3. School of Computer Science, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, Shaanxi, China)

**Abstract:** This paper proposed an improved ELECTRE dynamic fuzzy multi-attribute decision-making method. First, the entropy weight method was applied to the dynamic decision matrix to obtain objective time weights. Second, an improved ELECTRE method was introduced to address the issue of direct comparison of intuitionistic fuzzy numbers. Based on the different physical meanings of membership and non-membership values, the paper constructed dynamic index functions for consistency and contradiction with respect to their priority levels, which were then combined into consistency and contradiction dynamic indices for each attribute. Subsequently, by utilizing the opposite assignment significance, it integrated these indices using time weights to obtain comprehensive consistency and contradiction indices for various time periods and couple them, thereby establishing the priority relationship of assignment levels for each scheme and completing the ranking of schemes. Experimental data validate the effectiveness and feasibility of the method.

**Key words:** dynamic multi-attribute decision-making; intuitionistic fuzzy set; ELECTRE method; entropy weight method

【责任编辑 乔子桐】