

改进 RRT 算法的四旋翼无人机路径规划方法

冯迎宾, 赵子君, 晏佳华

(沈阳理工大学 自动化与电气工程学院, 沈阳 110159)

摘要: 针对快速扩展随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT) 算法在无人机路径规划过程中采样次数多、生成路径曲折等问题, 提出了一种将路径重规划策略和平滑度优化相结合的路径规划算法。首先, 通过重新构造采样区域降低 RRT 算法采样次数, 利用目标偏向寻优策略为 RRT 算法添加导向性; 其次, 在筛选初始航迹点的同时引入无人机性能约束; 然后, 利用 B 样条对重规划路径进行平滑处理; 最后, 利用 Matlab 对所提出的算法进行仿真实验。实验结果为平均采样次数为 386 次, 平均运行时间为 0.43 s, 平均航迹距离为 1 392.16 (无量纲), 表明了算法可有效降低采样次数并改善路径平滑性。

关键词: 四旋翼无人机; 快速扩展随机树; 航迹平滑; B 样条曲线

中图分类号: V249.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1003-1251.2024.01.002

An Optimizing RRT Algorithm for Quadrotor UAV Path Planning

FENG Yingbin, ZHAO Zijun, YAN Jiahua

(Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: For the case of multiple sampling and tortuous path generated by RRT in the process of UAV path planning, an algorithm combined with path re-planning strategy and smoothness optimization is proposed. First, sampling area is restructured to reduce the sampling frequency of RRT algorithm, and the goal towards optimization strategy is used to guide RRT algorithm. Second, UAV performance constraint is introduced while filtering initial track points. Then, B-spline is used to smooth the re-planning path. Finally, the proposed algorithm is simulated by Matlab. Experimental results show that the average number of sampling is 386, the average running time is 0.43 seconds, and the average track distance is 1 392.16 (dimensionless). It is concluded that the algorithm can effectively reduce the number of sampling and improve path smoothness.

Key words: quadrotor UAV; rapidly-exploring random tree; track smoothing; path smooth; B-spline curve

由于四旋翼无人机具有灵活轻便、机动性好、动力强等特点, 被广泛应用在多个领域。当无人机在执行灾害救援、军事侦察等实际应用任务时, 飞行路径上可能存在多种障碍物, 为保证无人机安全, 四旋翼无人机应具备自主避障能力。实时

的路径规划是四旋翼无人机实现自主避障的关键技术, 其目的是在一定范围内规划出一条从起点到终点避开障碍物并适合无人机飞行的路径。

目前, 学者提出的路径规划方法主要分为两类: 基于采样的路径规划和基于搜索的路径规

划^[1]。快速扩展随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT)^[2]算法为基于采样的路径规划方法的代表性算法之一,已经被广泛应用于工程实践中,例如机械臂运动规划^[3]、机器人路径规划^[4-6]以及无人机航迹规划^[7-9]。RRT 算法无需对空间进行预处理即可进行随机采样,通过对采样点进行处理,最终得到一条无碰撞的路径。RRT 算法具有概率完备性、搜索范围广等优点,但其生成的路径并不是最优的。针对这一问题,文献[10]提出了 RRT* 算法,通过对扩展节点周边一定范围内的节点进行选择,找到合适的父节点,从而规划出渐进最优的路径。文献[11]提出了 RRT-connect 方法,在起始点和终点同时生成两棵扩展随机树进行路径的寻找,加快了路径寻找速度。文献[12]在 RRT 扩展过程中通过调节采样区范围提高算法效率。

由此可见,改进的 RRT 算法主要是对搜索策略和采样区域选择进行优化。本文提出一种从预生成路径本身出发,通过构建重规划起止点进行 RRT 规划的方法。在 RRT 算法中通过缩小采样区域,从而减少采样次数,并且引入目标偏向寻优策略,使得采样点具有向目标点偏转的概率。在平滑度优化策略中,去除冗余初始航迹点的同时与四旋翼无人机性能约束相结合,利用 B 样条曲线对航迹点处理,从而获得更加符合四旋翼无人机特性的可行路径。

1 基本 RRT 算法

在路径规划过程中,将四旋翼无人机视为质点,RRT 算法从起始点出发,在空间中随机生成采样点,当采样到目标点或其附近区域时停止,即生成一颗同时包含起始点和目标点的随机树,在树中可以找到一条从起始点出发由树的节点构成最终到达目标点的路径。

路径搜索过程如图 1 所示,图中 K_{start} 表示起始点, K_{goal} 表示目标点,正方形和圆形表示障碍物。起始点 K_{start} 可作为随机树的根节点,RRT 算法首先在非障碍物区域内随机生成一个采样点 K_{rand} 作为目标点,在找到距离 K_{rand} 最近的树扩展节点 K_{near} ,以 K_{near} 为基准点在其与 K_{rand} 的连线上朝着 K_{rand} 方向按照预定步长 S 生成新的节点 K_{new} ,如果在预定步长内与障碍物发生碰撞则放弃 K_{new} 再重新生成 K_{rand} ,如果在预定步长内无障碍物碰撞则保留 K_{new} 。重复上述步骤,经过多次

迭代,当 K_{new} 在目标点 K_{goal} 附近区域时则完成随机树的构建,即找到了一条由起始点抵达目标点的可行路径。

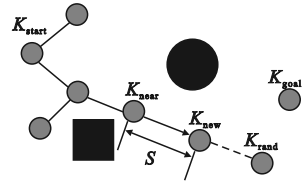


图 1 路径搜索过程

Fig. 1 The path search process

2 改进 RRT 算法的路径搜寻方法

2.1 配置空间等效问题

四旋翼无人机在飞行过程中可能存在不同类型的障碍物,例如电线杆、树木、指示牌等,但障碍物的细节对无人机的路径规划意义不大,因此在配置空间中需要对不同类型的障碍物进行统一等效处理。

假设对于任何障碍物,均可找到一个质量分布均匀的长方体将其完整包围^[13]。本文对于空中障碍物将其等效为圆球,假设圆球的圆心为长方体质心,圆球半径 R_q 由公式(1)求得。对于地面障碍物,本文将其等效为圆柱,假设圆柱体底面圆心为长方体底面中心点,底面半径 R_c 和圆柱高度 Z_c 由公式(2)求得。图 2 为本文障碍物等效示意图。

$$R_q = Z + \frac{T_q}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} R_c = Z + \frac{T_y}{2} \\ Z_c = Z + H_y \end{cases} \quad (2)$$

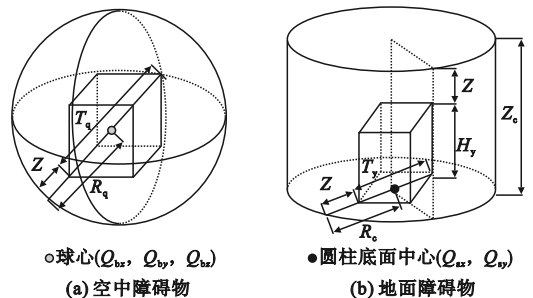


图 2 障碍物等效示意图

Fig. 2 Equivalent schematic diagram of obstacles

式中: Z 为四旋翼无人机轴距; T_q 为长方体对角线长度; T_y 为长方体底面对角线长度; H_y 为长方体的高。

2.2 四旋翼无人机性能约束

在空中飞行的四旋翼无人机不仅受到环境因素影响,还需考虑其自身性能约束,避免无人机发生剧烈运动,导致失控。因此,在路径规划时需综合考虑航迹距离、偏航角和俯仰角等性能约束条件。

2.2.1 最远航迹约束条件

四旋翼无人机在飞行过程中由于受到自身动力限制并不能无限制距离飞行,因此在轨迹规划时应该加入航迹约束。无人机最远飞行航迹由无人机搭载的电源和通信能力决定,路径重规划得出的轨迹由 n 个航迹点组成,其轨迹长度总和应小于最远飞行航迹距离。航迹约束条件可表示为

$$\sum_{i=2}^n Dis(k_{i-1}, k_i) < S_{\max} \quad (3)$$

式中: $i=2, 3, \dots, n$; $Dis(k_{i-1}, k_i)$ 为相邻航迹点之间的欧几里得距离; S_{\max} 为无人机最远飞行航迹距离。

2.2.2 最短航迹约束条件

四旋翼无人机在飞行时要尽量以匀速状态保持直线飞行或者以恒定的航向角完成转弯动作,频繁的姿调整对无人机控制系统有着较高的要求,电机需要不断调整旋转速度,会造成动力源消耗过多。因此需要进行最短航迹约束,即路径重规划的过程中期望每个航迹点之间的距离大于预设的最短航迹距离 S_{\min} , 如果产生 n 个航迹点,则最短航迹约束可以表示为

$$Dis(k_{i-1}, k_i) > S_{\min} \quad (4)$$

2.2.3 最大偏航角约束

偏航角为无人机实际航向与计划航向之间的夹角,如果在飞行过程中偏航角过大可能会造成无人机远离预设航向,导致飞行任务失败,甚至失控,因此,需要在路径规划过程中设定最大偏航角限制。在配置空间中,假设生成 n 个航迹点,对于除第 n 点外的其他航迹点 $k_i (i=2, 3, \dots, n-1)$ 为原点建立三维坐标系,在此坐标系中标定下一个航迹点 k_{i+1} 的位置,这两个航迹点之间的连线在 $xk_i y$ 平面的投影线段与 x 轴之间的夹角 ρ 应比设定的四旋翼无人机最大偏航角 ρ_{\max} 小,如图 3 所示, k_i 与 k_{i+1} 为相邻航迹点,最大偏航角约束可表示为

$$\rho = \arctan \frac{y}{x} < \rho_{\max} \quad (5)$$

式中 x, y 为航迹点坐标值。

2.2.4 最大俯仰角约束

俯仰角为无人机机头方向的机体轴与水平面之间的夹角,俯仰角过大会极大降低飞行过程中

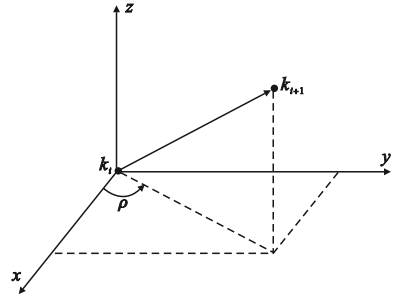


图 3 偏航角示意图

Fig. 3 Schematic diagram of yaw angle

的稳定性,甚至造成无人机失控,因此需要设定最大俯仰角对其进行约束。最大俯仰角限制与最大偏航角类似,如图 4 所示,在 $xk_i z$ 平面的投影线段与 x 轴之间的夹角 γ 应比设定的四旋翼无人机最

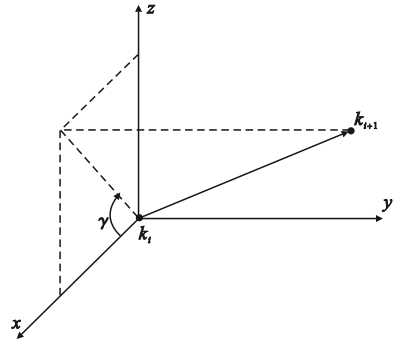


图 4 俯仰角示意图

Fig. 4 Schematic diagram of pitch angle

大俯仰角 γ_{\max} 小,最大俯仰角约束可表示为

$$\gamma = \arctan \frac{z}{x} < \gamma_{\max} \quad (6)$$

式中 x, z 为航迹点坐标值。

2.3 路径重规划策略

2.3.1 构建重规划起止点

在配置空间中,设置起始点为 $K_a(x_a, y_a, z_a)$, 目标点为 $K_b(x_b, y_b, z_b)$, 先从 x_a 指向 x_b 预生成一条忽略障碍物的直线路径 $\overrightarrow{K_a K_b}$, 然后对于这条直线进行离散化处理,生成一组相邻数组为单位步长的三列矩阵。在路径规划过程生成的点属于直角坐标系,为了确定配置空间中点、线之间的关系以及各种夹角的角度,这时需要将其转换为球坐标系。已知直角坐标系下 K_a 和 K_b 的坐标点,需要根据公式(7)将其转换为球坐标系,坐标系示意图如图 5 所示,图中以 K_a 为原点建立三维坐标系,并在坐标系中标定 K_b 的位置,本文中其他需要进行坐标系转换的坐标点均按此方法建立坐标系。

$$\begin{cases} l = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2} \\ \theta = \arccos\left(\frac{z_b - z_a}{l}\right) \\ \rho = \arctan\left(\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}\right) \end{cases} \quad (7)$$

式中: l 为 $K_a(x_a, y_a, z_a)$ 和 $K_b(x_b, y_b, z_b)$ 之间的欧几里得距离; θ 为 K_a 和 K_b 的连线与 z 轴夹角; ρ 为 K_a 和 K_b 的连线与 x 轴夹角。

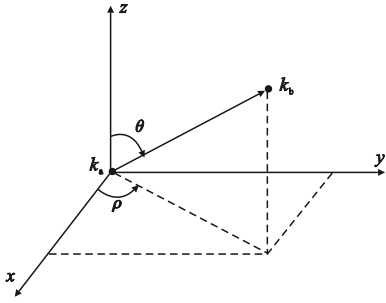


图5 坐标系示意图

Fig.5 Schematic diagram of coordinate system

对 $\overrightarrow{K_a K_b}$ 进行离散化处理得出 k 个点, 每两个点之间的距离为单位步长, 由公式(8)求出每个点的坐标值, 并将其存入 k 行 3 列矩阵 Γ 。

$$\begin{cases} x_i = i \sin \theta \cos \rho + x_1 \\ y_i = i \sin \theta \sin \rho + y_1 \\ z_i = i \cos \theta + z_1 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $i = 1, 2, 3, \dots, k$; x_1, y_1, z_1 为需要离散化处理线段的起始点坐标值。

依次对矩阵 Γ 每一行按照公式(9)计算欧几里得距离进行检测以判断是否在障碍物内, 并将包含在障碍物内的元素存入 3 列矩阵 Λ 。

$$\begin{cases} Dis([\Gamma_{j1}, \Gamma_{j2}, \Gamma_{j3}], [Q_{bx}, Q_{by}, Q_{bz}]) < R_q \\ Dis([\Gamma_{j1}, \Gamma_{j2}], [Q_{sx}, Q_{sy}]) < R_c \ \&\& \ \Gamma_{j3} < Z_c \end{cases} \quad (9)$$

式中: $j = 1, 2, 3, \dots, k$; $\Gamma_{j1}, \Gamma_{j2}, \Gamma_{j3}$ 分别为矩阵 Γ 每行的元素。

以矩阵 Λ 中间行数元素 λ_{mid} 为起点, 平行于配置空间中的底面, 做 $\overrightarrow{K_a K_b}$ 的垂线 γ , 并对 γ 根据公式(8)以单位步长进行离散化, 根据公式(9)找到包含在障碍物内的元素, 分别找到最贴近障碍物两侧边界的元素 Q_r 与 Q_r' 。根据公式(10)计算与矩阵 Λ 中间维数元素 Λ_{mid} 的欧几里得距离, 比较两者长度, 将距离近的边界元素保存为 Q 。以 Λ_{mid} 为起点, 以 Q 为方向, 在 γ 离散化后得到的点中找到远离障碍物并在 10 ~ 30 倍单位步长中的一个元素保存为 Q_{mid} 。

$$Dis(\Lambda_{mid}, Q_r) \quad (10)$$

矩阵 Λ 的首尾元素也存在于矩阵 Γ , 矩阵 Γ 相邻元素距离为单位步长, 以矩阵 Λ 首尾元素为起点向矩阵 Γ 首行和尾行两个方向进行扩展, 找到远离障碍物并在 20 到 30 倍单位步长之间的两个元素, 距离起始点 K_a 近的元素保存为重规划起点 Q_{start} , 另一个元素保存为重规划终止点 Q_{goal} , 如图 6 所示。

使用 RRT 算法进行路径搜索, 首先搜索 Q_{start} 到 Q_{mid} 路径, 再搜索 Q_{mid} 到 Q_{goal} 的路径。

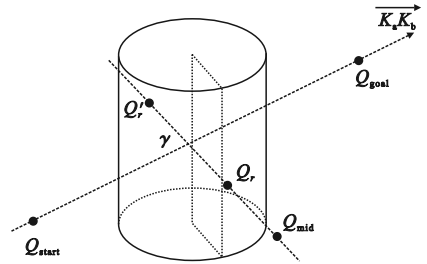


图6 重规划示意图

Fig.6 Schematic diagram of reconstruction

2.3.2 RRT 算法采样点选取改进

在配置空间中, 基本 RRT 算法寻找 K_a 和 K_b 之间路径时由于采样区域过大, 从而造成采样次数过多使得随机扩展分支多。本文在路径重规划过程中, 通过重新选取 RRT 算法起止点, 改进采样区域选择范围, 降低采样次数, 从而减少随机树的分支数量。

本文在采样时引入基于概率的目标偏向寻优策略^[14], 如公式(11)所示, 设置一个小于 1 的目标偏置阈值 P_{th} 。 P 为在 0 ~ 1 范围由均匀分布获得的一个概率值, 当 $P < P_{th}$ 时, 设置目标点为随机点, 这样使得随机树具有向目标点 K_{goal} 方向扩展的可能, 当 $P > P_{th}$ 时, 则使用 $sample()$ 函数生成采样点。

$$K_{rand} = \begin{cases} K_{goal}, & P < P_{th} \\ sample(), & P > P_{th} \end{cases} \quad (11)$$

基本 RRT 算法采样时区域范围为 K_a 和 K_b 为顶点构成的三维空间, 本文中将采样区域缩小为 Q_{start} 和 Q_{goal} 为顶点构成的三维空间, 如图 7 所示。新的采样区域范围由公式(12)计算得出。

$$\begin{cases} s'x = x_{start} - x_{goal} \\ s'y = y_{start} - y_{goal} \\ s'z = z_{start} - z_{goal} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $x_{start}, y_{start}, z_{start}$ 为 Q_{start} 的三维坐标; $x_{goal}, y_{goal}, z_{goal}$ 为 Q_{goal} 的三维坐标; $s'x, s'y, s'z$ 为 x, y, z 三轴上的长度。

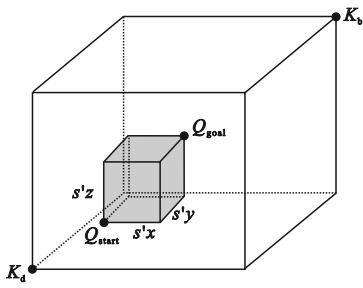


图 7 采样区域范围

Fig. 7 Sampling area range

$sample()$ 函数生成的采样点 $(x_{start}, y_{start}, z_{start})$ 为 Q_{start} , 由公式 (13) 计算得出。

$$\begin{cases} x_{rand} = P \times s'x + x_{start} \\ y_{rand} = P \times s'y + y_{start} \\ z_{rand} = P \times s'z + z_{start} \end{cases} \quad (13)$$

2.4 平滑度优化策略

由于 RRT 算法随机性强从而导致路径重规划后得到的初始轨迹通常不平滑、存在过多的转折。这些轨迹由初始航迹点连接得到, 为了提高路径平滑度, 满足四旋翼无人机实际飞行需求, 需要对初始航迹点进行筛选从而得出合适的航迹点, 然后利用 B 样条对其进行平滑处理。平滑度优化策略总流程如图 8 所示。

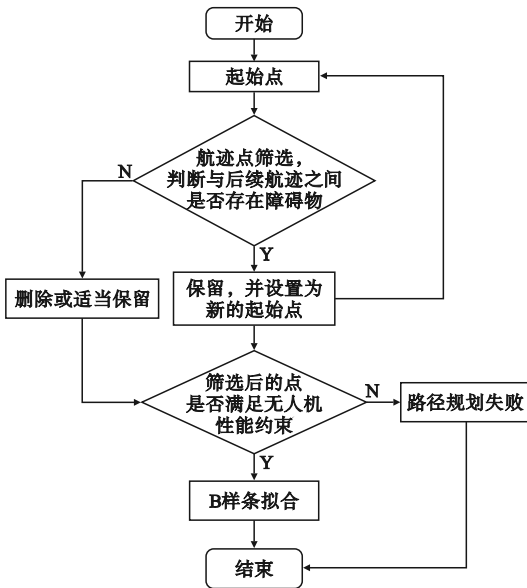


图 8 平滑度优化策略流程

Fig. 8 Smoothness optimization strategy process

航迹点筛选是将第一个初始航迹点设置为起始点, 依次检测后续航迹点与起始点连线之间是否有障碍物, 如果连线不经过障碍物则将其视为冗余点删除并检测下一个航迹点, 如果有障碍物则被保留航迹点并将其设置为新的起始点, 再重

复上述操作, 直至检测到最后一个初始航迹点。为了便于 B 样条进行优化, 使得路径更具有可行性, 会适当保留个别冗余点, 保留原则为对被保留航迹点之前第四个至第九个冗余点中随机抽取一个, 如果被保留航迹点之前冗余点数量不足四个则不保留。在得到航迹点后对航迹点进行安全性检测, 即判断航迹点是否满足四旋翼无人机性能约束。

B 样条是贝塞尔曲线一般化形式之一, 具有保凸性、凸包性以及几何不变性等多种优良特性^[15], 常用于对于轨迹进行平滑处理^[16]。本文将剔除冗余点后的航迹点作为 B 样条控制点, 从而生成平滑的轨迹。

3 数字仿真分析

为验证上述算法的有效性, 本文基于 Matlab 2020a 编程, 在中央处理器为 Intel(R) Core(TM) i5 - 8300H CPU @ 2.30 GHz、显卡为 NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti 的计算机上进行数字仿真实验。

为了验证本文算法的性能, 与 RRT 算法进行了对比仿真实验, 且选取的概率目标偏向巡游策略相同。在仿真实验过程中, 仿真环境设置为 $1000 \times 1000 \times 300$ 区域, 设置起始点 $K_a(0, 0, 0)$ 、目标点 $K_b(900, 900, 200)$, 设置 6 个经过等效后的障碍物, 其相关信息如表 1 所示, 实验环境如图 9 所示。RRT 算法未添加无人机约束, 本文算法最短航迹约束条件设置为 $S_{min} = 1$ (无量纲), 将最大偏航角以及最大俯仰角设置为 60° , 即 $\rho_{max} = \gamma_{max} = \tan 60^\circ = 1.732$ 。

表 1 等效障碍物信息

Table 1 Parameters of equivalent obstacles

障碍物名称	圆心	半径	高
圆柱 1	(230, 230, 0)	50	200
圆柱 2	(700, 700, 0)	50	200
圆柱 3	(650, 400, 0)	70	150
圆柱 4	(450, 200, 0)	70	60
圆球 1	(450, 450, 80)	50	-
圆球 2	(300, 650, 150)	100	-

RRT 算法实验结果如图 10 所示, 本文算法实验结果如图 11 所示, 图 12 表示本文算法的部分重规划结果。由图 10 ~ 12 可知, 重规划过程中改进 RRT 算法的随机树的分支相对于 RRT 算法显著减少, 经过平滑度优化策略处理过的轨迹中的

航迹点冗余点更少,相对于重规划 RRT 算法生成的原轨迹更加顺滑,轨迹转弯次数更少,更加符合四旋翼无人机的实际飞行需求。

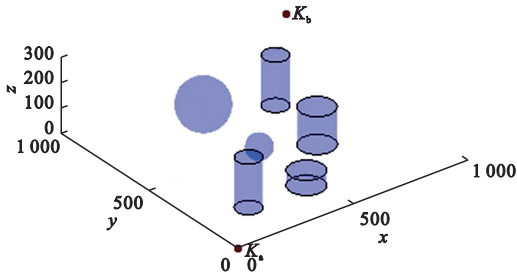


图9 仿真环境

Fig. 9 Simulation environment

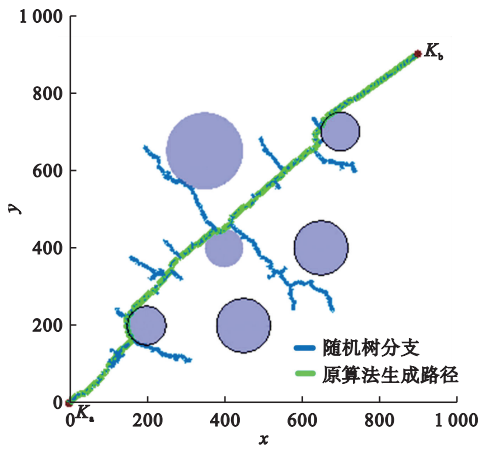


图10 RRT 算法 xy 平面视图

Fig. 10 xy-plane view of RRT algorithm

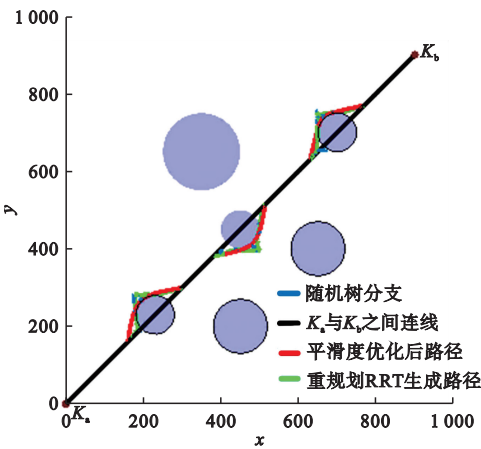
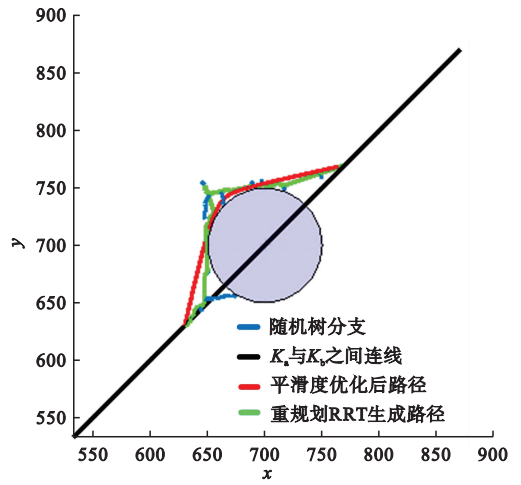


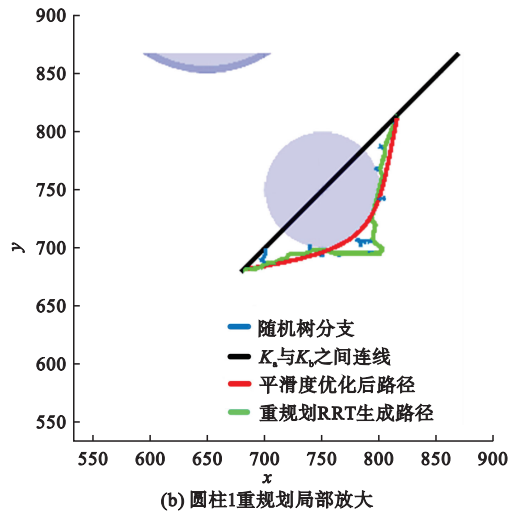
图11 本文算法 xy 平面视图

Fig. 11 xy-plane view of algorithm in this paper

为验证本文提出算法的鲁棒性,实验分为2组进行,每组运行 RRT 算法和本文算法各 20 次,分别统计平均采样次数、程序平均运行时间和 K_0 至 K_s 平均航迹距离数据,结果如表 2 所示。



(a) 圆柱2重规划局部放大



(b) 圆柱1重规划局部放大

图12 本文算法重规划 xy 平面视图

Fig. 12 The reprogrammed xy-plane views of algorithm in this paper

表2 实验结果对比

Table 2 Comparison of experimental results

实验项目	RRT 算法	本文算法
采样次数/次	1 569	386
运行时间/s	1.48	0.43
航迹距离/无量纲	1 471.65	1 392.16

实验结果表明:本文算法相对于 RRT 算法程序有效降低了采样次数,平均采样次数仅为 RRT 算法的 24.60%;平均运行时间更少仅为原算法的 29.05%。表 2 中航迹距离为欧几里得距离,可以看出本文算法从起始点 K_0 到目标点 K_s 的航迹距离比 RRT 算法的结果有所减少,为 RRT 算法的 94.60%。

4 结论

本文提出了一种改进 RRT 算法的四旋翼无

人机路径规划方法,旨在解决 RRT 算法随机性强、采样次数过多以及生成轨迹曲折的问题。在配置空间中对障碍物进行等效处理,忽略障碍物细节,降低了算法运行环境的复杂度。在路径重规划过程中,通过重新构建采样区域范围,有效降低了 RRT 算法的采样次数,引入基于概率的目标偏向寻优策略,使采样点以一定概率向重规划目标点方向进行扩展。在平滑度优化策略中,选择性去除初始航迹中的冗余点并兼顾无人机能约束,通过 B 样条曲线产生平滑路径,使得生成的路径更加贴合无人机实际需求。

参考文献(References):

- [1] QUAN L, HAN L X, ZHOU B Y, et al. Survey of UAV motion planning [J]. IET Cyber-Systems and Robotics, 2020, 2 (1): 14 - 21.
- [2] LAVALLE S M. Rapidly-exploring random trees: a new tool for path planning [R]. Ames, USA: Computer Science Department, Iowa State University, 1998.
- [3] 屈力刚,高凯,邢宇飞,等.基于 ROS 的机械臂运动规划研究 [J]. 机床与液压, 2022, 50 (22): 43 - 47.
- QU L G, GAO K, XING Y F, et al. Research on manipulator motion planning based on ROS [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2022, 50 (22): 43 - 47. (in Chinese)
- [4] 崔永杰,王寅初,何智,等.基于改进 RRT 算法的猕猴桃采摘机器人全局路径规划 [J]. 农业机械学报, 2022, 53 (6): 151 - 158.
- CUI Y J, WANG Y C, HE Z, et al. Global path planning of kiwifruit harvesting robot based on improved RRT algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53 (6): 151 - 158. (in Chinese)
- [5] 王硕,段蓉凯,廖与禾.机器人路径规划中快速扩展随机树算法的改进研究 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56 (7): 1 - 8.
- WANG S, DUAN R K, LIAO Y H. Research on improvement of rapidly exploring random tree algorithm in robot path planning [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56 (7): 1 - 8. (in Chinese)
- [6] 宁宇铭,李团结,姚聪,等.基于快速扩展随机树一贪婪边界搜索的多机器人协同空间探索方法 [J]. 机器人, 2022, 44 (6): 708 - 719.
- NING Y M, LI T J, YAO C, et al. Multi-robot cooperative space exploration method based on rapidly-exploring random trees and greedy frontier-based exploration [J]. Robot, 2022, 44 (6): 708 - 719. (in Chinese)
- [7] 王康,郭剑东,桑标.基于综合改进 RRT 算法的无人机三维航路规划 [J]. 计算机仿真, 2021, 38 (9): 40 - 44, 69.
- WANG K, GUO J D, SANG B. Three-dimensional path planning for UAV based on comprehensive improved RRT algorithm [J]. Computer Simulation, 2021, 38 (9): 40 - 44, 69. (in Chinese)
- [8] 尹高扬,周绍磊,吴青坡.基于改进 RRT 算法的无人机航迹规划 [J]. 电子学报, 2017, 45 (7): 1764 - 1769.
- YIN G Y, ZHOU S L, WU Q P. An improved RRT algorithm for UAV path planning [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45 (7): 1764 - 1769. (in Chinese)
- [9] 闫川,甄子洋,张继豪,等.突防飞行与多区域搜索一体化侦察航迹规划 [J]. 飞行力学, 2023, 41 (1): 20 - 26, 46.
- YAN C, ZHEN Z Y, ZHANG J H, et al. Integrated reconnaissance path planning of penetration flight and multi area search [J]. Flight Dynamics, 2023, 41 (1): 20 - 26, 46. (in Chinese)
- [10] KARAMAN S, FRAZZOLI E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning [J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30 (7): 846 - 894.
- [11] KUFFNER J J, LAVALLE S M. RRT-connect: an efficient approach to single-query path planning [C] // Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065). San Francisco, CA, USA: IEEE, 2002: 995 - 1001.
- [12] YERSHOVA A, JAILLET L, SIMEON T, et al. Dynamic-domain RRTs: efficient exploration by controlling the sampling domain [C] // Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain: IEEE, 2006: 3856 - 3861.
- [13] 李克玉,陆永耕,鲍世通,等.基于改进 RRT 算法的无人机三维避障规划 [J]. 计算机仿真, 2021, 38 (8): 59 - 63, 96.
- LI K Y, LU Y G, BO S T, et al. Three-dimensional obstacle avoidance planning of UAV based on pre-planning path optimizing RRT algorithms [J]. Computer Simulation, 2021, 38 (8): 59 - 63, 96. (in Chinese)
- [14] 李扬,张蕾,李鹏飞,等.基于改进 RRT 结合 B 样条的机械臂运动规划方法 [J]. 计算机集成制造系统, 2023, 29 (1): 254 - 263.
- LI Y, ZHANG L, LI P F, et al. Motion planning method of manipulator based on improved RRT combined with B-spline [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29 (1): 254 - 263. (in Chinese)
- [15] 梁晓,胡欲立.基于 B 样条曲线的四旋翼系绳运输系统轨迹规划 [J]. 飞行力学, 2019, 37 (5): 57 - 62.
- LIANG X, HU Y L. Trajectory planning of quadrotor with cable suspended load based on B-spline [J]. Flight Dynamics, 2019, 37 (5): 57 - 62. (in Chinese)
- [16] 于洋,周佳伟,冯迎宾,等.基于三次 B 样条曲线的无人车轨迹优化方法研究 [J]. 沈阳理工大学学报, 2019, 38 (5): 71 - 75.
- YU Y, ZHOU J W, FENG Y B, et al. Research on trajectory optimization of unmanned vehicle based on cubic B-spline interpolation [J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2019, 38 (5): 71 - 75. (in Chinese)

(责任编辑:和晓军)