

基于超螺旋算法的 T-S 模糊广义系统动态滑模控制器的设计

李翔宇¹, 孙鹏然¹, 高宪文², 袁春华¹

(1. 沈阳理工大学 自动化与电气工程学院, 沈阳 110159; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819)

摘要: 为消除滑模控制中的颤振问题, 设计一种基于超螺旋算法的 T-S 模糊广义系统动态滑模控制器。首先, 构造一个新型的动态滑模面, 利用广义系统描述滑模运动的动态过程, 同时使用基于输出反馈动态滑模的控制方法进行系统设计, 并利用凸优化与状态输入增强相结合的方法分析出系统渐近稳定的充分条件; 其次, 采用多变量超螺旋算法设计二阶且连续控制器, 可有效减缓滑模控制系统中存在的颤振问题。实验结果表明, 所提出的控制器可以使系统状态在有限时间内到达滑模面, 并保持稳定的滑动模态, 同时也有效消除系统中的颤振问题, 提升系统的控制性能。

关键词: 广义系统; 动态滑模控制; 输出反馈; 超螺旋算法

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1003-1251.2025.05.003

Super-Twisting Algorithm-based Dynamic Sliding Mode Controller for T-S Fuzzy Descriptor System

LI Xiangyu¹, SUN Pengran¹, GAO Xianwen², YUAN Chunhua¹

(1. Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China; 2. Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: To address the chattering problem in sliding mode control, a dynamic sliding mode controller for T-S fuzzy descriptor system based on the super-twisting algorithm is designed. Firstly, a novel dynamic sliding surface is constructed. The process of dynamic sliding mode motion is described using a descriptor system. Additionally, a control method based on output feedback of dynamic sliding mode is employed for system design. The algorithm combines convex optimization with status-input augmentation to analyze sufficient conditions for asymptotic stability of the system. Secondly, a second-order and continuous controller is designed using a multivariable super-twisting algorithm, which effectively alleviates the chattering inherent in sliding mode control systems. Experimental results demonstrate that the proposed controller enables the system state to reach the sliding surface within a finite time and maintain in a stable sliding mode, effectively eliminating the chattering and enhancing the control performance of the system.

Key words: descriptor system; dynamic sliding mode control; output feedback; super-twisting algorithm

滑模控制作为一种变结构控制, 由于其强鲁棒性以及快速响应等优点, 被广泛应用在机械工业^[1]、

航空航天^[2]、车辆工业^[3]、电力系统^[4]等领域。滑模控制方法已经由线性系统发展到非线性系统, 并逐

步推广到 T-S 模糊非线性系统的研究中。文献[5]利用积分型滑模控制与事件触发方法相结合,对 T-S 模糊系统进行了研究。文献[6]提出了一种基于 T-S 模糊模型的积分型自适应滑模控制方法,使系统性能得到显著提升。上述提到的积分型属于静态滑模控制,其所有线性局部模型只有一个共同的控制输入通道,且许多模糊滑模控制主要基于状态反馈设计,不能记录整个状态过程,会造成系统不稳定等问题。文献[7]提出了基于输出反馈的动态滑模控制方法,利用模糊仿射非线性系统解决了一类不确定性问题,并且放宽了静态滑模控制带来的限制,文献[8]设计了一种高阶动态滑模控制器,有效解决了无人机执行器故障的问题。

T-S 模糊广义系统是一种描述非线性系统的方法。文献[9]利用 T-S 模糊广义系统与滑模控制结合,设计了一种滑模观测器。文献[10]提出了广义系统的切换函数与模糊滑模控制器的设计方法。文献[11]研究了线性切换函数与积分型切换函数的模糊广义滑模观测器的设计问题。除了滑模控制,T-S 模糊广义模型也被广泛应用在其他系统的分析中,如时滞系统的控制^[12-14]、容错控制^[15]等。

由于广义系统的动态阶数通常小于系统的维数,因此在系统状态中含有控制输入的高阶导数,会导致控制输入不连续的问题,由此可能激发系统固有的高频振颤,甚至存在破坏系统的风险。为此,本文引入多变量超螺旋算法,基于超螺旋算法的控制器是一个不需要切换函数进行求导的二阶连续控制器,可以有效解决控制输入不连续的问题,并减缓振颤。文献[16]中已经证明了多变量超螺旋算法可以应用在积分型的滑模控制中,本文利用广义系统与动态滑模控制相结合,设计基于超螺旋算法的动态输出反馈滑模控制器。

为解决广义系统滑模控制中的振颤问题,本文首先引入一个 T-S 模糊广义系统;然后利用凸优化方法获得动态滑模面增益矩阵;最后采用多变量超螺旋算法设计超螺旋动态输出反馈滑模控制器,以保证系统的状态稳定。

1 问题描述

考虑如下 T-S 模糊广义系统,其第 i 条规则如下。

模糊规则 i : 令 $\theta_1(t) = M_1^i, \theta_2(t) = M_2^i, \dots, \theta_g(t) = M_g^i$, 有

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, r$ (r 是模糊规则数); M_ℓ^i ($\ell = 1, 2, \dots, g$) 是模糊集; $\theta(t) = [\theta_1(t) \ \theta_2(t) \ \dots \ \theta_g(t)]^T$ 是前件变量; $\mu_i(\theta(t))$ 是隶属度函数, $\mu_i(\theta(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) = 1; x(t) \in \mathbf{R}^n$, 是 n 维状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^m$, 是 m 维输入向量; $y(t) \in \mathbf{R}^l$, 是可测的 l 维输出向量; 矩阵 $E \in \mathbf{R}^{n \times m}, A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 是系统已知的 $n \times n$ 维参数矩阵; 矩阵 $B_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$, 是已知的 $n \times m$ 维参数矩阵; 矩阵 $C \in \mathbf{R}^{l \times n}$, 是已知的 $l \times n$ 维参数矩阵。由于广义系统的特性,本文假设矩阵 E 的秩 $\text{rank}(E) \leq n$ 。

对于系统(1),本文提出两个假设如下。

$$\text{假设 1: } \text{rank} \begin{bmatrix} E & B_i \\ C & 0 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} + m.$$

$$\text{假设 2: 若 } \text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} < n, \text{rank}[E \ B_i] = \text{rank}(E).$$

为使假设 1、假设 2 成立,系统(1)存在由正定矩阵 M, N 变换后的等价系统,形式为

$$\begin{cases} \hat{E} \hat{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t))(\hat{A}_i \hat{x}(t) + \hat{B}_i u(t)) \\ y(t) = \hat{C} \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} \hat{E} = MEN = \begin{bmatrix} E_1 & \star \\ 0 & E_2 \end{bmatrix} \\ \hat{A}_i = MA_i N \\ \hat{B}_i = MB_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} \end{bmatrix} \\ \hat{C} = CN = [0 \ T^T] \\ \hat{x}(t) = N^{-1}x(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\bar{B} \in \mathbf{R}^{m \times m}$, 是 $m \times m$ 维非奇异矩阵; $T \in \mathbf{R}^{l \times l}$, 是 $l \times l$ 维正交矩阵,并且矩阵 E_1, E_2 设定为

$$\begin{cases} E_1 = \begin{bmatrix} I_{r_{EC} - l} & \star \\ 0 & 0_{n-r_{EC}} \end{bmatrix} \\ E_2 = T_1 \begin{bmatrix} 0_{r_{EC} - r_E} & \star \\ 0 & I_{r_E + 1 - r_{EC}} \end{bmatrix} T_1^T \end{cases} \quad (4)$$

式中: $r_{EC} = \text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix}; r_E = \text{rank}(E); \star$ 表示分块矩阵中对应矩阵的转置; $T_1 \in \mathbf{R}^{l \times l}$, 是 $l \times l$ 维正交矩

阵; $I_{r_{EC}-l}$ 是 $r_{EC}-l$ 阶单位矩阵; $\mathbf{0}_{n-r_{EC}}$ 是 $n-r_{EC}$ 阶零矩阵。

如果在动态滑模控制系统中加入扰动不仅会改变系统的动态特性,且当扰动未被正确估计或补偿时会导致控制性能下降,在设计动态滑模控制器时不能有效抵消扰动,会增加计算复杂度,所以动态滑模控制方案不能用于处理扰动问题。式(1)中的 T-S 模糊广义系统不带扰动,符合本文的需求。

2 主要结果

2.1 滑模面的设计

考虑如下滑模面

$$S = \{ \mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n : s(t) = 0 \} \quad (5)$$

式中: S 为滑模面; $s(t)$ 为切换函数。对于系统(1),根据系统可测量的输出以及控制输入可以将切换函数设计为

$$s(t) = \mathbf{K}\mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t) = 0 \quad (6)$$

式中 $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{m \times l}$ 是待确定的滑模面增益矩阵。

由于 $s(t)$ 无法进行求导运算,滑模面增益矩阵 \mathbf{K} 应满足 $\mathbf{K}\mathbf{C} = \mathbf{S}\mathbf{E}$ 、 $\det(\mathbf{S}\mathbf{B}_i) \neq 0$, 其中 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 为 $m \times n$ 维行满秩矩阵, $\det(\mathbf{S}\mathbf{B}_i)$ 表示矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{B}_i$ 的行列式,证明过程如下所示。

证明:定义矩阵 \mathbf{S} 为

$$\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2] \mathbf{M} \quad (7)$$

由式(3)和式(4)得

$$\begin{cases} \mathbf{S}\mathbf{E} = [\mathbf{S}_1\mathbf{E}_1 & \mathbf{S}_2\mathbf{E}_2] \mathbf{N}^{-1} \\ \mathbf{K}\mathbf{C} = [\mathbf{0} & \mathbf{K}\mathbf{T}^T] \mathbf{N}^{-1} \\ \mathbf{S}\mathbf{B}_i = \mathbf{S}_2\bar{\mathbf{B}} \end{cases} \quad (8)$$

令

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1\mathbf{E}_1 = \mathbf{0} \\ \mathbf{K} = \mathbf{S}_2\mathbf{E}_2\mathbf{T} \end{cases} \quad (9)$$

式(9)满足文献[17]中给出的依赖于矩阵 \mathbf{S} 的秩限制,即 $\text{rank}(\mathbf{C}) = \text{rank}[\mathbf{S}\mathbf{E}^T \quad \mathbf{C}^T]^T$ 。通过式(8)可以得出矩阵 \mathbf{K} 的最佳选择是 $\mathbf{K} = \mathbf{S}_2\mathbf{E}_2\mathbf{T}$, 其中 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ 是满足 $\mathbf{S}_1\mathbf{E}_1 = \mathbf{0}$ 和 $\det(\mathbf{S}_2\bar{\mathbf{B}}) \neq 0$ 的任何矩阵。因此当秩限制满足时,可得到 $\mathbf{K}\mathbf{C} = \mathbf{S}\mathbf{E}$ 和 $\det(\mathbf{S}\mathbf{B}_i) \neq 0$ 。

2.2 滑动模态稳定性分析

根据式(6)和系统(1)的第一个方程,可得完整的滑动模态动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\boldsymbol{\theta}(t)) (\mathbf{A}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{0} \times \dot{\mathbf{u}}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{C}\mathbf{x}(t) - \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (10)$$

为了得到表述形式更简单的滑动模态,令

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

式(10)中考虑到稳定性分析时矩阵不等式中解的保守性问题,采用状态输入增强的方法以降低解的保守性,并将其写为如下增广形式。

$$\tilde{\mathbf{E}}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\boldsymbol{\theta}(t)) \tilde{\mathbf{A}}_i\bar{\mathbf{x}}(t) \quad (12)$$

$$\text{式中: } \tilde{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{E}} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{A}}_i \end{bmatrix}, \text{其中 } \bar{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ -\mathbf{K}\mathbf{C} & -\mathbf{I} \end{bmatrix}。$$

本文采用凸优化的方法对滑动模态(12)进行稳定性分析。

定义 $\{\mathcal{L}_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, r$) 表示为前件变量空间分区, $\boldsymbol{\theta}(t) \in \mathcal{L}_i$, 与文献[7]类似,假设可以使用一个椭球体 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 来外部逼近每个多面体区域 \mathcal{L}_i , 如下式所示。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_i &\subseteq \boldsymbol{\varepsilon}_i \\ \boldsymbol{\varepsilon}_i &:= \{ \mathbf{x}(t) \mid \|\mathbf{Q}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{q}_i\| \leq 1 \} \end{aligned} \quad (13)$$

若

$$\mathcal{L}_i = \{ \mathbf{x}(t) \mid \alpha_i \leq \mathfrak{N}_i\mathbf{x}(t) \leq \beta_i \} \quad (i = 1, \dots, r) \quad (14)$$

则

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_i = \frac{2 \mathfrak{N}_i^T}{\beta_i - \alpha_i} \\ \mathbf{q}_i = \frac{\beta_i + \alpha_i}{\beta_i - \alpha_i} \end{cases} \quad (15)$$

式中: α_i, β_i 为实数; $\mathfrak{N}_i \in \mathbf{R}^n$ 。

在式(13)的基础上,可以用以下不等式表示每个子空间的后续关系为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_i q_i - 1 & q_i \mathbf{Q}_i \\ \star & \mathbf{Q}_i^T \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (16)$$

定理 1: 如果存在矩阵 $\bar{\mathbf{K}} \in \mathbf{R}^{m \times l}$, $\mathbf{P}_2 \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_1^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{P}_1 > 0$, 标量 $\kappa_i < 0$, 若式(17)中的线性矩阵不等式成立,则滑动模态(12)是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix} \kappa_i(q_i q_i - 1) & \star & \star \\ \kappa_i \mathbf{Q}_i^T \mathbf{q}_i & \Psi_1 & \star \\ 0 & \Psi_2 & \Psi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} \Psi_1 = \text{sym}\{P_1 A_i + \alpha J^T \bar{K} C\} + \kappa_i Q_i^T Q_i \\ \Psi_2 = -\bar{K} C + B_i^T P_1 + \alpha P_2 J \\ \Psi_3 = -P_2 - P_2^T \end{cases} \quad (18)$$

式中: $J \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 是任意矩阵; α 是一个常数; $\text{sym}\{P_1 A_i + \alpha J^T \bar{K} C\} = P_1 A_i + \alpha J^T \bar{K} C + A_i^T P_1^T + \alpha C^T \bar{K}^T J$.

滑模面待确定增益矩阵 K 为

$$K = (-P_2^T)^{-1} \bar{K} \quad (19)$$

通过 Lyapunov 稳定性理论对定理 1 进行验证, 证明过程如下所示。

证明: 考虑 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \bar{x}^T(t) \tilde{E} P \bar{x}(t) \quad (20)$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & \mathbf{0} \\ P_3 & P_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: $P_1 = P_1^T \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $P_1 > 0$; $P_2 \in \mathbf{R}^{m \times m}$, 是任意非奇异矩阵; $P_3 \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。

结合特殊结构的 \tilde{E} 和 P , 通过计算可得 $\tilde{E} P = P^T \tilde{E}$ 。

根据式(20)中 Lyapunov 函数求导得

$$\dot{V}(t) = 2 \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) P^T \tilde{A}_i \bar{x}(t) < 0 \quad (22)$$

将 $\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_i \end{bmatrix}$ 代入式(22)得

$$\bar{x}^T(t) \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{sym}\{\bar{A}_i^T P\} \end{bmatrix} \bar{x}(t) < 0 \quad (23)$$

式中 $\text{sym}\{\bar{A}_i^T P\} = \bar{A}_i^T P + P^T \bar{A}_i$ 。通过 S-过程将式(16)与式(23)相结合得到以下不等式。

$$\begin{bmatrix} \kappa_i(q_i^T q_i - 1) & \star \\ \kappa_i Q_i^T q_i & \text{sym}\{\bar{A}_i^T P\} + \kappa_i Q_i^T Q_i \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

定义 $\bar{K} = P_2^T K$, 将矩阵 P 、 \bar{A}_i 代入式(24)得

$$\begin{bmatrix} \kappa_i(q_i q_i - 1) & \star & \star \\ \kappa_i Q_i^T q_i & \Pi_1 & \star \\ \mathbf{0} & \Pi_2 & \Pi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

其中

$$\begin{cases} \Pi_1 = \text{sym}\{P_1 A_i - P_3^T K C\} + \kappa_i Q_i^T Q_i \\ \Pi_2 = -\bar{K} C + B_i^T P_1 - P_3 \\ \Pi_3 = -P_2 - P_2^T \end{cases} \quad (26)$$

式中 $\text{sym}\{P_1 A_i - P_3^T K C\} = P_1 A_i + P_3^T K C + A_i^T P_1^T + C^T K^T P_3$ 。

根据数值可处理性, P_3 为

$$P_3 = -\alpha P_2 J \quad (27)$$

将式(27)代入到式(26), 可得 $\Pi_1 = \Psi_1$, $\Pi_2 = \Psi_2$, $\Pi_3 = \Psi_3$, 即不等式(25)与式(17)相等, 所以滑动模态(12)是渐近稳定的。

2.3 超螺旋动态滑模控制器的设计

对式(6)中的切换函数进行求导得

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) [S(A_i x(t) + B_i u(t))] + \\ &\quad \dot{u}(t) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

进一步得到

$$\dot{u}(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) [S(A_i x(t) + B_i u(t))] \quad (29)$$

本文在式(29)的基础上利用以下定理 2 完成控制器的设计。

定理 2 如果控制器中参数满足 $\begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & 1 \end{bmatrix} >$

$0, q_2 < 0, k_1 > \varphi/q_1 - q_2^2 - q_1 q_2/q_1 - q_2^2, k_2 = q_1 - k_1 q_2, k_3 > 0$, 其中 $q_1, q_2, k_1, k_2, k_3, \varphi$ 均为实数, 则超螺旋滑模控制器(30)可将系统(1)的状态轨迹驱动到滑模面(5)上, 并维持稳定滑模运动。超螺旋滑模控制器被设计为

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) [S(A_i x(t) + B_i u(t))] + v(t) \\ v(t) = -k_1 \left(\frac{s(t)}{\|s(t)\|^{1/2}} + k_3 s(t) \right) + \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -k_2 \left(\frac{1}{2} \frac{s(t)}{\|s(t)\|} + k_3^2 s(t) + \frac{3}{2} k_3 \frac{s(t)}{\|s(t)\|^{1/2}} \right) \end{cases} \quad (30)$$

式中 $v(t)$ 、 $\omega(t)$ 均为控制器中的变量。

证明: 将式(30)代入式(28)得

$$\begin{cases} \dot{s}(t) = -k_1 \phi_1(s(t)) + \omega(t) \\ \dot{\omega}(t) = -k_2 \phi_2(s(t)) \end{cases} \quad (31)$$

其中

$$\begin{cases} \phi_1(s(t)) = \frac{s(t)}{\|s(t)\|^{1/2}} + k_3 s(t) \\ \phi_2(s(t)) = \frac{1}{2} \frac{s(t)}{\|s(t)\|} + \frac{3}{2} k_3 \frac{s(t)}{\|s(t)\|^{1/2}} + k_3^2 s(t) \end{cases} \quad (32)$$

当系统(31)保持稳定时, 则可确定控制器(30)可以驱使系统状态到达滑模面。为证明系统(31)的稳定性, 考虑如下 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(s(t)) &= [\phi_1^T(s(t)) \omega^T(t)] \\ &\quad \begin{bmatrix} q_1 I & q_2 I \\ q_2 I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1(s(t)) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

$V(s(t))$ 是正定, 并且径向无界, 由于其在子空间

$\Omega_1 = \{[s^T(t), \bar{\omega}^T(t)] \in \mathbf{R}^{2m}; s(t) = 0\}$ 上不可微, 其余都可微, 可以证明式(33)是连续的。如果式(33)对于系统(31)的时间导数在 $[s^T(t), \bar{\omega}^T(t)] \notin \Omega_1$ 上是负定的, 则可确定系统(31)是稳定的。

对式(33)求导, 并将式(31)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}(s(t)) \leq & -k_4 \|s(t)\|^{1/2} - 4k_3k_4 \|s(t)\| - \\ & 5k_3^2k_4 \|s(t)\|^{3/2} - 2k_3^3k_4 \|s(t)\|^2 + \\ & q_2 \frac{\|\omega(t)\|^2}{\|s(t)\|^{1/2}} + 2k_3q_2 \|\omega(t)\|^2 + \\ & |q_1 - k_1q_2 - k_2| \|\omega(t)\| + \\ & 3k_3|q_1 - k_1q_2 - k_2| \|s(t)\|^{1/2} \|\omega(t)\| + \\ & 2k_3^2|q_1 - k_1q_2 - k_2| \|s(t)\| \|\omega(t)\| \quad (34) \end{aligned}$$

式中实数 $k_4 = k_1q_1 + k_2q_2$ 。

由于 $\phi_1^T(s(t)) \phi_1(s(t)) = \|s(t)\| + k_3^2 \|s(t)\|^2 + 2k_3 \|s(t)\|^{3/2}, q_1 - k_1q_2 - k_2 = 0$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(s(t)) \leq & -\frac{1}{\|s(t)\|^{1/2}} k_4 \|s(t)\| + \\ & 2k_3(k_4 \|s(t)\|^{3/2} + k_3^2k_4 \|s(t)\|^2 - q_2 \|\omega(t)\|^2) - \\ & 2k_3(k_4 \|s(t)\| + 2k_3k_4 \|s(t)\|^{3/2} - \\ & q_2 \|\omega(t)\|^2 + k_3^2k_4 \|s(t)\|^2) \quad (35) \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(t) &= \begin{bmatrix} \phi_1(s(t)) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \\ Q &= \begin{bmatrix} q_1 I & q_2 I \\ q_2 I & I \end{bmatrix} \quad (36) \end{aligned}$$

式(35)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}(s(t)) \leq & -\frac{\varphi}{\|s(t)\|^{1/2}} \|\bar{\omega}(t)\|^2 - \\ & 2k_3\varphi \|\bar{\omega}(t)\|^2 \leq -\varphi \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(Q)} V^{1/2}(s(t)) - \\ & 2k_3\varphi \frac{1}{\lambda_{\max}(Q)} V(s(t)) \quad (37) \end{aligned}$$

式中: $\lambda_{\min}(Q)$ 和 $\lambda_{\max}(Q)$ 分别表示矩阵 Q 的最小特征值和最大特征值; φ 为任意实数。

此时 k_1 需满足

$$\begin{bmatrix} k_1(q_1 - q_2^2) + q_1q_2 - \varphi & 0 \\ 0 & -q_2 - \varphi \end{bmatrix} > 0 \quad (38)$$

由定理2中 $k_1 > \varphi/q_1 - q_2^2 - q_1q_2/q_1 - q_2^2$ 可直接验证式(38)是满足的, 因此式(37)成立, 控制器(30)可以在有限时间内驱动系统状态到达滑模面。

高阶滑模控制器法是消除抖振的有效方法之一。不同于文献[6]中提到的自适应滑模控制和

比例积分控制相结合的方法, 本文采用超螺旋算法生成了一个高阶连续的动态滑模控制器, 超螺旋算法不仅契合动态滑模控制的方案, 而且也可用以处理广义系统的问题。该方法生成的高阶连续控制器较好地实现了本文预期的目标。

3 仿真实例

本文采用文献[18]中直流电动机控制的倒立摆实验验证本文方法的有效性。整个动态过程用以下方程式描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{g}{L} \sin x_1(t) + \frac{NK_m}{ML^2} x_3(t) \\ L_a \dot{x}_3(t) = -K_b N x_2(t) - R_a x_3(t) + u'(t) \end{cases} \quad (39)$$

式中: g 表示重力加速度; θ 表示摆与垂直面的角度; $L = 1$ m, 表示直杆的长度; $M = 1$ kg, 表示摆的质量; $K_m = 0.1$ Nm/A, 表示电机扭矩系数; $N = 10$, 表示齿轮比; $K_b = 0.1$ Vs/rad, 表示反向电动势系数; $L_a = 1$ mH, 表示电动机中电容; $R = 1$ Ω , 表示电动机电阻; 定义 $x_1(t) = \theta(t), x_2(t) = \dot{\theta}(t), x_3(t)$ 表示电动机中的电流; $u'(t)$ 表示电动机的电压。

结合式(30)中的控制器, 并利用式(40)中具有两个模糊规则的 T-S 模糊广义模型进行仿真。

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(x_1(t)) (A_i x(t) + B_i u'(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (40)$$

本文根据文献[16]中给出的扇区非线性方法可以精确得到隶属度函数 $\mu_1(\theta(t)) = 0.5(1 - 0.1\theta(t)), \mu_2(\theta(t)) = 0.5(1 + 0.1\theta(t))$ 以及 $x_1(t) \in [-\pi, \pi]$ 。系统(39)参数矩阵为

$$\begin{cases} E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9.8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ B_1 = B_2 = [1 \quad 0 \quad 0]^T \\ C = [1 \quad 0 \quad 0] \end{cases} \quad (41)$$

通过选取 $\alpha = 10, J = [0 \quad 1 \quad 1]$, 可以求得滑

模面增益 $K = -21.0237$, $q_1 = 1.4$, $q_2 = 0$, $q_3 = -1.4$, $Q_1 = Q_3 = [0.008 \ 0 \ 0]$, $Q_2 = [0.02 \ 0 \ 0]$ 。控制器中的参数为 $k_1 = 0.2602$, $k_2 = 3.1056$, $k_3 = 2$ 。经过以上分析得到闭环系统的状态轨迹、控制输入以及切换函数轨迹图如图 1~3 所示。

用相同的实验模型以及各参数条件,模拟仿真得到新的控制输入的轨迹如图 4 所示。

$$\dot{u}(t) = - \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) [S(A_i x(t) + B_i u(t))] + \frac{s(t)}{\|s(t)\| + 0.01} \quad (42)$$

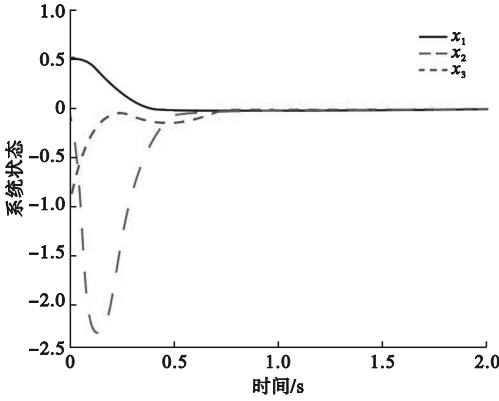


图 1 系统状态时间响应

Fig.1 Time response of system states

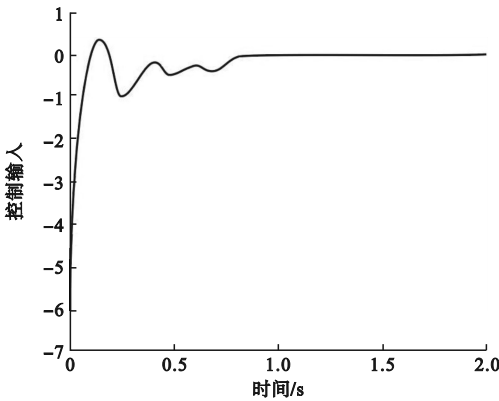


图 2 控制输入时间响应

Fig.2 Time response of control input

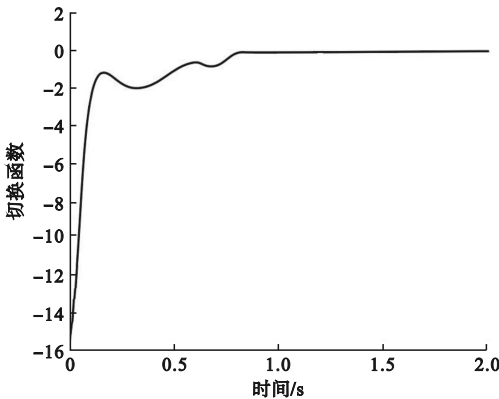


图 3 切换函数时间响应

Fig.3 Time response of the switching function

考虑普通模糊滑模控制器如式(42)所示,采

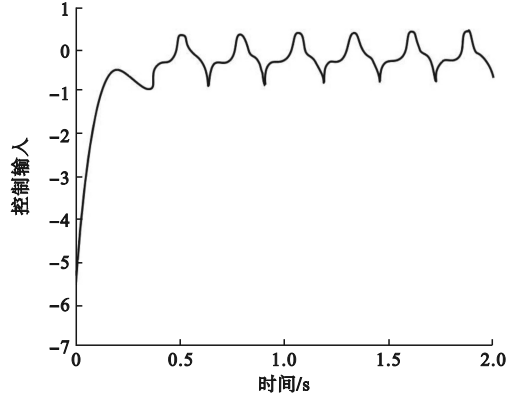


图 4 新的控制输入时间响应

Fig.4 Time response of the new control input

这里只对控制输入进行比较,因为更换控制器后,系统的状态以及切换函数时间响应的轨迹发生变化不大。对比图 2 和图 4 可以发现当利用超螺旋算法设计控制器后,明显消除了系统自身带来的振颤问题。

4 结论

本文提出了一种基于超螺旋算法的 T-S 模糊广义系统动态滑模控制器的设计。首先考虑一个 T-S 模糊广义系统,并结合输出反馈的动态滑模控制方法设计闭环系统。在分析稳定性时,利用一种状态输入增强的方法加入到凸优化分析中以降低计算误差,增加解的保守性。在设计控制器时,通过加入多变量超螺旋算法使控制器连续,消除振颤对系统的影响。结果表明,该方法在消除振颤方面效果明显,系统具有强鲁棒性。本文所设计系统存在一些局限性,如并未针对参数不确定性的问题进行设计。在后续的研究中,可以在设计系统时引入参数不确定项,以补充动态滑模控制与超螺旋算法的研究内容。

参考文献 (References):

[1] ZHANG J B,ZHANG Q,ZHANG L L,et al. Anti-swing control of varying rope length tower crane based on adaptive neural network sliding mode[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part K:Journal of Multi-Body Dynamics,2024,238(2):296-312.

- [2] YAN M Z, SONG X D, SHI J X, et al. Fast non-singular terminal sliding mode control of the cubesat attitude for on-orbit assembly process[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2024, 2820(1):012036.
- [3] MA Y, LIU Y Q, DING H, et al. Hierarchical optimal intelligent battery thermal management strategy for an electric vehicle based on ant colony sliding mode control[J]. *ISA Transactions*, 2023, 143:477 – 491.
- [4] ZHANG W Q, KONG J. A novel fast and chattering-free speed control method for PMSM motor drive based on sliding mode control[J]. *International Journal of Dynamics and Control*, 2024, 12(9):3332 – 3338.
- [5] FAN X F, LI T. Fuzzy switching sliding mode control of T-S fuzzy systems via an event-triggered strategy[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(11):6172 – 6184.
- [6] SUN X J, ZHANG L, GU J P. Neural-network based adaptive sliding mode control for Takagi-Sugeno fuzzy systems[J]. *Information Sciences*, 2023, 628:240 – 253.
- [7] JI W Q, QIU J B, WU L G, et al. Fuzzy-affine-model-based output feedback dynamic sliding mode controller design of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(3):1652 – 1661.
- [8] SANWALE J, DAHIYA S, TRIVEDI P, et al. Robust fault-tolerant adaptive integral dynamic sliding mode control using finite-time disturbance observer for coaxial octorotor UAVs[J]. *Control Engineering Practice*, 2023, 135:105495.
- [9] WANG D Y. Sliding mode observer based control for T-S fuzzy descriptor systems[J]. *Mathematical Foundations of Computing*, 2022, 5(1):17.
- [10] LI J H, WANG H M. Fuzzy switching function-based sliding mode controller design for T-S fuzzy descriptor systems[J]. *Information Sciences*, 2023, 624:344 – 360.
- [11] LI J H, YANG G H. Fuzzy descriptor sliding mode observer design: a canonical form-based method[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28(9):2048 – 2062.
- [12] CHEN Y, ZHOU J. Robust H_∞ sliding mode control for delay-dependent uncertain T-S fuzzy descriptor stochastic Markovian jump systems with mode-dependent time-varying delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2024, 479:128881.
- [13] TAHOUN A H, ARAFA M. Descriptor-based T – S fuzzy fault-tolerant control for delayed systems with immeasurable premise variables[J]. *Applied Intelligence*, 2023, 53(11):14579 – 14601.
- [14] EL-JIMI D, CHAIBI N, BOUMHIDI I, et al. Admissibility and stabilization of descriptor T – S fuzzy systems with two additive time-varying delays[J]. *International Journal of Dynamics and Control*, 2023, 11(5):2438 – 2451.
- [15] SUN S X, ZHANG H G, ZHANG J, et al. Fault estimation and tolerant control for discrete-time multiple delayed fuzzy stochastic systems with intermittent sensor and actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(12):6213 – 6225.
- [16] LI J H, ZHANG Q L, YAN X G, et al. Integral sliding mode control for Markovian jump T – S fuzzy descriptor systems based on the super-twisting algorithm[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(8):1134 – 1143.
- [17] LI J H, ZHANG Q L. An integral sliding mode control approach to observer-based stabilization of stochastic Itô-descriptor systems[J]. *Neurocomputing*, 2016, 173:1330 – 1340.
- [18] WANG Y Y, XIE X P, CHADLI M, et al. Sliding-mode control of fuzzy singularly perturbed descriptor systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(8):2349 – 2360.

(责任编辑:和晓军)

(上接第13页)

- [15] QIU X Y, CHEN Y J, CAI W H, et al. LD-YOLOv10: a lightweight target detection algorithm for drone scenarios based on YOLOv10[J]. *Electronics*, 2024, 13(16):3269.
- [16] LI D, YANG P F, ZOU Y T. Optimizing insulator defect detection with improved DETR models[J]. *Mathematics*, 2024, 12(10):1507.
- [17] HU B Q, LIU J, XU Y, et al. An integrated bearing fault diagnosis method based on multibranch SKNet and enhanced inception-ResNet-v2[J]. *Shock and Vibration*, 2024, 2024(1):9071328.
- [18] ZHAO K Q, YUAN X C, LIU T, et al. CAMU-Net: copy-move forgery detection utilizing coordinate attention and multi-scale feature fusion-based up-sampling[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 238:121918.
- [19] PRAHARSHA C H, POULOSE A. CBAM VGG16: an efficient driver distraction classification using CBAM embedded VGG16 architecture[J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2024, 180:108945.
- [20] KUTLU H, AVCI E, FATIHOĞLU. White blood cells detection and classification based on regional convolutional neural networks[J]. *Medical Hypotheses*, 2020, 135:109472.

(责任编辑:和晓军)